

ИЗУЧЕНИЕ ВЕЛИЧИН: ОБЪЁМ

Подготовила: Новрузова Махри

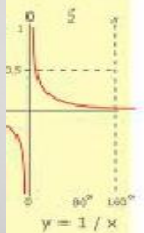
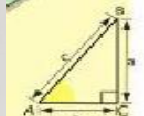
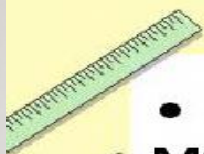
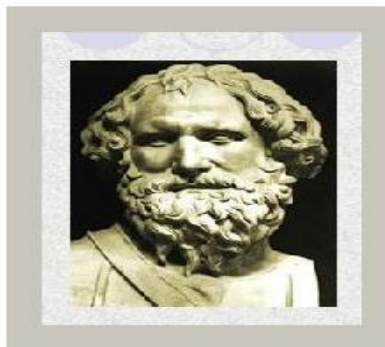
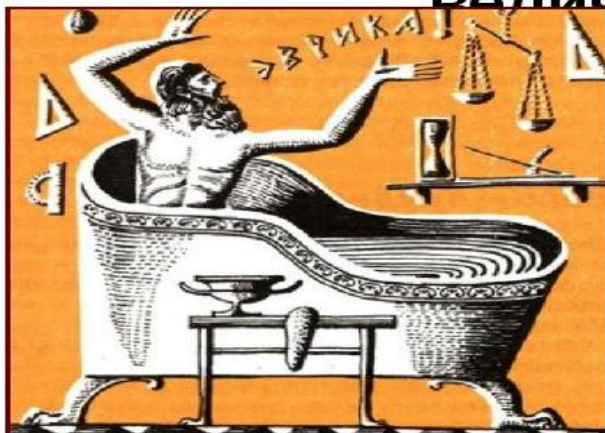
Студентка 2-го курса ПИ ВлГУ, группы НОЛк-219

ЧТО ЕСТЬ «ОБЪЁМ», И КАК ОН ПОЯВИЛСЯ?

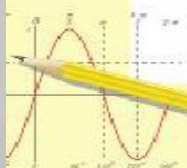
- ❖ *Объем* – вместимость геометрического тела, т. е. части пространства, ограниченной одним или несколькими замкнутыми поверхностями. Вместимость или емкость выражается числом кубических единиц, помещаемых в объеме.
- ❖ Человеку необходимо было измерять сыпучие физические величины и жидкости. Для этого он начал использовать все то, что имелось у него в быту (ведра, сосуды и другие емкости). Таким образом, люди научились измерять объемы.

- III в. до н. э. — Архимед разработал методы нахождения площадей и объемов, а также методы определения касательных и наибольших и наименьших значений

ВЕЛИКИН



$$\begin{array}{r} 2500 \\ + 42 \\ \hline 2542 \\ + 84 \\ \hline 2626 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

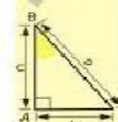
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

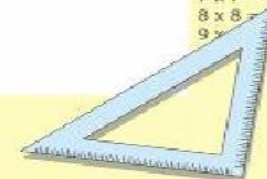


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



МЕРЫ ОБЪЁМА В ДРЕВНЕЙ РУСИ

❖ В Древней Руси для меры жидкости чаще всего употреблялись бочка, ведро, корчага. Наибольшее распространение получило ведро - вмещало около 9,8кг воды, одна бочка содержала 10 ведер, корчага — 1,5-1,75 ведра. Деление на более мелкие меры проводилось по двоичному принципу: ведро делили на 2 полуведра или на 4 четверти ведра или на 8 полу четвертей, а также на кружки и чарки.



На Руси в старину использовались в качестве единиц измерения объема ведро (около 12л), штоф (десятая часть ведра)

В США, Англии и других странах используется

- баррель (около 159л)
- галлон (около 4л)
- бушель (около 36л)
- пинта (от 470 до 568 куб.см)



МЕРЫ ОБЪЁМОВ В ЗАПАДНОЙ ЕВРОПЕ

В Западной Европе бытовали свои собственные меры объемов:

- ❖ – Баррель – мера вместимости и объема, применяемая в США, Англии и ряде стран, использующих английскую систему мер. В США различают Баррель сухой, равный 115,628 дм³, и Баррель нефтяной, равный 158,988 дм³. Английский Баррель (для сыпучих веществ) равен 163,65 дм³.
- ❖ – Бушель – мера объема жидкостей и сыпучих веществ в Англии и США. 1 Бушель (брит.) = 36,3687 л; 1 Бушель (США) = 35,2393 л.

Старинные меры длины в Европе

XIX век – **длина человеческой ступни** -
основная мера длины в странах Европы.

Греция - пус	27 см
Франция - пье	32 см
Италия - пьеда	29 см
Испания – пи	27 см
Англия и США - фут (foot - ступня)	31 см

❖ – Кварта – единица объема (емкости, вместимости), применяемая в США, Великобритании и др. странах. 1 Кварта = 1/4 галлона или 2 пинтам. Американская Кварта для жидкостей = 0,9463 дм³, для сыпучих веществ = 1,1012 дм³. Английская имперская Кварта = 1,1365 дм³. Прежняя русская мера жидкостей – кружка – также иногда называлась Кварта; в Польше Кварта = 1 л.

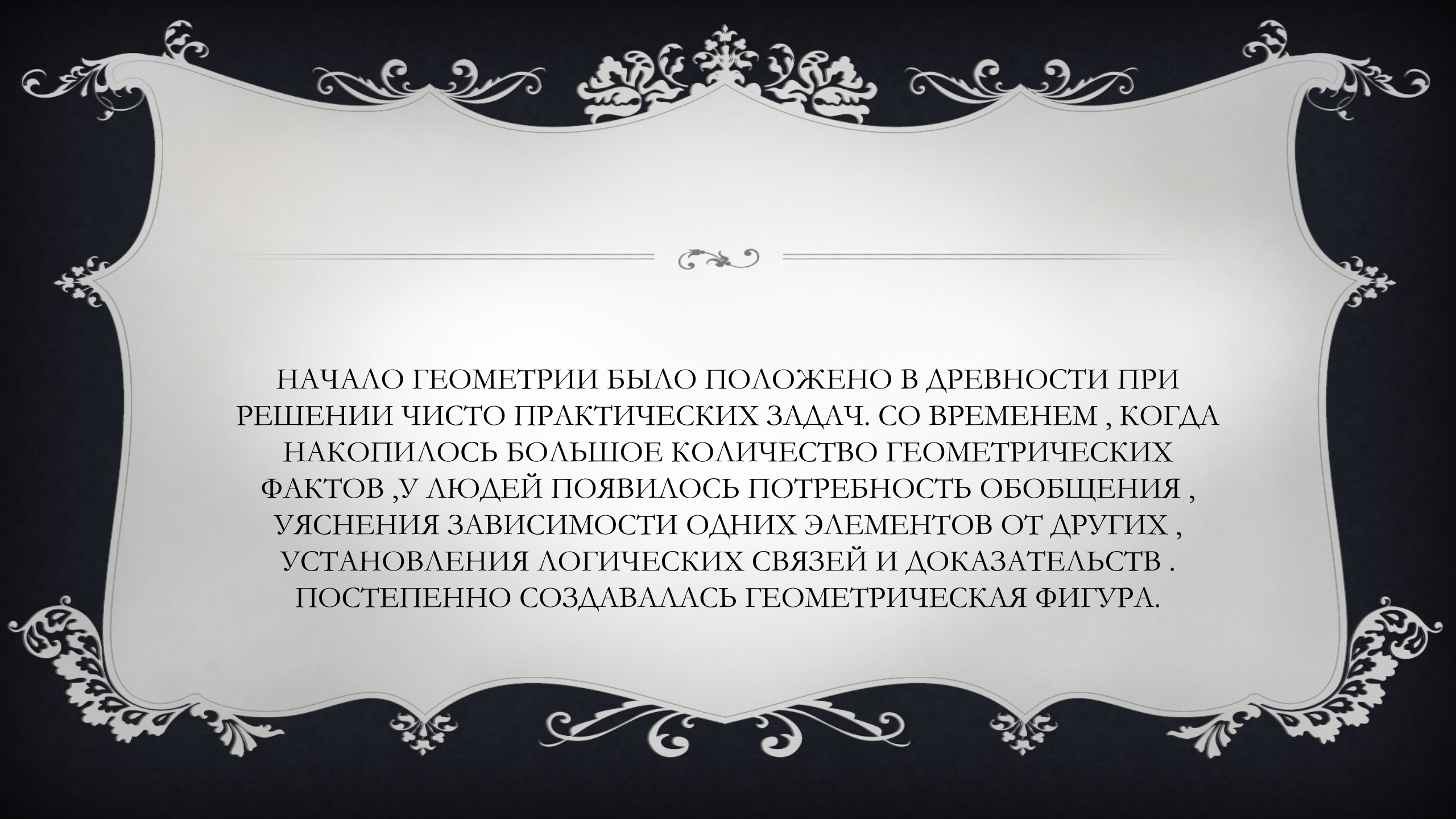
❖ – Пинта – единица объема (вместимости) жидкостей и сыпучих веществ, применяемая в странах, использующих английские меры. В Великобритании 1 Пинта = 1/8 галлона = 0,568261 дм³. В США различают жидкую Пинту, равную 1/8 американского галлона = 0,473179 дм³, и сухую Пинту, равную 1/64 американского бушеля = 0,550614 дм³. Пинта применялась также в др. странах до введения в них метрической системы мер, напр. во Франции 1 Пинта = 0,931389 дм³, в Нидерландах 1 Пинта = 0,6063 дм³.

ВОЗНИКНОВЕНИЕ СИ

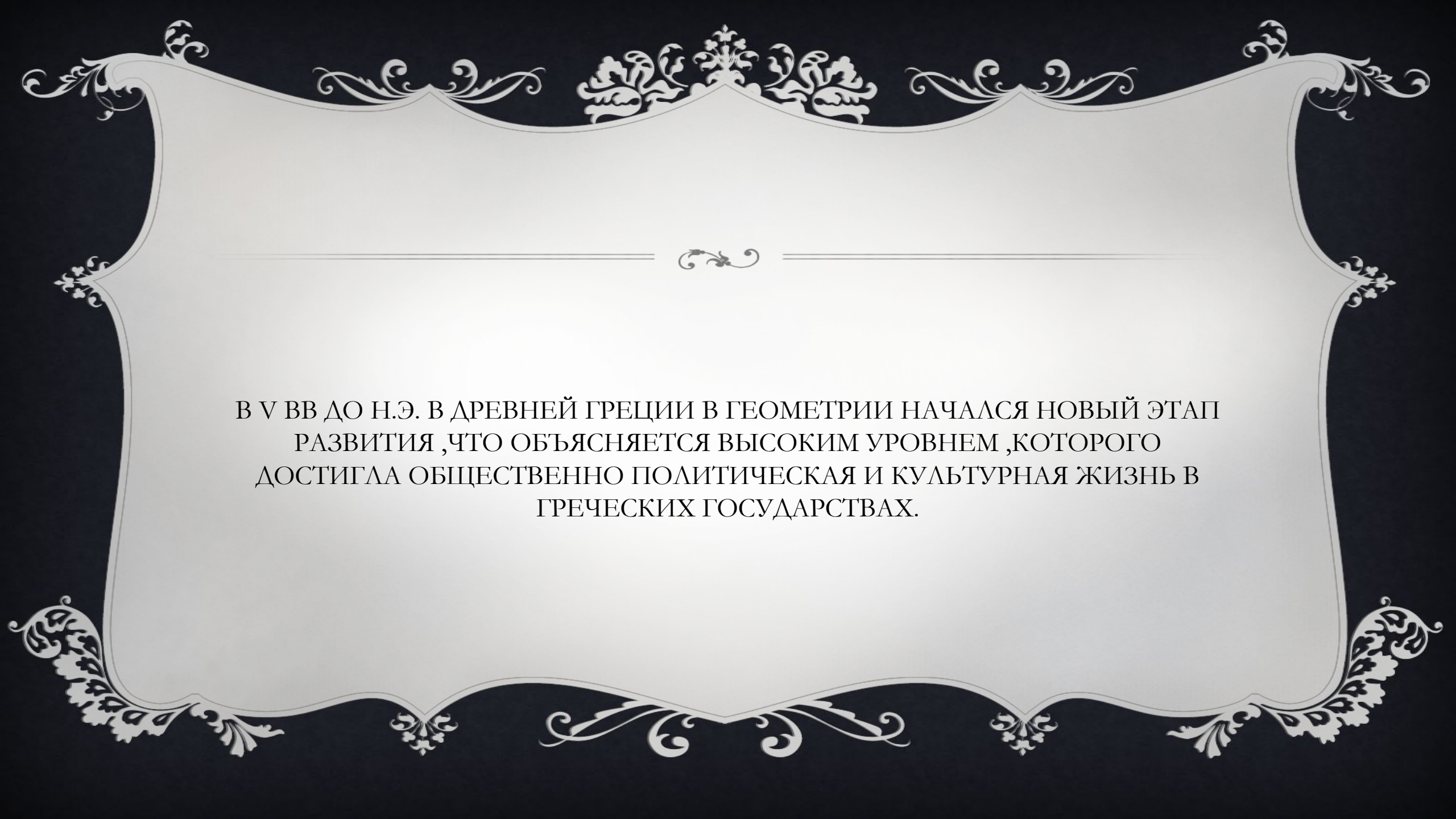
- ❖ Каждое государство имело свою собственную систему мер, что препятствовало межгосударственной торговле, тормозило развитие ремёсел и промышленности. Таким образом, люди пришли к идее создания общей для всех системе мер.
- ❖ В настоящее время СИ принята в качестве основной системы единиц большинством стран. Метрические единицы широко используются по всему миру в научных целях и в повседневной жизни. В СИ основная единица измерения объема – кубический метр, а также производные от неё: кубический сантиметр, литр (кубический дециметр) и т.д.



ИСТОРИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ
ОБЪЕМОВ ТЕЛ



НАЧАЛО ГЕОМЕТРИИ БЫЛО ПОЛОЖЕНО В ДРЕВНОСТИ ПРИ РЕШЕНИИ ЧИСТО ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ. СО ВРЕМЕНЕМ, КОГДА НАКОПИЛОСЬ БОЛЬШОЕ КОЛИЧЕСТВО ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФАКТОВ, У ЛЮДЕЙ ПОЯВИЛОСЬ ПОТРЕБНОСТЬ ОБОБЩЕНИЯ, УЯСНЕНИЯ ЗАВИСИМОСТИ ОДНИХ ЭЛЕМЕНТОВ ОТ ДРУГИХ, УСТАНОВЛЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ И ДОКАЗАТЕЛЬСТВ. ПОСТЕПЕННО СОЗДАВАЛАСЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ФИГУРА.



В V ВВ ДО Н.Э. В ДРЕВНЕЙ ГРЕЦИИ В ГЕОМЕТРИИ НАЧАЛСЯ НОВЫЙ ЭТАП
РАЗВИТИЯ ,ЧТО ОБЪЯСНЯЕТСЯ ВЫСОКИМ УРОВНЕМ ,КОТОРОГО
ДОСТИГЛА ОБЩЕСТВЕННО ПОЛИТИЧЕСКАЯ И КУЛЬТУРНАЯ ЖИЗНЬ В
ГРЕЧЕСКИХ ГОСУДАРСТВАХ.

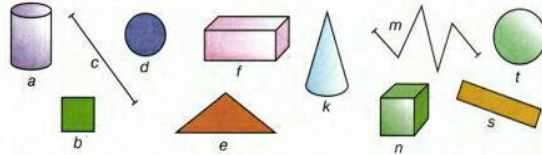
ИЗУЧЕНИЕ ОБЪЁМА

- ❖ На сегодняшний день объём, как одну из величин, изучают дети в начальной школе. В методике изучения объёма выделяются следующие этапы:
 1. **Введение понятия с опорой на жизненные ситуации:**
- ❖ Учитель приносит на урок различные сосуды: стакан, ведро, банку. Дети сравнивают их и при сравнении размера, учитель сообщает, что в математике, говоря о размере сосудов, мы подразумеваем их вместимость или ёмкость.

ПЕТЕРСОН Л.Г.

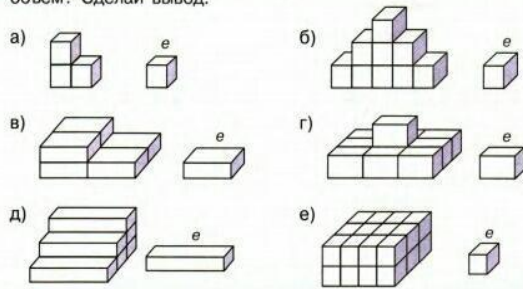
❖ В этой же программе изучение объёма начинается во 2ом классе, здесь рассматривают кубические сантиметр, дециметр и метр в виде кубиков - 1 см^3 - это куб с ребром 1 см. После этого сообщается, что $1 \text{ дм}^3 = 1 \text{ л}$. Также даются несколько задач по этой теме.

- 1 Найди на рисунке линии, плоские и пространственные фигуры. Какие величины служат для их измерения? Что они показывают?



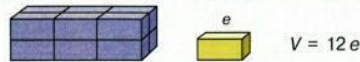
Какие единицы измерения длины, площади, объёма ты знаешь?

- 2 Найди объёмы фигур, используя указанные мерки. Как измерить объём? Сделай вывод.



Объём фигуры – это величина, которая показывает, больше или меньше места фигура занимает в пространстве.

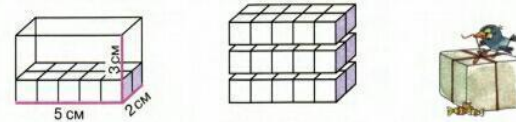
Чтобы измерить объём фигуры, надо выбрать мерку (единицу измерения) и узнать, сколько раз она содержится в измеряемой фигуре.



Единицы объёма

Кубический метр (1 м^3) – это куб со стороной 1 м.
Кубический дециметр (1 дм^3) – это куб со стороной 1 дм.
Кубический сантиметр (1 см^3) – это куб со стороной 1 см.

- 3 Рассмотрите рисунок и определите, какие числа пропущены. Как найти объём прямоугольного параллелепипеда (коробки)? Сделай вывод.



Площадь основания (дна) коробки равна $5 \cdot 2 = \dots \text{ см}^2$.
 Значит, на основание можно поставить \dots кубиков.
 По высоте коробки можно выложить \dots таких слоев.
 Объём равен $(\dots \cdot \dots) \cdot \dots = \dots \text{ см}^3$.

Чтобы найти объём прямоугольного параллелепипеда, можно площадь основания умножить на высоту.



- 4 Вычисли объём коробки с рёбрами 3 дм, 2 дм и 2 дм двумя разными способами. Что ты замечаешь?



- 5 Дно коробки – квадрат со стороной 3 дм, а её высота равна 5 дм. Сколько кубиков с ребром в 1 дм можно в неё положить?
 6 Коробка имеет длину 2 дм, ширину 4 дм, а высоту 3 дм. Чему равен объём коробки?
 7 Найди числа, кратные 9, и запиши их в виде $9 \cdot a$:
 19 36 49 72 45 29 63 35 54 18 90 27 81

- 8 Составь программу действий и вычисли:

a) $81 : (11 - 2) \cdot 8 + 9 \cdot (14 : 2)$
 б) $7 \cdot 8 - (5 \cdot 6 - 12) : 3 - 49 : (7 \cdot 7)$
 в) $0 \cdot (6 + 3) + 4 : 4 \cdot (15 - 3 \cdot 2) - 0 : 8$



- 9 Найди пропущенные цифры и сделай проверку:

$$\begin{array}{r} 34\Box \\ + 1\Box5 \\ \hline \Box37 \end{array} \quad \begin{array}{r} \Box46 \\ - 2\Box7 \\ \hline 62\Box \end{array} \quad \begin{array}{r} 87\Box \\ - 3\Box5 \\ \hline \Box45 \end{array} \quad \begin{array}{r} \Box69 \\ + 4\Box2 \\ \hline 71\Box \end{array}$$




- 10 Вычисли наиболее простым способом:
 $73 + (246 + 27)$ $64 + 209 + 36 + 71$ $(42 + 79) + (21 + 8)$
 11 Упрости выражения, используя свойства сложения:
 $a + 5 + 7$ $8 + 4 + b$ $6 + k + 9$ $8 + m + 7 + 2$
 12 Сколькими способами можно разложить 5 одинаковых ручек в 2 пенала?

МОРО М.И.

❖ Здесь же понятие об объёме дается ещё в 1ом классе, однако, в отличие от предыдущих программ, вводится понятие «ёмкость сосуда» и единицы измерения – литры. Речи о кубических сантиметрах/дециметрах/метрах не ведётся. Также даются задания на работу с литрами.

Литр

Узнаем, как можно определять вместимость сосудов в литрах (при числах записывают *1 л, 3 л*).

 3 л  1 л  1 л

СРАВНИ. КАКОЕ РАВЕНСТВО СЛЕДУЮЩЕЕ?

$9 - 2 = \square$
 $9 - 4 = \square$
 $9 - 6 = \square$

1. Измерь, сколько стаканов воды в литровой банке, в бидоне, в кастрюле.

2. В ведро входит 10 л воды. Сколько литров воды можно долить в ведро, если в нём 6 л? 9 л? 7 л?

3. В банке 3 л молока, а в бидоне на 4 л больше. Сколько литров молока в бидоне? Сколько литров молока в банке и бидоне вместе?

4. В пакете 1 л вишневого сока. Это 5 стаканов. Ваня выпил утром 2 стакана сока и вечером ещё 1 стакан. Сколько всего стаканов сока он выпил? Сколько стаканов сока осталось?

5. $10 - 6 + 4$ $2 - 2 + 6$ $9 - 6 + 4$
 $10 - 9 + 6$ $7 + 1 - 1$ $9 - 7 + 2$

6.

Уменьшаемое		9	10		9	
Вычитаемое	2	3		5		7
Разность	6		4	2	2	3

«Проверочные работы», с. 32, 33.

38

«Моя математика» 1 класс



! Одна из мерок объёма - 1 литр (л).

мерка мерка

1 бочонок = 10 банок

1 бочонок = 5 вёдер

2. Сравнение сосудов по ёмкости разными способами:

- ❖ А) « **на глаз**» Показываем сосуды, контрастные по объему (стакан и ведро). Формулируется вывод с помощью термина;
- ❖ Б) **переливанием в другой сосуд**. На столе широкий, но низкий сосуд и высокий, но узкий. В них жидкость: ёмкость какого сосуда больше? После дискуссии жидкость по очереди переливается из каждого сосуда в третий **сосуд-посредник** и ставится отметка, после чего проводится сравнение отметок и делается вывод;
- ❖ В) **использование мерок**. В качестве мерок используют маленькие чашечки. Проводится несколько опытов измерения емкости различными мерками.




3. Введение единой меры ёмкости.

❖ Показывается на примере ситуации, что в жизни неудобно использовать разные мерки, нужна единая мера.

❖ Вводится **литр**. Показывается литровая банка и затем проводится практическая работа по определению ёмкости сосудов в литрах (например 3л, 5л, 7 л). Для этого в класс приносят такие сосуды, как банки, ведра и т.д. Практически доказывается, что 5 стаканов составляют 1 литр.

4. Сложение и вычитание величин, выраженных в литрах.

❖ Решаются задачи.



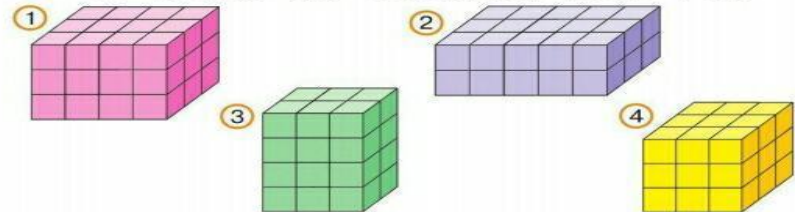
ИЗУЧЕНИЕ ОБЪЁМА ПО РАЗЛИЧНЫМ ПРОГРАММАМ

❖ Однако в разных школьных программах применяются разные методы по изучению данной величины. Далее мы рассмотрим способы изучения объёма у авторов различных учебников.

ИСТОМИНА Н.Б.

❖ По данной программе понятие объёма вводится в 4ом классе, при изучении трёхмерных геометрических фигур, анализируя которые приходят к выводу о единицах измерения объёма – кубический сантиметр и дециметр. После чего даются задачи на работу с этими величинами и закрепление понятия об объёме.

120. Найди объём каждого прямоугольного параллелепипеда, если ребро каждого куба, из которых они составлены, равно 1 см.



121. Масса воды в литровой банке равна 1 кг. Чему равна масса воды в пол-литровой банке? Чему равна масса воды в стакане, если в него помещается $\frac{1}{4}$ л воды? $\frac{1}{5}$ л воды?

122. В литровой банке помещается 1 кг 200 г мёда. Какова масса мёда, который поместится в пол-литровой банке? Чему равна масса мёда в кружке, если в неё помещается $\frac{1}{4}$ литровой банки мёда? $\frac{1}{5}$ литровой банки мёда?



1 л



$\frac{1}{2}$ л

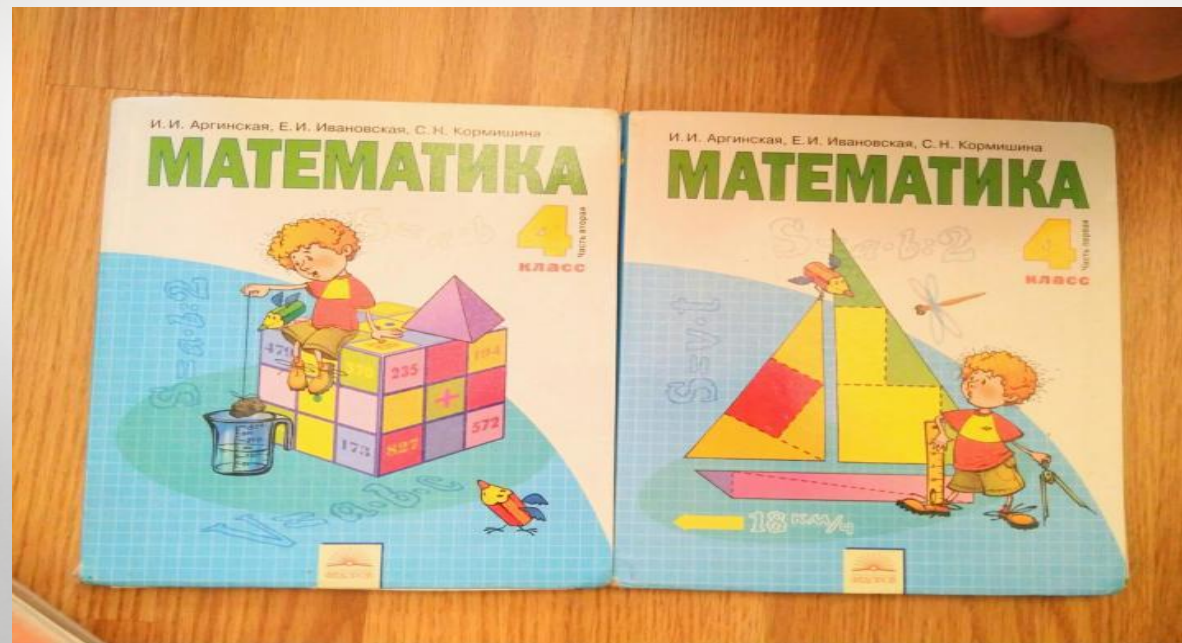


$\frac{1}{4}$ л



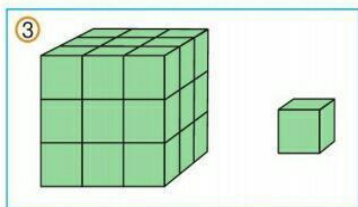
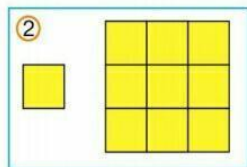
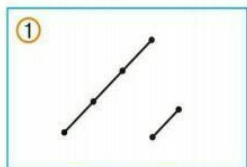
$\frac{1}{5}$ л

АНАЛИЗ УЧЕБНИКОВ: И. И. АРГИНСКАЯ, Е. И. ИВАНОВСКАЯ, С. Н. КОРМИШИНА С. Н.
М4АЧ2



117. За 5 м ткани заплатили на 2400 р. 60 к. больше, чем за 2 м такой же ткани. По какой цене продавалась ткань? Сколько денег нужно заплатить за 7 м такой же ткани?

118. По какому признаку составлены пары фигур?



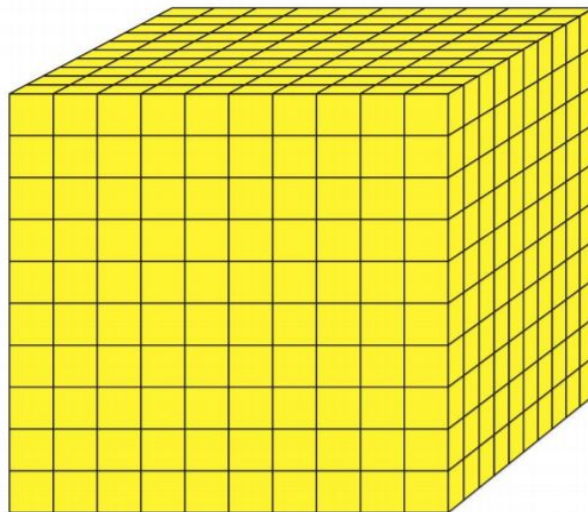
- Сравни свой ответ с рассуждениями Маши и Миши.



Я думаю, что в каждой группе есть маленькая фигура и большая.

32

119. Догадайся, чему равен объём данного куба?



Я думаю, нужно измерить длину ребра куба. Она равна 1 дм. Значит, объём этого куба равен **одному кубическому дециметру**.



Кубический дециметр — единица объёма. Её обозначают дм^3 . Эту единицу объёма по-другому называют **литр**.

34



Ты рассуждаешь, как в первом классе! Я думаю, что в каждой группе изображены фигура и мерка, с помощью которой можно измерить величину этой фигуры.



Какой ты молодец! Действительно, маленький отрезок — это единица длины — сантиметр. С её помощью можно измерить длину большого отрезка. Маленький квадрат — единица площади — квадратный сантиметр. Пользуясь этой единицей, можно измерить площадь большого квадрата. Но что можно сказать о кубах?



Я думаю, что маленький куб — тоже мерка, с помощью которой можно измерять объёмы геометрических тел.



Я поняла! Нужно посчитать, сколько маленьких кубов уложится в большом, и мы узнаем объём большого куба. Но как называется эта мерка?

Если измерить длину ребра маленького куба, то нетрудно догадаться.



Объём куба, у которого длина ребра равна 1 см, называется **кубическим сантиметром**. **Кубический сантиметр** — единица объёма. Её обозначают см^3 .

33

АРГИНСКАЯ И.И.

❖ Введение понятие объёма по этой программе

происходит почти также, как и по программе

Истоминой – в 4ом классе при изучении

трёхмерных геометрических фигур, вводя

кубический сантиметр и дециметр. Однако в

отличии от Истоминой, здесь также выводят

правило нахождения объёма куба и

прямоугольного параллелепипеда.

306

1) Какая связь между единицами измерения длины и единицами измерения площади?

1 мм и 1 мм² 1 см и 1 см² 1 дм и 1 дм²
1 м и 1 м² 1 км и 1 км²

2) Подумай, какими единицами удобно измерять объём. Объясни своё мнение.

Объём измеряют кубическими миллиметрами, кубическими сантиметрами, кубическими дециметрами, кубическими метрами и даже кубическими километрами.

3) Какую единицу объёма изображает куб на рисунке?

Наименование этой единицы измерения объёма записывается так:



1 куб. см, или 1 см³.



4) Запиши наименования остальных единиц измерения объёма.

5) Подумай, скольким кубическим сантиметрам равен объём коробки из задания № 301.

307

1) Выполни указанные действия.

$6\ 005 \cdot 69 - 782 : 23$
 $932 \cdot 79 + (571 - 263) \cdot 64$
 $906 \cdot 52 + 568 \cdot 35$

2) Измени порядок действий в выражениях, не меняя чисел и знаков действий.



3) Предложи решить составленные выражения одноклассникам.

- 314 1) Какую площадь (в квадратных сантиметрах) имеет прямоугольник на рисунке?



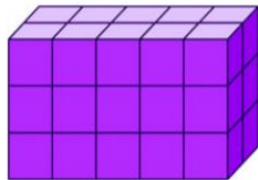
- 2) Сколько кубиков с ребром 1 см поместится в коробке, основание которой равно данному прямоугольнику, а высота 1 см?
3) Проверь свой ответ по чертежу.



- 4) Как ты думаешь, сколько кубиков с ребром 1 см поместится в коробке, высота которой в 3 раза больше коробки, о которой говорится в пункте 2?
5) Ученики сказали, что в новой коробке может поместиться 30 кубиков с ребром 1 см, но объяснили свои ответы по-разному.



Лиза сказала:
«Я сделала такой чертёж и сосчитала все кубики».



20



Олег дал такой ответ:

«Я знаю, что в коробке высотой 1 см помещается 10 см³, а эта коробка в 3 раза выше. Значит, и кубиков в ней поместится в 3 раза больше, а это 30 см³».



Соня предположила:

«Я думаю, что количество кубических сантиметров, которое поместится в коробке, будет равно произведению её длины, ширины и высоты:

$$5 \cdot 2 \cdot 3 = 30 \text{ (см}^3\text{)}\text{»}.$$

Чьи рассуждения удобнее использовать при ответе на вопрос пункта 4?

- 6) Увеличь высоту коробки из задания № 301 в 2 раза, узнай её объём способом, предложенным Олегом.
Проверь, справедливо ли утверждение Сони.

- 315 1) Сравни задачи. Что ты о них можешь сказать?

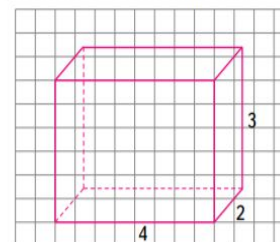
а) Путешественник проехал 720 км за день, что составило $\frac{5}{9}$ всего пути. Сколько километров ему осталось проехать?

б) Путешественник проехал 720 км. Из них $\frac{5}{9}$ всего пути он проехал в первый день. Сколько километров он проехал после этого?

- 2) Реши задачи. Чем похожи их решения? Чем различаются? Объясни свой ответ.

21

- 323 1) Рассмотрим чертёж коробки, размеры которой указаны в сантиметрах. Сколько кубиков объёмом 1 см³ поместится в этой коробке?



- 2) Найди значение произведения длины, ширины и высоты коробки. Получилось то же число?
3) Верен ли следующий вывод?

Объём прямоугольной призмы равен значению произведения её длины, ширины и высоты.



- 4) Формула объёма прямоугольной призмы выглядит так:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Запиши размеры прямоугольных призм из № 301, 310, 314 в таблицу и найди объёмы этих призм.

№	Длина (a)	Ширина (b)	Высота (c)	Объём (V)
301				
310				
314				

26


АНАЛИЗОВ УЧЕБНИКОВ



М4АЧ2 СТР 36

- ❖ Для начала детям дают задание найти объем данной призмы.
- 2) Беседуют насчет второго задания.
- 3) Задача про прямоугольной призмы .
- 4) Записать формулу для данной задачи.
- 5) Проверить формулу по справочнику.

344 1) Найди объем данной призмы.



2) Можно ли найти объем прямоугольной призмы, если известны площадь её основания и длина бокового ребра?
Ученики ответили на этот вопрос так:

Коля:
«Объем найти нельзя, так как мы не знаем длину и ширину призмы».

Полина:
«Объем можно найти, для этого нужно площадь основания умножить на длину бокового ребра».


Какой ответ ты считаешь верным? Почему?

3) Площадь основания прямоугольной призмы 12 см^2 , а длина бокового ребра 6 см . Найди её объем.

4) Запиши формулу для нахождения объема прямоугольной призмы, для которой известны площадь основания и длина бокового ребра.

5) Проверь формулу по справочнику на форзаце учебника.

345 1) Реши задачу по действиям.
В сервисе отремонтировали 40 моторов автомобилей и мотоциклов. Сколько отремонтировано автомобилей и сколько мотоциклов, если из сервиса выкатилось 100 колёс?



2) Реши задачу, составив уравнение.
3) Решая задачу, четвероклассники составили такие уравнения:

Никита: $2x + 4 \cdot (40 - x) = 100$

Оксана: $4x + 2 \cdot (40 - x) = 100$

Как рассуждал каждый? Чем различаются их рассуждения?

4) Начни решать каждое уравнение. В каком из них у тебя возникли трудности? Объясни, в чём их причина.

5) Какое искоемое задачи удобнее обозначить буквой x ?

346 1) Найди значение выражения.
 $11568 - (204 \cdot 56 + 576) : 80$

2) Измени порядок действий в выражении, не меняя чисел и знаков действий, и найди значение нового выражения.


347 Значение частного увеличилось в 18 раз. Как при этом могли измениться делимое и делитель? Найди разные решения.

36

37

ПОДВОДЯ ИТОГИ

❖ Наиболее подробно объём изучается по программам Истоминой, Аргинской и Петерсон, что обуславливается уже имеющимися представлениями о различных величинах, а также знании и умении работать с такими величинами, как сантиметр/дециметр/метр на момент обучения в 3-м классе, в то время как по программе Моро впервые понятие об объёме даётся «вскользь», вследствие несформированности понятия о вышеперечисленных единицах измерения, а также незакреплённых (или отсутствующих) знаний о таких величинах, как длина и площадь.



БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ!