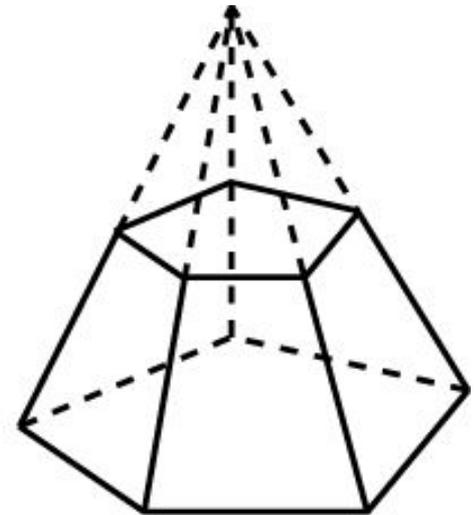
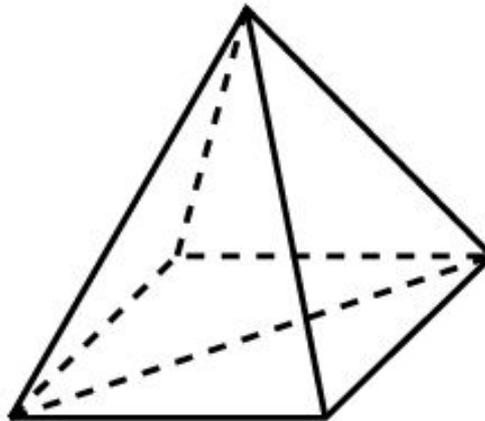
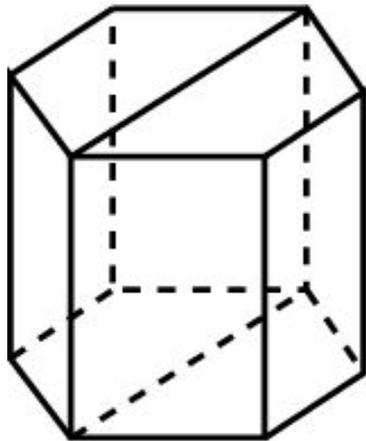


## Диагональные сечения

Сечение призмы плоскостью, проходящей через диагональ основания и два прилежащих к ней боковых ребра, называется **диагональным сечением** призмы.

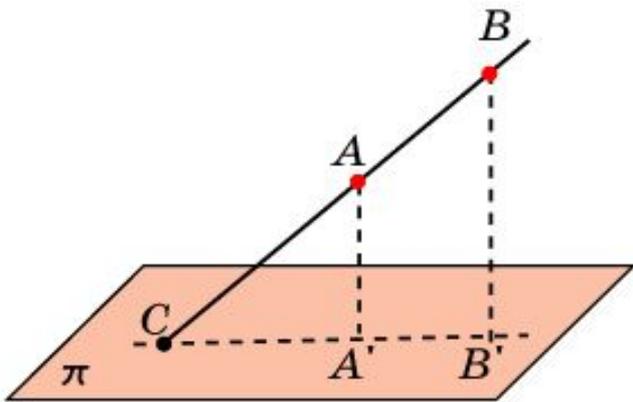
Сечение пирамиды плоскостью, проходящей через диагональ основания и вершину, называется **диагональным сечением** пирамиды.



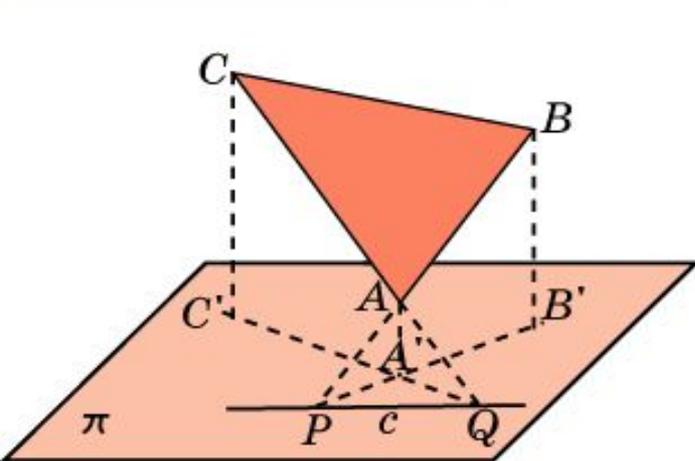
Пусть плоскость пересекает пирамиду и параллельна ее основанию. Часть пирамиды, заключенная между этой плоскостью и основанием, называется **усеченной пирамидой**. Сечение пирамиды также называется **основанием** усеченной пирамиды.

# Построение сечений

При построении сечений многогранников, базовыми являются построения точки пересечения прямой и плоскости, а также линии пересечения двух плоскостей.



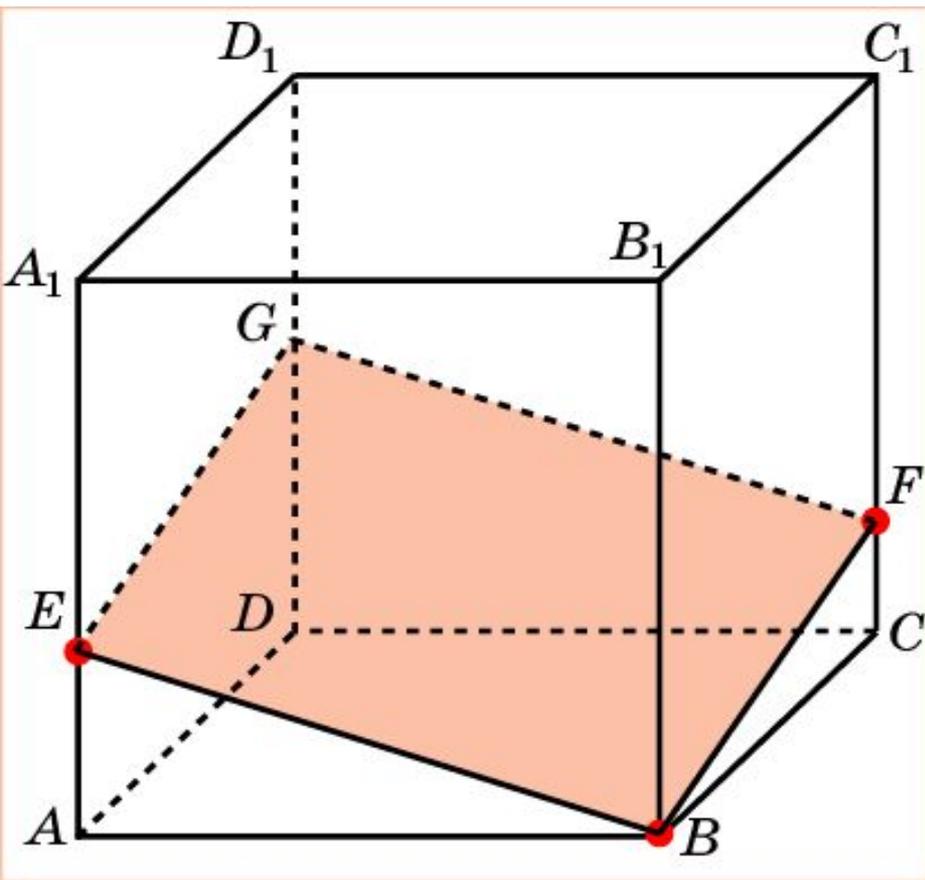
Если даны две точки  $A$  и  $B$  прямой и известны их проекции  $A'$  и  $B'$  на плоскость, то точкой  $C$  пересечения данной прямой и плоскости будет точка пересечения прямых  $AB$  и  $A'B'$



Если даны три точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  плоскости и известны их проекции  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  на другую плоскость, то для нахождения линии пересечения этих плоскостей находят точки  $P$  и  $Q$  пересечения прямых  $AB$  и  $AC$  со второй плоскостью. Прямая  $PQ$  будет искомой линией пересечения плоскостей.

# Упражнение 1

Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки  $E$ ,  $F$ , лежащие на ребрах куба и вершину  $B$ .



**Решение.** Для построения сечения куба, проходящего через точки  $E$ ,  $F$  и вершину  $B$ ,

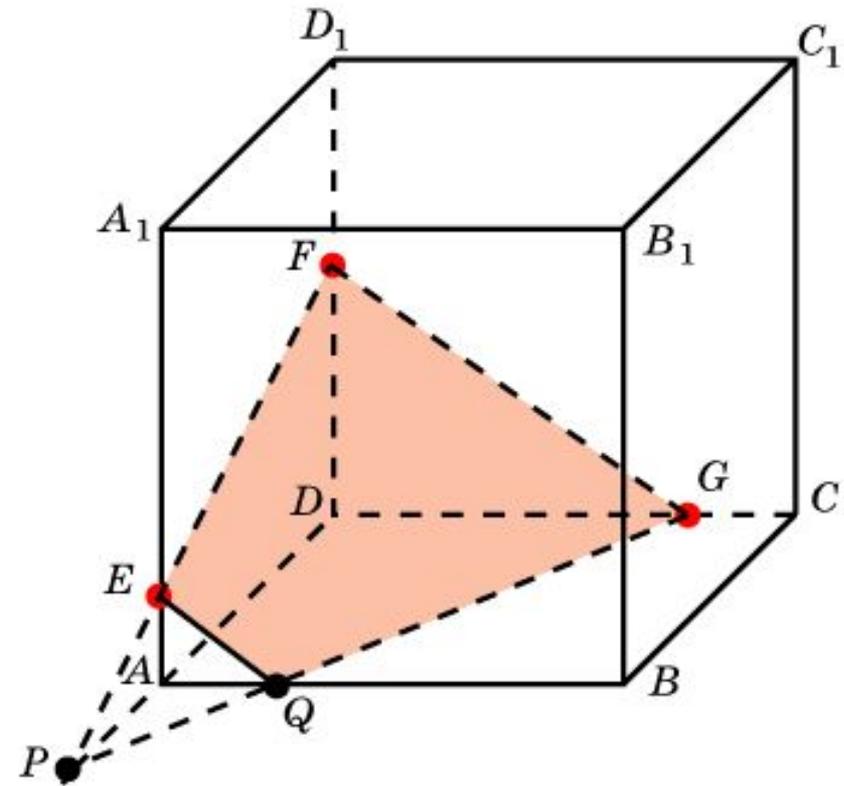
Соединим отрезками точки  $E$  и  $B$ ,  $F$  и  $B$ .

Через точки  $E$  и  $F$  проведем прямые, параллельные  $BF$  и  $BE$ , соответственно.

Полученный параллелограмм  $BFG E$  будет искомым сечением.

## Упражнение 2

Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки  $E$ ,  $F$ ,  $G$ , лежащие на ребрах куба.



**Решение.** Для построения сечения куба, проходящего через точки  $E$ ,  $F$ ,  $G$ , проведем прямую  $EF$  и обозначим  $P$  её точку пересечения с  $AD$ .

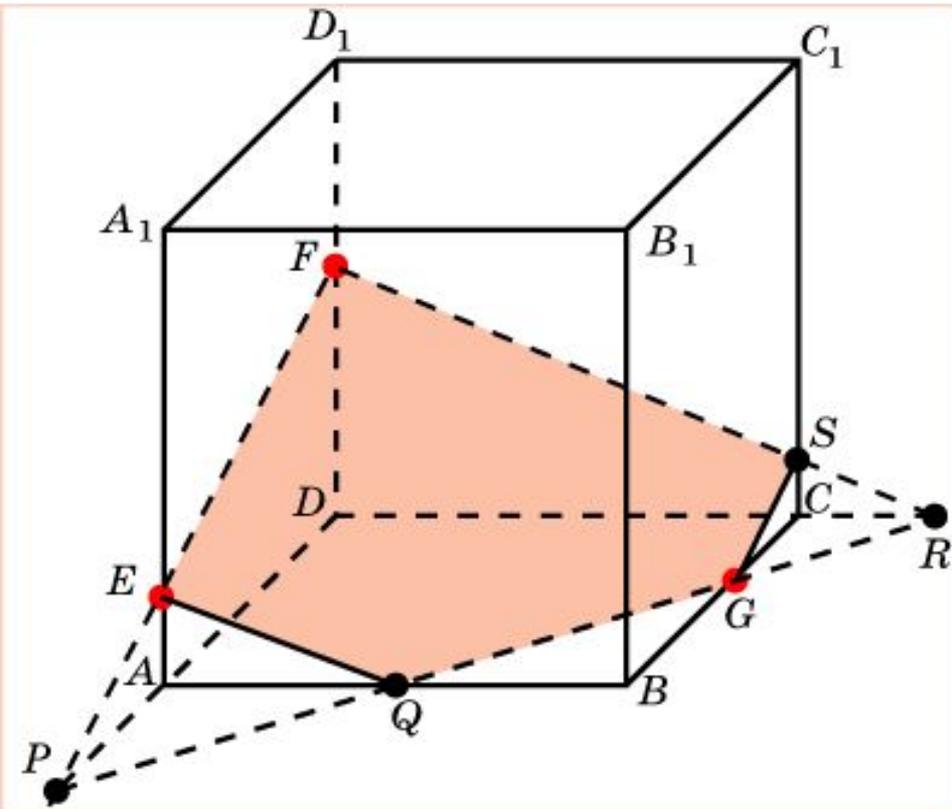
Обозначим  $Q$  точку пересечения прямых  $PG$  и  $AB$ .

Соединим точки  $E$  и  $Q$ ,  $F$  и  $G$ .

Полученная трапеция  $EFGQ$  будет искомым сечением.

## Упражнение 3

Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки  $E$ ,  $F$ ,  $G$ , лежащие на ребрах куба.



**Решение.** Для построения сечения куба, проходящего через точки  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,

проведем прямую  $EF$  и обозначим  $P$  её точку пересечения с  $AD$ .

Обозначим  $Q$ ,  $R$  точки пересечения прямой  $PG$  с  $AB$  и  $DC$ .

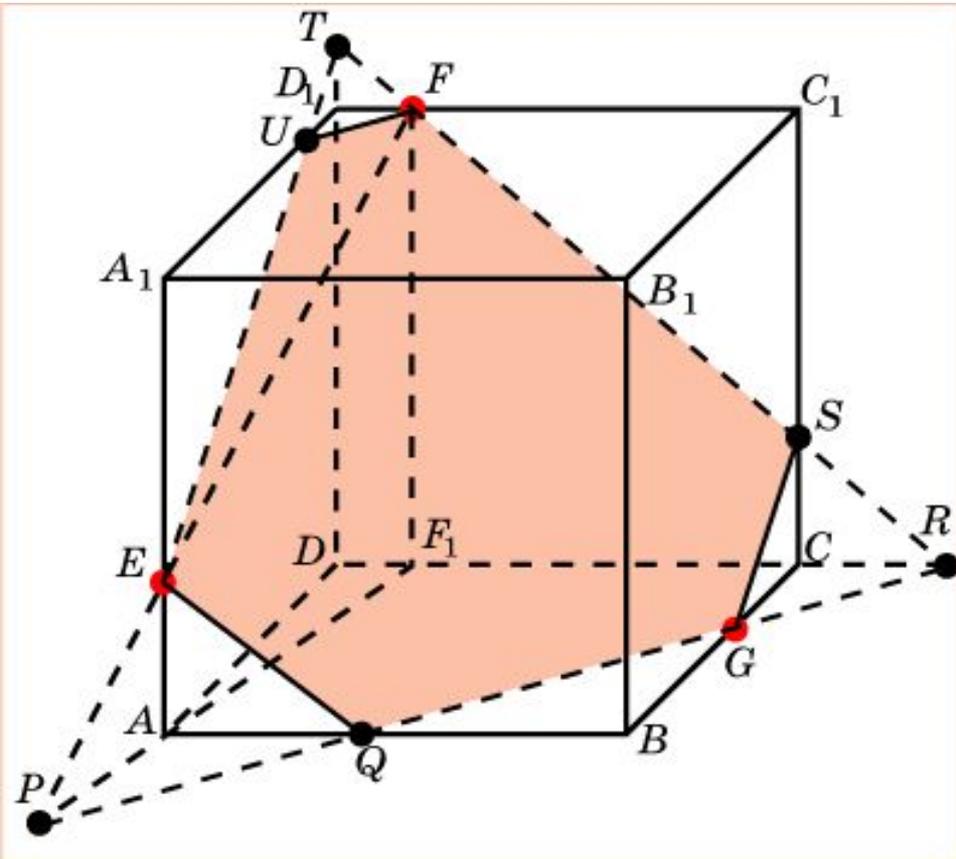
Обозначим  $S$  точку пересечения  $FR$  с  $CC_1$ .

Соединим точки  $E$  и  $Q$ ,  $G$  и  $S$ .

Полученный пятиугольник  $EFSGQ$  будет искомым сечением.

## Упражнение 4

Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки  $E$ ,  $F$ ,  $G$ , лежащие на ребрах куба.



**Решение.** Для построения сечения куба, проходящего через точки  $E$ ,  $F$ ,  $G$ , найдем точку  $P$  пересечения прямой  $EF$  и плоскости грани  $ABCD$ .

Обозначим  $Q$ ,  $R$  точки пересечения прямой  $PG$  с  $AB$  и  $CD$ .

Проведем прямую  $RF$  и обозначим  $S$ ,  $T$  её точки пересечения с  $CC_1$  и  $DD_1$ .

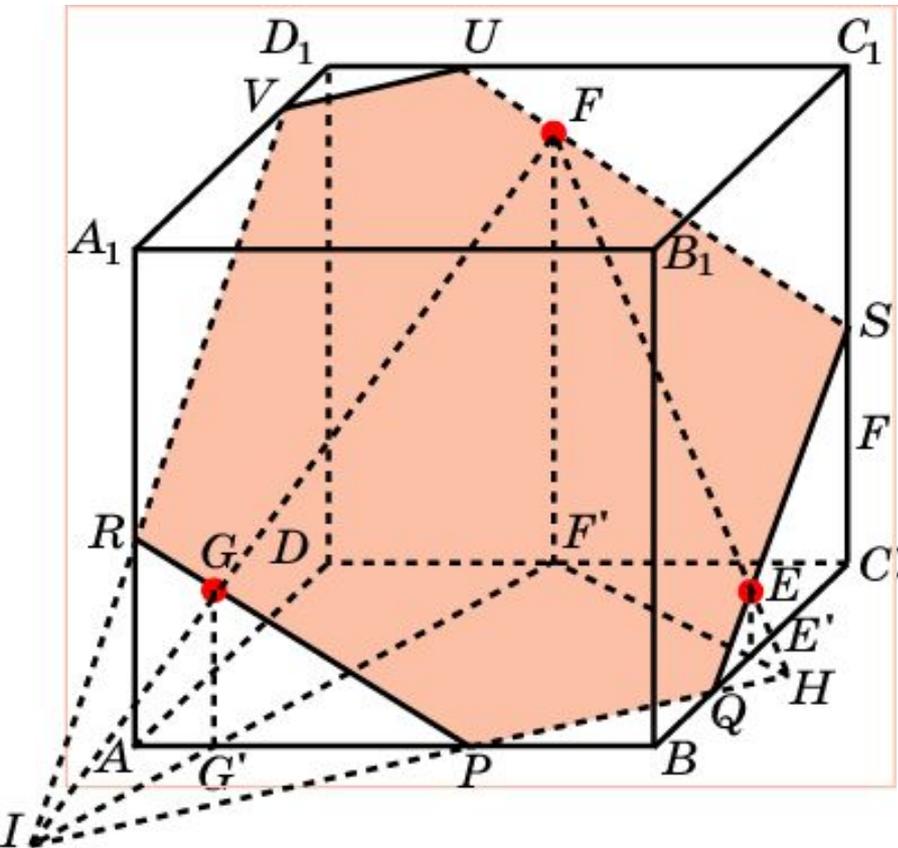
Проведем прямую  $TE$  и обозначим  $U$  её точку пересечения с  $A_1D_1$ .

Соединим точки  $E$  и  $Q$ ,  $G$  и  $S$ ,  $U$  и  $F$ .

Полученный шестиугольник  $EUFSGQ$  будет искомым сечением.

## Упражнение 5

Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки  $E$ ,  $F$ ,  $G$ , принадлежащие граням  $BB_1C_1C$ ,  $CC_1D_1D$ ,  $AA_1B_1B$ , соответственно.



**Решение.** Из данных точек опустим перпендикуляры  $EE'$ ,  $FF'$ ,  $GG'$  на плоскость грани  $ABCD$ , и найдем точки  $I$  и  $H$  пересечения прямых  $FE$  и  $FG$  с этой плоскостью.

$IH$  будет линией пересечения искомой плоскости и плоскости грани  $ABCD$ . Обозначим  $Q$ ,  $R$  точки пересечения прямой  $IH$  с  $AB$  и  $BC$ .

Проведем прямые  $PG$  и  $QE$  и

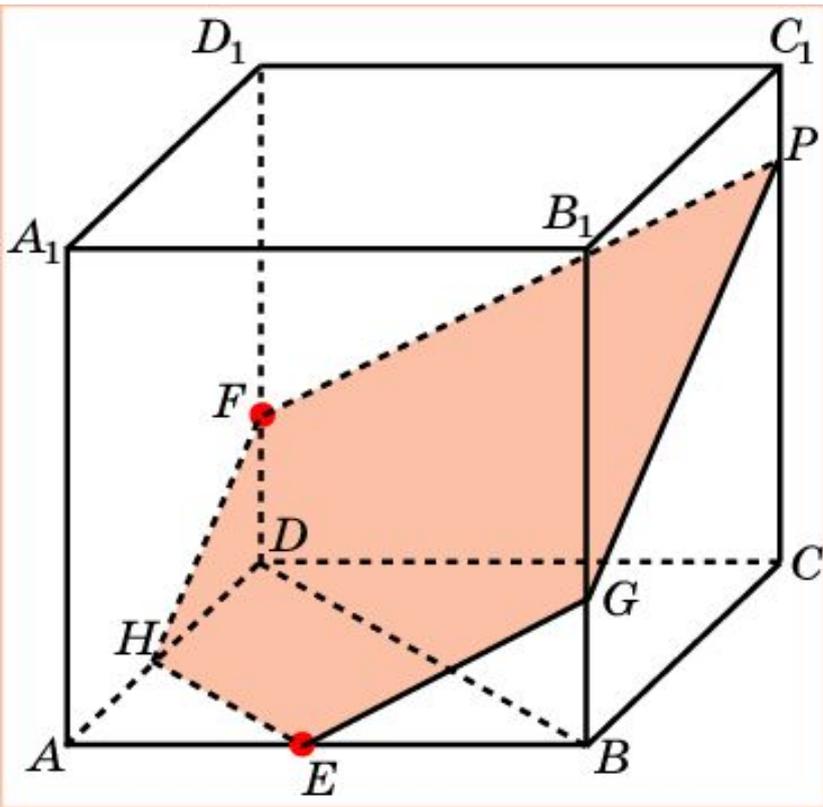
обозначим  $R$ ,  $S$  их точки пересечения с  $AA_1$  и  $CC_1$ .

Проведем прямые  $SU$ ,  $UV$  и  $RV$ , параллельные  $PR$ ,  $PQ$  и  $QS$ .

Полученный шестиугольник  $RPQSUV$  будет искомым сечением.

## Упражнение 6

Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки  $E$ ,  $F$ , лежащие на ребрах куба, параллельно диагонали  $BD$ .



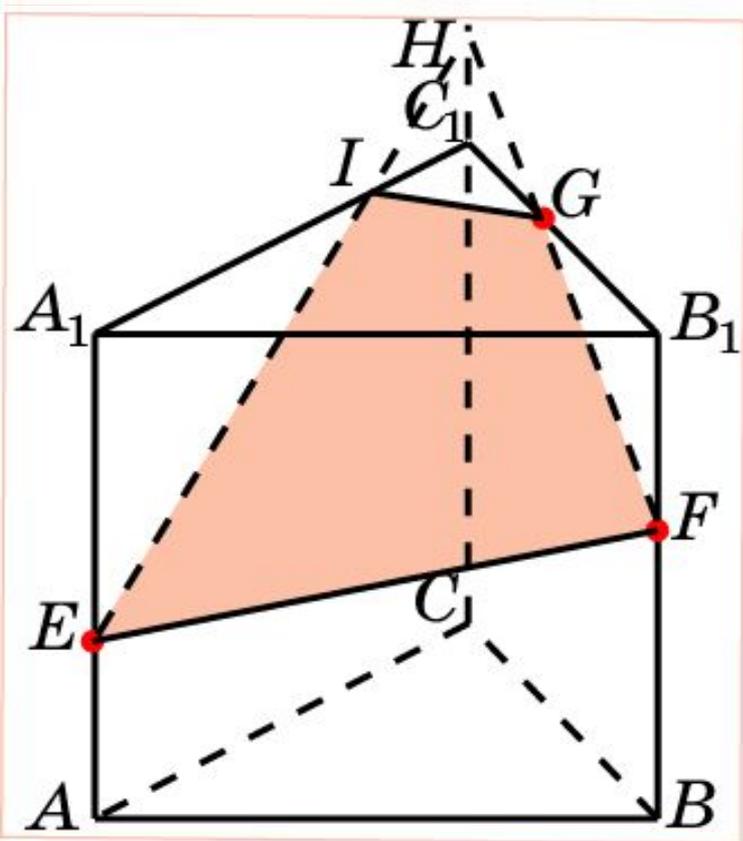
**Решение.** Проведем прямые  $FG$  и  $EH$ , параллельные  $BD$ .

Проведем прямую  $FP$ , параллельную  $EG$ , и соединим точки  $P$  и  $G$ .

Соединим точки  $E$  и  $G$ ,  $F$  и  $H$ .

Полученный пятиугольник  $EGPFH$  будет искомым сечением.

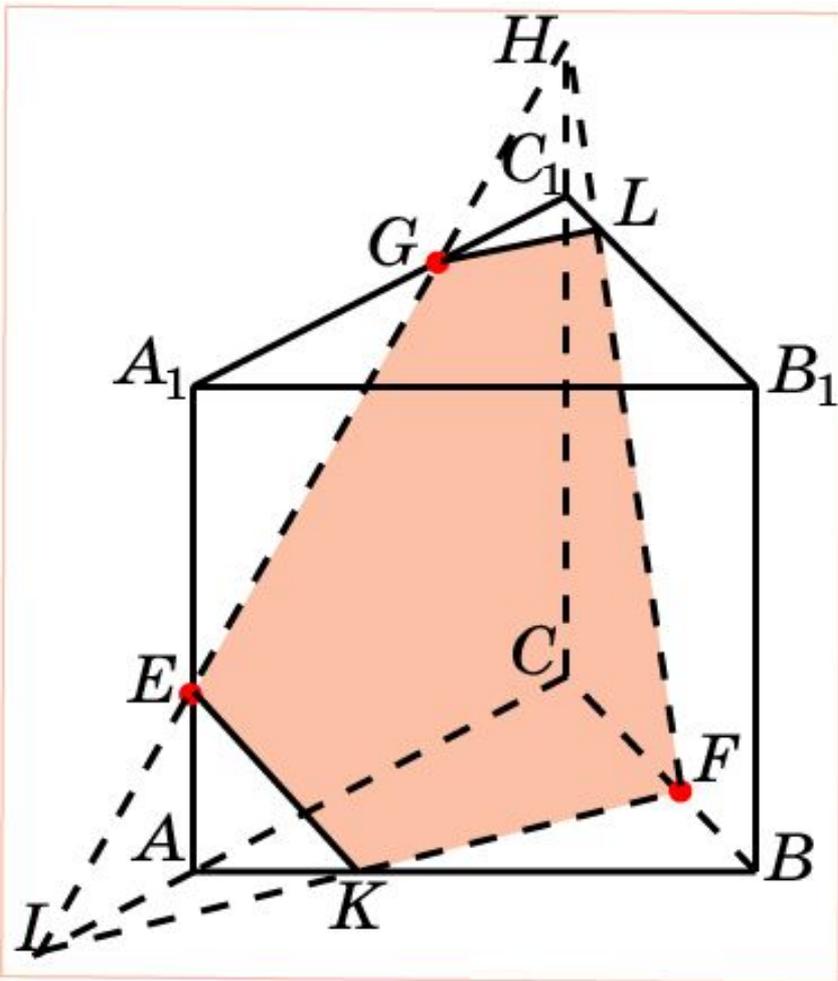
Постройте сечение призмы  $ABCA_1B_1C_1$  плоскостью, проходящей через точки  $E, F, G$ .



**Решение.** Соединим точки  $E$  и  $F$ .  
Проведем прямую  $FG$  и ее точку пересечения с  $CC_1$  обозначим  $H$ .  
Проведем прямую  $EH$  и ее точку пересечения с  $A_1C_1$  обозначим  $I$ .  
Соединим точки  $I$  и  $G$ .

Полученный четырехугольник  $EFGI$  будет искомым сечением.

Постройте сечение призмы  $ABCA_1B_1C_1$  плоскостью, проходящей через точки  $E, F, G$ .



**Решение.** Проведем прямую  $EG$  и обозначим  $H$  и  $I$  ее точки пересечения с  $CC_1$  и  $AC$ .

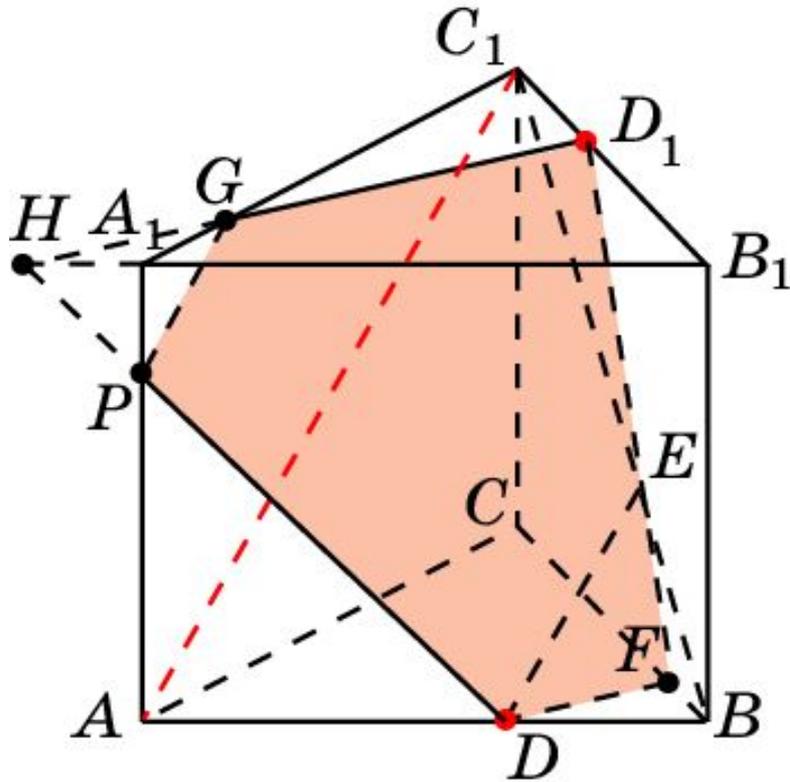
Проведем прямую  $IF$  и ее точку пересечения с  $AB$  обозначим  $K$ .

Проведем прямую  $FH$  и ее точку пересечения с  $B_1C_1$  обозначим  $L$ .

Соединим точки  $E$  и  $K$ ,  $G$  и  $L$ .

Полученный пятиугольник  $EKFLG$  будет искомым сечением.

Постройте сечение призмы  $ABC A_1 B_1 C_1$  плоскостью, параллельной  $AC_1$ , проходящей через точки  $D$  и  $D_1$ .



**Решение.** Через точку  $D$  проведем прямую параллельную  $AC_1$  и обозначим  $E$  ее точку пересечения с прямой  $BC_1$ . Эта точка будет принадлежать плоскости грани  $ADD_1A_1$ .

Проведем прямую  $DE$  и обозначим  $F$  ее точку пересечения с ребром  $BC$ .

Соединим отрезком точки  $F$  и  $D$ .

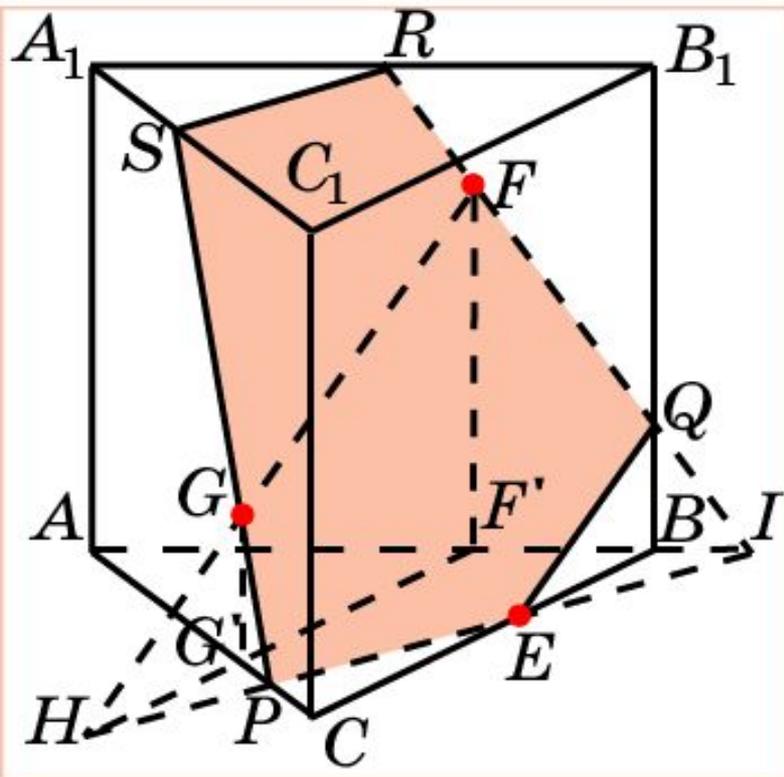
Через точку  $D$  проведем прямую параллельную прямой  $FD$  и обозначим  $G$  точку ее пересечения с ребром  $A_1C_1$ ,  $H$  – точку ее пересечения с прямой  $A_1B_1$ .

Проведем прямую  $DH$  и обозначим  $P$  ее точку пересечения с ребром  $AA_1$ .

Соединим отрезком точки  $P$  и  $G$ .

Полученный четырехугольник  $EFGH$  будет искомым сечением.

Построить сечение призмы  $ABCA_1B_1C_1$  плоскостью, проходящей через точки  $E$  на ребре  $BC$ ,  $F$  на грани  $ABB_1A_1$  и  $G$  на грани  $ACC_1A_1$ .



**Решение.** Проведем прямую  $GF$  и найдем точку  $H$  ее пересечения с плоскостью  $ABC$ .

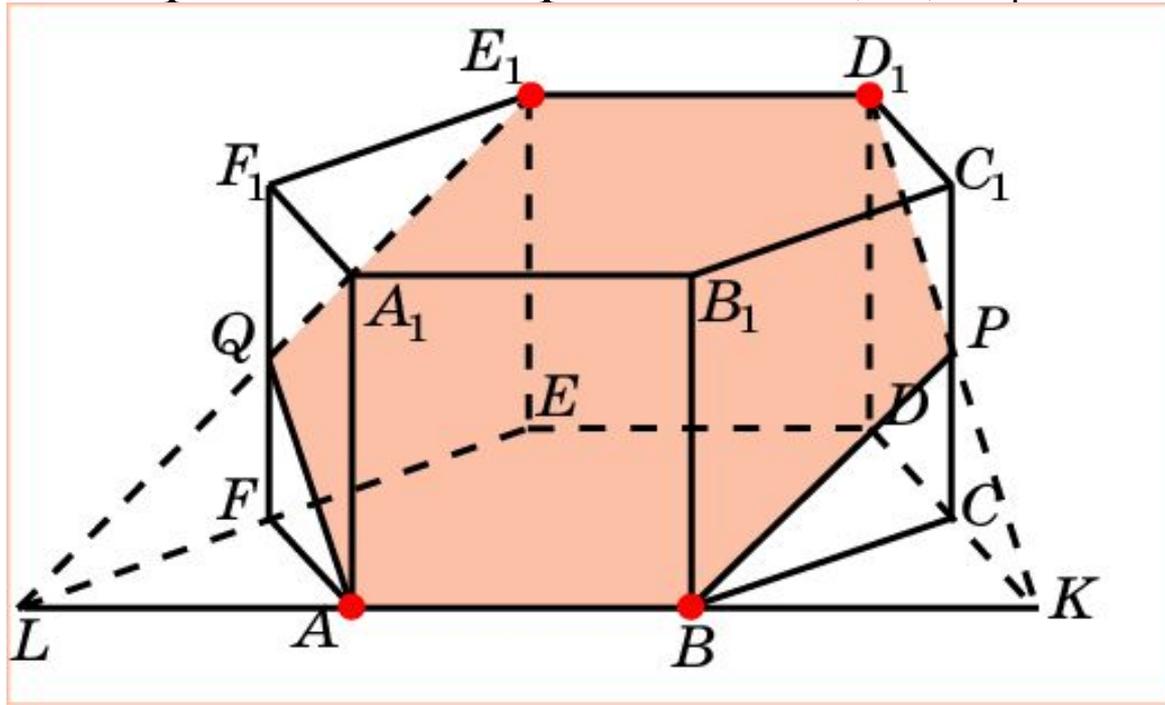
Проведем прямую  $EH$ , и обозначим  $P$  и  $I$  ее точки пересечения с  $AC$  и  $AB$ .

Проведем прямые  $PG$  и  $IF$ , и обозначим  $S$ ,  $R$  и  $Q$  их точки пересечения с  $A_1C_1$ ,  $A_1B_1$  и  $BB_1$ .

Соединим точки  $E$  и  $Q$ ,  $S$  и  $R$ .

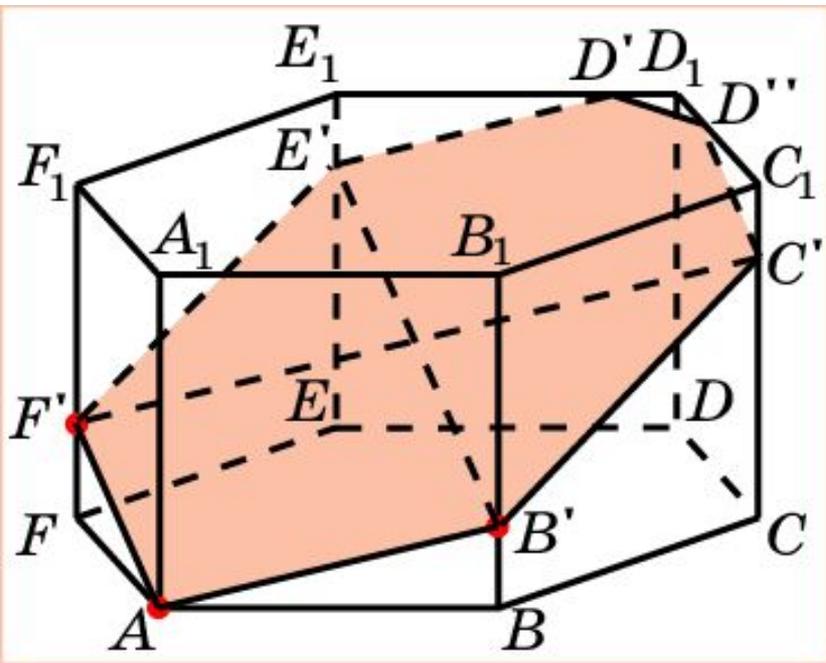
Полученный пятиугольник  $EQRSP$  будет искомым сечением.

Построить сечение правильной шестиугольной призмы плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $B$ ,  $D_1$ .



**Решение.** Заметим, что сечение будет проходить через точку  $E_1$ .  
Проведем прямую  $AB$  и найдем ее точки пересечения  $K$  и  $L$  с прямыми  $CD$  и  $FE$ .  
Проведем прямые  $KD_1$ ,  $LE_1$  и найдем их точки пересечения  $P$ ,  $Q$  с прямыми  $CC_1$  и  $FF_1$ .  
Шестиугольник  $ABPD_1E_1Q$  будет искомым сечением.

Построить сечение правильной шестиугольной призмы плоскостью, проходящей через точки  $A, B', F'$ .



**Решение.** Проведем отрезки  $AB'$  и  $AF'$ .

Через точку  $B'$  проведем прямую, параллельную  $AF'$ , и ее точку пересечения с  $EE_1$  обозначим  $E'$ .

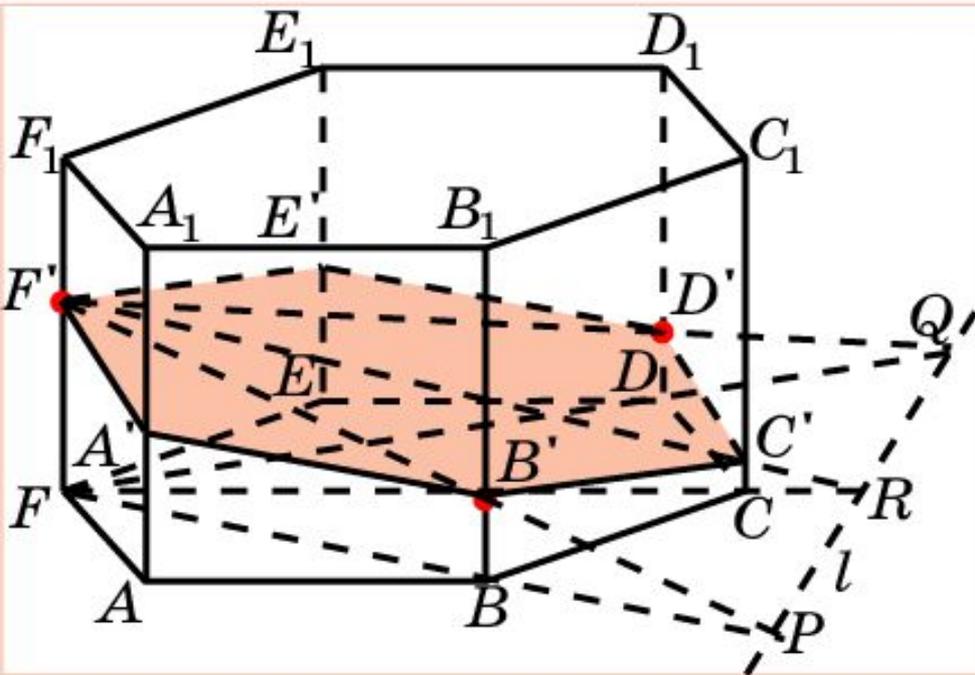
Через точку  $F'$  проведем прямую, параллельную  $AB'$ , и ее точку пересечения с  $CC_1$  обозначим  $C'$ .

Через точки  $E'$  и  $C'$  проведем прямые, параллельные  $AB'$  и  $AF'$ , и их точки пересечения с  $D_1E_1$  и  $C_1D_1$  обозначим  $D', D''$ .

Соединим точки  $B', C'; D', D''; F', E'$ .

Полученный семиугольник  $AB'C'D''D'E'F'$  будет искомым сечением.

Построить сечение правильной шестиугольной призмы плоскостью, проходящей через точки  $F'$ ,  $B'$ ,  $D'$ .



**Решение.** Проведем прямые  $F'B'$  и  $F'D'$ , и найдем их точки пересечения  $P$  и  $Q$  с плоскостью  $ABC$ .

Проведем прямую  $PQ$ .

Обозначим  $R$  точку пересечения  $PQ$  и  $FC$ .

Точку пересечения  $F'R$  и  $CC_1$  обозначим  $C'$ .

Соединим точки  $B'$ ,  $C'$  и  $C'$ ,  $D'$ .

Через точку  $F'$  проведем прямые, параллельные  $C'D'$  и  $B'C'$ , и их точки пересечения с  $AA_1$  и  $EE_1$  обозначим  $A'$  и  $E'$ .

Соединим точки  $A'$ ,  $B'$  и  $E'$ ,  $D'$ .

Полученный шестиугольник  $A'B'C'D'E'F'$  будет искомым сечением.