

Основы алгебры

ЛОГИКИ

(Алгебра высказываний
или Двоичная алгебра)

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

Логика — это наука, изучающая законы и формы мышления.

Алгебра логики — наука об операциях, которые выполняются над высказываниями (аналогичных сложению и умножению)

Высказывание — это повествовательное предложение, о котором можно сказать, **ИСТИННО** оно или **ЛОЖНО**. При этом считается, что высказывание или **ИСТИННО**, или **ЛОЖНО** и не может быть одновременно и истинным, и ложным.

Если высказывание

ИСТИННО его значение равно **1 (True, T)**

ЛОЖНО - **0 (False, F)**

Задание 1: придумайте несколько высказываний и несколько предложений, которые не являются высказываниями.

Примеры высказываний:

Земля – планета Солнечной системы (*истинное высказывание*)

$3+6>10$ (*ложное высказывание*)

Сегодня будет дождь (*это не высказывание, т.к. нельзя точно сказать истина это или ложь*)

Высказывания бывают простые и сложные.

Простое высказывание (логическая переменная) содержит только одну простую мысль. Логические переменные обычно обозначаются буквами лат. алфавита: A, B, C, D...

Например, $A = \{\text{Квадрат – это ромб}\}$.

Сложное высказывание (логическая функция) содержит несколько простых мыслей, соединенных между собой с помощью логических операций.

Например, $F(A,B) = \{\text{Лил дождь И дул холодный ветер}\}$.



Задание 2: придумайте несколько высказываний и несколько предложений, которые не являются высказываниями.

ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

В основе алгебры высказываний лежат 16 основных функций. Наиболее часто применяемые из них:

- Логическое отрицание (инверсия) – «не»; \neg ; $\bar{\quad}$;
- Логическое умножение (конъюнкция лат. conjunctio — соединение) – «и»; $\&$; \wedge ; \bullet ;
- Логическое сложение (дизъюнкция лат. disjunctio — разделение) – «или»; $+$; \vee ;
- Логическое следование (импликация лат. *implico* — тесно связаны) – \rightarrow ; "если ..., то", "из ... следует", "... влечет ...",
- Логическая операция эквивалентности "тогда и только тогда", "необходимо и достаточно", "... равносильно ..." – \sim ; \Leftrightarrow ; \leftrightarrow ;
- Функция Вебба (отрицание дизъюнкции) – **ИЛИ-НЕ**;
- Функция Шеффера (отрицание конъюнкции) – **И-НЕ**;

ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

Приведенные функции можно свести в таблицу истинности:

Аргументы		Функции								
A	B	$\neg A$ НЕ A	$\neg B$ НЕ B	$A \wedge B$ A И B	$A \vee B$ A ИЛИ B	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$	ИЛИ- НЕ	И- НЕ	M2
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0

ЛОГИЧЕСКОЕ ОТРИЦАНИЕ

А – «Сегодня светит солнце»



В – «Сегодня не светит солнце»



А – «У данного компьютера жидкокристаллический монитор»



В – «Неверно, что у данного компьютера жидкокристаллический монитор»



Логическое отрицание (инверсия) образуется из высказывания с помощью добавления частицы **«не»** к сказуемому или использования оборота речи **«неверно, что...»**.

ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

Логическое отрицание (инверсия):

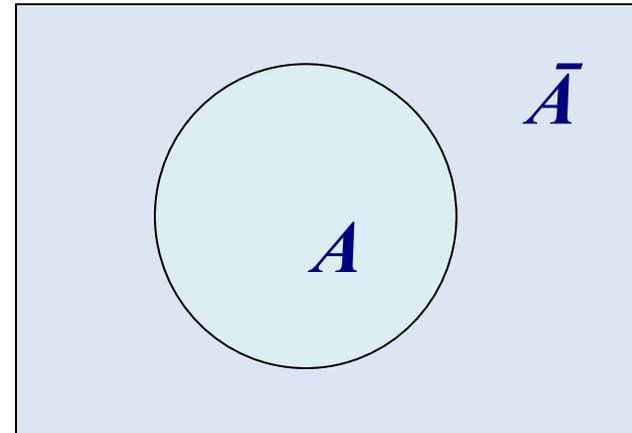
- В естественном языке соответствует словам *неверно, что...* и частице *не*;
- В языках программирования **Not**

Обозначение $\neg A$; \bar{A} ;

Таблица истинности:

A	\bar{A}
0	1
1	0

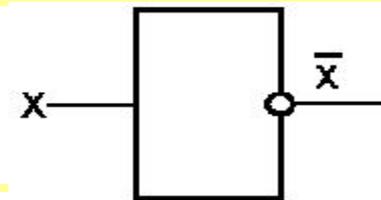
Диаграмма Эйлера-Венна



ЛОГИЧЕСКОЕ ОТРИЦАНИЕ (ИНВЕРСИЯ)

Обозначение: \neg .

Союз в естественном языке: **не; неверно, что...**



A – «Сегодня светит солнце»

$\neg A$ – «Неверно, что сегодня светит солнце» или «Сегодня не светит солнце»

Таблица истинности

A	$\neg A$
0	1
1	0

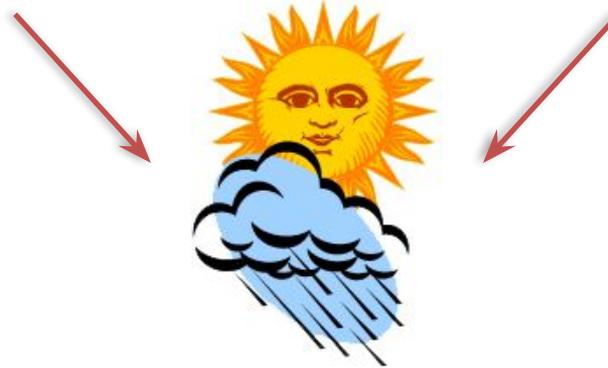
Смысл высказывания A	Значение высказывания: «Сегодня не светит солнце»
Солнца нет	Истина
Солнце есть	Ложь

Инверсия высказывания **истинна**, если высказывание **ложно**, и **ложна**, когда высказывание **истинно**.

ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ

А – «Сегодня светит солнце»

В – «Сегодня идет дождь»



«Сегодня светит солнце **И** идет дождь»

Логическое умножение (конъюнкция) образуется соединением двух (или более) высказываний в одно с помощью союза «**И**».

ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

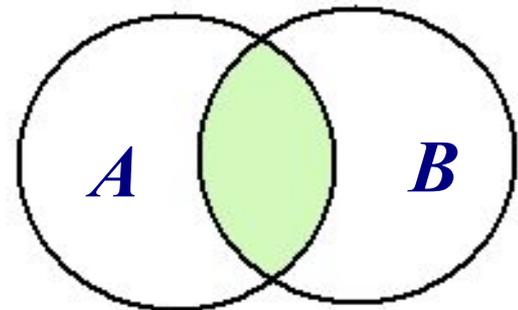
Логическое умножение (конъюнкция):

- В естественном языке соответствует союзу **и**;
- В языках программирования **And**;
- Обозначение **&**; **^** ; **·** ;

Таблица истинности:

A	B	A^B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

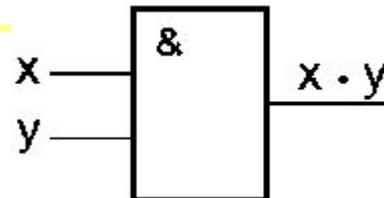
Диаграмма Эйлера-Венна



ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ (КОНЪЮНКЦИЯ)

Обозначение: $\&$, \wedge , $*$.

Союз в естественном языке: **и**.



$A \wedge B$ – «Сегодня светит солнце и идет дождь»



Таблица истинности

A	B	$A \wedge B$
0	1	0
1	0	0
0	0	0
1	1	1

Смысл высказываний A и B для указанных значений		$A \wedge B$
Солнца нет	Дождь идет	Ложь
Солнце светит	Дождя нет	Ложь
Солнца нет	Дождя нет	Ложь
Солнце светит	Дождь идет	Истина

Конъюнкция двух высказываний

истинна тогда и только тогда, когда **оба высказывания истинны**, и **ложна**, когда **хотя бы одно из высказываний ложно**.

ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ

А – На стоянке находится
«Мерседес»



В – На стоянке находится
«Жигули»



«На стоянка находятся «Мерседес» **ИЛИ** «Жигули»

Логическое сложение (дизъюнкция) образуется соединением двух (или более) высказываний в одно с помощью союза «**или**».

ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

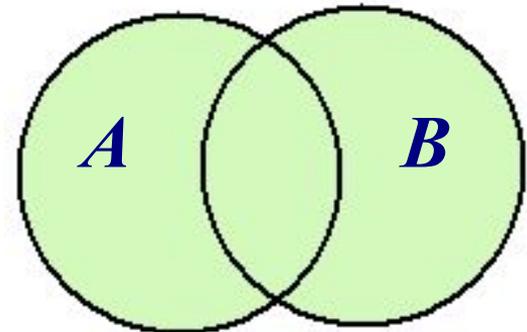
Логическое сложение (дизъюнкция):

- В естественном языке соответствует союзу **или**;
 - В языках программирования **Or**;
- Обозначение $+$; \vee ;

Таблица истинности:

A	B	A \vee B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

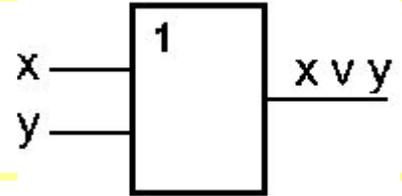
Диаграмма Эйлера-Венна



ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ (ДИЗЪЮНКЦИЯ)

Обозначение: $+$, \vee .

Союз в естественном языке: **или**.



$A \vee B$ – На стоянке находится «Мерседес» или «Жигули»



Таблица истинности

A	B	$A \vee B$	Смысл высказываний A и B для указанных значений		$A \vee B$
0	1	1	«Мерседеса» нет	«Жигули» есть	Истина
1	0	1	«Мерседес» есть	«Жигулей» нет	Истина
0	0	0	«Мерседеса» нет	«Жигулей» нет	Ложь
1	1	1	«Мерседес» есть	«Жигули» есть	Истина

Дизъюнкция двух высказываний

ложна тогда и только тогда, когда **оба высказывания ложны**, и **истинна**, когда **хотя бы одно из высказываний истинно**.