

# Решение показательных неравенств



Представить в виде степени с натуральным основанием

- $4 =$

- $8 =$

- $25 =$

- $125 =$

- $16 =$

Вычислить

- $(0,2)^{\circ} =$

- $3^{-1} =$

- $(1/3)^{-1} =$

- $(7/3)^2 =$

- $2^{-1} =$

# Простейшие показательные неравенства

Определение:

Неравенство, содержащее неизвестную в показателе степени, называется показательным неравенством.



Определение:

Неравенство вида  $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ ,  $a > 0, a \neq 1$

называется простейшим показательным неравенством.

Решить неравенство  $2^x > 1$

При каких  $x$  график функции  $y = 2^x$  лежит выше прямой  $y = 1$  ?

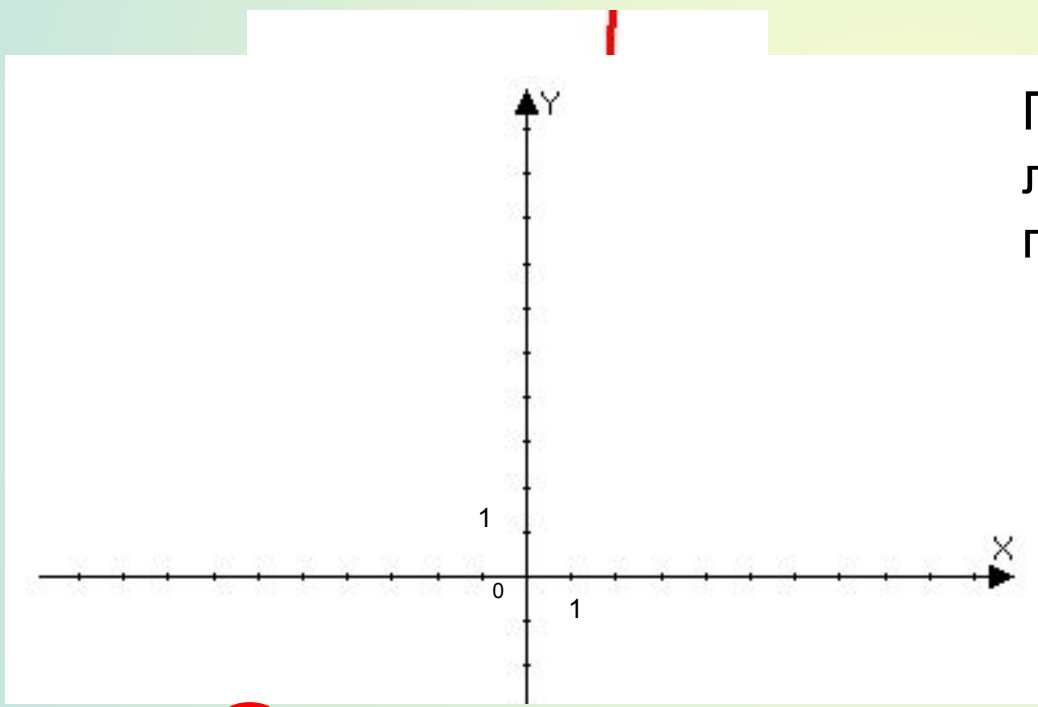


График функции  $y = 2^x$  лежит выше прямой  $y = 1$  при  $x > 0$ .

Значит, неравенство  $2^x > 1$  верно при  $x \in (0; +\infty)$

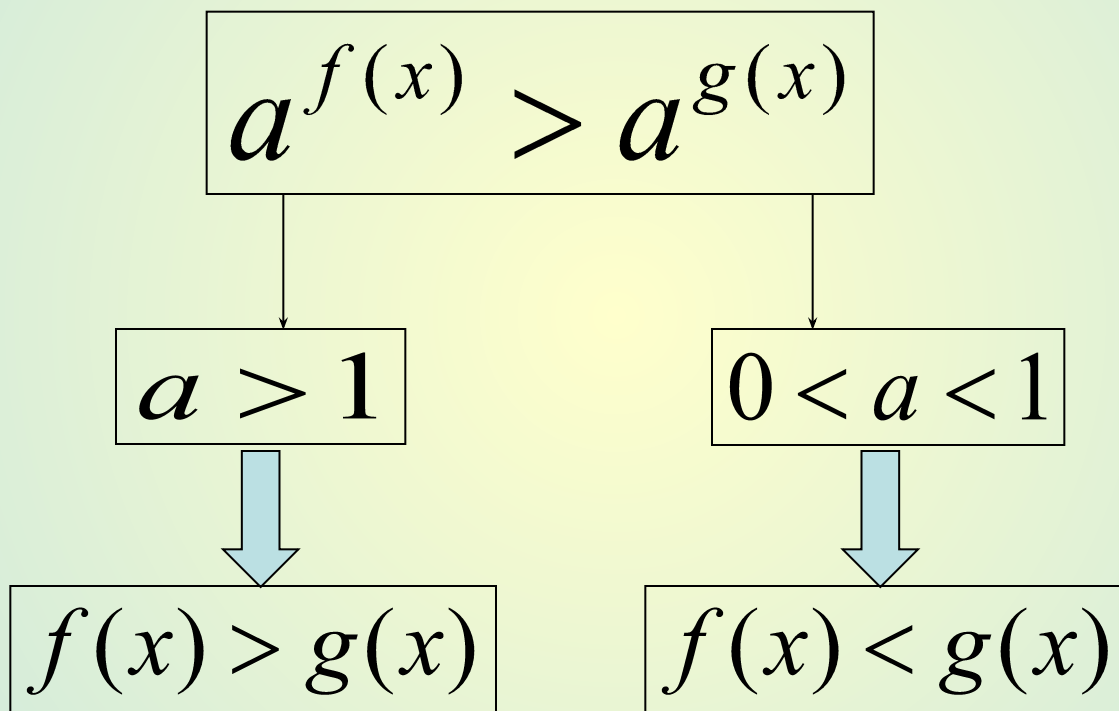
Ответ:  $(0; +\infty)$



При каких  $x$  верно неравенство  $2^x < 1$  ?

# Решение простейших показательных неравенств

$$a > 0, a \neq 1$$



Знак неравенства

Сохраняется

Меняется

# Что нужно учесть при решении показательных неравенств ?

Решить неравенство  $2^x > 1$

$$2^x > 2^0$$

$$x > 0.$$



Что нужно учесть при решении простейших показательных неравенств ?

- 1. Привести основания степени к одинаковому основанию**
- 2. Использовать свойства монотонной функции**

# Решим неравенства

• Б)  $5^x < 125$

$$5^x < \dots^3$$

т.к.  $5 > 1$ , ф. возр.

$$x < 3$$

Ответ:  $(-\infty; 3)$

\* Г)  $0,5^x < -1$

Решений нет

• В)  $3^x > -1$

$x$  – любое число

\* Д)  $(0,2)^x > 1$

$(0,2)^x > (\dots)^0$ , т.к.  
 $0 < 0,2 < 1$ , ф. убыв.

$$x < 0$$

Ответ:  $(-\infty; 0)$

# Решим неравенство

$$A) 2^{x+2} + 2^x > 20$$

$$2^x(2^2 + \dots) > 20$$

$$2^x \dots > 20$$

$$2^x > \dots : 5$$

$2^x > 2^2$ , т. к.  $2 > 1$  ф. возр., знак сохран.

$$x > 2$$

Ответ:  $(2; \infty)$



# Решите неравенство

- А)  $9 \cdot 7^x - 49 \cdot 3^x > 0$

разделим на  $3^x$

$$9\left(\frac{7}{3}\right)^x - \dots > 0$$

$$\dots \left(\frac{7}{3}\right)^x > 49$$

$$\left(\frac{7}{3}\right)^x > 49/9$$

$$\left(\frac{7}{3}\right)^x > (\dots)^2$$

т. к.  $7/3 > 1$ ,  $f(x)$  возр., знак сохраняется

$$x > 2$$

Ответ:  $(2; \infty)$

# Решим неравенство

$$4^x + 2^{x+1} - 24 \leq 0$$

$$\dots 2^x + 2 \cdot 2^x - 24 \leq 0, \quad \text{замена } 2^x = y$$

$$y^2 + 2y - 24 \leq 0 \text{ по теореме В...}$$

$$y = -6 \text{ или } y = 4$$

$$-6 \leq y \leq 4$$

$$0 \leq 2^x \leq \dots^2$$

т.к.  $2 > 1$   $f(x)$  возрастает, знак сохраняется

$$x \leq 2$$

Ответ:  $(-\infty; 2]$