Общая характеристика предметного содержания школьного курса математики

Содержательно-методические линии школьного курса математики

- числовая;
- тождественных преобразований;
- уравнений, неравенств и их систем;
- функциональная;
- геометрических фигур и их свойств;
- измерения величин;
- векторно-координатная;
- начала математического анализа;
- вероятностно-стохастическая.

Основные линии
с учетом критерия знаний и умений

- **логическая** - формирование системы понятий и фактов путем построения определений и доказательств;
- **формально-оперативная** - выработка навыков вычислений, тождественных преобразований, решения уравнений, исследования функций и т.п.;
- **содержательно-прикладная** - решение текстовых, геометрических задач, задач с физическим, техническим, экономическим и т.п. содержанием;
- **вычислительно-графическая** - выработка умений строить таблицы, графики, диаграммы, а также умения осуществлять приближенные вычисления, прикидку, пользоваться калькулятором.

Линия числа
в школьном курсе математики

План

1. Числовая линия школьного курса математики как система.

2. Методические особенности преподавания отдельных тем числовой линии.

Система – совокупность элементов, находящихся в отношениях и связях между собой и образующих определенную целостность.

Структура – строение и внутренняя форма организации системы, выступающая как единство устойчивых взаимосвязей между ее элементами.

Числовая линия

Элементы: числа, организованные в уровни по отдельным числовым множествам

Внутренние связи

горизонтальные

отношения:

- округление;
- действия;
- их законы и свойства.

вертикальные

- необходимость рассмотрения;
- связь между действиями.

Внешние связи – связи с другими линиями

Схемы развития понятия числа

Историческая:

$$\mathcal{N} \longrightarrow \mathcal{N}_0 \longrightarrow Q^+ \longrightarrow Q \longrightarrow \mathcal{R}$$

Логическая:

$$\mathcal{N} \longrightarrow \mathcal{N}_0 \longrightarrow \mathcal{Z} \longrightarrow Q \longrightarrow \mathcal{R}$$

Схема изучения числовой линии

$\mathcal{N}_0 \longrightarrow$ дес. дроби $\longrightarrow \mathcal{Z} \longrightarrow$ отр. дес. дроби $\longrightarrow$

$\longrightarrow Q^{+} \longrightarrow Q^{-} \longrightarrow Q \longrightarrow Q \setminus \mathcal{R} \longrightarrow \mathcal{R}$

Некоторые методические особенности изучения натуральных чисел

- Изучение начинается в начальной школе, в 5 классе осуществляется систематизация знаний.
- Систематизация идет с опорой на позиционное представление числа. С целью выделения существенных признаков позиционных систем счисления целесообразно рассмотреть недесятичные и непозиционные системы.
- Усиливается роль теоретических обоснований, что проявляется в сочетании методов индукции и дедукции.

Пример сочетания методов индукции и дедукции

Сложение многозначных чисел «столбиком» обосновывается следующим образом:

- Предлагается конкретный пример: $345 + 623$
- Каждое слагаемое раскладывается по разрядам:

$$(300 + 40 + 5) + (600 + 20 + 3)$$

- Применяются переместительный и сочетательный законы сложения:

$$(300 + 600) + (40 + 20) + (5 + 3)$$

- Выполняются действия

$$900 + 60 + 8 = 968$$

Пример сочетания методов индукции и дедукции

- Далее делается вывод, что сумму многозначных чисел можно получить складывая их **поразрядно**, а сложение «столбиком» есть **краткая запись** такого способа сложения:

$$+\begin{array}{r} 345 \\ \hline 623 \\ 968 \end{array}$$

Пример сочетания методов индукции и дедукции

Таким образом,

- рассуждения проводятся на основе примера, поэтому они **индуктивны**;
- ссылка на законы сложения внутри этого примера есть проявления **дедуктивности**.

Некоторые методические особенности изучения дробных чисел

- Первое знакомство с дробными числами происходит в начальной школе, но систематическое изучение начинается в 5 классе.
- Дробные числа вводятся через понятие «доли».
- Важное значение имеет вопрос мотивации для введения дробных чисел.

Существуют три приема для мотивации:

- измерение величины;
- разрешимость уравнений;
- выполнимость действий .

Некоторые методические особенности изучения дробных чисел

- Существует методическая проблема порядка изучения десятичных и обыкновенных дробей: какие из них изучать первыми?

- Имеются три подхода к решению этой проблемы, которые с методической точки зрения равноправны.

Подходы к проблеме порядка изучения десятичных и обыкновенных дробей

1 подход

- Изучаются сначала обыкновенные дроби, а затем десятичные (Петерсон Л.Г.)

Обоснование: десятичные дроби не являются числовым множеством, а представляют собой форму записи дробей с частным видом знаменателей.

Подходы к проблеме порядка изучения десятичных и обыкновенных дробей

2 подход

- Изучаются сначала десятичные дроби, затем обыкновенные (Гельфман Э.Г.)

Обоснование: в десятичных дробях сохраняется идея позиционности, что дает возможность переноса известных способов действий с натуральными числами на новые объекты, и они более удобны в расчетах.

Подходы к проблеме порядка изучения десятичных и обыкновенных дробей

3 подход

- Изучение обыкновенных и десятичных дробей чередуется (Виленкин Н.Я.)

Обоснование: обыкновенные дроби более универсальны, но десятичная форма дробей более проста для изучения.

Некоторые методические особенности изучения дробных чисел

- Особое значение имеет различение сущности понятий «**дробь**», «**дробное число**», «**смешанное число**».

Дробь – форма записи как целых, так и не целых чисел, причем любое число можно записать с помощью различных дробей.

Смешанное число – форма записи дробных чисел, модуль которых больше единицы.

Некоторые методические особенности изучения отрицательных чисел

- Для сохранения системности в изложении содержания числовой линии необходимо опираться на все три приема для мотивации введения новых чисел, но приоритетным направлением следует рассматривать идею выполнимости действий.

Некоторые методические особенности изучения отрицательных чисел

- Имеется методическая сложность в обосновании целесообразности введения правил действий с отрицательными числами, т.к. сложно подобрать сюжетную фабулу задачи для использования принципа общности решения типовых задач.

Такой задачей может быть задача об изменении температуры воздуха или уровня воды в реке.

- Особенностью изучения правил действий является и то, что для каждого

Некоторые методические особенности изучения отрицательных чисел

- Выработка **правильных** алгоритмов действий – важный момент методики

Следует обратить внимание учащихся, что результат действия – число, характеризуемое знаком и модулем, поэтому при выполнении действий

1) **сначала находим знак искомого числа**,
2) **потом модуль искомого числа**.

Именно в таком порядке!

Некоторые методические особенности изучения иррациональных чисел

- Для практических вычислений множества рациональных чисел достаточно. Необходимость изучения действительных чисел в большей мере вызывается потребностями самой математики (например, построение графиков сплошной линией).
- Главная трудность – ни одна теория действительного числа не может быть изложена в школьном курсе математики даже в старших классах из-за высокой степени абстрактности, а потребности математики требуют более раннего введения

Некоторые методические особенности изучения иррациональных чисел

- Основой для введения иррациональных чисел служит одна из задач:
  - задача об измерении отрезка,
  - задача об извлечении корня.
- Необходимо отметить, что существуют иррациональные числа, которые нельзя получить извлечением корня, поэтому иррациональное число определяется как бесконечная непериодическая десятичная дробь.

Некоторые методические особенности изучения иррациональных чисел

- Большинство вопросов, связанных с изучением иррациональных чисел, рассматривается на уровне наглядных представлений.
- Разъяснить арифметический смысл даже основных операций очень непросто, поэтому им часто дается геометрическая, наглядная интерпретация.

Например, для суммы через построение отрезка, равного сумме двух других отрезков, а для умножения – через

Изучение комплексных чисел

- Изучение комплексных чисел не входит в программы базовых курсов школьной математики, но включено в программы профильных физико-математических классов.