Векторы в пространстве

Цели урока

- **Знать:** ***определение вектора в пространстве и связанные с ним понятия; равенство векторов***
- **Уметь:** ***решать задачи по данной теме***

Физические величины

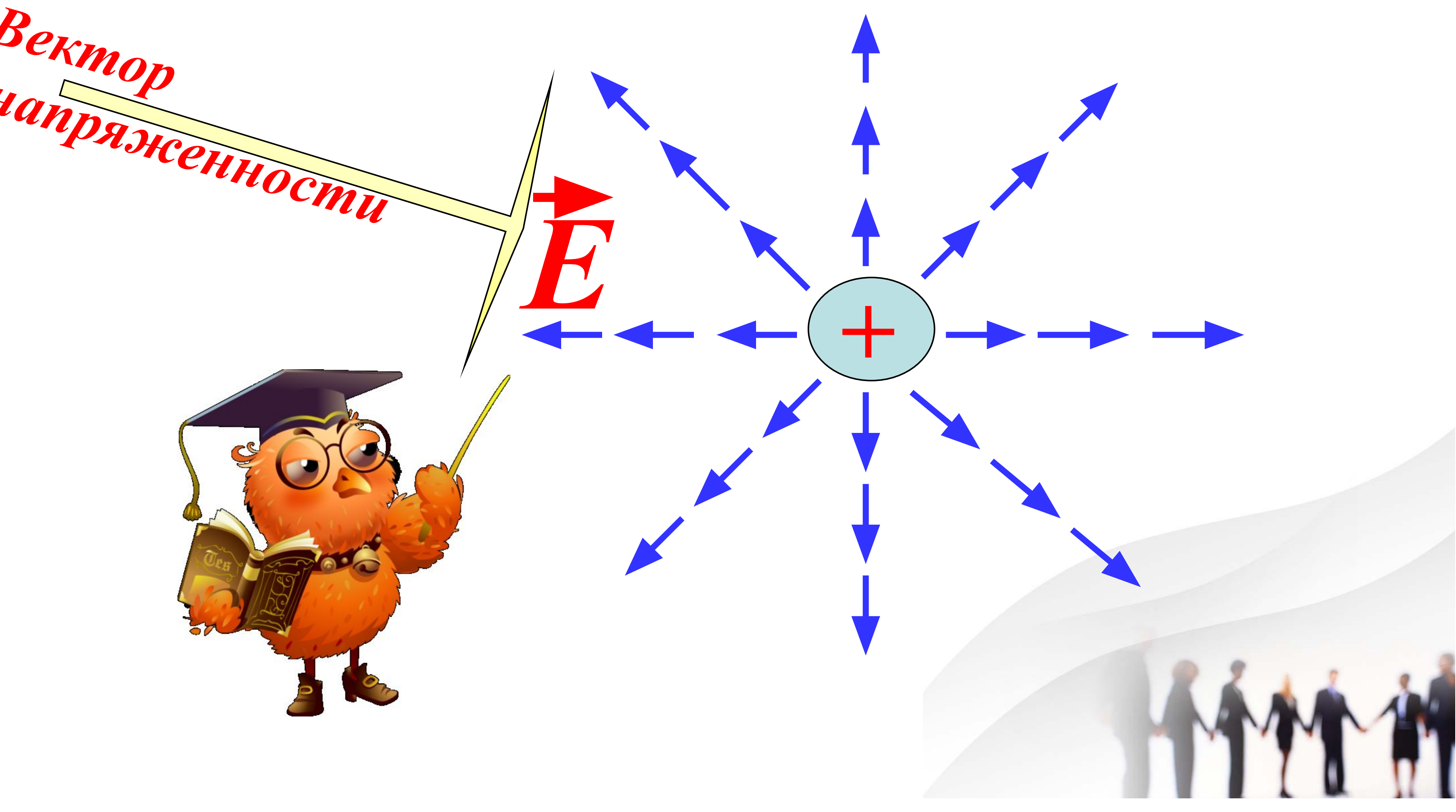
Скорость $\vec{V}$

Ускорение $\vec{a}$

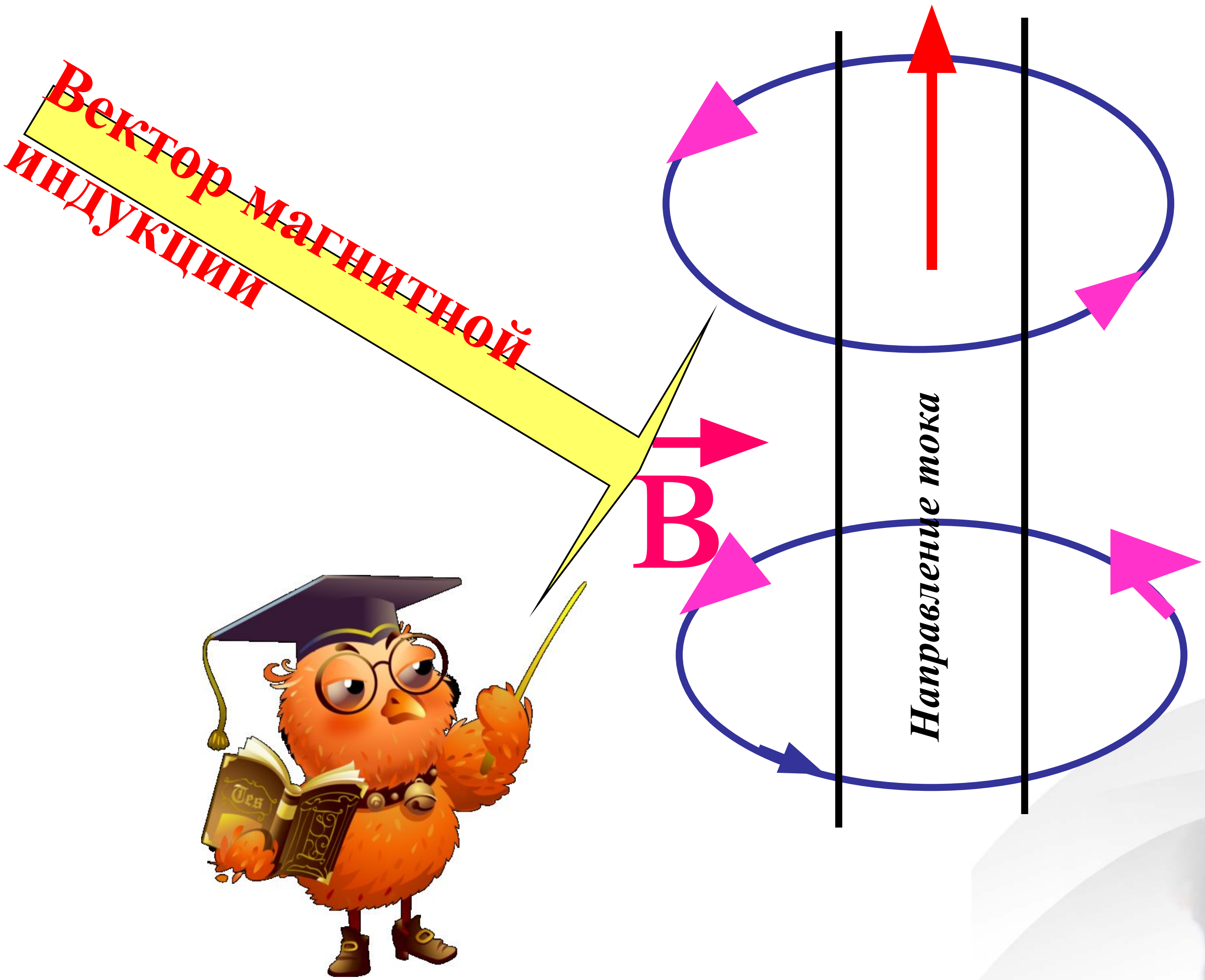
Перемещение $\vec{S}$

Сила $\vec{F}$

Электрическое поле



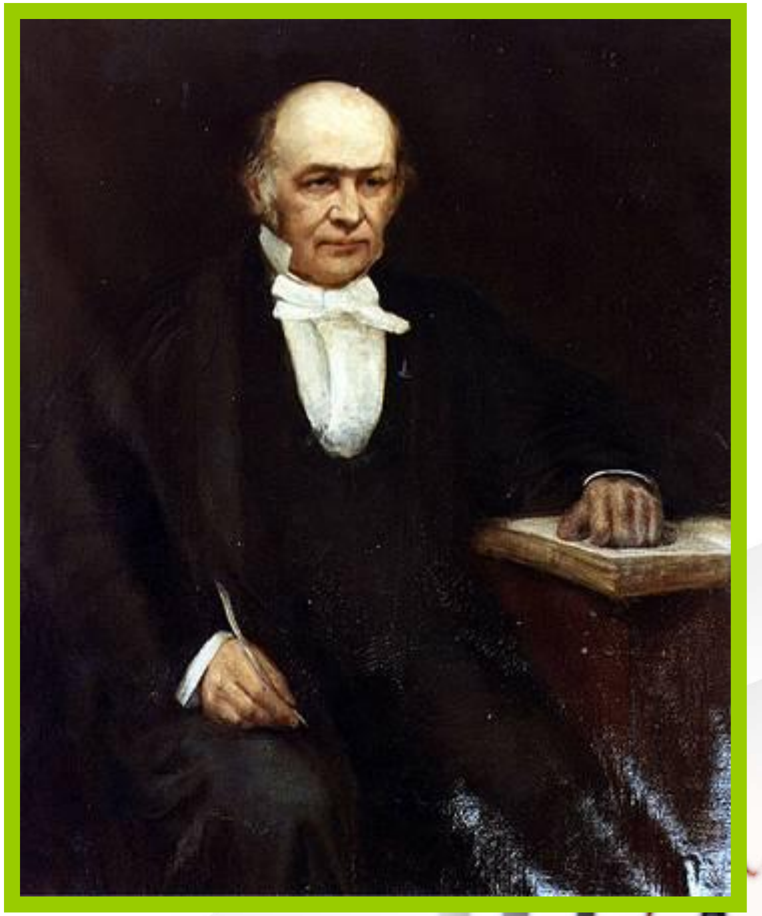
Магнитное поле



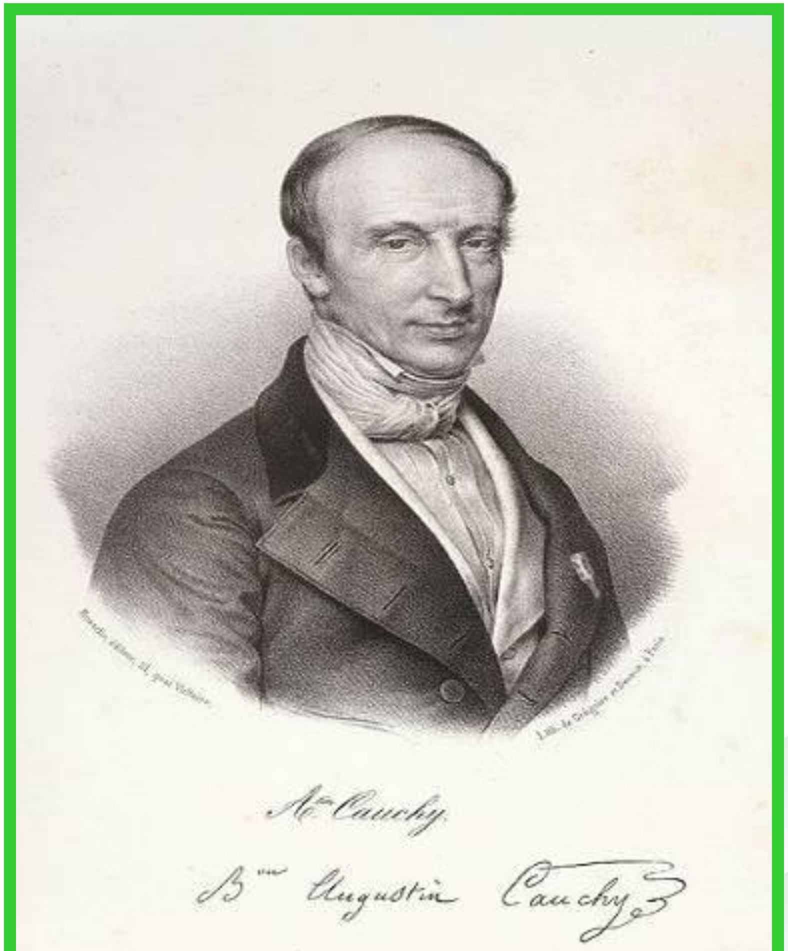
Понятие вектора появилось в 19 веке в работах математиков

Г. Грассмана

У. Гамильтона



Современная символика для обозначения вектора $\vec{r}$ была введена в 1853 году французским математиком О. Коши.



Задание

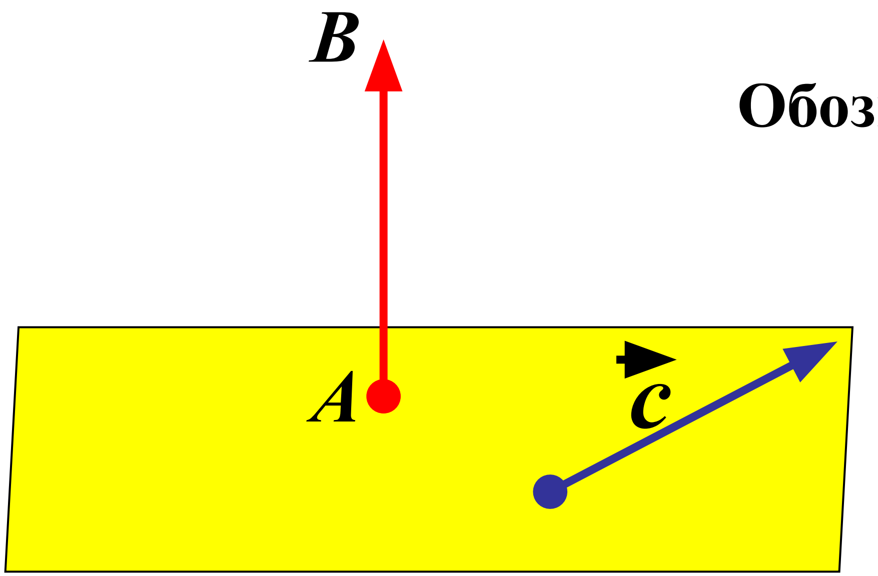
Повторить все термины по теме «Векторы на плоскости»

Вектор
Нулевой вектор
Длина вектора
Коллинеарные векторы
Сонаправленные векторы
Противоположно направленные векторы
Равенство векторов

Определение вектора в пространстве:

вектором называется направленный отрезок

вектор имеет начало и конец(А- начало, В- конец)



Обозначение вектора

$\overrightarrow{AB}$, $\vec{c}$ или $\overline{AB}$

Любая *точка* пространства также может рассматриваться как *вектор.* Такой вектор называется нулевым

$\vec{0}$

$\vec{T}$

Обозначение нулевого вектора

$$\overrightarrow{TT},\ \vec{0}$$

Определение

Координатами вектора с началом в точке A_1 $(x_1; y_1; z_1)$ и концом в точке A_2 $(x_2; y_2; z_2)$ называются числа

$$x_2 - x_1, \; y_2 - y_1, \; z_2 - z_1$$

Обозначают: $\overline{A_1A_2}\,(a_1; a_2; a_3)$ или

$\overline{a}\,(a_1; a_2; a_3)$ или $\overline{(a_1; a_2; a_3)}$ или

$\vec{a}\,(a_1; a_2; a_3)$

Решить задачу № 1образец на следующем слайде)

Даны четыре точки

А(1; 2; 3), С(2; 3; 4),

В(4; 5; 6), Д(7; 8; 9)

- Найти координаты векторов $\overline{\text{АВ}}$, $\overline{\text{СД}}$, $\overline{\text{ВД}}$, $\overline{\text{АД}}$, $\overline{\text{ДС}}$,$\overline{\text{СВ}}$

Образец решения

A(1; 2; 3),

B(4; 5; 6)

$\overrightarrow{AB} = (4 - 1; 5 - 2; 6 - 3) = (3; 3; 3)$

Из координат конечной точки вычитаем координаты начальной точки

Длина ненулевого вектора

- **<u>Длиной вектора</u> $\overrightarrow{AB}$ с кординатами $(a_1;a_2;a_3)$ или абсолютной величиной** называется длина отрезка *AB*
- Длина вектора $\overrightarrow{AB}$ (вектора $\vec{a}$) *обозначается* так:

$$|\overrightarrow{AB}|, |\vec{a}|$$

- ***<u>Длина нулевого вектора</u>*** **считается равной *<u>нулю</u>:***

$$|\vec{0}| = 0$$

Абсолютная величина вычисляется по формуле

$$\left|\vec{AB}\right| = \sqrt{a_1^{\ 2} + a_2^{\ 2} + a_3^{\ 2}}$$

Решить задачу

- Даны две точки А(1;2;3) и В (2;3;4). Найти длину вектора АВ

Далее образец решения

Образец решения:

Сначала найдём координаты вектора: AB = (2-1;3-2;4-3) = (1;1;1). Затем по формуле, найдём модуль

$$\left|\vec{AB}\right| = \sqrt{{a_1}^2 + {a_2}^2 + {a_3}^2}$$

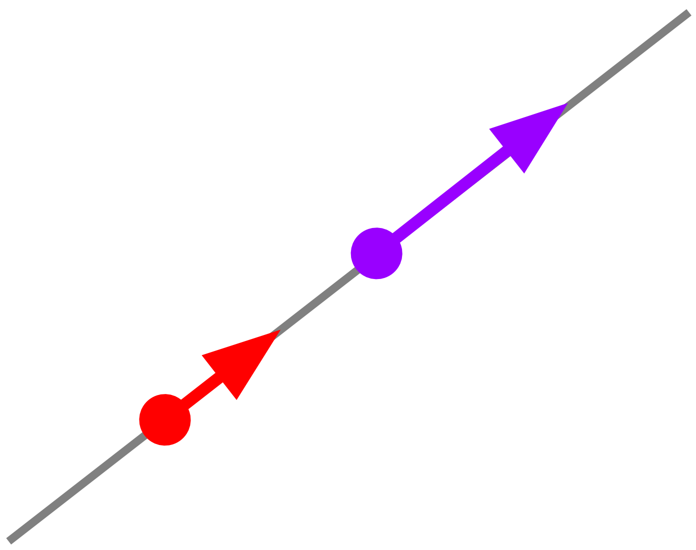
$$\left|\vec{AB}\right| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3} \approx 1,7$$

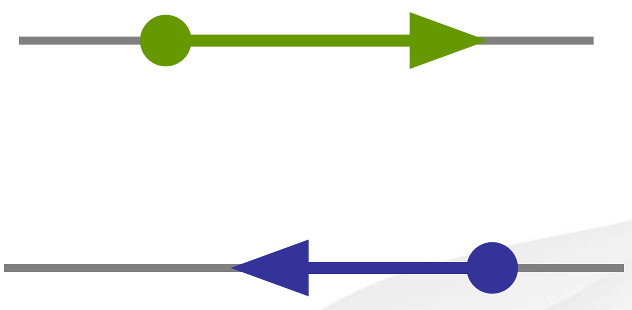
Решить задачу (самостоятельно)

Даны точки С(2;2;3) и Д(5;3 ;4),М (5;4;7), К(8;3;5) Найти длину векторов СД и МК

Определение коллинеарности векторов

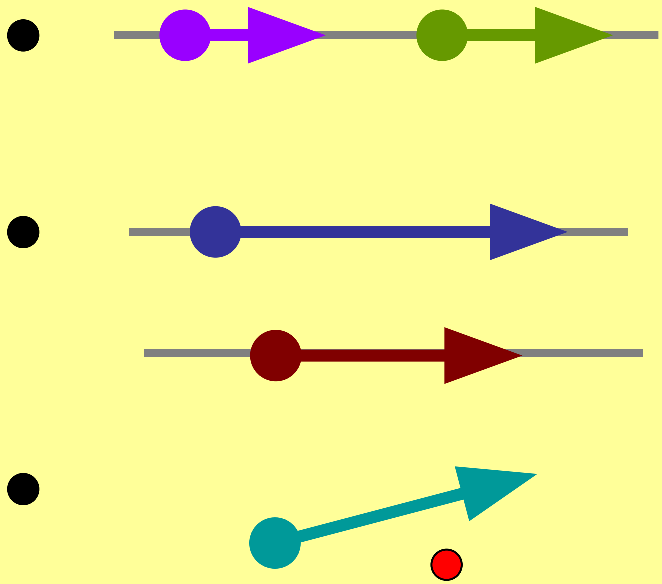
- Два ненулевых вектора называются *коллинеарными*, если они лежат *на одной прямой* или *на параллельных прямых*



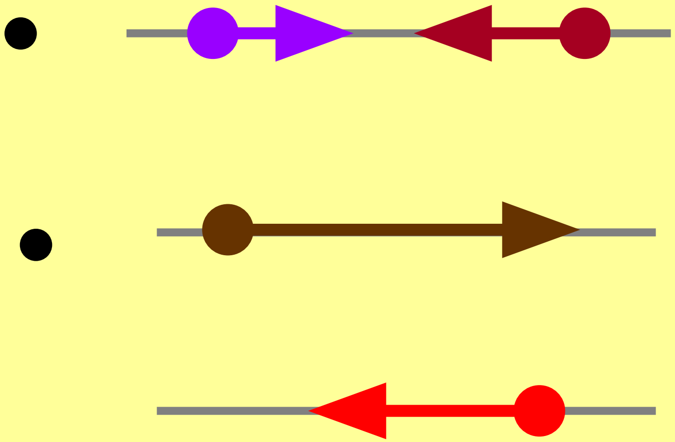


Коллинеарные векторы

Сонаправленные векторы



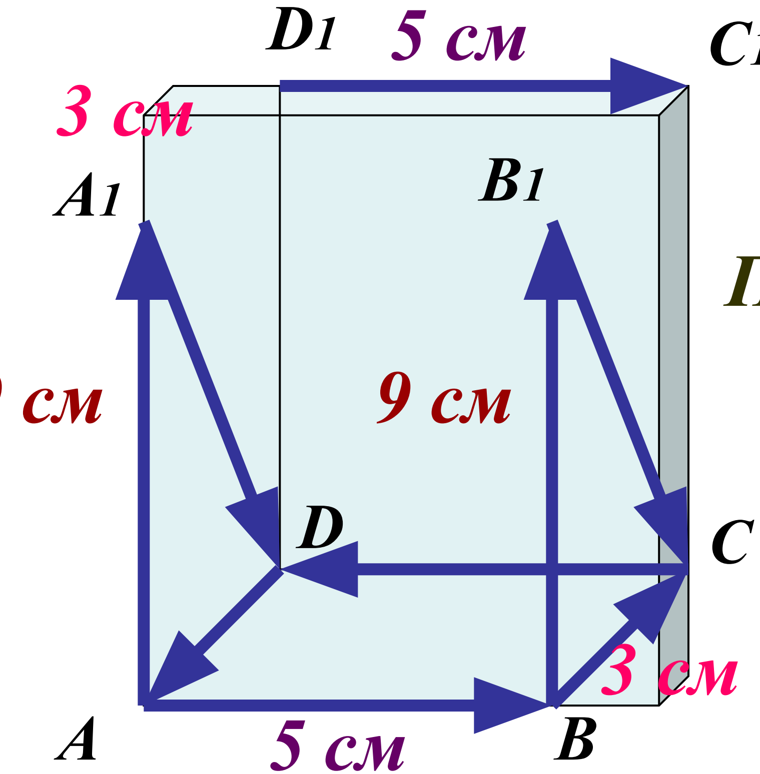
Противоположно направленные векторы



Какие векторы на рисунке сонаправленные?

Какие векторы на рисунке противоположно направленные?

Найти длины векторов $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CC_1}$.



Сонаправленные векторы:

$\overrightarrow{AA_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{BB_1}$, $\overrightarrow{A_1D} \uparrow\uparrow \overrightarrow{B_1C}$

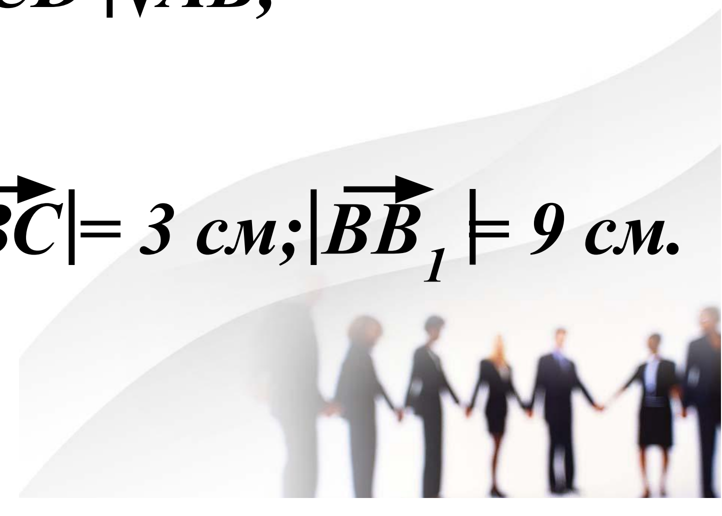
$\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{D_1C_1}$

Противоположно-направленные:

$\overrightarrow{CD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{D_1C_1}$, $\overrightarrow{CD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{AB}$,

$\overrightarrow{DA}$ $\overrightarrow{BC} \uparrow\downarrow$

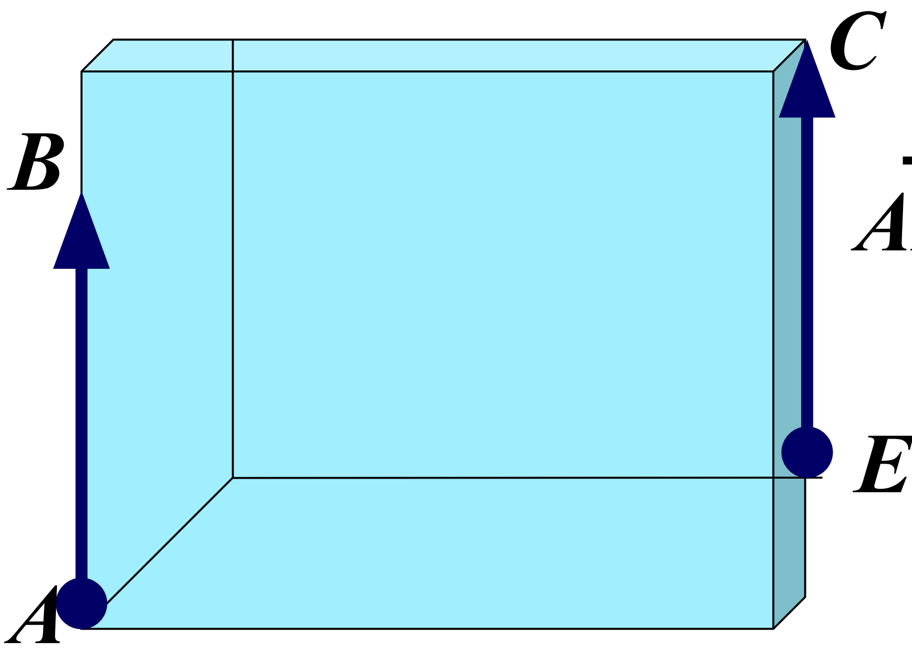
$|\overrightarrow{AB}| = 5$ *см*; $|\overrightarrow{BC}| = 3$ *см*; $|\overrightarrow{BB_1}| = 9$ *см.*



- Далее не рассматривать.Даль-ше будет тема следующео урока

Равенство векторов

Векторы называются *равными*, если они <u>*сонаправлены*</u> и их <u>*длины равны*</u>



$\vec{AB}=\vec{EC}$, так как

$\vec{AB}\uparrow\uparrow\vec{EC}$ и $|\vec{AB}|=|\vec{EC}|$

Могут ли быть равными векторы на рисунке? Ответ обоснуйте

- Рисунок № 1

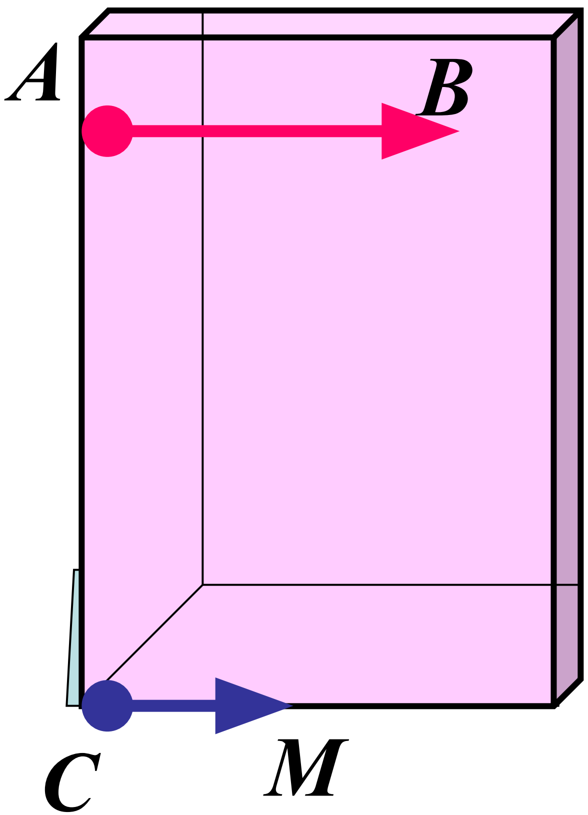
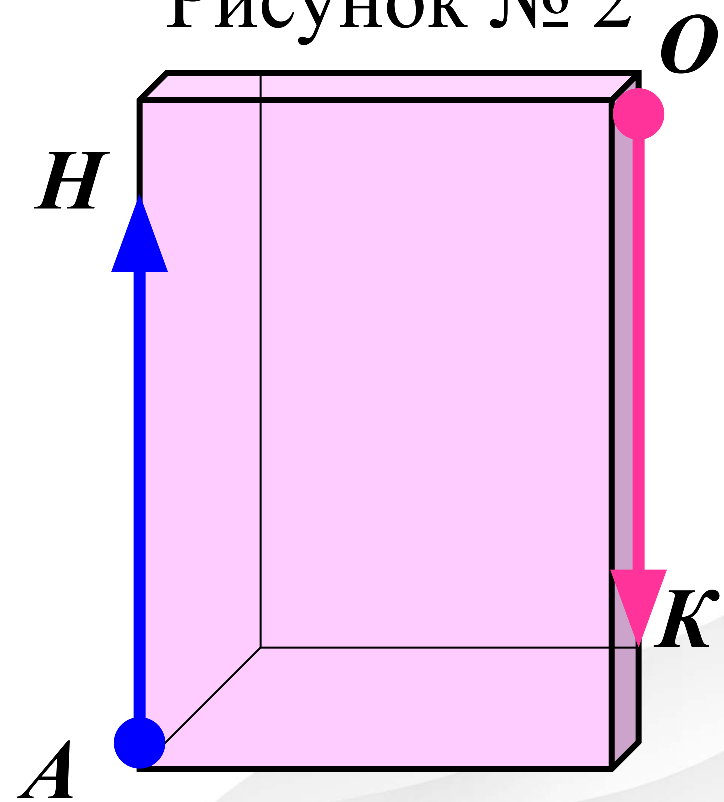


Рисунок № 2



$\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{CM}$, *т. к* $|\overrightarrow{AB}| \neq |\overrightarrow{CM}|$

$\overrightarrow{AH} \neq \overrightarrow{OK}$, *т. к* $\overrightarrow{AH} \uparrow\downarrow \overrightarrow{OK}$

- Среди векторов найдите равные

$\overrightarrow{AB} = (1;\ 2;\ 3)$

$\overrightarrow{BC} = (2;\ 2;\ 3)$

$\overrightarrow{СД} = (1;\ 2;\ 5)$

$\overrightarrow{MK} = (1;\ 2;\ 3)$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MK}$

Решить задачу

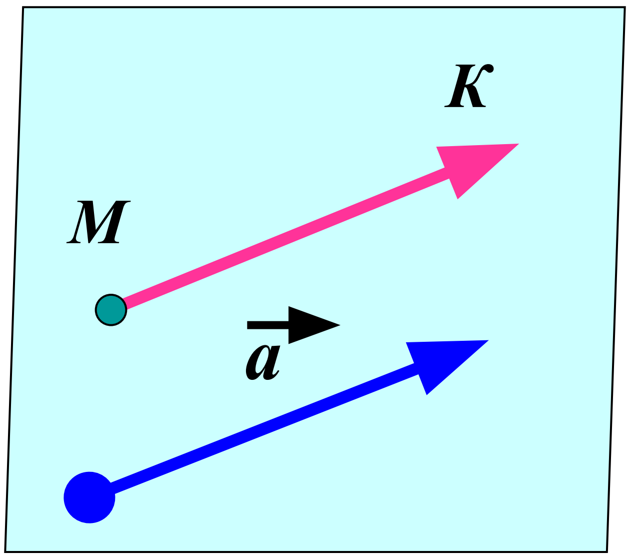
Даны точки: A = (1;2;-3), B=(2;-2;3), C=(1;-2;5), K=(1;2;3), M=(5;6;7), Д(0;2;-1)

Найти векторы: AB, BC, KM, ДС и найти среди них равные

Доказать, что от любой точки пространства можно отложить вектор, равный данному, и притом только один

Дано: $\vec{a}$, ***М***.

Доказать: $\vec{в} = \vec{a}$, ***М*** $\in \vec{в}$, ***единственный.***



Доказательство:

Проведем через вектор а и точку М плоскость.

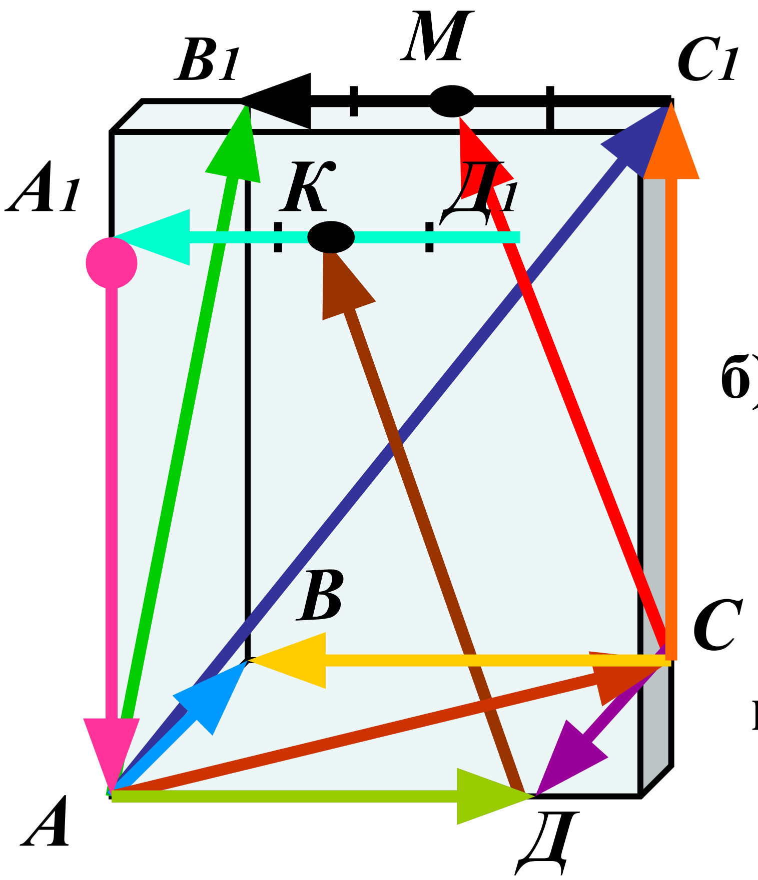
В этой плоскости построим $\overrightarrow{MK} = \vec{a}$.

Из теоремы о параллельности прямых следует $\overrightarrow{MK} = \vec{a}$ ***и*** $M \in \overrightarrow{MK}$.

- ДАЛЬШЕ НЕ РАЗБИРАЕМ

Решение задач

№ 322



Укажите на этом рисунке все пары:

а) сонаправленных векторов

$\overrightarrow{ДK}$ и $\overrightarrow{CM}$; $\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{C_1B_1}$ и $\overrightarrow{Д_1A_1}$;

б) противоположно направленных векторов

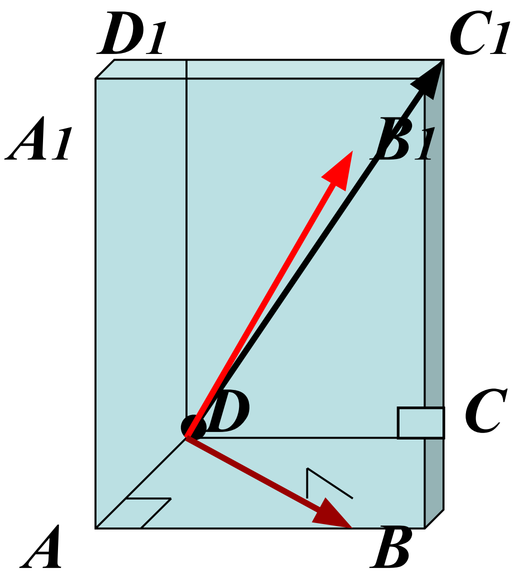
$\overrightarrow{CД}$ и $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AД}$ и $\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AA_1}$ и $\overrightarrow{CC_1}$;
$\overrightarrow{AД}$ и $\overrightarrow{Д_1A_1}$; $\overrightarrow{AД}$ и $\overrightarrow{C_1B_1}$;

в) равных векторов

$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{C_1B_1}$; $\overrightarrow{Д_1A_1} = \overrightarrow{C_1B_1}$; $\overrightarrow{ДK} = \overrightarrow{CM}$

Решение задач

№ 321 (б)



Решение:

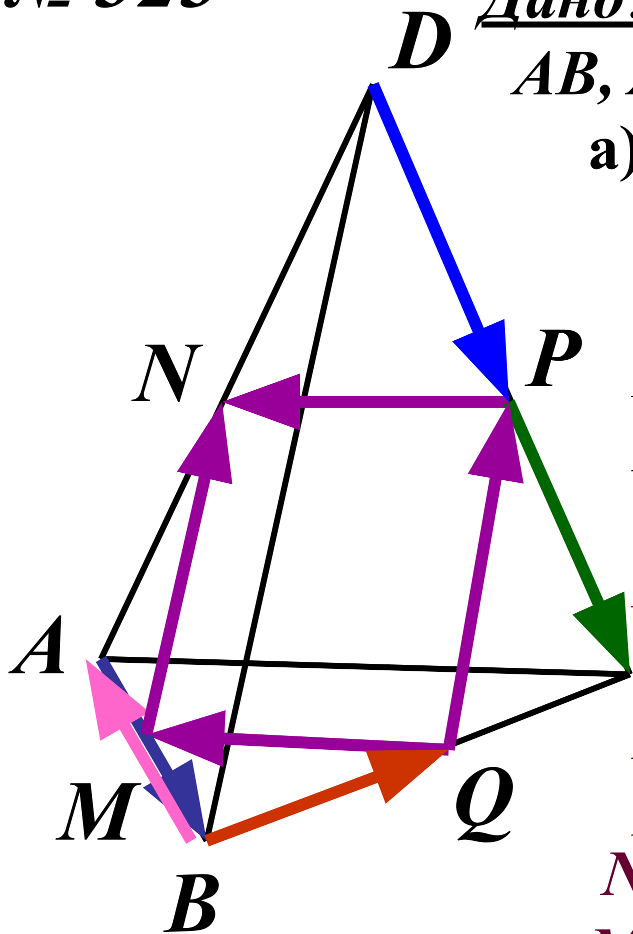
$$DC_1 = \sqrt{DC^2 + CC_1^2} = \sqrt{81 + 144} = 15$$

$$DB = \sqrt{DA^2 + AB^2} = \sqrt{81 + 64} = \sqrt{145}$$

$$DB_1 = \sqrt{DB^2 + BB_1^2} = \sqrt{145 + 144} = 17$$

Решение задач

№ 323



__Дано__: точки *M, N, P,Q* – середины сторон *AB, AD, DC, BC; AB=AD= DC=BC=DD=AC;*

а) выписать пары равных векторов;

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$; $\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{QM}$; $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PC}$;

б) определить вид четырехугольника *MNHQ* .

__*Решение:*__ *NP-средняя линия треугольника ADC, NP = 0,5AC, NP\\AC;*

MQ-средняя линия тр. ABC, MQ = 0,5AC, MQ\\AC, __*NP=MQ, NP\\MQ.*__

PQ-средняя линия треугольника DBC; PQ = 0,5DB, PQ\\DB;

NM-средняя линяя треугольника ADB, MN = 0,5DB, MN\\DB, __*PQ=MN, PQ\\MN.*__

По условию все ребра тетраэдра равны, то он правильный и скрещивающиеся ребра в нем перпендикулярны.

DB перпендикулярно AC .

NP=MQ=PQ=MN

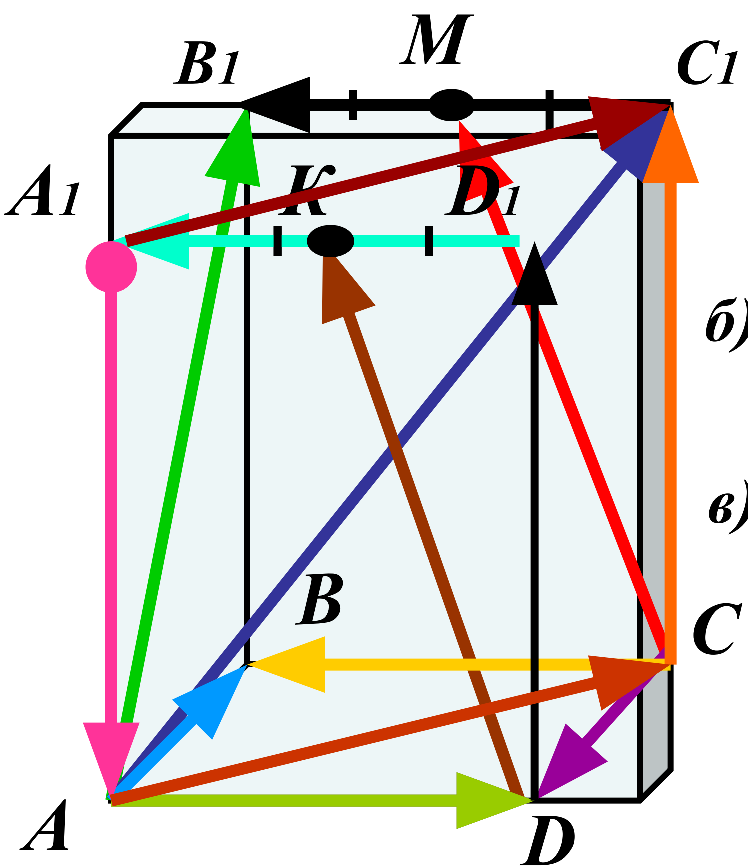
NP\\MQ

MN\\PQ

$\Rightarrow$ ***MNPQ- квадрат***

Решение задач

№ 326 (а, б, в)



Назовите вектор, который получится, если отложить:

а) от точки C вектор, равный $\overrightarrow{DD_1}$

$\overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{DD_1}$

б) от точки D вектор, равный $\overrightarrow{CM}$

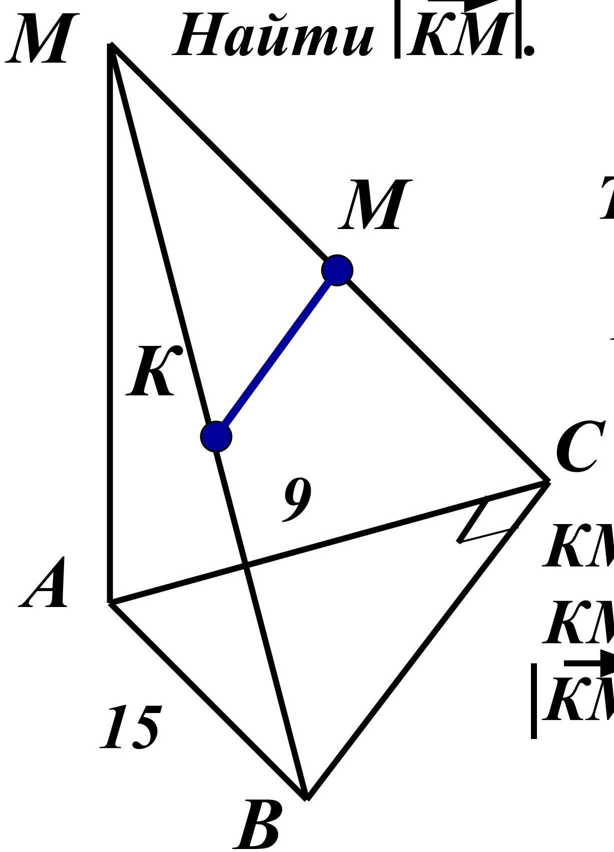
$\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{CM}$

в) от точки A_1 вектор, равный $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{A_1C_1} = \overrightarrow{AC}$

Самостоятельная работа

Дан тетраэдр МАВС, угол АСВ прямой. Точки К и Р середины сторон МВ и МС, $|\overrightarrow{AC}| = 9$ см и $|\overrightarrow{BA}| = 15$ см. Найти $|\overrightarrow{KM}|$.



Решение:

Треугольник АВС, угол АСВ- прямой.

По теореме Пифагора

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{225 - 81} = 12$$

КМ – средняя линия треугольника МВС,
КМ = 0,5ВС = 6 см.
$|\overrightarrow{KM}| = 6$ ***см.***

Кроссворд

1 Г А **М** И Л Ь Т О Н

2 В Е К Т **О** Р

К О **Л** Л И Н Е А Р Н Ы Е

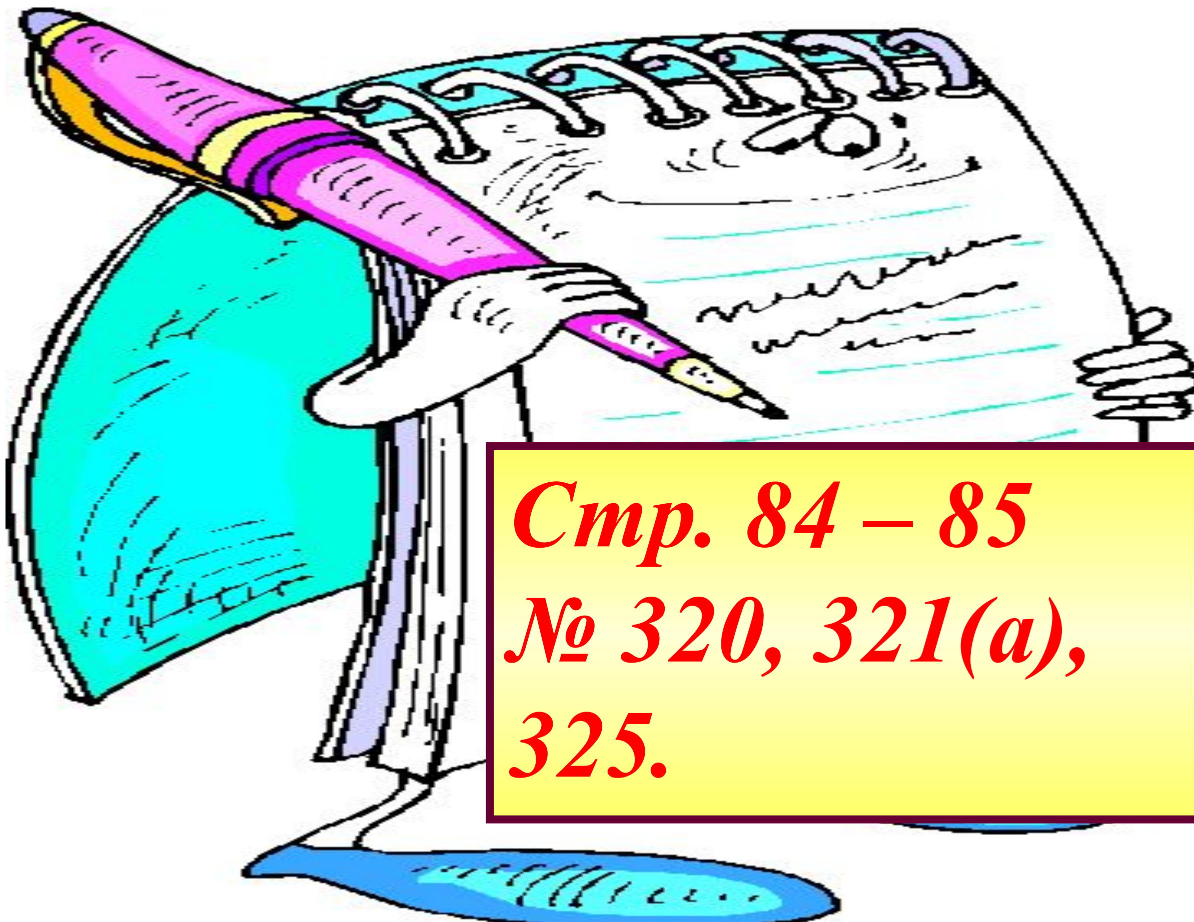
4 К **О** Ш И

5 **Д** Л И Н А

6 И Н Д У К **Ц** И И

7 Р А В Н **Ы** М И

Домашнее задание



Стр. 84 – 85
№ 320, 321(а), 325.