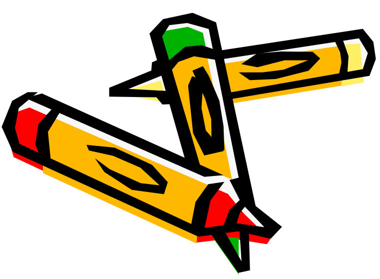
«Логические основы работы компьютера»

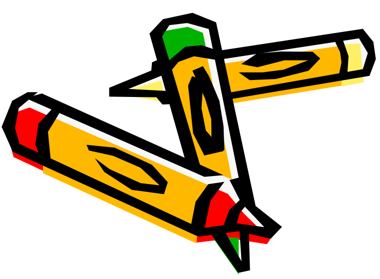
Процессор компьютера выполняет арифметические и логические операции над двоичными кодами.

И поэтому чтобы иметь представление об устройстве компьютера, необходимо познакомиться с основными логическими элементами, лежащими в основе его построения. Для понимания принципа работы таких элементов изучим основные начальные понятия алгебры логики.



Логика - это наука о формах и способах мышления.

Термин «логика» происходит от древнегреческого logos, означающего «слово, мысль, понятие, рассуждение, закон»

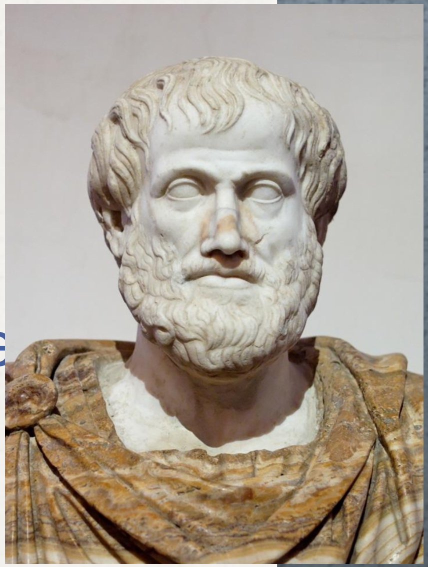


Основными формами мышления являются:

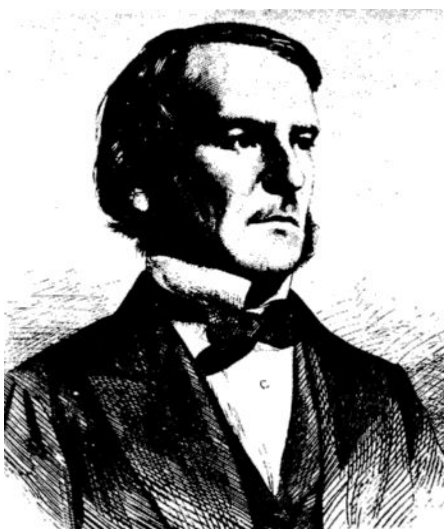
- понятие
- высказывание
- умозаключение

Первые учения о формах и способах рассуждений возникли в странах Дальнего Востока (Китай, Индия), но в основе современной логики лежат учения, созданные древнегреческими мыслителями.

Основы формальной логики заложил Аристотель, который впервые отделил логические формы мышления от его соде



Алгебру логики так же называют алгеброй Буля, или булевой алгеброй, по имени английского математика Джорджа Буля, разработавшего в XIX веке ее основные положения.



Понятие – это форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта.
Понятие имеет две стороны: содержание и объём.

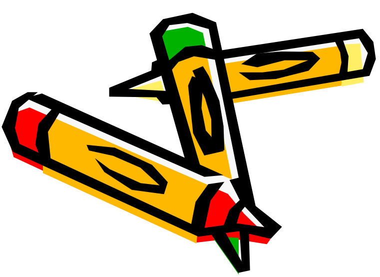
Форма мышления

Например, содержание понятия «персональный компьютер – это универсальное электронное устройство для автоматической обработки информации, предназначенное для одного пользователя.»
Объём понятия «персональный компьютер» выражает всю совокупность существующих в настоящее время в мире персональных компьютеров.

Форма мышления

Высказывание (суждение) – это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свойствах реальных предметов и отношениях между ними.

Высказывание могут принимать только два значения – Истина (обозначается 1) или Ложь (обозначается 0).



Высказывания могут быть простыми и составными.

Простые высказывания

Форма мышления

Клубника растёт на деревьях.	(ложь) или (0)
Два умножить на два равно четырём.	(истина) или (1)
Все мальчики занимаются футболом.	(ложь) или (0)
Москва – столица России.	(истина) или (1)

Простое высказывание состоит из одного высказывания и не содержит логической операции.

Составное высказывание содержит высказывания, объединенные логическими операциями.

Например, высказывание «Процессор является устройством обработки информации и принтер является устройством печати» является составным высказыванием, состоящим из двух простых, соединённых союзом «и».

В качестве основных логических операций в составных высказываниях используются:

- НЕ (логическое отрицание, инверсия)
- ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)
- И (логическое умножение, конъюнкция)
- Операция «Если А, то В» (логическое следование, импликация)
- Операция «А тогда и только тогда, когда В» (равнозначность, эквивалентность)

Сложные высказывания

Форма мышления

В саду цветут астры и пионы.
Катя любит писать сочинения или решать задачи.
Земля движется по круговой или эллиптической орбите.
Если на улице дождь, то асфальт мокрый.
Голова думает тогда и только тогда, когда язык отдыхает.

Форма мышления

Умозаключение - это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких высказываний может быть получено новое высказывание.

Например, если мы имеем высказывание «Все углы треугольника равны», то мы можем путём <u>умозаключения</u> доказать, что в этом случае справедливо высказывание «Это треугольник равносторонний».

Все операции алгебры логики определяются таблицами истинности. Таблица истинности определяет результат выполнения операции для всех возможных логических значений исходных высказываний.

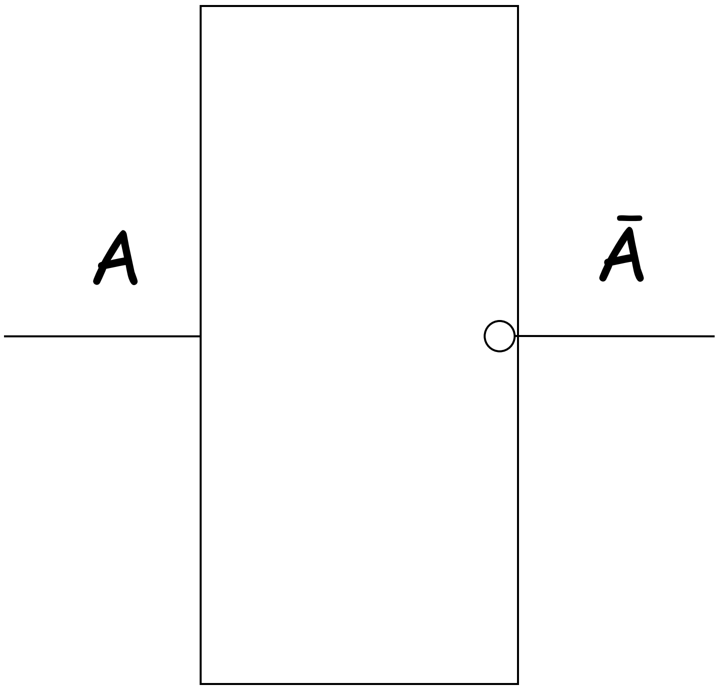
Простые высказывания в алгебре логики обозначаются прописными латинскими буквами: A, B, C, D …

1. НЕ- логическое отрицание (инверсия)

- Логическая операция НЕ применяется к одному аргументу, в качестве которого может быть простое и составное высказывание.
- Обозначение операции НЕ: $\bar{A}$, $\neg A$.

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Логический элемент инверсия

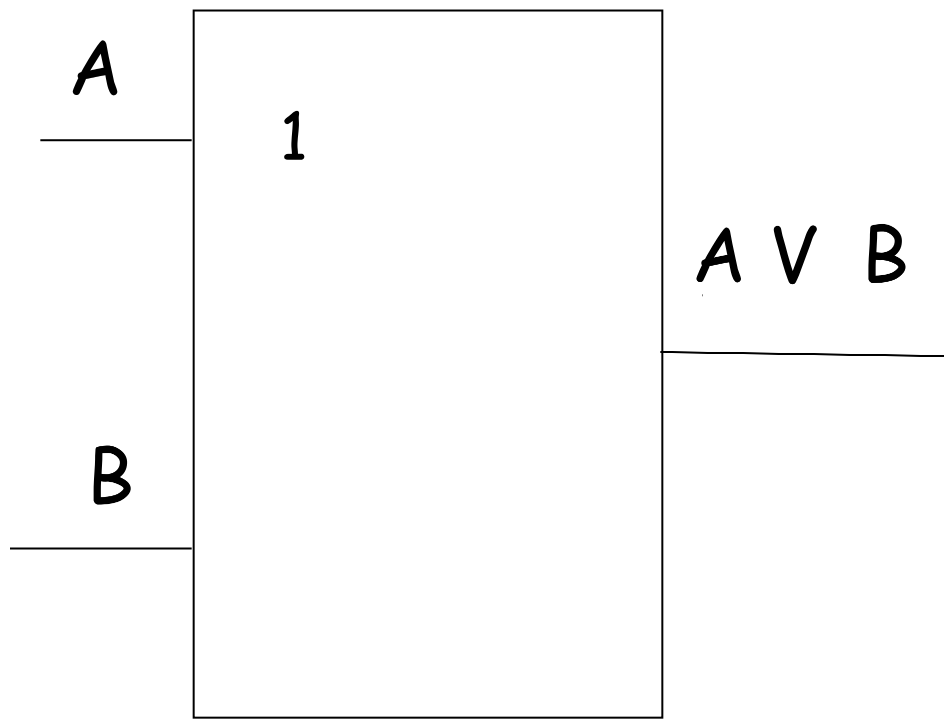


2.Операция ИЛИ – логическое сложение (дизъюнкция нестрогая, объединение)

- Выполняет функцию объединения двух высказываний, в качестве которых может быть и простое, и составное высказывание.
- Обозначения операции: A или B, A V B.

A	B	AVB
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Логический элемент дизъюнкция

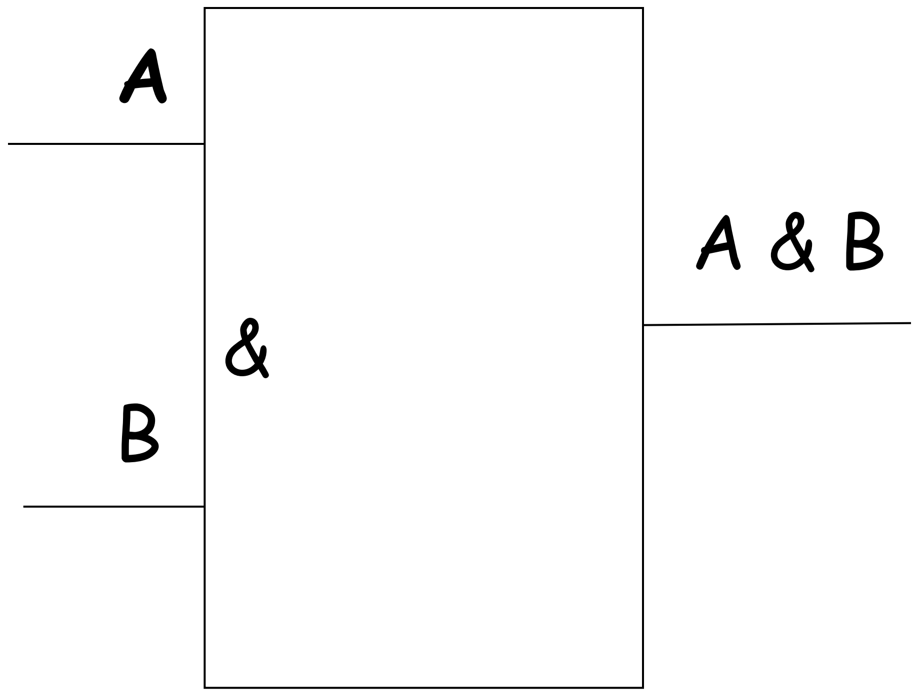


3. Операция И – логическое умножение (конъюнкция)

- Выполняет функцию пересечение двух высказываний (аргументов), в качестве которого может быть и простое, и составное высказывание.
- Обозначения операции: А и В, А $\wedge$ В.

А	В	А $\wedge$ В
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логический элемент конъюнкция



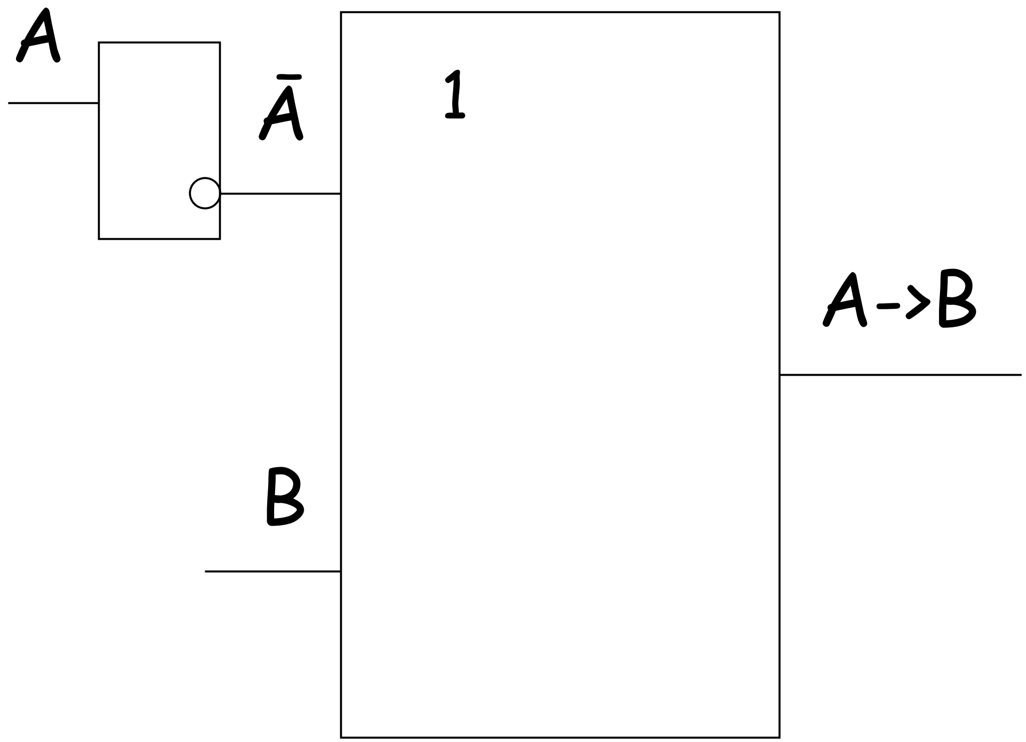
4. Операция «Если…,то …» - логическое следование (импликация)

- Связывает два простых высказывания, из которых первое является условием, а второе – следствием из этого условия.
- Обозначения операции:

если A, то B; $A \to B$;

A	B	$A \to B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Логический элемент импликация

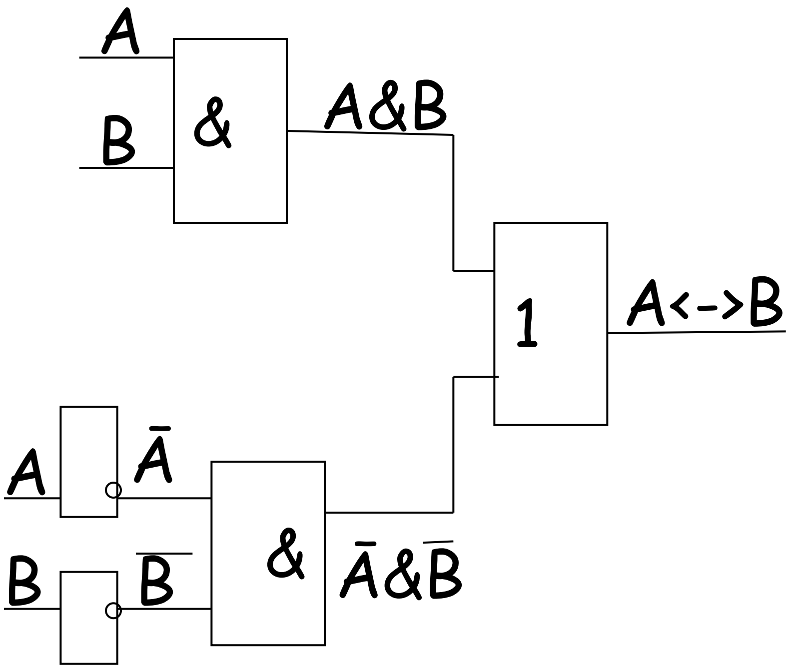


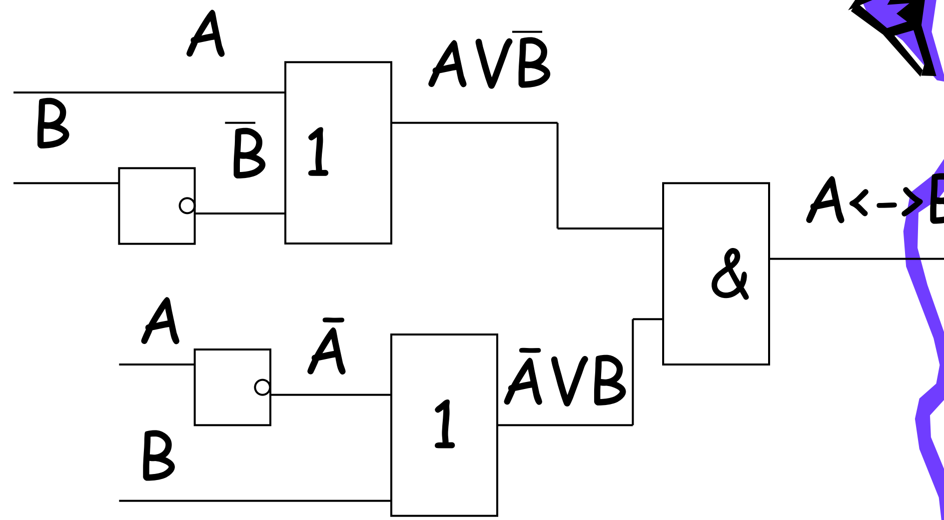
5. Операция «A тогда и только тогда, когда B» (эквивалентность, равнозначность)

- Обозначения операции: A ~ B, A ↔ B, A ≡ B
- Результат операции эквивалентность истинен тогда и только тогда, когда A и B одновременно истины или ложны.

A	B	A ↔ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логический элемент эквивалентность





Логические операции

		инверсия	дизъюнкция	конъюнкция	импликация	эквивалентность
A	B	$\bar{A}$	$A \vee B$	$A \wedge B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$

Логические операции

A	B	инверсия $\bar{A}$	дизъюнкция $A \vee B$	конъюнкция $A \wedge B$	импликация $A \rightarrow B$	эквивалентность $A \leftrightarrow B$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1

Каждое составное высказывание можно выразить в виде формулы (логического выражения).

Логическое выражение(формула) – содержит логические переменные, обозначающие высказывания, соединённые знаками логических операций.

Приоритет логических операций

1. Действия в скобках
2. Инверсия $\bar{A}$
3. Конъюнкция $A \wedge B$
4. Дизъюнкция $A \vee B$
5. Импликация $A \to B$
6. Эквивалентность $A \leftrightarrow B$

Пример:

$$A \wedge (B \to C) \vee C \leftrightarrow \bar{A}$$

Составление таблиц истинности по логической формуле

- Количество строк = 2^n+1, где n- это количество логических переменных.
- Количество столбцов = количество логических переменных + количество логических операций.

$$A \land (B \to C) \lor C \leftrightarrow \bar{A}$$

- Количество строк = $2^3+1=9$
- Количество столбцов = $3 + 5 = 8$

- $A \wedge (B \rightarrow C) \vee C \leftrightarrow \bar{A}$

A	B	C					

Минипрактикум

Даны простые высказывания:

A={Процессор – устройство для обработки информации}

B={Сканер – устройство вывода информации}

C={Монитор – устройство ввода информации}

D={Клавиатура – устройство вывода информации}

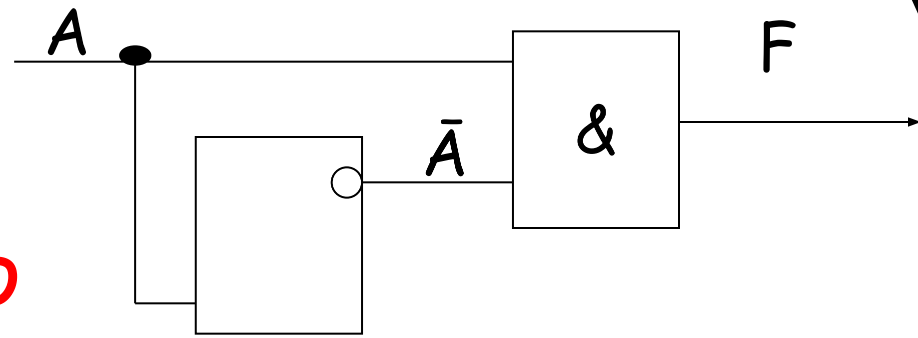
- Определите истинность логических выражений:

1. $(A \vee B) \leftrightarrow (C \wedge D)=$
2. $(A \wedge B) \rightarrow (C \vee D)=$
3. $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D)=$
4. $(A \wedge B) \leftrightarrow (C \vee D)=$
5. $(\bar{A} \rightarrow B) \wedge (C \vee D)=$
6. $(C \leftrightarrow \bar{A}) \wedge B \wedge D=$
7. $(A \wedge B) \vee C \leftrightarrow (A \wedge C) \vee (A \wedge B)=$
8. $(A \vee B) \vee C \rightarrow (A \wedge C \wedge D) \wedge (B \vee D)=$

Проверка

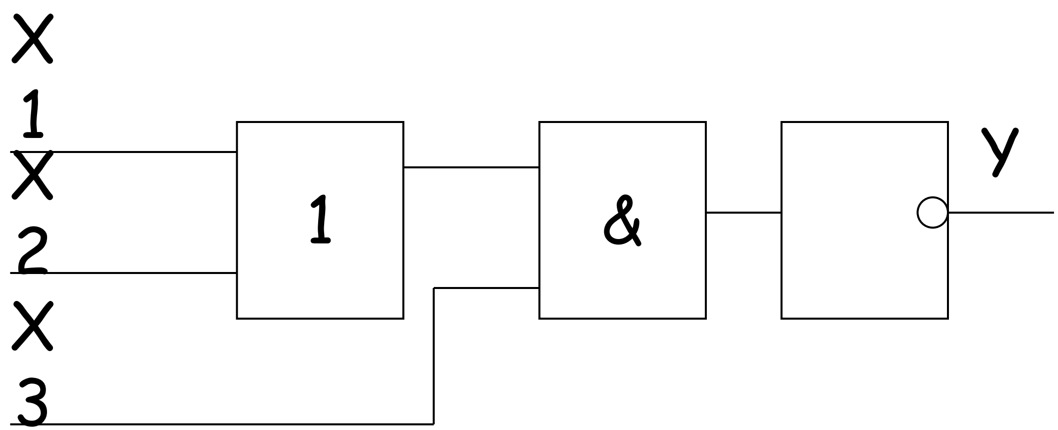
Минипрактикум

Какое значение будет на выходе F схемы?



Ответ: Всегда ЛОЖНО

Какая формула отражает логическое преобразование, выполняемое схемой?



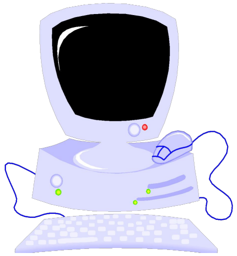
Ответ: ¬ ((X1 V X2) & X3)

Правильные ответы

1. $(A \vee B) \leftrightarrow (C \wedge D) = 0$
2. $(A \wedge B) \rightarrow (C \vee D) = 1$
3. $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D) = 0$
4. $(A \wedge B) \leftrightarrow (C \vee D) = 1$
5. $(\bar{A} \rightarrow B) \wedge (C \vee D) = 0$
6. $(C \leftrightarrow \bar{A}) \wedge B \wedge D = 0$
7. $(A \wedge B) \vee C \leftrightarrow (A \wedge C) \vee (A \wedge B) = 1$
8. $(A \vee B) \vee C \rightarrow (A \wedge C \wedge D) \wedge (B \vee D) = 0$

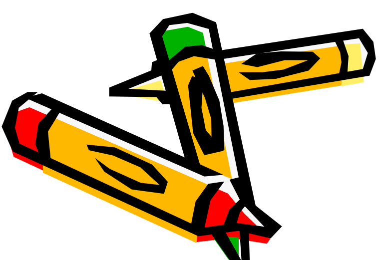
- $A=1$
- $B=0$
- $C=0$
- $D=0$

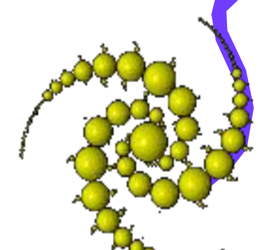
Назад



Практическая работа ПК

- Создание в электронных таблицах Microsoft Excel(OpenOffice.org Calc) таблиц истинности логических функций:
  - Конъюнкции
  - Дизъюнкции
  - Инверсии
  - Импликации
  - Эквивалентности





Основные законы булевой алгебры

Закон	Для дизъюнкции	Для конъюнкции
1. Ассоциативность	AV(BVC)=(AVB)VC= AVBVC	A&(B&C)=(A&B)&C= A&B&C
2.Коммутативность	AVB=BVA	A&B=B&A
3.Дистрибутивность (распределение)	AV(B&C)=(AVB)&(AVC) (AVB)&(BVC)=(A&C)VB	(AVB)&C=(A&C)V(B&C) A&BVC&B=B&(AVC)
4.Идемпотентность	AVA=A	A&A=A
5.Инволюция	$\bar{\bar{A}}=A$	

Закон	Для дизъюнкции	Для конъюнкции
6.Действие с абсолютно-истинными высказываниями	AV1=1	A&1=A
7.Действия с абсолютно-ложными высказываниями	AV0=A	A&0=0
8.Законы де Моргана	$\overline{AVB}=\bar{A}\&\bar{B}$	$\overline{A\&B}=\bar{A}V\bar{B}$
9.Закон исключенного третьего и закон непротиворечия	$AV\bar{A}=1$	$A\&\bar{A}=0$
10.Поглощения	AV(A&B)=A	A&(AVB)=A
11.Поглощение отрицания	$AV(\bar{A}\&B)=AVB$	$A\&(\bar{A}VB)=A\&B$

Основные законы булевой алгебры

Формула склеивания

- $(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) = A$
- $(A \vee B) \wedge (A \vee \overline{B}) = A$

Формулы поглощения

- $A \vee (A \wedge B) = A$
- $A \wedge (A \vee B) = A$
- $A \vee (\bar{A} \wedge B) = A \vee B$
- $A \wedge (\bar{A} \vee B) = A \wedge B$

Домашнее задание

Построить таблицу истинности для выражений:

- $A \leftrightarrow B \vee (\bar{A} \wedge B)$
- $(B \wedge C) \leftrightarrow (A \rightarrow C)$

$A \leftrightarrow B \vee (\bar{A} \wedge B)$

A	B	$\bar{A}$	$\bar{A} \wedge B$	$B \vee (\bar{A} \wedge B)$	$A \leftrightarrow B \vee (\bar{A} \wedge B)$
0	0				
0	1				
1	0				
1	1				

$$(B \wedge C) \leftrightarrow (A \rightarrow C)$$

A	B	C	$B \wedge C$	$A \rightarrow C$	$(B \wedge C) \leftrightarrow (A \rightarrow C)$

Построить таблицу истинности

- $B \vee (C \rightarrow A) \wedge (B \leftrightarrow \neg C)$
- $B \vee (C \rightarrow A \wedge B) \leftrightarrow \neg C$

$$B \vee (C \rightarrow A) \wedge (B \leftrightarrow \neg C)$$

A	B	C	$C \rightarrow A$	$\neg C$	$B \leftrightarrow \neg C$	4	5
0	0	0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	1	0

$$B \vee (C \to A \wedge B) \leftrightarrow \neg C$$

A	B	C	$A \wedge B$	$C \to A \wedge B$	$\neg C$	$B \vee (C \to A \wedge B)$	$B \vee (C \to A \wedge B) \leftrightarrow \neg C$
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	0	1	0

Построить таблицу истинности

- $(A \to C) \vee B \leftrightarrow (\neg B \wedge D)$