



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

ЛОГИКА

МАТЕМААТИЛИНЕ LOOGIKA

Eesmärk

Õpetusega taotletakse, et õppija omandab loogika baasteadmised erialaõpinguteks

Логика как наука

- Человек с древних времен стремился познать *законы правильного мышления*, т. е. *логические законы*
- Мыслить логично — значит мыслить точно и последовательно, не допускать противоречий в своих рассуждениях, уметь вскрывать логические ошибки

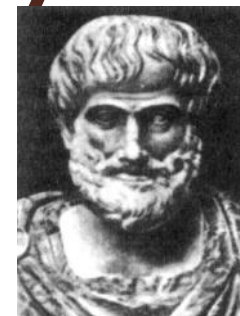
Познание истины — одна из важнейших потребностей человека

- чтобы жить
- чтобы ориентироваться в быстро меняющейся обстановке
- принимать правильные решения
- на их основе совершать правильные действия

**Люди нуждаются в истинных знаниях,
получении новой информации**

Логика — одна из древнейших наук

Ее основателем считается величайший древнегреческий философ *Аристотель*, который первым:



- систематизировал формы и правила мышления
- обстоятельно исследовал категории «понятие» и «суждение»
- подробно разработал теорию умозаключений и доказательств
- описал ряд логических операций
- сформулировал основные законы мышления

Формальная логика – наука о законах и формах мышления, изучает совокупность правил, которым подчиняется процесс познавательной деятельности

| Первый этап | Второй этап | Третий этап |
|---|--|--|
| Аристотель (384 – 322 г.г. до н. э.) | Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 – 1716) | Джордж Буль (1815 – 1864) |
| Изучал правила мышления, отвечая на воп-рос: «Как мы рассуждаем?» Впервые дал систематическое изложение формальной логике. | Обосновал необходимость создания логического языка, высказал идею заменить простые рассуждения действиями со знаками по соответствующим правилам, построил первые логические исчисления. | Ввел алфавит, орфографию, грамматику логики. Впоследствии это позволило описать функционирование аппаратных и программных средств. |
| Возникновение формальной логики. | Заложено появление математической логики. | Математическая логика как самостоятельная дисциплина. |

Формы человеческого мышления

- Мышление всегда осуществляется в каких-то формах
- В логике выделяют следующие формы мышления:
 - **понятие**
 - **суждение (высказывание)**
 - **умозаключение**

Понятие — форма мышления, в которой отражаются отличительные существенные признаки предметов

Существенными называются такие признаки, каждый из которых, взятый отдельно, необходим, а все вместе достаточны

С помощью **существенных признаков** можно **отличить** (выделить) данный предмет (явление) от всех остальных и сделать обобщение, объединив однородные предметы во множество

Примеры понятий:

- Апельсин
- Трапеция
- Ураганный ветер
- Студент медицинского института

Признаками понятия апельсин являются:
круглый, ароматный, сладкий, оранжевый,
упругий

**Могут быть необходимы и дополнительные
признаки**

Понятие имеет две основные логические характеристики: содержание и объём

- **Содержание понятия** — совокупность существенных признаков, отраженных в этом понятии

Содержание понятия - **ученик** включает в себя признаки: *познавать новое, иметь учителя, иметь интерес к учебе, быть исполнительным, быть обязательным, быть воспитанным*

Объем понятия: множество предметов, каждому из которых принадлежат признаки, составляющие содержание понятия

- Объем понятия *ученик* включает в себя всех людей, которые когда-либо учились (в частности, «чему-нибудь и как-нибудь»), учатся сейчас или будут учиться когда-нибудь



**ЭЙЛЕР
ЛЕОНАРД
(1707-1783)**

◦ **Наглядная геометрическая иллюстрация объемов понятий и отношений между ними была предложена математиком, физиком и астрономом Леонардом Эйлером (1707 — 1781) и носит название кругов Эйлера**

Множество учеников класса E

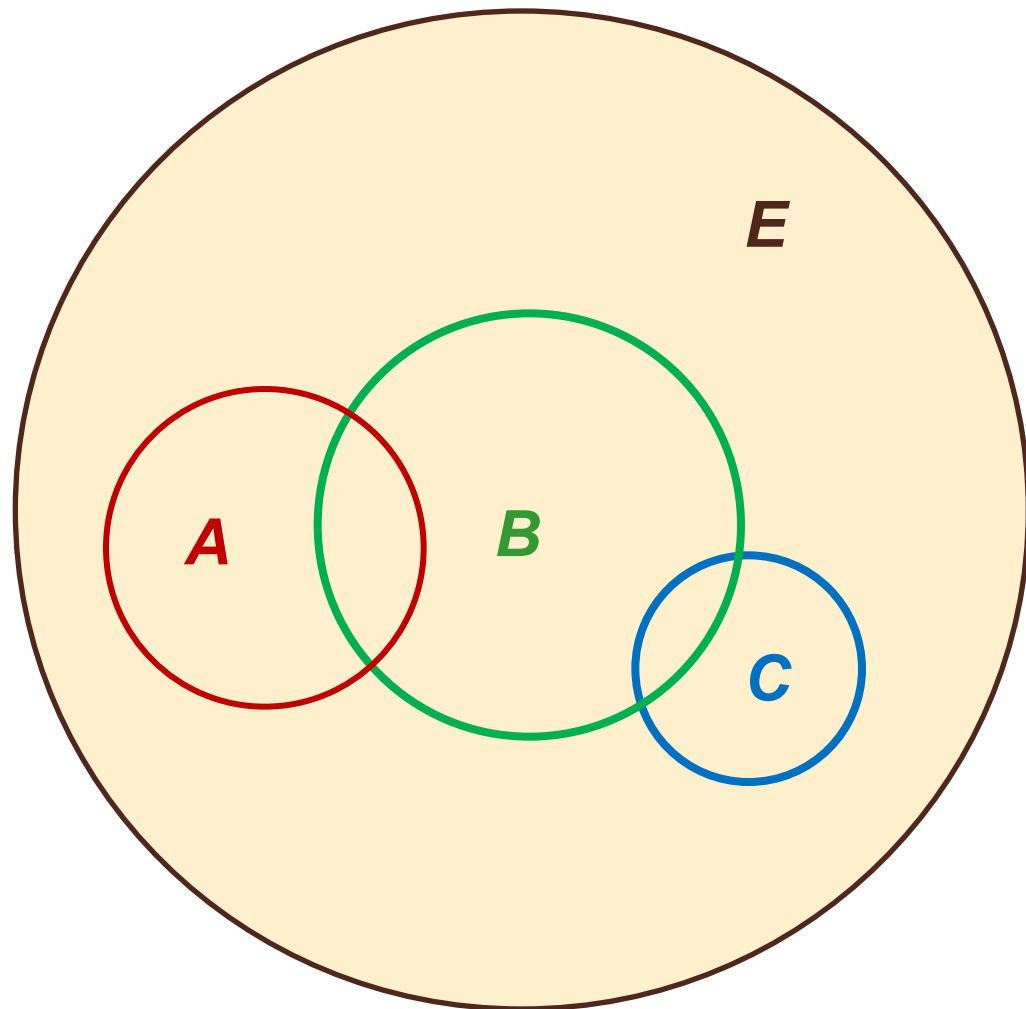
Ученики, которые занимаются спортом, образуют множество спортсменов (A)

Кто увлекается литературой, образуют множество (B)

Кто учится на одни пятерки образуют еще множество (C)

Предположим, что среди учеников, составляющих множество C , нет ни одного, занимающегося спортом, т. е. множества C и A не имеют общих элементов

Множество учеников класса, которые знают пять иностранных языков (D), будет пустым, если таких полиглотов в классе нет



Суждение

- Суждение (высказывание, утверждение) — форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о предметах, их свойствах или отношениях между ними
- Языковым выражением суждений является повествовательное предложение
 - *Этот апельсин вкусный.*
 - *Если прошел дождь, то асфальт мокрый.*
 - *На Луне живут лунатики, на Марсе — марсиане.*

Суждение

- Суждения бывают **простыми** и **сложными**
 - *Наступила весна* — простое суждение
 - *Наступила весна, и прилетели грачи* — сложное
- Всякое суждение может быть либо **истинным**, либо **ложным** по своему содержанию
- Содержание суждения — это то, о чем в нем идет речь, его смысл

Суждение

- Одно и то же суждение разными людьми может восприниматься как истинное или ложное в зависимости от их взглядов, жизненного опыта, особенностей национальной культуры, воспитания, образования и т. д.
- Например, для кого-то истинным является, что *свободу, безопасность и комфорт дают глубокие знания*, а для кого-то — *свободу, безопасность и комфорт дают большие деньги*

Суждение

- Чтобы вести рассуждения и оценивать их правильность, необходимо прежде договориться по каждому суждению.
- Будем ли мы его рассматривать как истинное или ложное в данном конкретном случае.
 - Например, суждение *Он — хороший шахматист* может быть как истинным, так и ложным, в зависимости от того, кто имеется в виду под местоимением «он».
- Заметим, что «договориться» мы можем только по отношению к простым суждениям.
- Значение же истинности сложных суждений **вычисляется**.

Интерес представляет то, чем суждения отличаются друг от друга, что характеризует каждое из них и неизменно для каждого из них, а именно их форма

Логическая форма суждения — это его строение, способ связи его составных частей

Форма суждения, в отличие от его содержания, объективна, т. е. не зависит от тех или иных взглядов того или иного человека

- Определим логическую форму следующих суждений:
 - *Все лошади едят овес*
 - *Все реки впадают в море*
 - *Все книги имеют страницы*
 - *Все планеты вращаются вокруг звезд*
- Во всех этих суждениях говорится о разном (у них различное содержание), но они имеют одинаковую логическую форму: **Все S есть P**

Суждение

- Суждения:
 - Все медузы не имеют головы
 - Люди не боги
- имеют другую логическую форму:
Все ***S*** не есть ***P***

Умозаключение

- *Умозаключение — форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, называемых посылками, мы по **определенным правилам вывода** получаем суждение-заключение (вывод умозаключения)*
- В русском языке слово «умозаключение» используется в двух значениях: для обозначения *процесса* рассуждения, размышления, приводящего к некоторому выводу, и для обозначения *результата* этого процесса

- Еще в древности было известно рассуждение, ставшее классическим образцом верного логического умозаключения:
 - *Все люди смертны*
 - *Сократ — человек*
 - *Сократ смертен*
- **Заметим**, что посылками умозаключения по правилам логики могут быть только **истинные суждения**

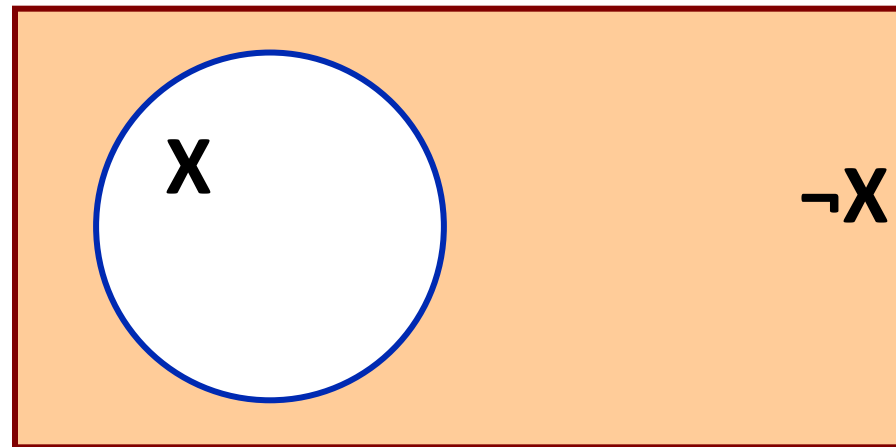
Умозаключение

- Всякое умозаключение, так же как и суждение, имеет свою форму. Эта форма может быть логически правильной или логически неправильной. Так, в примере с Сократом форма умозаключения логически верная:
- Все S есть P
Некоторые A есть S
Некоторые A есть P

Развитие логики

- Постигание науки логики дает нам возможность узнать законы, правила и приемы мышления, которые помогают анализировать правильность рассуждений, оценивать истинность полученных заключений
- Логика изучает формы мышления с точки зрения их структуры, законы и правила получения выводов

В конце XIX в. английский ученый Джордж Венн усовершенствовал круги Эйлера, добавив к изображению объема рассматриваемого понятия X изображение объема логически противоположного ему понятия $\neg X$ ($\neg X$)
Объем понятия $\neg X$ является дополнением к объему понятия X



ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

- *Алгебра логики* (алгебра высказываний) — раздел математической логики, изучающий строение сложных логических высказываний и способы установления их истинности с помощью алгебраических методов
- Под *высказыванием* (суждением) будем понимать повествовательное предложение, относительно которого можно сказать, истинно оно или ложно
- Обозначать высказывания будем прописными буквами. Если высказывание A истинное, то будем писать « $A = 1$ » и говорить « A истинно».
- Если высказывание A ложное, то будем писать « $A = 0$ » и говорить «Ложно»