

Комбинаторные задачи

Выполнила Петренко Н.В., учитель математики ,
МБОУ СОШ №7, ст.Воронежская, Усть-Лабинского
района



Виды соединений

Сочетания

Перестановки

Размещения



Сочетания

- **Сочетанием** из n элементов по m называется m -элементное подмножество некоторого n -элементного множества

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}$$





Сколькими способами можно составить букет из 3 цветов, если в вашем распоряжении 5 цветов: мак, роза, тюльпан, лилия, гвоздика?



Решение

Основное множество:

{мак, роза, тюльпан, лилия, гвоздика}

$n=5$

Соединение – букет из трех цветов.

$m=3$

Важен ли порядок?

нет

$$C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!3!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10(\text{букетов})$$



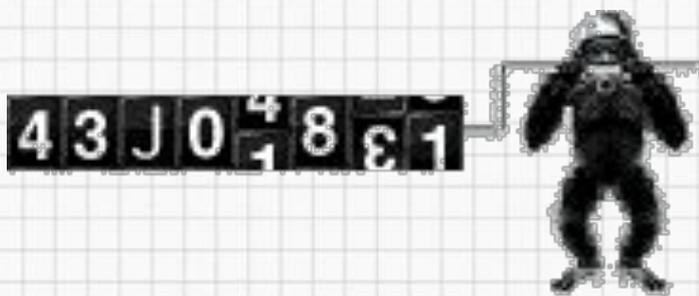
Размещение

- **Размещением** из n элементов по m называется последовательность, состоящая из m различных элементов некоторого n -элементного множества

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$



- Сколько существует двузначных чисел, в которых цифра десятков и цифра единиц различны и нечетны?



Решение

Основное множество:

{1, 3, 5, 7, 9}- нечетные цифры

$n=5$

Соединение – двузначное число.

$m=2$

Важен ли порядок?

13 и 31 – разные числа,

значит порядок важен.-

последовательность-размещение


$$A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = 4 \cdot 5 = 20(\text{чисел})$$

Перестановки

- **Перестановкой** из n элементов называется последовательность, состоящая из всех элементов некоторого n -элементного множества, причем число элементов этой последовательности равно n .

$$P_n = n!$$



- В расписании сессии три экзамена (история, геометрия, алгебра). Сколько может быть вариантов расписаний?



Решение

Основное множество:

{история, алгебра, геометрия}

$$n=3$$

Соединение – вариант расписания сессии.

Важен ли порядок?

Порядок важен – это размещение

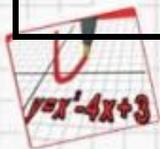
«из трех по три» - перестановка из трех элементов

$$P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6 (\text{вариантов})$$



Сходства и различия

Признаки	$P_n = n!$	$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}$	$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$
Порядок следования элементов	+	-	+
Состав элементов	-	+	+



Правило суммы

- Если некоторый объект A может быть выбран из совокупности объектов m способами, а другой объект B может быть выбран n способами, то выбрать объект A или объект B можно выбрать $(m+n)$ способами.



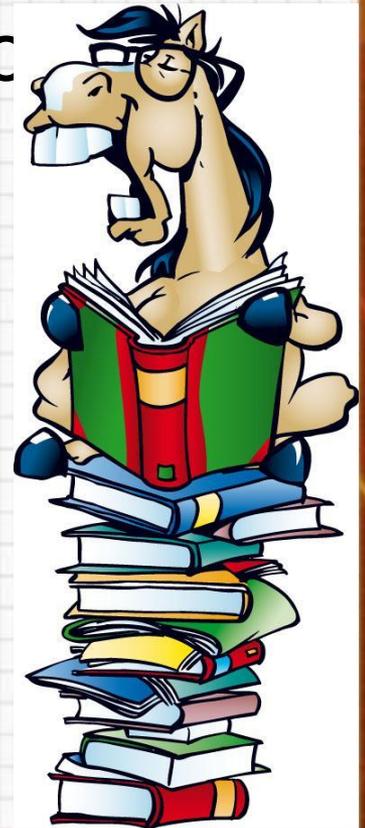
Правило умножения

- Если некоторый объект A может быть выбран из совокупности объектов m способами, и после такого выбора объект B может быть выбран n способами, то пару объектов A и B в указанном порядке можно выбрать $(m \cdot n)$ способами.



Задача

- Сколькими способами можно собрать 3 бандероли с равным количеством книг, если есть 9 книг различных авторов



Решение

Основное множество:

{1 книга, 2 книга, ..., 9 книга}

Соединение – бандероль из трех книг \Rightarrow

Проверим, **важен ли порядок:**

{1 книга, 2 книга, 5 книга } и {5 книга, 1 книга, 2 книга } –
одна и та же бандероль \Rightarrow **порядок неважен** \Rightarrow это
подмножество \Rightarrow это сочетание «по три»

Учтем, что после того, как соберут первую бандероль («объект А»), останется 6 книг (для выбора «объекта В»), после чего останется всего три книги.

$$C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 = \frac{9!}{(9-3)!} \cdot \frac{6!}{3!} \cdot 1 = \dots$$



Среди перечисленных далее задач, найдите те , в которых требуется найти

№ задачи

- А) размещения;
- Б) перестановки;
- В) сочетания.

Номера выбранных задач и способ нахождения числа комбинаций запишите в таблицу

Вопросы	P_n	A_n^m	C_n^m
Формула			
№ задачи			



Задания для тренировки

1. Сколькими способами могут разместиться 4 пассажира в 4-хместной каюте?
2. При встрече 16 человек обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?
3. Сколькими способами можно разместить 6 человек на одной скамейке?
4. Группа учащихся в 30 человек пожелала обменяться своими фотографиями. Сколько фотографий потребовалось для этого?
5. Учащиеся школы изучают 10 различных предметов. Сколькими способами можно составить расписание уроков на один день, чтобы при этом было 5 различных предметов, и чтобы каждый предмет занимал 1 урок?
6. Анаграммой называется слово (даже не имеющее смысла), составленное из всех букв данного слова, причем каждая буква повторяется столько раз, сколько раз она входит в данное слово. Сколько анаграмм можно сделать из слова «журнал».
7. Сколько бригад по 5 человек в каждой можно составить из 12 человек для отправки на особое задание?



8. Сколькими различными способами можно избрать из 15 человек делегацию в составе 3 человек для переговоров с администрацией для сохранения зарплаты?
9. Сколькими различными способами собрание, состоящее из 40 человек, может выбрать из своей среды председателя, его заместителя и секретаря?
10. Сколько прямых можно провести через 8 точек, из которых никакие 3 не лежат на одной прямой?
11. Сколько различных пятизначных чисел можно написать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (без повторений)?
12. Определить число диагоналей 5-тиугольника.
13. Из ящика, где находятся 15 шаров, пронумерованных последовательно от 1 до 15, вынимают три шара. Определить число возможных комбинаций номеров при этом.
14. Сколько различных плоскостей можно провести через 10 точек, если никакие три из них не лежат на одной прямой и никакие 4 точки не лежат в одной плоскости? Нет ли лишних данных в этой задаче?
15. Сколькими различными способами можно положить в 2 кармана 7 монет различного достоинства?



Домашнее задание

- Решить предложенные задачи, используя соответствующие формулы
- Задачник



Методическая и школьная литература:

- Виленкин Н.Я. и др. Алгебра и математический анализ для 11 класса: Учеб. пособие для учащихся шк. И классов с углубл. изуч. Математики / Н.Я.Виленкин., О.С.Ивашев-Мусатов, С.И.Шварцбурд. – М.: Просвещение, 1993. – 288с.
- Макарычев Ю.Н. и др. Алгебра. 9 кл.: Учеб. для шк. и кл. с углубл. изуч. математики. – М.: Мнемозина, 2004. – 439с.
- Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Алгебра: Элементы статистики и теории вероятностей: Учеб. пособие для учащихся 7-9 кл. общеобразоват. учреждений / Под. ред. С.А.Теляковского. – М.: Просвещение, 2003. – 78с.
- Мордкович А.Г., Семенов П.В. События. Вероятности. Статистическая обработка данных: Доп. параграфы к курсу алгебры 7-9 кл. общеобразоват. учреждений. – М.: Мнемозина, 2004. – 112с.
- Решение задач по статистике, комбинаторике и теории вероятностей. 7-9 классы / Авт.-сост. В.Н.Студенецкая. – Волгоград: Учитель, 2005. – 429с.
- Ткачева М.В., Федорова Н.Е. Элементы статистики и вероятность: Учеб. пособие для 7-9 кл. общеобразоват. учреждений. – М.: Просвещение, 2004. – 112с.
- Использован фон, созданный Александровой Зинаидой Васильевной.
<http://infoteka.intergu.ru/query/about.asp?id=37011&r=422371512467264215314080>

