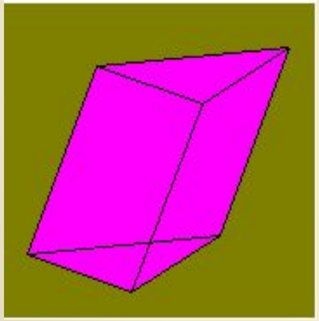
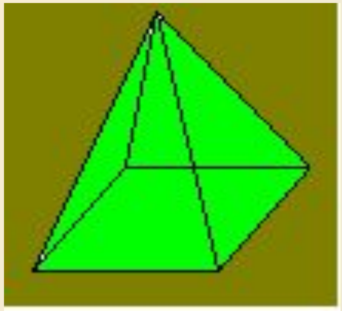
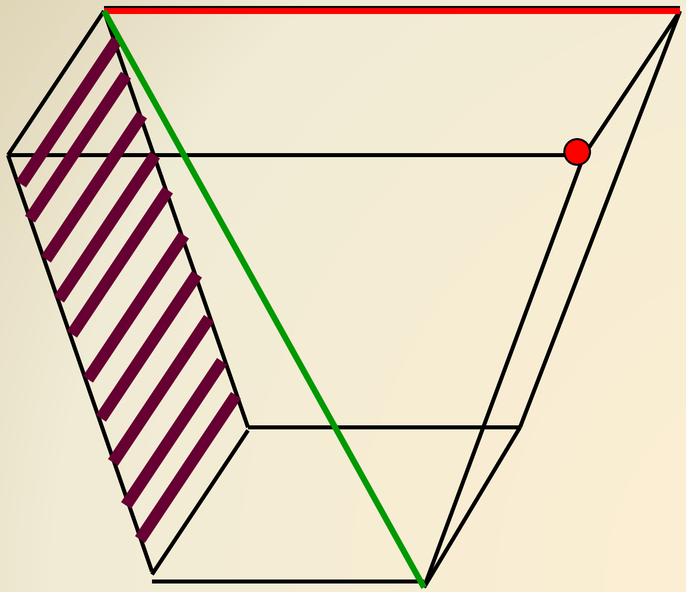
Геометрия 10

29.05.20 Многогранники



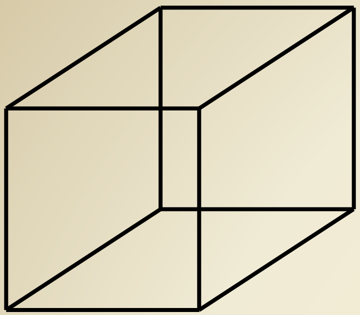




Многогранником называется тело, поверхность которого состоит из конечного числа многоугольников, называемых гранями.

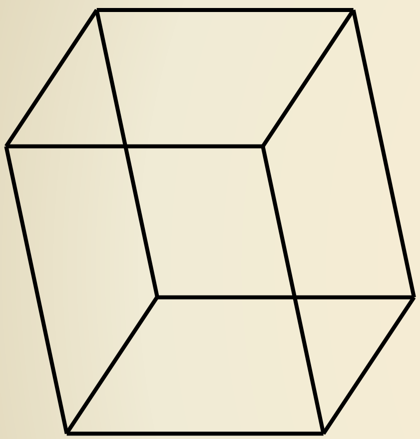
Стороны и вершины этих многоугольников называются ребрами и вершинами.

- Отрезки, соединяющие вершины многогранника, не принадлежащие одной грани, называются диагоналями.



Куб

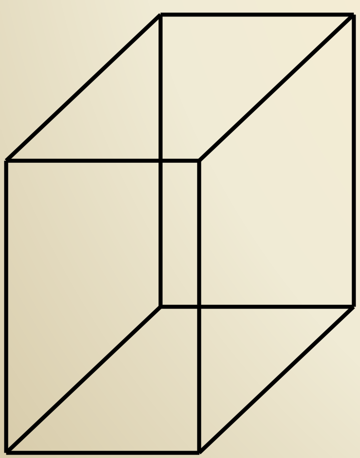
Многогранник, поверхность которого состоит из шести квадратов



Параллелепипед

Многогранник, поверхность которого состоит из шести параллелограммов

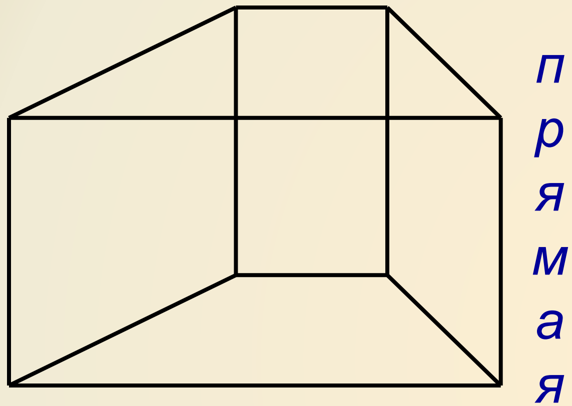
Прямоугольный параллелепипед

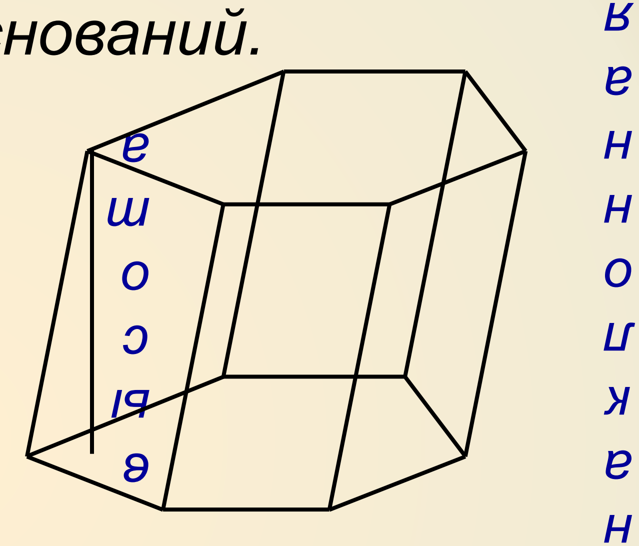


Параллелепипед называется прямоугольным, если все его грани прямоугольники

Призма

Многогранник, поверхность которого состоит из двух равных многоугольников и параллелограммов, имеющих общие стороны с каждым из оснований.



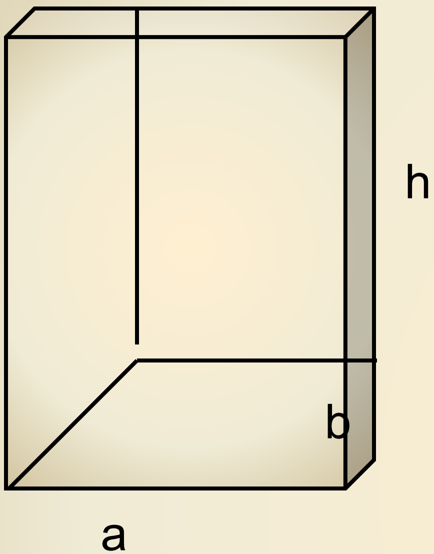


- Два равных многоугольника называют основаниями призмы

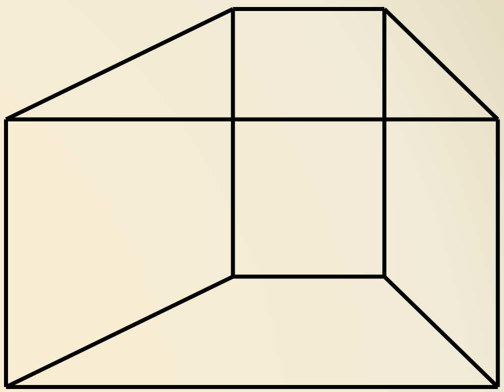
- Параллелограммы называют боковыми гранями призмы

- Перпендикуляр, проведенный из вершины одного основания к плоскости другого основания называют высотой.

Площадь призмы



Sполн. = Sбок. + 2Sосн



Теорема: *Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту.*

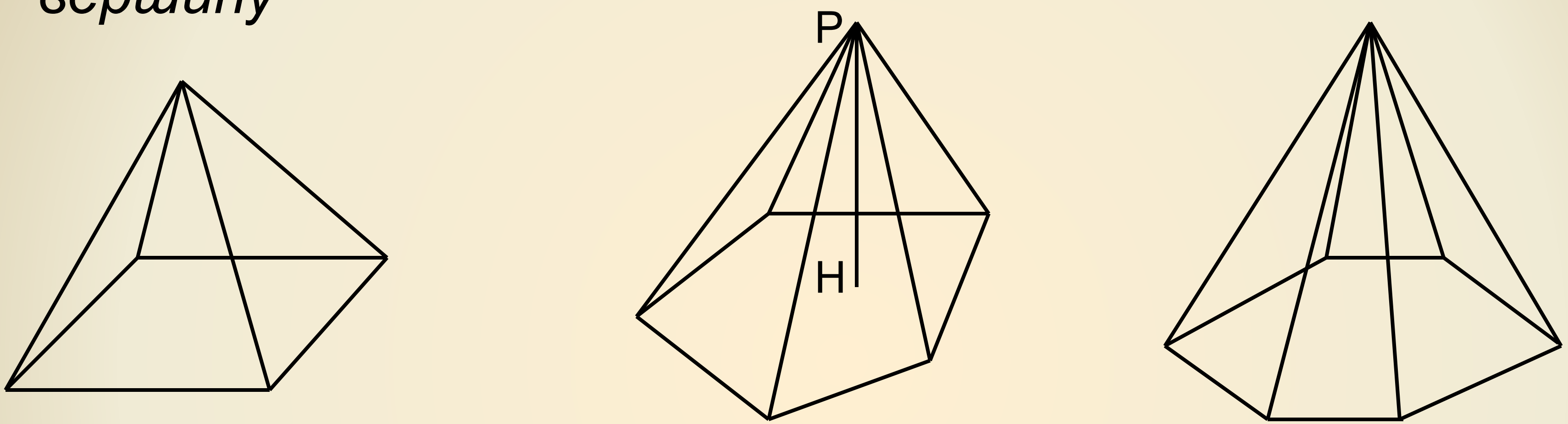
Sбок. = Ph

Sбок. = ah + ah +bh + bh =

= h(2a + 2b) = Ph

Пирамида

Многогранник, поверхность которого состоит из многоугольника и треугольников, имеющих общую вершину

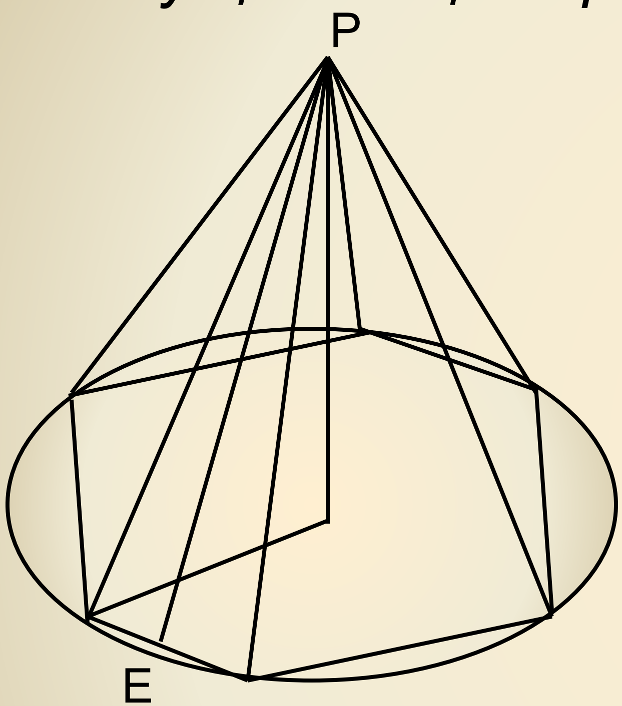


- Многоугольник называют *основанием* пирамиды
- Треугольники называют *боковыми гранями*
- Общую вершину называют *вершиной пирамиды*
- Перпендикуляр PH называют *высотой*

Sполн. = Sбок. + Sосн.

Правильная пирамида

Основание правильный многоугольник, высота опущена в центр основания.

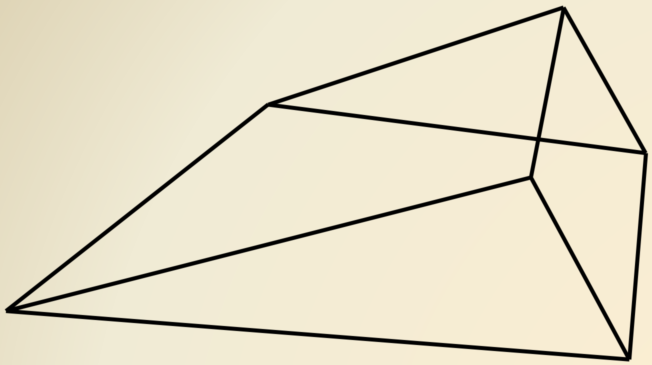


- Боковые ребра равны
- Боковые грани – равные равнобедренные треугольники
- Основание высоты совпадает с центром вписанной или описанной окружности
- Перпендикуляр PE называют апофемой

Теорема: Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему

$$S_{бок.} = \frac{1}{2} Pd$$

Усеченная пирамида

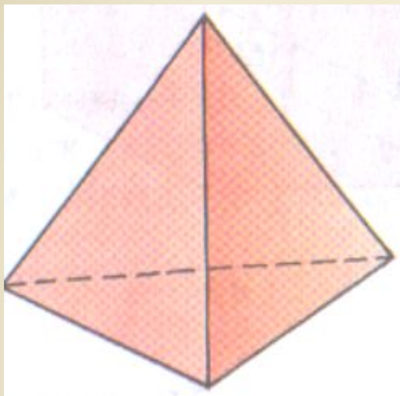


Боковые грани – трапеции

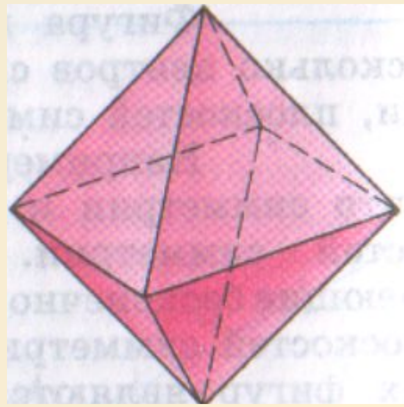
Теорема: Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды равна половине произведения полусуммы периметров оснований на апофему

Sбок. = $\frac{1}{2}(P_1 + P_2)d$

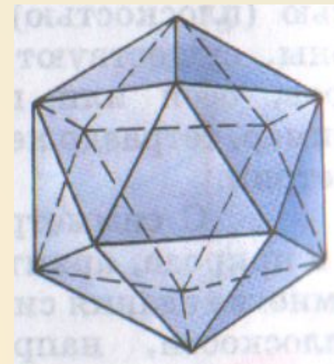
Правильные многогранники



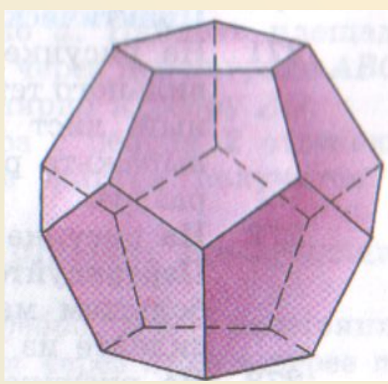
Тетраэдр



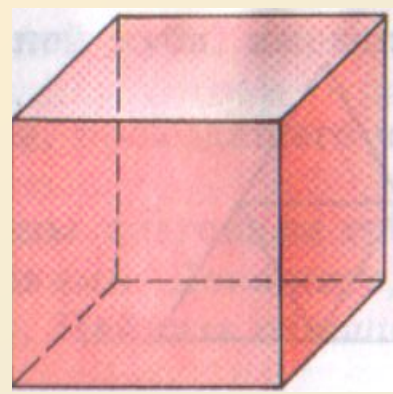
Октаэдр



Икосаэдр



Додекаэдр

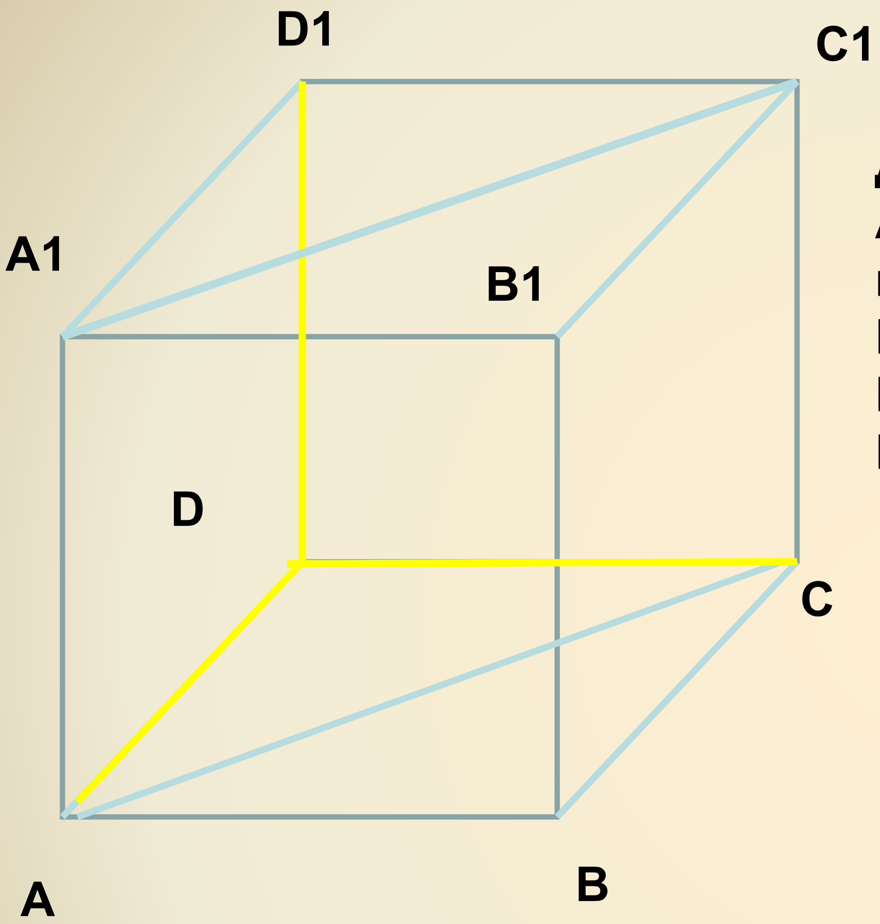


Куб

Теорема Эйлера

Число граней + число вершин - число ребер = 2.

Многогранник	тетраэдр	октаэдр	икосаэдр	додекаэдр	куб
Число граней	**4**	**8**	**20**	**12**	**6**
Число вершин	**4**	**6**	**12**	**20**	**8**
Число ребер	**6**	**12**	**30**	**30**	**12**



Дано:
ABCDA1D1C1D1-прямая призма, AA1=10 см, AB=6см, BC=8см.
Найти:
Площадь AA1C1C

Решение:
Диагональные сечения данной призмы равны, так как равны диагонали основания и боковые ребра.
Диагональное сечение AA1C1C-прямоугольник. Сторона AC есть диагональ основания ABCD. Из прямоугольного тр-ка ABC по теореме Пифагора
$AC=\sqrt{6^2 + 8^2}= 10$ см. Поэтому
$S_{aa1c1c}=10*10=100$ см^2
Ответ:100см^2

Задача 1.

Основанием пирамиды служит квадрат, две боковые грани этой пирамиды перпендикулярны к плоскости её основания, две другие её боковые грани образуют с плоскостью основания равные двугранные углы, каждый из которых равен 30^0. Высота пирамиды равна $\sqrt{2}$

Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

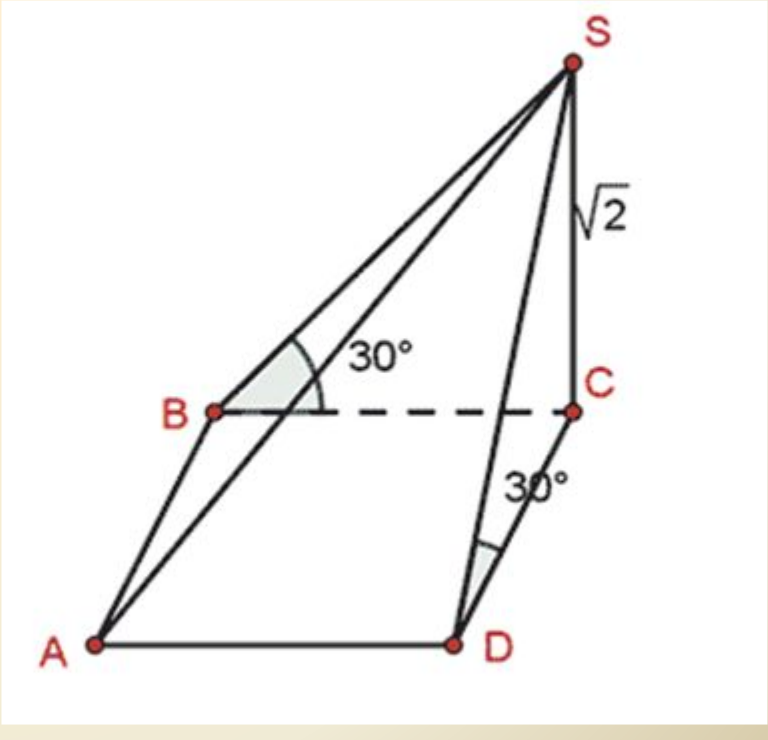
$\Delta BSC = \Delta DSC, \Delta BSA = \Delta ASD$ – прямоугольные: $\angle C = \angle B = \angle D = 90°$ в этих треугольниках

$SD = SB = 2\sqrt{2}$; сторона квадрата равна $\sqrt{6}$; $S_{\Delta BSC} = S_{\Delta DSC} = \frac{\sqrt{12}}{2} = \sqrt{3}$;

$S_{\Delta BSA} = S_{\Delta ASD} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$;

$S_{бок.пов.} = 2S_{\Delta BSC} + 2S_{\Delta BSA} = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$;

Ответ: $6\sqrt{3}$кв. ед.

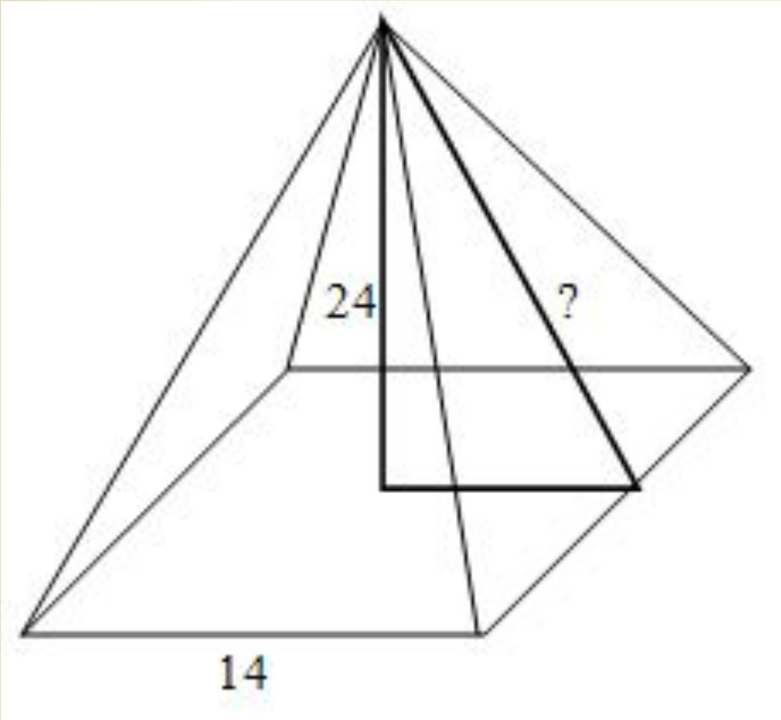


Задача №2.

Высота и сторона основания правильной четырехугольной пирамиды соответственно равны 24 и 14. Найдите апофему пирамиды.

Решение.

Поскольку пирамида правильная, то в ее основании лежит правильный четырехугольник - квадрат. Кроме того, высота пирамиды проецируется в центр квадрата. Таким образом, катет прямоугольного треугольника, который образован апофемой пирамиды, высотой и отрезком, их соединяющим, равен половине длины основания правильной четырехугольной пирамиды.

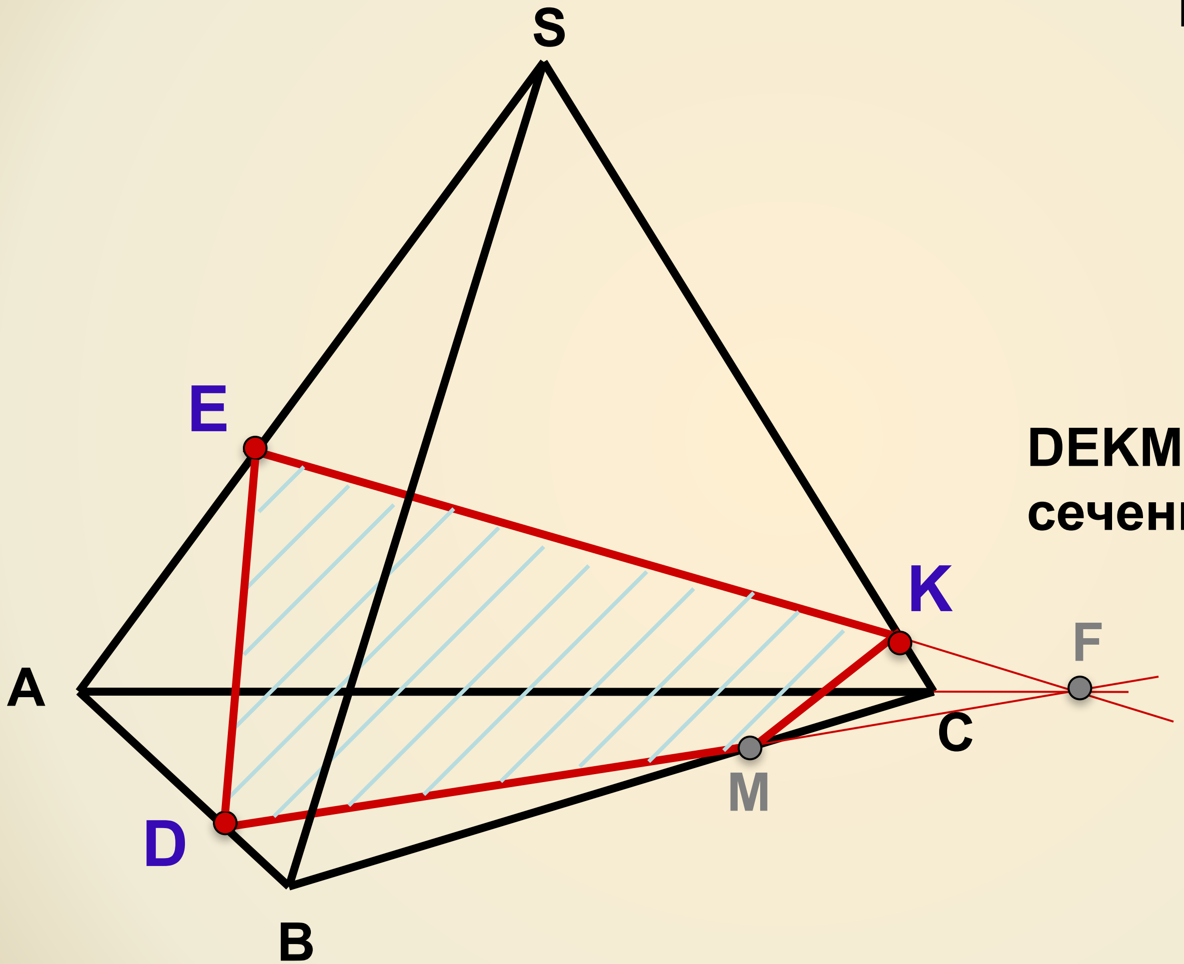


Откуда по теореме Пифагора длина апофемы будет найдена из уравнения:

$7^2 + 24^2 = x^2$
$x^2 = 625$
$x = 25$

Ответ: 25 см

Задача 1. Построить сечение плоскостью, проходящей через данные точки D, E, K.



Построение:

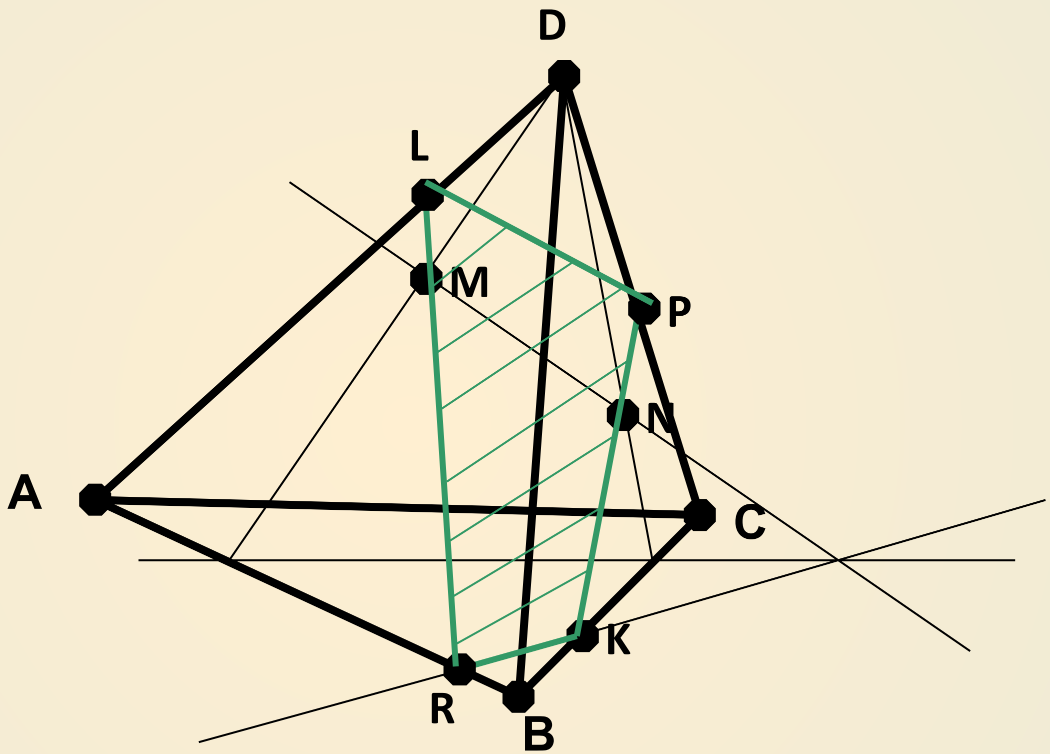
1. DE
2. EK
3. EK ∩ AC = F
4. FD
5. FD ∩ BC = M
6. KM

DEKM – искомое сечение

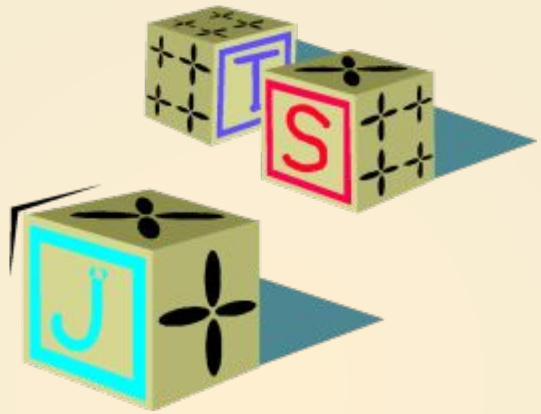
Задача 2. Постройте сечение тетраэдра ДАВС плоскостью, проходящей через точки К є ВС , М є АДВ, N є ВДС.

Решение

1. **M → M_1 , N → N_1**
2. **X = NM ∩ N_1 M_1**
3. **R = КX ∩ АВ**
4. **RL = α ∩ АВД,**
   M є RL
5. **КР = α ∩ ВДС,**
   N є КР
6. **LP = α ∩ АДС**
7. **RLPК - искомое сечение**



Примеры многогранников



Многогранники в ювелирном деле

Многогранники в архитектуре

Спасибо за внимание!

СПАСИБО
ЗА РАБОТУ!

- **Успехов !!!**