

Высказывание. Логические операции

Высказывание.

Логические операции.

Логика

**(от др. греческого ЛОГОС —
мысль)**

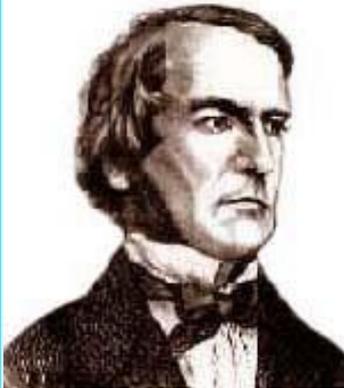
**— наука о законах
человеческого мышления**



Логика

Аристотель (384-322 до н.э.).

Основоположник формальной логики (понятие, суждение, умозаключение).



Джордж Буль (1815-1864). Создал новую область науки - Математическую логику (Булеву алгебру или Алгебру высказываний).



Клод Шеннон (1916-2001). Его исследования позволили применить алгебру логики в вычислительной технике



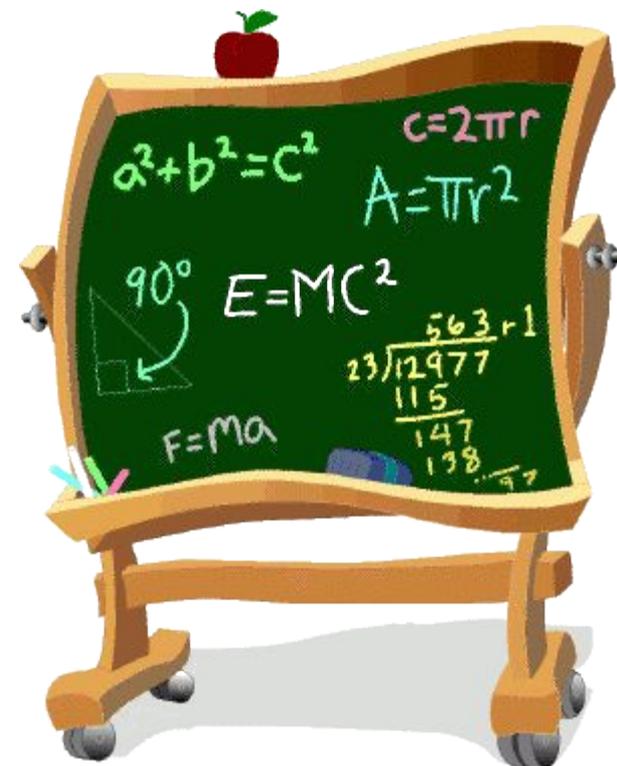
Джордж Буль
(1815-1864)
английский
математик и
логик

- Логическое выражение можно рассматривать как логическую функцию, аргументами которой являются логические переменные.
- Функция и аргументы могут принимать только два значения: «истина» или «ложь» – 0 или 1.
- Функции такого вида называются булевыми по имени Джорджа Буля (1815-1864).

Высказывание. Логические операции.

Алгебра

Алгебра - наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые могут выполняться над разнообразными математическими объектами – числами, многочленами, векторами и др.



Высказывание. Логические операции.

Высказывание

Высказывание - это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как **истинное** или **ложное**.

В русском языке высказывания выражаются повествовательными предложениями:

*Земля вращается вокруг Солнца.
Москва - столица.*

Но не всякое повествовательное предложение является высказыванием:

Это высказывание ложное.

Побудительные и вопросительные предложения высказываниями не являются.

*Без стука не входить!
Откройте учебники.
Ты выучил стихотворение?*

Высказывание или нет?

✓ Зимой идет дождь.

✓ Снегири живут в Крыму.

Кто к нам пришел?

✓ У треугольника 5 сторон.

Как пройти в библиотеку?

Запишите домашнее задание

Алгебра логики

Алгебра логики определяет правила записи, вычисления значений, упрощения и преобразования высказываний.

В алгебре логики высказывания обозначают буквами и называют **логическими переменными**.

Если высказывание истинно, то значение соответствующей ему логической переменной обозначают единицей ($A = 1$), а если ложно - нулём ($B = 0$).

0 и **1** называются **логическими значениями**.

Высказывание. Логические операции.

Простые и сложные высказывания

Высказывания бывают простые и сложные.

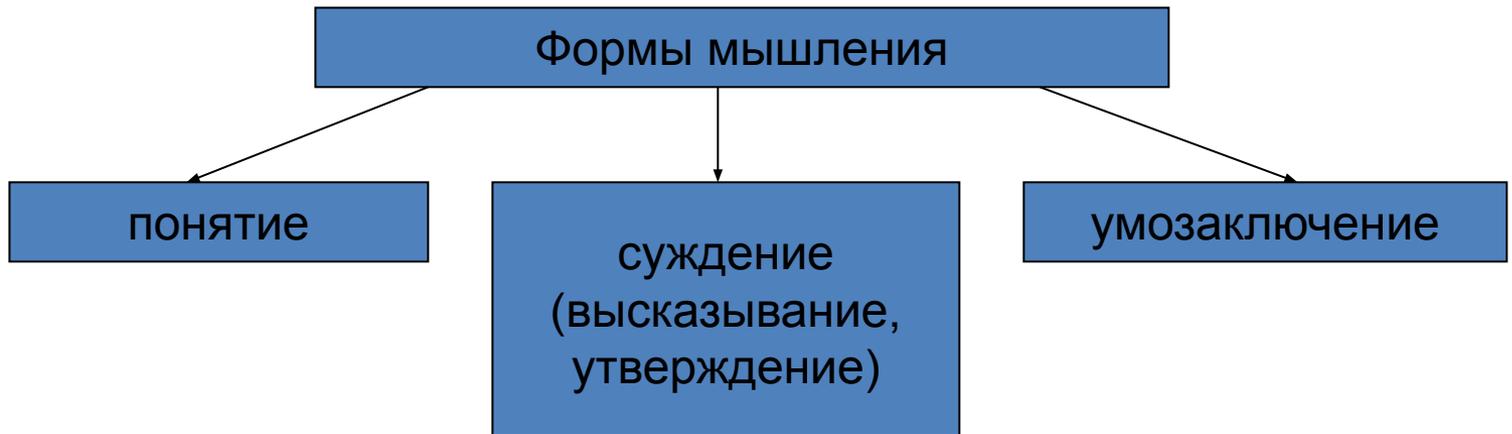
Высказывание называется **простым**, если никакая его часть сама не является высказыванием.

Сложные (составные) высказывания строятся из простых с помощью логических операций.

Название логической операции	Логическая связка
Конъюнкция	«и»; «а»; «но»; «хотя»
Дизъюнкция	«или»
Инверсия	«не»; «неверно, что»

Определение

Логика – это наука о формах и способах мышления



Высказывание. Логические операции.

- Понятие – это форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта;
- Понятие имеет две стороны: содержание и объем;
- Содержание – это совокупность существенных признаков объекта;
- Объем – это совокупность предметов, на которые распространяется понятие;

Высказывание

- Высказывание – это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о реальных предметах, их свойствах и отношениях между ними;
- Высказывание может быть либо истинно, либо ложно;
- Высказывания могут быть выражены с помощью естественных и формальных языков;
- Высказывания могут быть выражены только повествовательным предложением;
- Высказывания могут быть простыми и составными;
- Истинность простых высказываний определяется на основании здравого смысла;
- Истинность составных высказываний определяется с помощью алгебры высказываний.

Умозаключение

- Умозаключение – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких высказываний может быть получено новое суждение;
- Посылками умозаключения могут быть только истинные суждения

Унарные функции (операции)

- Унарные функции имеют один аргумент.
- **Отрицание** - логическая операция инверсии (логическое «НЕТ», «противоположное» исходному. Обозначается $\neg X$ или \bar{X} , читается «не X».

Таблицы истинности:

X	$\neg X$
0	1
1	0

ЛОЖЬ = 0, ИСТИНА = 1 или

X	$\neg X$
ЛОЖЬ	ИСТИНА
ИСТИНА	ЛОЖЬ

Высказывание. Логические операции.

Логические операции

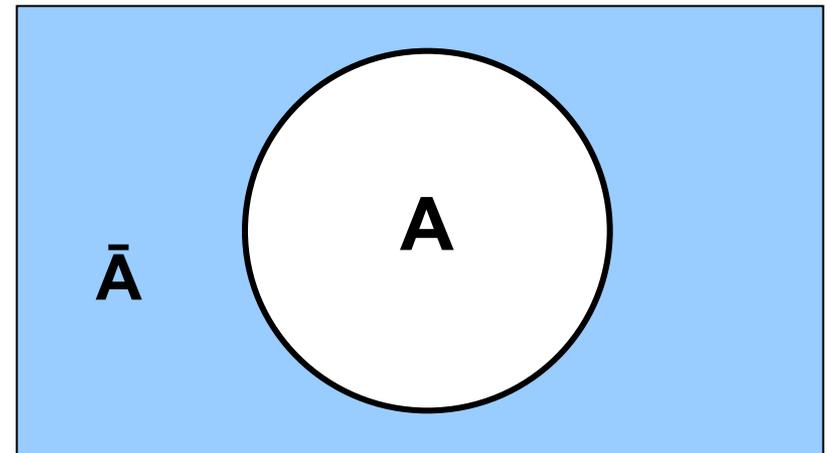
Инверсия - логическая операция, которая каждому высказыванию ставит в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному.

Другое название: **логическое отрицание**.

Обозначения: **НЕ**, \neg , $\bar{}$.

Таблица истинности:

A	\bar{A}
0	1
1	0



Логические операции имеют следующий приоритет:
инверсия, конъюнкция, дизъюнкция.

Бинарные функции

Бинарные функции имеют два аргумента

- **Дизъюнкция** (логическое «ИЛИ», логическое сложение) - логическая операция по своему применению максимально приближённая к союзу «или» в смысле «или то, или это, или оба сразу».
- Обозначается $X \vee Y$ (или $X \cup Y$), читается «X или Y».
Таблица истинности:
- **Конъюнкция** (логическое "И", логическое умножение) - логическая операция, по своему применению максимально приближённая к союзу "и".
Обозначается $X \wedge Y$
- (или $X \cap Y$, $X \& Y$), читается «X и Y», таблица истинности:

Высказывание. Логические операции.

Логические операции

Дизъюнкция - логическая операция, которая каждому двум высказываниям ставит в соответствие новое высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны.

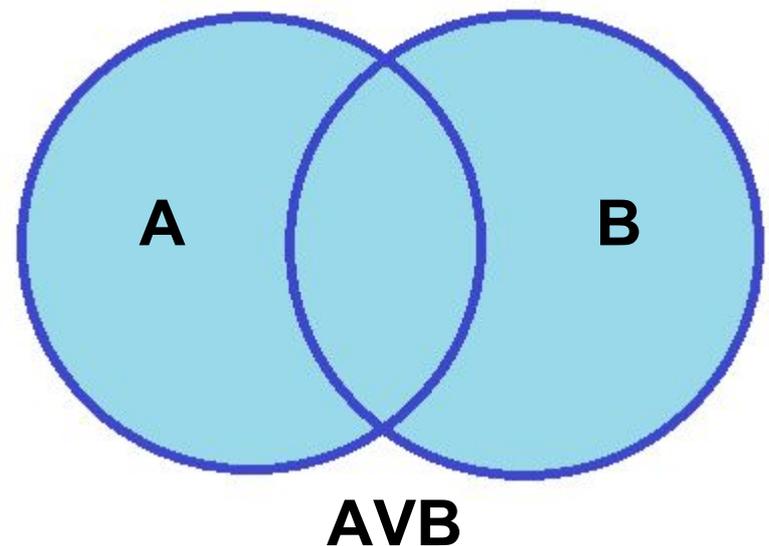
Другое название: **логическое сложение**.

Обозначения: **\vee , $|$, ИЛИ, $+$** .

Таблица истинности:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Графическое представление



Высказывание. Логические операции.

Логические операции

Конъюнкция - логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

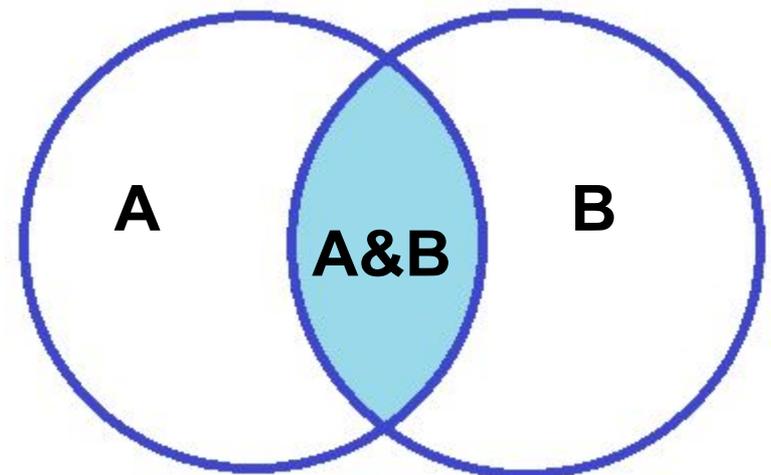
Другое название: **логическое умножение**.

Обозначения: \wedge , \times , $\&$, И.

Таблица истинности:

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Графическое представление



Бинарные функции

продолжение

- **Штрих Шеффера** (операция И-НЕ) — обозначается $X \mid Y$, таблица значений:



X	Y	$X \mid Y$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Штрих Шеффера можно выразить через отрицание и конъюнкцию: $X \mid Y = \neg (X \wedge Y)$

Чтобы это показать, построим таблицу для конъюнкции и инвентурируем результат:

X	Y	$X \wedge Y$	$\neg (X \wedge Y)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Бинарные функции

продолжение

- **Стрелка Пирса (операция ИЛИ-НЕ)** — означает «ни X, ни Y», обозначается $X \downarrow Y$, таблица значений:

X	Y	$X \downarrow Y$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Стрелку Пирса можно выразить через отрицание и дизъюнкцию:
 $X \downarrow Y = \neg (X \vee Y)$

Чтобы это показать, построим таблицу для дизъюнкции и инвентурируем результат:

X	Y	$X \vee Y$	$\neg (X \vee Y)$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0



**Чарльз
Сандерс
Пирс** (1839
— 1914),
американский
философ,
логик,
математик.

Бинарные функции

продолжение

- **Импликация** (implication (англ.) - следствие, **ВЫВОД**) - логическая операция, по своему применению приближенная к союзам «если... то...». Обозначается $X \rightarrow Y$ (или $X \Rightarrow Y$), таблица истинности:

X	Y	$X \rightarrow Y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Пример: если фигура А квадрат, то фигура А — прямоугольник

Бинарные функции

продолжение

- **Эквивалентность** — логическая операция. Обозначается $X \equiv Y$ (или $X \leftrightarrow Y$), означает « X то же самое, что Y », « X эквивалентен Y », « X тогда и только тогда, когда Y ». Таблица истинности:

X	Y	$X \equiv Y$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Высказывание. Логические операции.

Все названные бинарные функции можно представить в одной таблице

X	Y	0	$X \vee Y$	$X \wedge Y$	$X Y$	$X \downarrow Y$	$X \rightarrow Y$	$X \equiv Y$	1
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0	0	1	1	1

Есть и другие бинарные операции. Всего бинарных операций - 16.

Ключевые слова

- алгебра логики
- высказывание
- логическая операция
- конъюнкция
- дизъюнкция
- отрицание
- логическое выражение
- таблица истинности
- законы логики