



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

ЛОГИКА

МАТЕМААТИЛИНЕ LOOGIKA

Eesmärk

Õpetusega taotletakse, et õppija omandab loogika baasteadmised erialaõpinguteks

Логика как наука

- Человек с древних времен стремился познать *законы правильного мышления*, т. е. *логические законы*
- Мыслить логично — значит мыслить точно и последовательно, не допускать противоречий в своих рассуждениях, уметь вскрывать логические ошибки

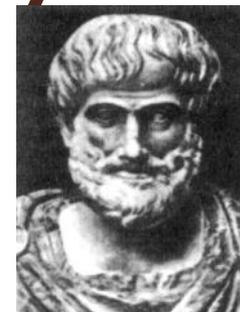
Познание истины — одна из важнейших потребностей человека

- чтобы жить
- чтобы ориентироваться в быстро меняющейся обстановке
- принимать правильные решения
- на их основе совершать правильные действия

**Люди нуждаются в истинных знаниях,
получении новой информации**

Логика — одна из древнейших наук

Ее основателем считается величайший древнегреческий философ *Аристотель*, который первым:



- систематизировал формы и правила мышления
- обстоятельно исследовал категории «понятие» и «суждение»
- подробно разработал теорию умозаключений и доказательств
- описал ряд логических операций
- сформулировал основные законы мышления

Формальная логика – наука о законах и формах мышления, изучает совокупность правил, которым подчиняется процесс познавательной деятельности

Первый этап	Второй этап	Третий этап
Аристотель (384 – 322 г.г. до н. э.)	Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 – 1716)	Джордж Буль (1815 – 1864)
Изучал правила мышления, отвечая на воп-рос: «Как мы рассуждаем?» Впервые дал систематическое изложение формальной логике.	Обосновал необходимость создания логического языка, высказал идею заменить простые рассуждения действиями со знаками по соответствующим правилам, построил первые логические исчисления.	Ввел алфавит, орфографию, грамматику логики. Впоследствии это позволило описать функционирование аппаратных и программных средств.
Возникновение формальной логики.	Заложено появление математической логики.	Математическая логика как самостоятельная дисциплина.

Формы человеческого мышления

- Мышление всегда осуществляется в каких-то формах
- В логике выделяют следующие формы мышления:
 - **понятие**
 - **суждение (высказывание)**
 - **умозаключение**

Понятие — форма мышления, в которой отражаются отличительные существенные признаки предметов

Существенными называются такие признаки, каждый из которых, взятый отдельно, необходим, а все вместе достаточны

С помощью **существенных признаков** можно **отличить** (выделить) данный предмет (явление) от всех остальных и сделать обобщение, объединив однородные предметы во множество

Примеры понятий:

- Апельсин
- Трапеция
- Ураганный ветер
- Студент медицинского института

Признаками понятия апельсин являются:
круглый, ароматный, сладкий, оранжевый,
упругий

**Могут быть необходимы и дополнительные
признаки**

Понятие имеет две основные логические характеристики: содержание и объём

- **Содержание понятия** — совокупность существенных признаков, отраженных в этом понятии

Содержание понятия - **ученик** включает в себя признаки: *познавать новое, иметь учителя, иметь интерес к учебе, быть исполнительным, быть обязательным, быть воспитанным*

Объем понятия: множество предметов, каждому из которых принадлежат признаки, составляющие содержание понятия

- Объем понятия *ученик* включает в себя всех людей, которые когда-либо учились (в частности, «чему-нибудь и как-нибудь»), учатся сейчас или будут учиться когда-нибудь



**ЭЙЛЕР
ЛЕОНАРД
(1707-1783)**

○ Наглядная геометрическая иллюстрация объемов понятий и отношений между ними была предложена математиком, физиком и астрономом Леонардом Эйлером (1707 — 1781) и носит название кругов Эйлера

Множество учеников класса E

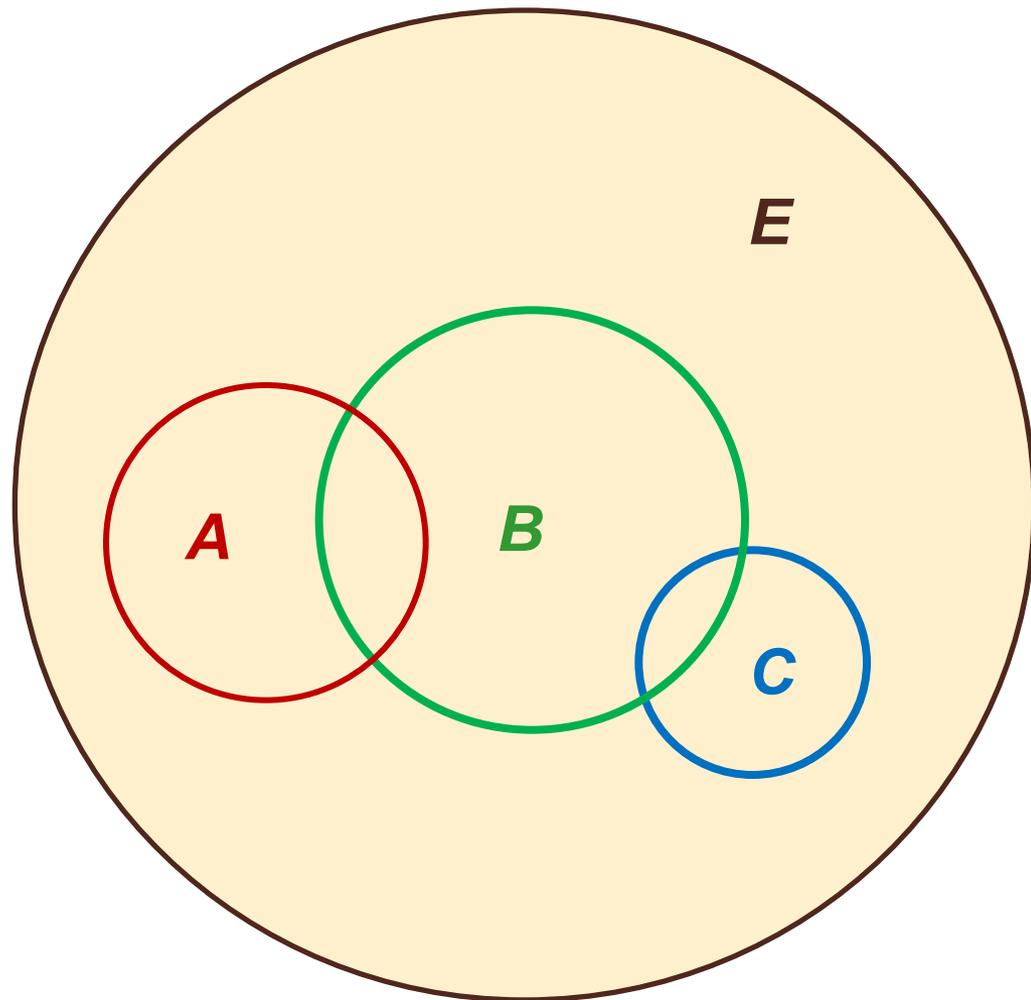
Ученики, которые занимаются спортом, образуют множество спортсменов (A)

Кто увлекается литературой, образуют множество (B)

Кто учится на одни пятерки образуют еще множество (C)

Предположим, что среди учеников, составляющих множество C , нет ни одного, занимающегося спортом, т. е. множества C и A не имеют общих элементов

Множество учеников класса, которые знают пять иностранных языков (D), будет пустым, если таких полиглотов в классе нет



Суждение

- Суждение (высказывание, утверждение) — форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о предметах, их свойствах или отношениях между ними
- Языковым выражением суждений является повествовательное предложение
 - *Этот апельсин вкусный.*
 - *Если прошел дождь, то асфальт мокрый.*
 - *На Луне живут лунатики, на Марсе — марсиане.*

Суждение

- Суждения бывают **простыми** и **сложными**
 - *Наступила весна* — простое суждение
 - *Наступила весна, и прилетели грачи* — сложное
- Всякое суждение может быть либо **истинным**, либо **ложным** по своему содержанию
- Содержание суждения — это то, о чем в нем идет речь, его смысл

Суждение

- Одно и то же суждение разными людьми может восприниматься как истинное или ложное в зависимости от их взглядов, жизненного опыта, особенностей национальной культуры, воспитания, образования и т. д.
- Например, для кого-то истинным является, что *свободу, безопасность и комфорт дают глубокие знания*, а для кого-то — *свободу, безопасность и комфорт дают большие деньги*

Суждение

- Чтобы вести рассуждения и оценивать их правильность, необходимо прежде договориться по каждому суждению.
- Будем ли мы его рассматривать как истинное или ложное в данном конкретном случае.
 - Например, суждение *Он — хороший шахматист* может быть как истинным, так и ложным, в зависимости от того, кто имеется в виду под местоимением «он».
- Заметим, что «договориться» мы можем только по отношению к простым суждениям.
- Значение же истинности сложных суждений **вычисляется**.

Интерес представляет то, чем суждения отличаются друг от друга, что характеризует каждое из них и неизменно для каждого из них, а именно их форма

Логическая форма суждения — это его строение, способ связи его составных частей

Форма суждения, в отличие от его содержания, объективна, т. е. не зависит от тех или иных взглядов того или иного человека

- Определим логическую форму следующих суждений:
 - *Все лошади едят овес*
 - *Все реки впадают в море*
 - *Все книги имеют страницы*
 - *Все планеты вращаются вокруг звезд*
- Во всех этих суждениях говорится о разном (у них различное содержание), но они имеют одинаковую логическую форму: **Все S есть P**

Суждение

- Суждения:
 - Все медузы не имеют головы
 - Люди не боги
- имеют другую логическую форму:
Все ***S*** не есть ***P***

Умозаключение

- *Умозаключение — форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, называемых посылками, мы по **определенным правилам вывода** получаем суждение-заключение (вывод умозаключения)*
- В русском языке слово «умозаключение» используется в двух значениях: для обозначения *процесса* рассуждения, размышления, приводящего к некоторому выводу, и для обозначения *результата* этого процесса

- Еще в древности было известно рассуждение, ставшее классическим образцом верного логического умозаключения:
 - *Все люди смертны*
 - *Сократ — человек*
 - *Сократ смертен*
- **Заметим**, что посылками умозаключения по правилам логики могут быть только **истинные суждения**

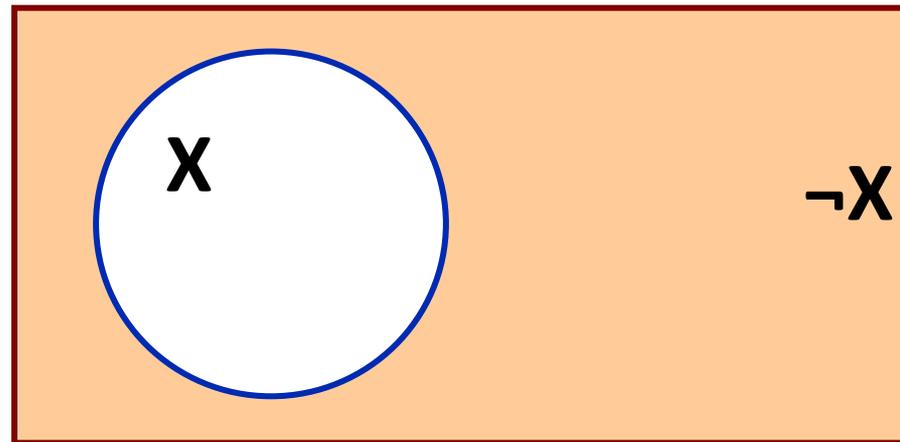
Умозаключение

- Всякое умозаключение, так же как и суждение, имеет свою форму. Эта форма может быть логически правильной или логически неправильной. Так, в примере с Сократом форма умозаключения логически верная:
- Все S есть P
Некоторые A есть S
Некоторые A есть P

Развитие логики

- Постигание науки логики дает нам возможность узнать законы, правила и приемы мышления, которые помогают анализировать правильность рассуждений, оценивать истинность полученных заключений
- Логика изучает формы мышления с точки зрения их структуры, законы и правила получения выводов

В конце XIX в. английский ученый Джордж Венн усовершенствовал круги Эйлера, добавив к изображению объема рассматриваемого понятия X изображение объема логически противоположного ему понятия $\neg X$
Объем понятия $\neg X$ является дополнением к объему понятия X



ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

- *Алгебра логики* (алгебра высказываний) — раздел математической логики, изучающий строение сложных логических высказываний и способы установления их истинности с помощью алгебраических методов
- Под *высказыванием* (суждением) будем понимать повествовательное предложение, относительно которого можно сказать, истинно оно или ложно
- Обозначать высказывания будем прописными буквами. Если высказывание A истинное, то будем писать « $A = 1$ » и говорить « A истинно».
- Если высказывание A ложное, то будем писать « $A = 0$ » и говорить «Ложно»