Основы гидродинамического подобия

- ***Гидромеханически подобными*** считаются явления, если в них одинаковы отношения всех геометрических элементов, плотностей и сил, действующих в соответствующих точках и направлениях, т. е. их
  - ***геометрическое,***
  - ***кинематическое***
  - ***и динамическое подобие.***

- ***Геометрически подобными*** называются потоки (в натуре и на модели), у которых линейные размеры $l_н$ и $l_м$, площади $w_{\mathbf{н}}$ и $w_{\mathbf{м}}$ и объемы $W_н$ и $W_м$ находятся в соотношении:

- $$\frac{l_н}{l_м} = M_l$$

  $$\frac{\omega_н}{\omega_м} = M_\omega = M_l^2$$

  $$\frac{W_{\acute{\imath}}}{W_{i}} = \grave{I}_{w} = M_l^3$$

- где M_L – линейный масштаб моделирования, показывающий во сколько раз геометрические линейные размеры изменены по сравнению с натурой.
- Индексами «н» и «м» обозначены величины, относящиеся соответственно к натуре и модели.

- ***Кинематически подобными*** называются потоки, у которых частицы жидкости совершают геометрически подобные перемещения и выполняются соотношения:

$$t_н/t_м=M_t,$$

$$v_н/v_м=M_v,$$

$$a_н/a_м=M_a,$$

- где M_t, M_v, M_a – масштабы моделирования соответственно времени, скорости и ускорения.

- ***Динамически подобными*** будут потоки, для которых соотношения между соответствующими силами, действующими в натуре и на модели, одинаковы, т. е.

- $F_н/F_м=G_н/G_м=T_н/T_м=M_F$,

- где *F, G* и *T* – соответственно силы инерции, тяжести и трения.

- Для движущихся потоков одной из основных сил является сила инерции, которую можно выразить в виде произведения массы на ускорение:
- $F_н/F_м=m_н a_н/m_м a_м=(\rho_н l_н^2 v_н^2)/(\rho_м l_м^2 v_м^2)$,
- $F_н/(\rho_н l_н^2 v_н^2)=F_м/(\rho_м l_м^2 v_м^2)=Ne$.
- Это выражение – общий закон гидромеханического подобия, установленный в 1686 г. И. Ньютоном, который можно сформулировать так:
- в динамически подобных потоках между двумя соответственными силами $F_н$ и $F_м$, должно существовать постоянное соотношение Ne, называемое **критерием Ньютона.**

Критерии подобия

- **Критерии подобия** безразмерные (отвлечённые) числа, составленные из размерных физических параметров, определяющих рассматриваемые физические явления.
- Равенство всех однотипных критериев подобия для двух физических явлений и систем – необходимое и достаточное условие физического подобия этих систем.

Критерий Фруда.

- При моделировании истечения из отверстий, насадков, через водосливы преобладают силы тяжести при пренебрежимо малом влиянии сил поверхностного натяжения и вязкости.
- Из отношения сил инерции и тяжести можно получить Критерий Фруда, или закон гравитационного подобия:
- $$F/G=l^2v^2/l^3=\mathbf{v^2/gl=Fr}.$$
- Следовательно, при преобладании сил тяжести потоки будут подобными, если будут равны числа Фруда для натуры и для модели $Fr_н = Fr_м$. Так как обычно в подобных потоках ускорения силы тяжести $g_н=g_м$, критерий Фруда несколько упростится:
- $$v_н^2/l_н = v_м^2/l_м = Fr.$$

- Переход от модели к натуре в этом случае может быть выполнен по следующим зависимостям
- *для скорости*
  - $v_н^2/v_м^2=l_н/l_м=M_L$
  - или $v_н=v_м\sqrt{M_L}$
- *для расхода*
  - $Q_н/Q_м= v_нw_н/v_мw_м=M_L^2\sqrt{M_L}$
  - или $Q_н=Q_мM_L^2\sqrt{M_L}$
- *для времени*
  - $v_н=l_н/t_н$ и $v_м=l_м/t_м$,
  - $v_н/v_м=l_нt_м/l_мt_н$ и $l_мt_н/l_нt_м = v_м/v_н$
  - $t_н/t_м = v_мl_н/v_нl_м$,
  - $t_н=t_м$.

Критерий Рейнольдса.

- При моделировании движения жидкости в трубах, реках и каналах преобладают силы трения (вязкости), поэтому закон гидромеханического подобия будет представлен в ином виде:
- $F/G = \rho l^2 \mathrm{v}^2/\mu l\,\mathbf{v}$ $\mathbf{= vl/\nu = Re.}$
- Следовательно, при преобладании силы трения потоки будут подобными, если критерий Рейнольдса для обоих потоков одинаков, т.е.
- и $Re_н = Re_м$ или $\mathrm{v}_н l_н/\nu_н = \mathrm{v}_м l_м/\nu_м$.
- Переход от модели к натуре в этом случае может быть выполнен по следующим формулам при
  - $\nu_н = \nu_м$:
  - $\mathrm{v}_н = \mathrm{v}_м/M_l$,
  - $Q_н = Q_м M_l$,
  - $t_н = t_м M_l^2$.

Приведем также названия и обозначения некоторых безразмерных комплексов отражающих:

- силы поверхностного натяжения – число Вебера $We=v^2l\rho/s$;
- силы давления – число Эйлера $Eu=P/\ v\rho;$
- силы упругих деформаций – число Коши $Ca=\ v^2\rho/E_{ж}$ (представляет собой отношение скорости потока к скорости звука в данной жидкости и имеет значение если они сопоставимы;
- силы сжимаемости – число Маха $Ma=v/a$ (а – скорость звука в той же точке газа);
- турбулентность (связь между размахами пульсаций в потоке) – число Кармана $Ka=v'/v$;
- силы инерции при неустановившемся движении – число Струхаля $St=vt/l$ и др.

π-теорема

- Движение жидкости характеризуется уравнением из пяти параметров *(К=5)*, выбранных на основе логических рассуждений о главных факторах влияющих на процесс движения в определенных условиях:

К=5

  - $f(l, t, \rho, g, \nu)=0.$
- Рассмотрим размерности этих параметров, выбрав за основные
  - длину *(L)*,
  - время *(T)*
  - и массу *(M)*, т.е. всего три величины (*m=3)*:
- $l\ [L],\ t\ [T],\ \rho\ [M/L^3],\ g\ [L/T^2],\ \nu\ [L^2/T].$
- В соответствии π-теоремой функциональную зависимость можно выразить безразмерными комплексами в количестве (*К–3*), где *К* – число параметров

  уравнения□□, самих величин должно быть *(m+1)*.
- Для рассматриваемого случая (*К–3) = (5–3) =2*, т. е. получается два π−□комплекса, имеющих следующую структуру:

$$\pi_1 = l^{X1}\, t^{Y1}\, \rho^{Z1}\, g,$$
$$\pi_2 = l^{X2}\, t^{Y2}\, \rho^{Z2}\, \nu.$$

$$\pi_1 = l^{X1}\ t^{Y1}\ \rho^{Z1} g,$$
$$\pi_2 = l^{X2}\ t^{Y2}\ \rho^{Z2} \nu.$$

- С учетом размерностей для каждого π можем записать:
- $\pi_1 = [L]^{X1}\ [T]^{Y1}\ [M/L^3]^{Z1} [L/T^2]$,
- $\pi_2 = [L]^{X2}\ [T]^{Y2}\ [M/L^3]^{Z2} [L^2/T]$.

- После компоновки уравнения преобразуются к виду
- $\pi_1 = L^{X1-3Z+1}\ T^{Y1-2}\ M^{Z1}$,
- $\pi_2 = L^{X1-3Z+2}\ T^{Y2-1} M^{Z2}$,

- чтобы обеспечить нулевую размерность для двух π-комплексов, приравниваем показатели степени при каждой величине L, T, M к нулю и получаем системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &X_1-3Z_1+1=0\\ &Y_1-2=0\\ &Z_1=0\end{aligned}\right\}\text{для } \pi_1$$

$$\left.\begin{aligned} &X_2-3Z_2+2=0\\ &Y_2-1=0\\ &Z_2=0\end{aligned}\right\}\text{для } \pi_2$$

- Решая каждую из двух систем, находим значения степени для параметров
- π_1 -комплекса: $x = -1,\ y = 2,\ z = 0;$

$f(Fr, Re) = 0.$

- π_2 -комплекса: $x = -2,\ y = 1,\ z = 0.$

- Далее определяем структуру комплексов:

$$\pi_1 = g t^2 / l = g\,l / v^2 = 1/Fr,$$
$$\pi_2 = t\,\nu / l^2 = \nu / v l = 1/Re,$$

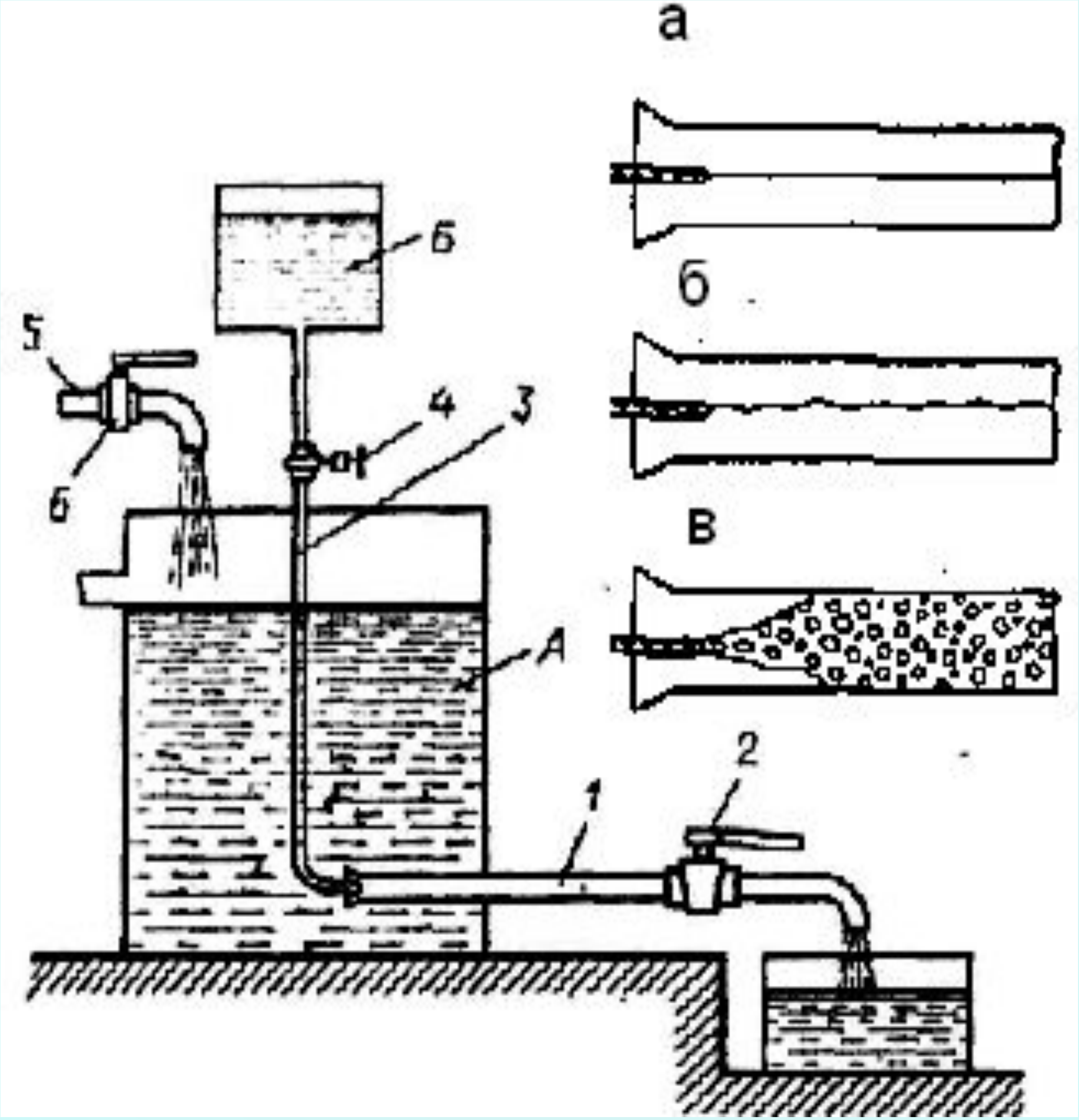
Записываем общий вид критериального уравнения движения вязкой жидкости

$$f(Fr, Re) = 0.$$

Режимы движения жидкости

- Существует два режима движения жидкости: **ламинарный и турбулентный.**
- ***Ламинарное движение*** (от лат. *lamina* – пластинка), упорядоченное течение жидкости или газа, при котором жидкость (газ) перемещается слоями, параллельными направлению течения.
- ***Турбулентное движение*** (от лат. *turbulentus* – бурный, беспорядочный), форма течения жидкости или газа, при которой их элементы совершают неупорядоченные, неустановившиеся движения по сложным траекториям, что приводит к интенсивному перемешиванию между слоями движущихся жидкости или газа.

Опыты Рейнольдса



- Опыты Рейнольдса показали, что переход от ламинарного типа движения жидкости к турбулентному происходит при определенной скорости, которую называют *критической*.

- $\mathbf{v_{кр}} = \boldsymbol{Re_{кр}\ \nu/d}$.

- Чаще всего это выражение записывают следующим образом:

- $\boldsymbol{Re_{кр} = d\, \mathrm{v}_{кр} / \nu}$,

- где $Re_{кр}$ – безразмерное число Рейнольдса

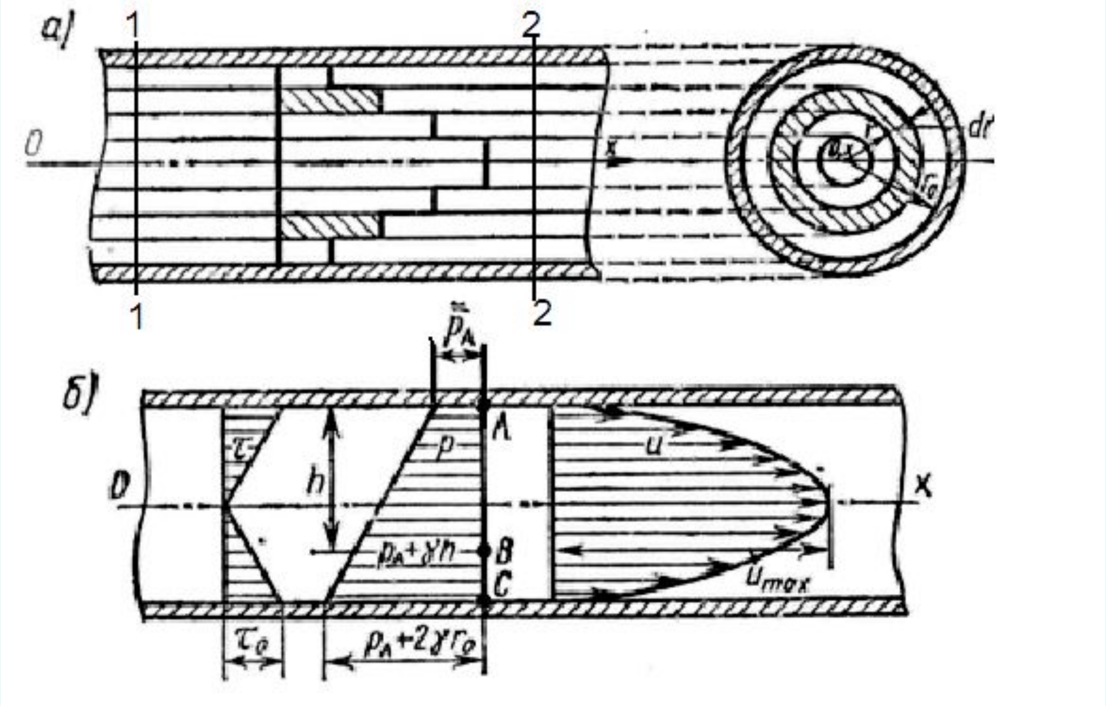
- Число Рейнольдса, при котором ламинарный режим движения жидкости переходит в турбулентный, называют **критическим** и обозначают $Re_{кр}$.

- Опытами установлено, что переход ламинарного режима в турбулентный происходит при $Re_{кр} = 2320$.
- **Следовательно, движение в трубах при $Re<2320$ будет ламинарным, а при $Re>2320$ – турбулентным.**

- При безнапорном движении жидкости и для труб некруглого поперечного сечения число Рейнольдса определяют не через диаметр трубы, а через гидравлический радиус по формуле:
  - $$Re = vR/\nu$$
- где $R= d_э/4$, т. е. критическое число Рейнольдса будет в 4 раза меньше, чем при движении в трубах.
- **Следовательно, при безнапорном движении жидкости при $Re_{кр} <580$ будет иметь место ламинарный режим, а при $Re_{кр} >580$ – турбулентный.**

Скорости течения жидкости при ламинарном и турбулентном движении

- Определим **закон распределения скоростей в живом сечении потока при ламинарном режиме**. Выделим объем жидкости в виде цилиндра радиусом *r* и длиной *l* и составим уравнение равновесия всех действующих сил:
- $$\pi r^2(P_1 - P_2) = -2\pi r l\tau = -2\pi r l\,\mu du/dr,$$
- где $\pi r^2(P_1 - P_2)$ – разность сил давления в сечениях 1 и 2; $-2\pi r l \mu du/dr$ – сила трения на боковой поверхности цилиндра.



- При равномерном движении жидкости все живые сечения по длине потока одинаковы как по форме, так и по размерам, и скорости в соответственных точках живых сечений также одинаковы. Таким образом, скорость является функцией исключительно одного радиуса:

- $$du = -(P_1 - P_2) r\, dr / 2l\mu$$

- Т.к. $I = (P_1 - P_2)/\gamma l = h_w / l$ получим

- $$du = -\gamma I\, r\, dr / 2\mu.$$

- Интегрируя по сечению трубы от $r=r$ до $r=r_0$ получим:

- $$u = -\gamma I r^2 / 4\mu + C,$$

- учитывая, что при $r=r_o$ скорость $u=0$, тогда

- $$C = \gamma I r_0^2 / 4\mu, \;,$$

- получим закон распределения скоростей в живом сечении потока:

- $$u = \gamma I (r_0^2 - r^2)/4\mu.$$

- *Для центральной струйки при r = 0:*

$$u_{max}=\gamma\, I\, r_0^2/4\mu=\gamma\, I\, d^2/16\mu\ .$$

- *Расход жидкости через трубу при ламинарном движении численно равен объему параболоида скорости ($W=1/2*\pi r_0^2 h$) и определяется из выражения*

$$Q=1/2\ \pi r_0^2 h(P_1-P_2)\ r_0^2/4\mu l=(P_1-P_2)\ \pi\ r_0^4/8\mu l,$$

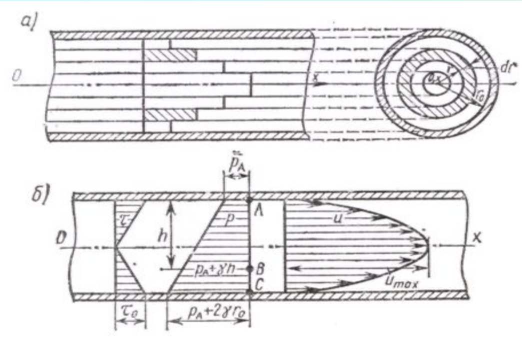
- *отсюда средняя скорость*

$$v=Q\ /(\pi\ r_0^2)=\gamma\ I\ r_0^2/8\mu\ ,$$

- *а соотношение между максимальной и средней скоростью*

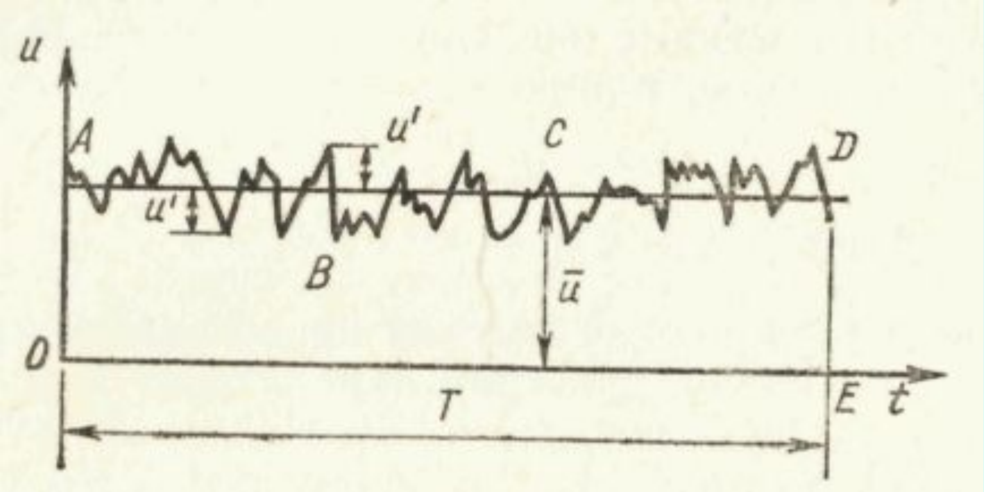
$$u_{max}/v=2.$$

- *Отсюда закон распределения скоростей может быть записан таким образом:*

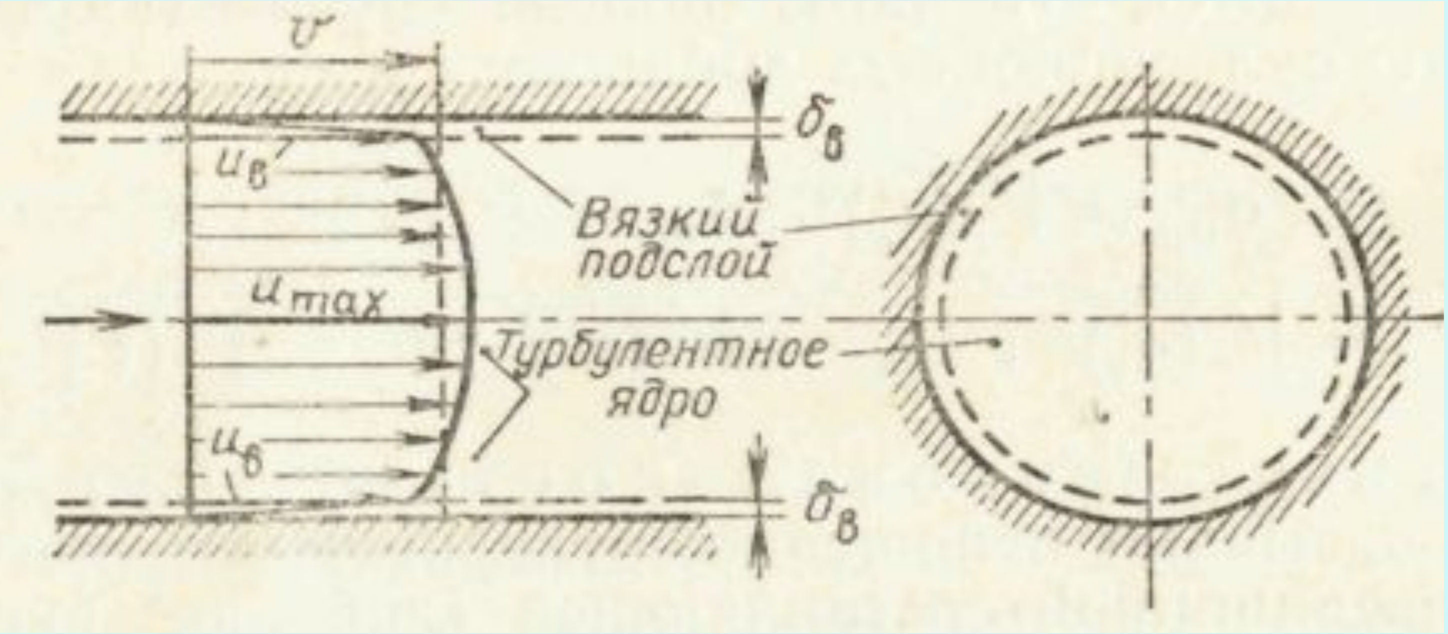


$$u=2v(1-(r/r_0)^2).$$

- Турбулентный режим движения жидкости характеризуется беспорядочным движением частиц по произвольным траекториям и с различной скоростью, причем скорость в любой точке потока непрерывно изменяется как по величине, так и по направлению около некоторого среднего значения. Изменение во времени мгновенной местной скорости (u') называется пульсацией скорости.
- Среднюю по времени скорость называют осредненной местной скоростью, или осредненной скоростью ($\hat{u}$).
- Аналитически связь между осредненной скоростью и мгновенной скоростью может быть выражена зависимостью
- $$\hat{u} = 1/T \int_0^T u' dt$$
- где T – период наблюдений.



Распределение скоростей течения при турбулентном режиме



Гидравлические сопротивления и потери напора при движении жидкости

- Сопротивления, возникающие при движении жидкости, называются ***гидравлическими сопротивлениями.*** На их преодоление тратится некоторая часть удельной энергии движущейся жидкости, которую называют потерей удельной энергии, или потерей напора.
- Все гидравлические сопротивления разделяются на два вида: ***сопротивления по длине потока ($h_л$) или линейные, и местные сопротивления ($h_м$).***

- ***Гидравлические линейные сопротивления*** обусловливаются действием сил трения.
- В чистом виде эти потери возникают в прямых трубах постоянного сечения, т.е. при равномерном движении, и возрастают пропорционально длине трубы. Этот вид трения имеет место не только в шероховатых, но и в гладких трубах.

- ***Местные гидравлические сопротивления*** обусловливаются местными препятствиями потоку жидкости – в виде изгиба трубы, внезапного сужения или расширения русла, при обтекании клапанов, решеток, диафрагм, кранов, которые деформируют обтекающий их поток. При протекании жидкости через местные сопротивления ее скорость изменяется и обычно возникают вихри, т.е. движение неравномерное.

- Общие потери напора при движении жидкости будут равны сумме потерь напора на трение ($h_л$), вызванных гидравлическими сопротивлениями по длине потока и потерь напора на местные сопротивления ($h_м$), т. е.

- $\boldsymbol{h_w = h_л + h_м}$, **(*м*)**

- Все потери напора (и местные, и линейные) выражаются в общем виде формулой **Вейсбаха:**
  - $h_w = \xi\, v^2/2g$

- *Величина коэффициента сопротивления по длине выражается в виде*
  - $\xi_л = \lambda\, l/4R,$

где λ – коэффициент сопротивления трению по длине ,(коэффициент Дарси)

,l – длина рассматриваемого участка

.R– гидравлический радиус

- *Если рассматривать напорное движение в трубах круглого поперечного сечения диаметром d, то так как 4R=d:*
  - $\xi_л = \lambda\, l/d.$

- *Окончательно формула для линейных потерь напора, имеет вид:*

  - $h_л=\lambda \cdot l/4R \cdot v^2/2g$.

- Эта **формула Дарси-Вейбаха** действительна как для ламинарного, так и для турбулентного режима, но расчетные выражения для коэффициента Дарси (λ) будут различными.

- *И в общем виде потери напора выражаются следующей формулой:*

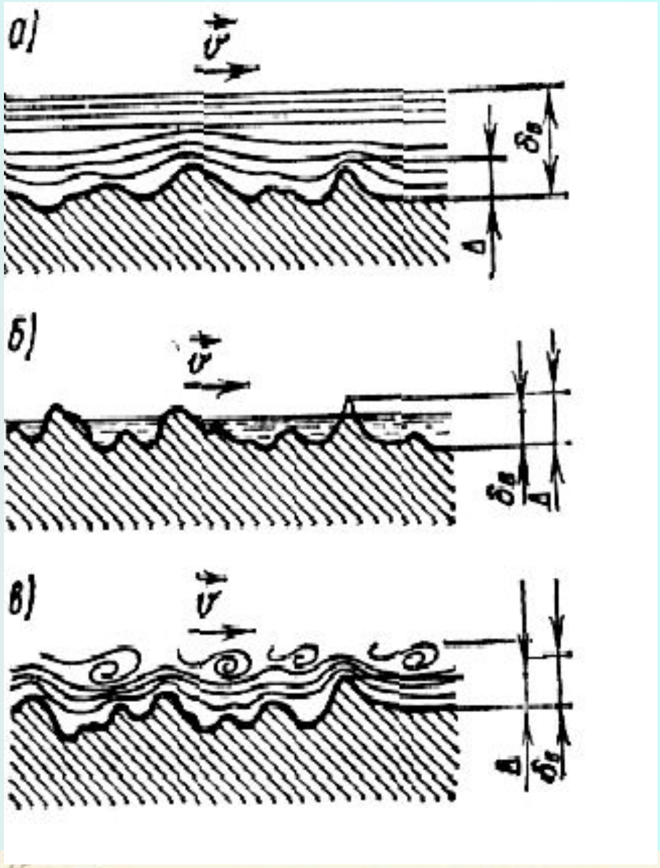
  - $h_w = h_л + h_м = \lambda \cdot l/4R \cdot v^2/2g + \Sigma\xi_м v^2/2g.$

Формулы для определения коэффициента Дарси при ламинарном движении жидкости

- Запишем формулу $v=\gamma I r_0^2/8\mu$ в несколько ином виде, т. е. подставим значения $\gamma=\rho g$, $r_0=d/2$ и $I=h_л/l$, умножим числитель и знаменатель на $v/2$ и решим ее относительно $h_л$:
- $$h_л=32\mu vl/(gd^2),$$
- выполнив замену $\mu/\rho=\nu$ получим:
- $$h_л=32\nu vl/(gd^2).$$
-
- Это формула Пуазейля, в соответствии с ней линейные потери напора прямо пропорциональны скорости в первой степени и не зависят от состояния стенок труб.
- Заменив в формуле Пуазейля $\nu/vd=1/Re$ получим:
- $$h_л=64/Re*l/d*v^2/2g.$$
- Эта формула применяется для определения потерь напора при ламинарном движении жидкости в трубах круглого сечения.
- Обозначив 64/Re через λ получим формулу Дарси-Вейсбаха в окончательном виде
- $$h_л=\lambda*l/d*v^2/2g.$$
- Если трубы имеют некруглое поперечное сечение, то зависимость λ только от числа Рейнольдса сохраняется, но изменяются числовые коэффициенты в числителе. Число Re определяется по формуле
- $$Re=vd_э/\nu,$$
- где $d_э=4R=4w/\chi$.

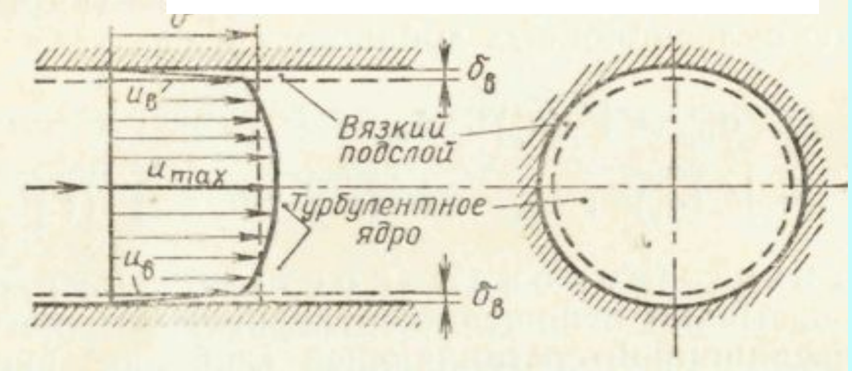
Соотношение толщины ламинарной пленки и выступов шероховатости

- ***Гидравлически гладкими*** называются стенки труб если высота выступов шероховатости Δ меньше, чем толщина ламинарной пленки (**Δ <δв**, рис. а). В этом случае все неровности полностью погружены в ламинарной пленке, жидкость в пределах этой пленки ламинарно обтекает выступы шероховатости. Шероховатость стенок не влияет на характер движения, и соответственно потери напора не зависят от шероховатости.
- ***Гидравлически шероховатыми*** называются стенки когда высота выступов шероховатости превышает толщину ламинарной пленки (**Δ > δв**, рис. в), неровности стенок выходят в пределы турбулентного ядра, поток обтекает выступы с отрывом, сопровождающимся интенсивным перемешиванием частиц. В этом случае потери напора зависят от шероховатости
- В третьем случае, являющемся промежуточным между двумя выше указанными (рис. б) абсолютная высота выступов шероховатости примерно равна толщине ламинарной пленки (**Δ ≈ δв**, рис. б),. В этом случае трубы относятся к ***переходной области сопротивления***.



Толщина ламинарной пленки определяется по формуле:

- $\delta_в \approx 30d/(Re\sqrt{\lambda})$.



- При движении жидкости вдоль одной и той же поверхности с неизменной высотой выступа шероховатости, ***в зависимости от средней скорости (числа Рейнольдса)*** толщина ламинарной пленки может изменяться.

- При увеличении числа Рейнольдса толщина ламинарной пленки уменьшается и **стенка, бывшая гидравлически гладкой, сможет стать шероховатой**, так как высота выступов шероховатости окажется больше толщины ламинарной пленки и шероховатость станет влиять на характер движения и, следовательно, на потери напора.

- ***Влияние выступов с одинаковой высотой Δ будет больше в потоках с меньшими размерами поперечного сечения, чем в потоках с большими размерами.***

- В связи с этим при рассмотрении гидравлических сопротивлений вводится безразмерная величина – **относительная шероховатость** – отношение абсолютного размера высоты выступа шероховатости к какому-либо характерному поперечному размеру живого сечения (радиусу трубы, гидравлическому радиусу, глубине потока) – Δ/r_o, Δ/R, Δ/h.
- Иногда используется обратная величина относительной шероховатости, называемая **относительной гладкостью,** – r_o/Δ, R/Δ, h/Δ.

Экспериментальные исследования коэффициента Дарси при турбулентном движении жидкости и основные формулы для его определения

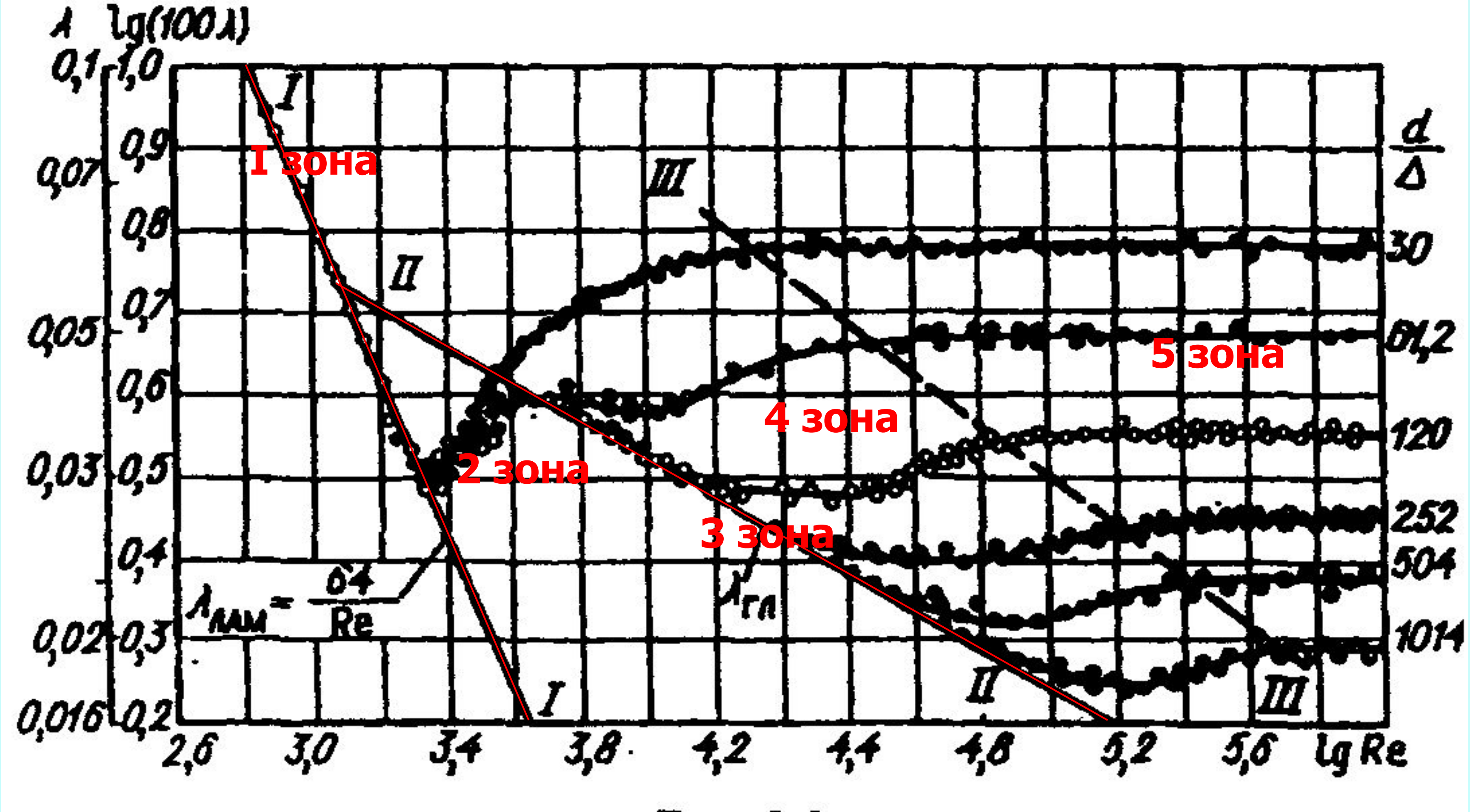
- **Важные исследования в этой области были проведены И. Никурадзе в шероховатых трубах и А.П. Зегжда в прямоугольных лотках (открытые потоки).**
- Стенки труб и лотков имели специально созданную равномерную шероховатость.
- В результате были получены различные значения относительной шероховатости Δ/r_0 для труб и Δ/R для лотков (или относительной гладкости r_0/Δ и R/Δ).
- В опытах определялись ***потери напора, измерялся расход, вычислялись средние скорости и коэффициенты λ.***

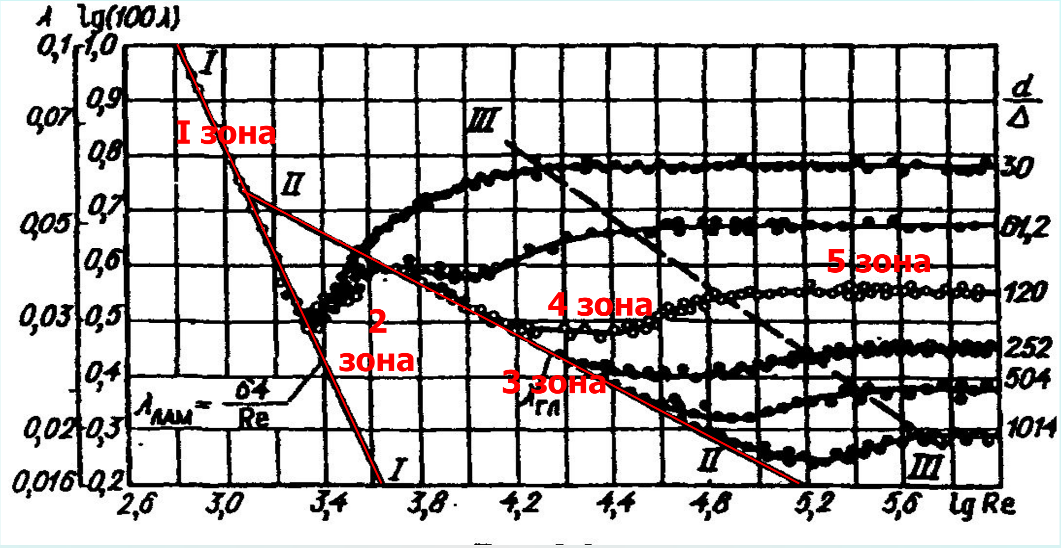
Результаты опытов Никурадзе показаны на рис.

По оси абсцисс отложены значения – *lg Re* и по оси ординат – *lg (100 λ)*.

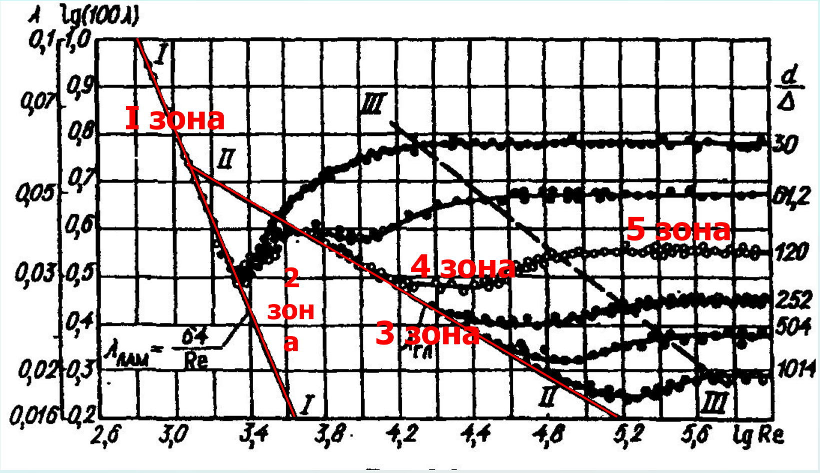
Представление опытных данных в таких координатах позволяет получать по углу наклона прямых (в частности, I и II) показатель степени в зависимости *λ* от *Re*.

Исследования, выполненные Никурадзе, достаточно наглядно свидетельствуют о наличии различных зон (областей) сопротивления при напорном движении в трубах:



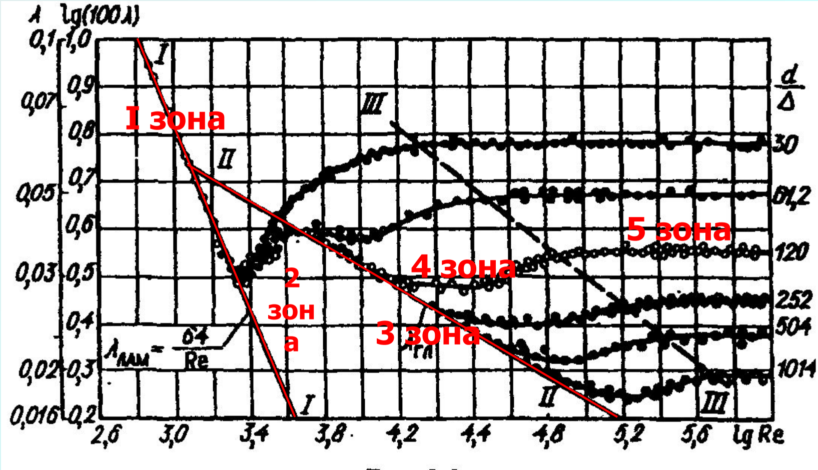


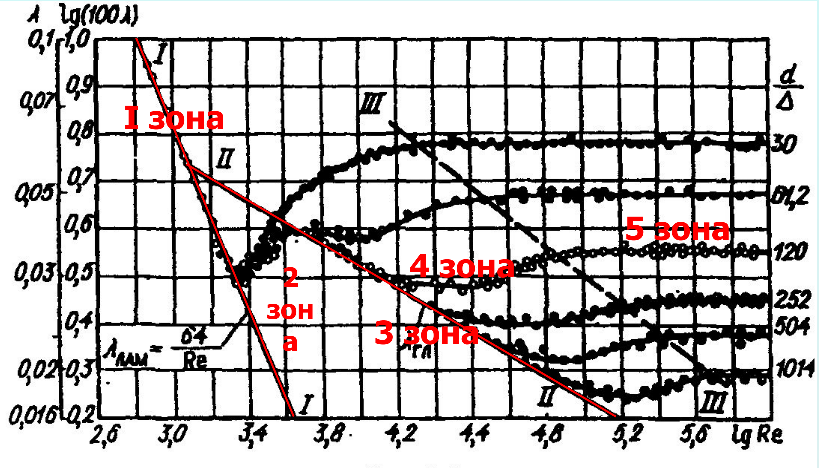
- **I зона** – *ламинарный режим движения* – прямая I $\lambda лам=f(Re)$. Все опытные точки, независимо от шероховатости стенок труб располагаются на прямой, дающей значения $\lambda = 64/Re$, т. е. соответствуют ламинарному режиму движения $Re<Re_{кр.н}$.=2300.



- 2 зона – весьма небольшой диапазон чисел между I и II прямыми при $Re_{кр.н}.<Re<Re_{кр.в}.$, т.е. от ~2300 до ~3000–4000 (*lgRe=3,3–3,6*). Зона является переходом от ламинарного режима к турбулентному, коэффициент λ резко возрастает с увеличением *Re*, но также не зависит от шероховатости $\lambda_{лам\text{-}турб}=f(Re)$.

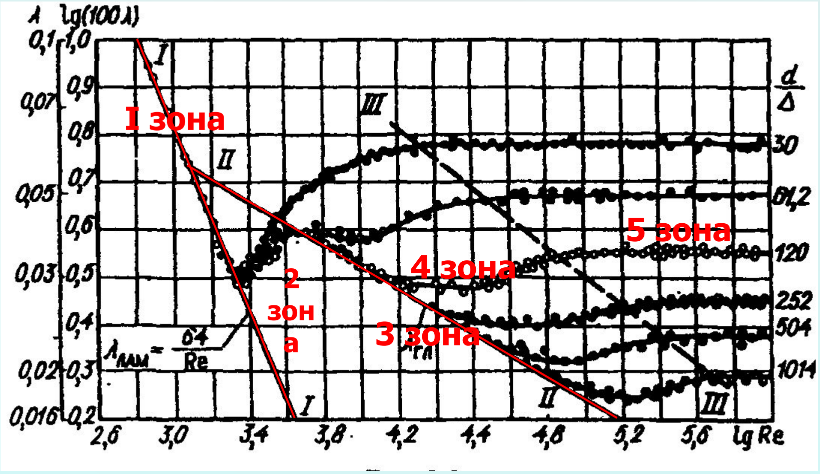
- **3 зона** – прямая II, турбулентный режим движения, *область гидравлически гладких труб*, $\lambda_{гл}=f(Re)$. После завершения перехода к турбулентному режиму движения характер кривых различен в зависимости от значения r_0/Δ.
- При больших относительных шероховатостях $r_0/\Delta=15...36$ кривые зависимости от значения λ от *Re* сразу же пересекают прямую II, соответствующую значениям λ по формуле Блазиуса (приведенной ниже) для гидравлически гладких труб, так как высота выступа шероховатости Δ в этих случаях оказывается больше, чем толщина ламинарной пленки *d*.
- Для труб с меньшими значениями Δ/r_0 в некотором интервале чисел *Re* значения λ расположены вдоль прямой II, причем этот интервал Re тем больше, чем меньше относительная шероховатость (или чем больше относительная гладкость).
- При дальнейшем увеличении Re кривые $\lambda = f(Re)$ удаляются от прямой II. Ориентировочно можно считать что условия существования гладких труб определяются неравенством $Re_{кр.в} \leq Re \leq 10d/\Delta$.



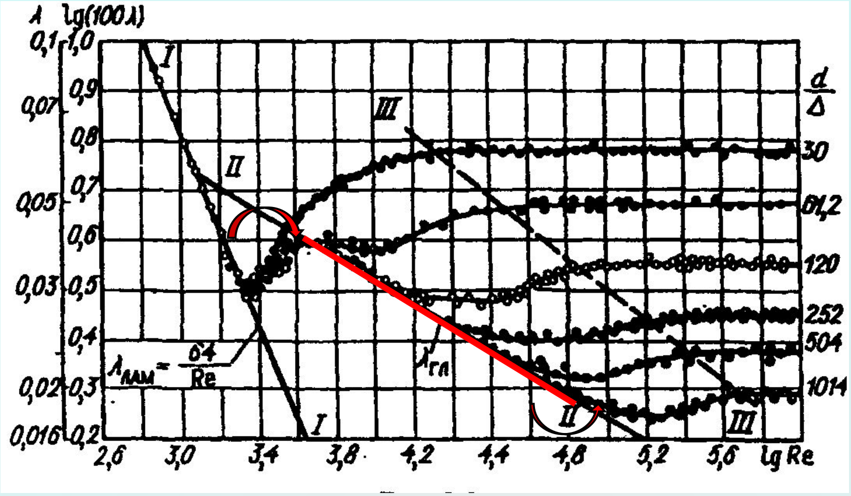


- **4 зона** – *переходная область сопротивления* между областью гидравлически гладких труб и квадратичной, между прямыми II и III, турбулентный режим движения, $\lambda_n = f(Re, \Delta/r_0)$.
- Наклон кривых свидетельствует о связи коэффициента Дарси с числом Re и относительной шероховатостью.
- Вблизи прямой II наибольшее влияние оказывает число Re, а ближе к прямой III увеличиваются выступы шероховатости, уменьшается толщина вязкого подслоя и возрастает роль турбулентного режима движения.
- Границами переходной области можно считать приближенно $10d/\Delta \leq Re \leq 500d/\Delta$.

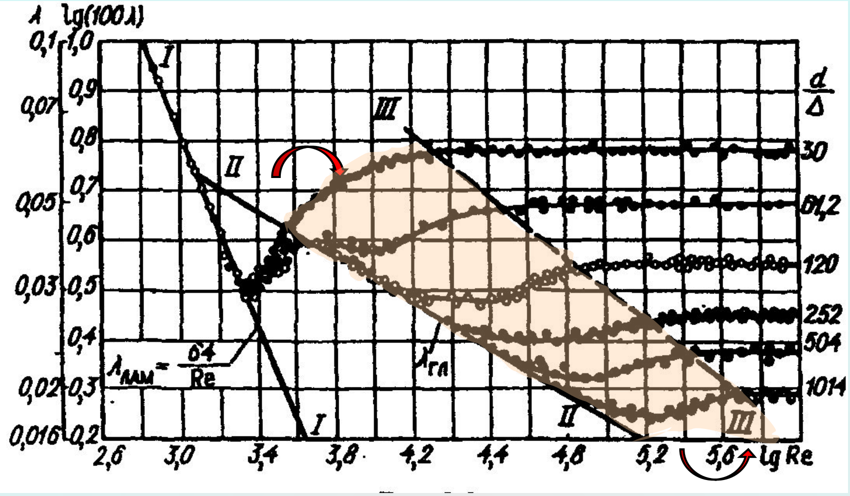
- **5 зона** – ***квадратичная область сопротивления*** – *линии п*равее прямой III (т. е. при числах Re >500 d/ *Δ*) турбулентный режим движения $\lambda_{кв}=f(\Delta/r_0)$.
- При некотором значении *Re*, тем меньшем, чем больше относительная шероховатость, коэффициент *λ* перестает зависеть от чисел Рейнольдса (правее прямой III, обозначающей начало квадратичной области), и начинается квадратичная область сопротивления, в которой <u>потери напора по длине пропорциональны квадрату средней скорости</u>.
- Все прямые линии, соответствующие различной относительной шероховатости, параллельны оси абсцисс, что подтверждает отсутствие связи с числом *Re*.



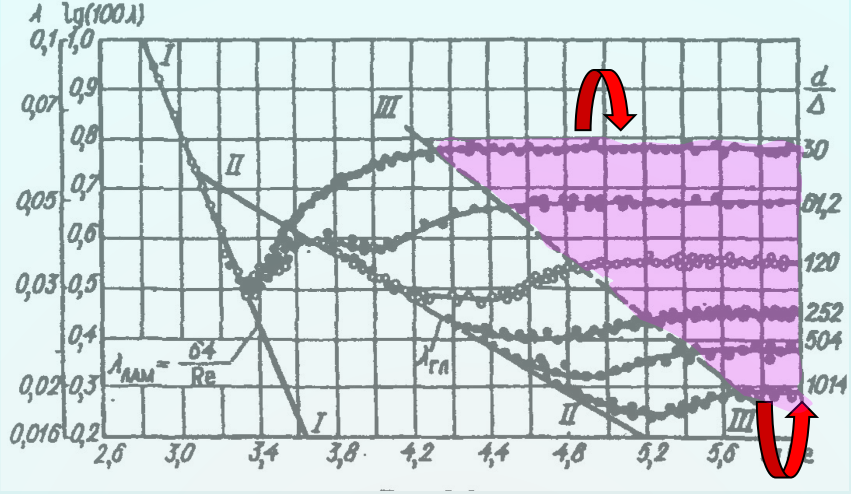
Режим движения		Число Рейнольдса	Определение λ
Ламинарный 1 зона		$Re < 2300$	$\lambda = \frac{64}{Re}$ или $\lambda = \frac{75}{Re}$
Переходный 2 зона		$2300 < Re < 4000$	*Проектирование трубопроводов не рекомендуется*
Турбулентный	1-я область 3 зона	$4000 < Re < 10 \frac{d}{\Delta_э}$	$\lambda_т = \frac{0{,}3164}{Re^{0{,}25}}$ (ф-ла Блазиуса) $\lambda_т = \frac{1}{(1{,}8 \lg Re - 1{,}5)^2}$ (ф-ла Конакова)
	2-я область 4 зона	$10 \frac{d}{\Delta_э} < Re < 560 \frac{d}{\Delta_э}$	$\lambda_т = 0{,}11 \left(\frac{\Delta_э}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0{,}25}$ (ф-ла Альтшуля)
	3-я область 5 зона	$Re > 560 \frac{d}{\Delta_э}$	$\lambda_т = 0{,}11 \left(\frac{\Delta_э}{d} \right)^{0{,}25}$ (ф-ла Альтшуля) $\frac{1}{\sqrt{\lambda_т}} = -2 \lg \left(\frac{\Delta_э}{3{,}71 d} \right)$ (ф-ла Никурадзе)



- ***Формулы для гидравлически гладких труб.*** Одной из первых по времени появления является формула Г. Блазиуса дающая достоверные результаты при $4000 < Re < 10^5$:
  - $\lambda_{кв} = 0,3164/Re^{0,25}$.
- Для более широкого диапазона чисел Рейнольдса (от $Re_{кр}$ до нескольких миллионов) применяется формула П.К. Конакова:
  - $\lambda_{гл} = 1/(1,8 lg\ Re - 1,52)^2$.

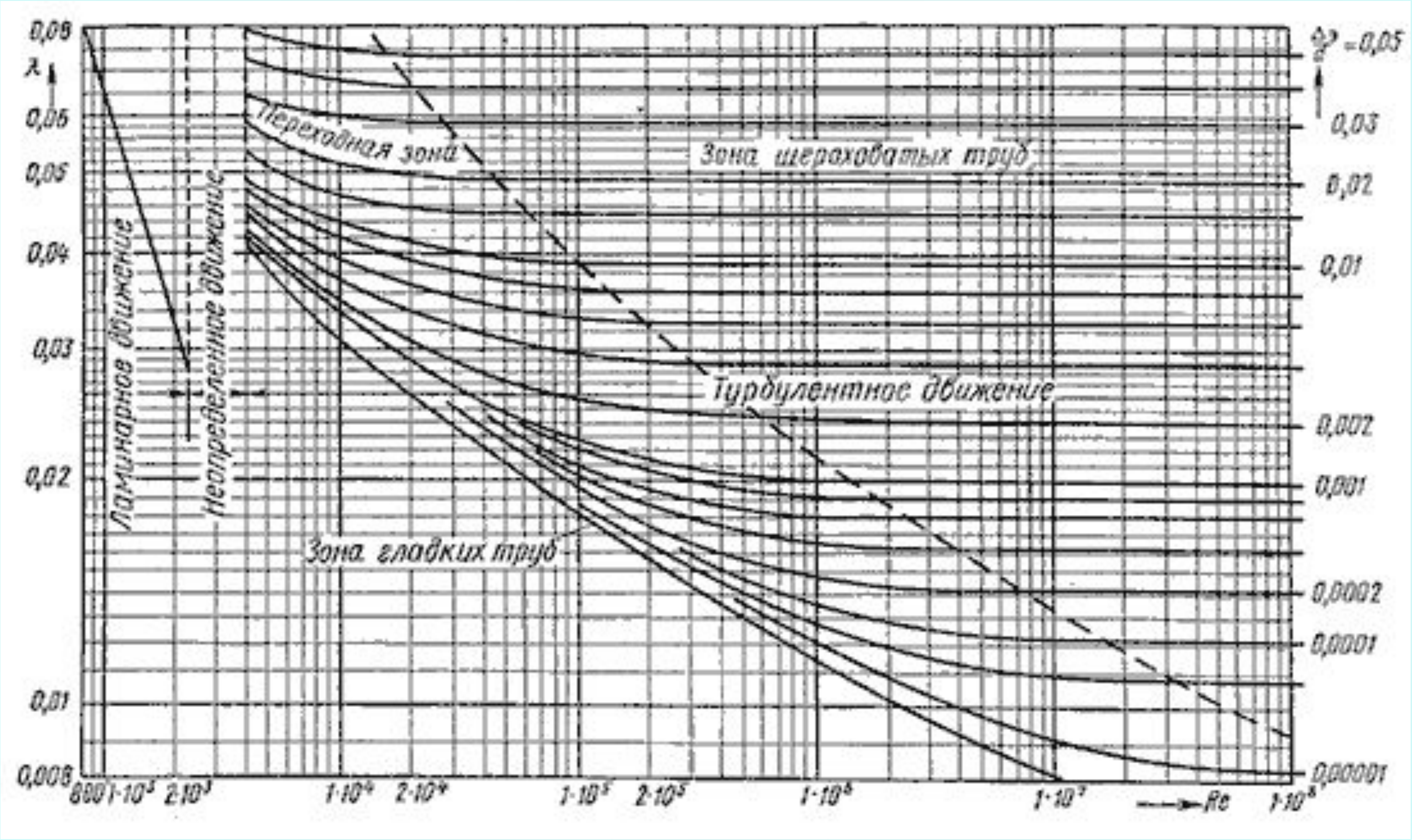


- Из *универсальных* формул, учитывающих влияние на λ числа Рейнольдса и относительной шероховатости, приведем формулу Кольбрука-Уайта:
- $1/\sqrt{\lambda_{ун}} = -2lg(2,51/(Re\sqrt{\lambda}) + 0,27d/\Delta)$,
- и формулу, предложенную А. Д. Альтшулем:
  - $\lambda_{ун} = 0,11(\Delta/d + 68/Re)^{0,25}$.
- Эти формулы действительны для всех однородных ньютоновских жидкостей для любых поверхностей, а не только для выделенной области



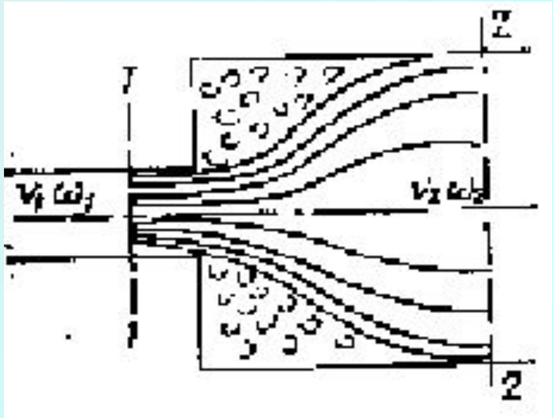
- *В квадратичной области сопротивления* (при Re>500d/Δ) формула для $\lambda_{кв}$ в общем виде представлена следующим образом:
  - $\lambda_{кв} = 1/(a\ lgAR/\Delta)^2$.
- Величина $a=2,3/\sqrt{8x}$ в формуле не зависит от шероховатости стенок, постоянная А зависит от вида шероховатости. По данным опытов Никурадзе для равнозернистой шероховатости А=14,8, х=0,4 тогда а=2.
- Формула Прандтля – Никурадзе имеет вид:
  - $\lambda_{кв} = 0,25/(\ lg3,7d/\Delta)^2$.
- Вполне удовлетворительные результаты получаются также при использовании для гидравлически шероховатых труб формулы Б.Л. Шифринсона:
  - $\lambda_{кв} = 0,11(\Delta/d)^{0,25}$.
- По данным Зегжда, для квадратичной области сопротивления и равнозернистой шероховатости:
  - $\lambda_{кв} = 1/(2lg(11,55R/\ \Delta)^2$.
- Для гидравлически шероховатых стальных, чугунных труб больших диаметров 600÷1200мм (Re>920 000) с учетом их сопротивления в процессе эксплуатации применяются также формулы Ф. А. Шевелева:
  - $\lambda_{кв} = 0,021/Re^{0.3}$ при $v \geq 1,2$ м/с .
  - $\lambda_{кв} = (1,5*10-4/d+1/Re)^{0.3}$ при $v < 1,2$ м/с.

Номограмма Колбрука-Уайта для определения коэффициента гидравлического трения

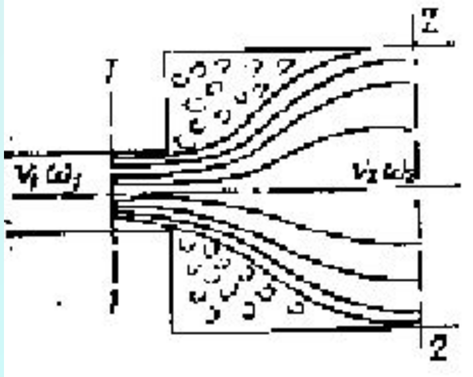


Местные потери

- **Внезапное расширение трубопровода**. Обозначим давление, скорость и площадь сечения потока в сечении 1–1 соответственно через p_1, v_1 и w_2.
- Сделаем 3 следующих допущения:
  - распределение скоростей в сечениях 1–1 и 2–2 равномерное, т.е. $\alpha_1=\alpha_2=1$;
  - касательное напряжение на стенке трубы между сечениями 1–1 и 2–2 равно нулю ($\tau_0=0$);
  - давление p_1 в сечении 1–1 действует по всей площади w_2.
- Запишем для сечений. 1–1 и 2–2 уравнение Бернулли с учетом потери напора на внезапное расширение ($h_{вн.р}$) и, принимая $z_1=z_2$, получим
- $$P_1/\gamma+v_1^2/2g= p_2/\gamma+v_2^2/2g+ h_{вн.р}.$$



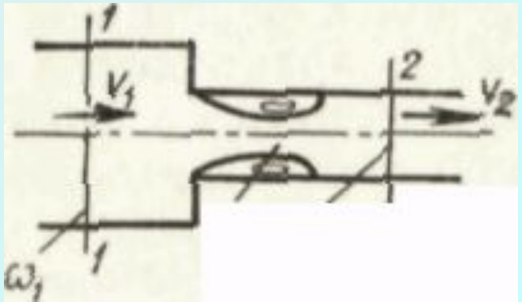
- Затем применим теорему механики об изменении количества движения к цилиндрическому объему, заключенному между сечениями 1–1 и 2–2 и стенкой трубы. Для этого определим импульс внешних сил, действующих на рассматриваемый объем в направлении движения, т.е. сил давления. Учитывая, что площади оснований цилиндра слева и справа одинаковы и равны w_2, а также считая, что в сечении 1–1 давление p_1 равномерно распределено по всей площади w_2, получим секундный импульс сил в виде – $(p_1 - p_2)\, w_2$.
- Соответствующее этому импульсу изменение количества движения определится как разность между секундным количеством движения, выносимым из рассматриваемого объема и вносимым в него; при равномерном распределении скоростей по сечениям эта разность равна – $Q\rho(v_2 - v_1)$.
- Приравнивая одно к другому и заменяя ρ через γ/g, получим
  - $(p_1 - p_2)\, w_2 = Q\,(v_2 - v_1)\, \gamma/g.$
- Разделим уравнение на $w_2\gamma$, учитывая, что $Q = v_2\, w_2$, и преобразуем правую часть уравнения:
  - $(p_1 - p_2)\, w_2 = Q\,(v_2 - v_1)\, \gamma/g\,,$
  - $(p_1 - p_2)/\gamma = v_2\,(v_2 - v_1)/g.$
- Сгруппировав члены и подставив в уравнение Бернулли, получим:
- $\boldsymbol{h}$**вн.p** $= v_1^2/2g - v_2^2/2g + v_2(v_2 - v_1)/g.$



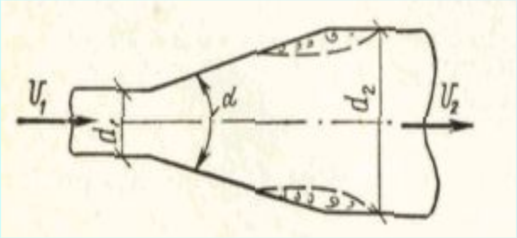
- Сравнение полученного уравнения с ранее записанным уравнением Бернулли показывает полную их аналогию, откуда делаем вывод:
  - h*вн.р*$=(v_2-v_1)^2/2g$,
- т.е. что потеря напора (удельной энергии) при внезапном расширении русла равна скоростному напору, подсчитанному по разности скоростей. Это положение называют **теоремой Борда-Карно в** честь французских ученых.
- Учитывая уравнение расхода
  - $v_1 w_1 = v_2 w_2$,
- полученный результат можно записать еще в следующем виде, соответствующем общему способу выражения местных потерь:
  - $h_{вн.р}=(v_1 - v_2)^2/2g = (1- w_1/w_2)^2\, v^2/2g = (1- d_1/d_2)^2\, v^2/2g = \xi_{вн.р}\, v^2/2g.$
- Следовательно, для случая внезапного расширения коэффициент местного сопротивления в формуле Вейсбаха определяется выражениями:
  - ξ*вн.р*$_1=(1- w_1/w_2)^2$ **или**
  - ξ*вн.р*$_2=(w_2/w_1 - 1)^2$,
- где w_1 и w_2 – площади сечений трубопровода соответственно до и после расширения.

- ***Когда площадь w_2 весьма велика по сравнению с площадью w_1*** (а также на выходе из трубы в резервуар, в реку и т. д.), скоростью v_2 можно пренебречь.
- Коэффициент сопротивления $\xi_{вых} = 1$, тогда
  - $h_{вн.р} = v_1^2/2g$
- где v_1 – средняя скорость течения воды в трубе.

- **Внезапное сужение трубопровода** Внезапное сужение трубы, русла всегда вызывает меньшую потерю энергии, чем внезапное расширение с таким же соотношением площадей.
- Коэффициент местного сопротивления при внезапном сужении равен:
  - $\xi_{вн.с} = (1/\varepsilon - 1)^2,$
- где ε – коэффициент сжатия струи, представляющий собой отношение площади сечения сжатой струи в узком трубопроводе $w_{сж}$, к площади сечения узкой трубы w_2:
  - $e = w_{сж} / w^2.$
- Коэффициент сжатия струи зависит от степени сжатия потока и может быть найден по формуле Альштуля
  - $\varepsilon = 0{,}57 + 0{,}043/(1{,}1 - n),$
- *где* $n = w_2/w_1$.
- Для практических расчетов можно пользоваться формулой
  - $\xi_{вн.с} = 0{,}5(1 - w_2/w_1)\ .$
- *Если площадь* w_1 *намного больше площади* w_2, можно считать, что $w_2/w_1 = 0$ потери на сужение можно найти по формуле:
  - $h_{вн,с} = 0{,}5\ v_2^2/2g,$
- т.е. потери энергии значительно меньше, чем при внезапном расширении трубопровода. При входе в трубу из резервуара следует принимать также следующие значения коэффициента сопротивления:
  - при острых кромках ξ вх = 0,4–0,5,
  - при закругленных ξвх =0,2,
  - при весьма плавном входе ξ вх=0,05.

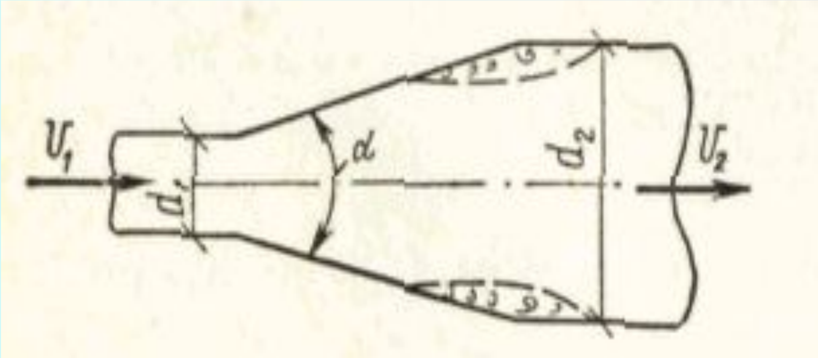


- ***Постепенное расширение трубопровода.*** Течение жидкости в расходящихся переходных конусах (диффузорах) сопровождается уменьшением скорости и увеличением давления. Коэффициент сопротивления для диффузоров зависит от угла конусности и соотношения диаметров.
- Для *коротких конусов* коэффициент сопротивления, отнесенный к более широкому сечению, можно найти по формуле:
- $\xi_{п.р.}=K_{п.р.}\,(w_2/w_1-1)^2,$
- где *Кп.р.* – коэффициент смягчения при постепенном расширении, зависящий от угла конусности α (значения по данным А.Д. Альштуля и В.И. Калицуна приведены в табл.).
- $\xi_{п.р}=\lambda(w_2/w_1-1)^2 8\sin\alpha/2+K_{п.р.}\,(w_2/w_1-1)^2,$
- где λ– среднее для сечений w_2 и w_1.



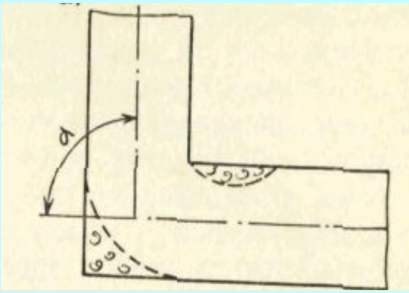
α, град	4	8	15	30	60	>60
$K_{п.р}$	0,08	0,16	0,35	0,80	0,95	1,0

- ***Постепенное сужение трубопровода.*** Коэффициент сопротивления для сходящихся переходных конусов (конфузоров) зависит от угла конусности и соотношения диаметров. Для коротких конусов коэффициент сопротивления может быть найден по формуле
- $\xi n.c.=Kn.c.\ (1/e-1)^2$,
- где *Кп.с* – коэффициент смягчения при постепенном сужении, зависящий от угла конусности *α*; значения *К п.с* приведены в табл.. (по данным А. Д. Альтшуля и В. И. Калицуна).
- $\xi n.p= Kn.c.\ (1/\varepsilon-1)^2+\lambda\ (1-(w_2/w_1)^2)8\sin(\alpha/2)$.

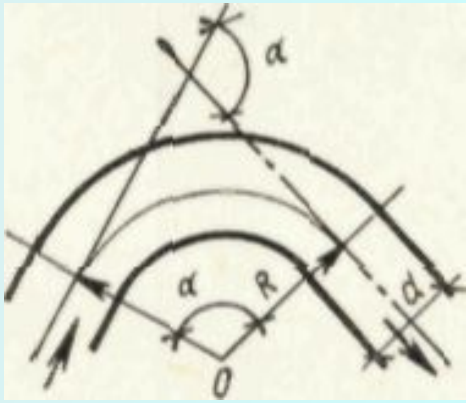


α, град	10	20	40	60	80	100	140
$К_{п.с}$	0,50	0,30	0,15	0,15	0,25	0,55	0.60

- ***Резкий поворот трубы круглого поперечного сечения на угол а.*** Внезапный поворот трубы, или колено без закругления обычно вызывает значительные потери энергии0,83, т.к. в нем происходит отрыв потока и вихреобразование.



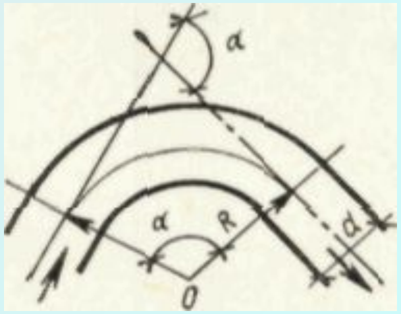
- причем эти потери тем больше, чем больше угол.



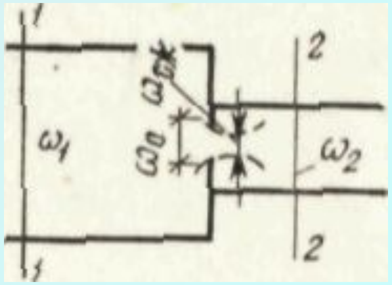
- Коэффициент сопротивления можно найти по формуле
  - $\xi_a=\xi_{90}\,(1-\cos a)$,
- где ξ_{90} – значение коэффициента сопротивления для угла 90°; приведены в табл. для ориентировочных расчетов следует принимать $\xi_{90}=1$.

d, мм	20	25	34	39	49
ξ_{90}	1,7	1,3	1,1	1,0	0,83

- ***Плавный поворот трубы круглого поперечного сечения*** (закругленное колено, отвод,). Плавность поворота значительно уменьшает интенсивность вихреобразования, следовательно, и сопротивление отвода по сравнению с коленом. Это уменьшение тем больше, чем больше относительный радиус кривизны отвода . Коэффициент сопротивления рекомендуется находить из формулы
  - $\xi_a = \xi_{90}\, a.$
- Коэффициент ξ_{90} – определяется по формуле А. Д. Альтшуля:
- $\xi_{90} = (0{,}2 + 0{,}001(100\lambda)^8 \sqrt{d/R}),$
- где d – диаметр трубопровода; R – радиус закругления.
-
- Величина коэффициента α определяется по формуле Б.Б. Некрасова
- при а<90º $a = \sin\alpha \cdot 0{,}90;$
- при $\alpha = 90^o$ $a = 1;$
- при α>90º по формуле $a = 0{,}7 + 0{,}35a/90^o$



- ***Диафрагма на трубопроводе.*** Коэффициент местного сопротивления диафрагмы, расположенной внутри трубы постоянного сечения (отнесенный к сечению трубопровода):
- $$\xi_{диафр}=(1/(n_{диафр}\,\varepsilon) - 1)^2,$$
- где $n_{диафр} = w_0 / w$ – отношение площади отверстия диафрагмы w_0, к площади сечения трубы w.
- Для диафрагмы, расположенной на выходе в трубопровод другого диаметра
- $$\xi_{диафр}=(1/(n_{диафр}\,\varepsilon)-1/m)^2$$
- где $m= w_2 / w_1$,
- n *диафр* $= w_0 / w_1$.
- При выходе из трубы через диафрагму в конце трубопровода
- $$\xi_{вых}= 1/(/(n_{диафр}\,\varepsilon)^2.$$



Местные потери в трубах при малых и больших числах Рейнольдса и взаимное влияние местных сопротивлений

- При движении жидкости с малыми числами Рейнольдса коэффициенты местных сопротивлений зависят не только от геометрических характеристик сопротивления, но и от числа Рейнольдса и могут быть при ориентировочных расчетах найдены по формуле А. Д. Альтшуля:
- $\xi = A/Re + \xi_{кв}$,
- где $\xi_{кв}$ – значение коэффициента местного сопротивления в квадратичной области;
- Re – число Рейнольдса, отнесенное к нестесненному сечению трубопровода.
- Для арматуры, полностью открытой, и при отсутствии необходимых данных о значении A можно принимать
- $A = 500\ \xi кв.$

- В табл. приведены значения коэффициентов А для некоторых местных сопротивлений.

Устройство	*A*
Пробочный кран	150
Вентиль:	
обыкновенный	3000
«Косва»	900
угловой	400
шаровой клапан	5000
Угольник:	
90°	400
135°	600
Колено 90'	130
Выход из трубы в бак	30
Вход из бака в трубу	30
Тройник	150
Задвижка полностью открытая	75

- Местные потери напора часто суммируют в соответствии с **принципом наложения потерь, согласно которому полная потеря напора представляет собой арифметическую сумму потерь, вызываемых отдельными сопротивлениями.**
- Принцип наложения потерь дает надежные результаты лишь в случае, если расстояние между отдельными местными сопротивлениями достаточно велико для того, чтобы искажение эпюры скоростей, вызнанное одним из них, не сказывалось на сопротивлении, лежащем ниже по сечению.
- Для этого необходимо (по А.Д. Альштулю), чтобы местные сопротивления отстояли друг от друга не ближе чем:
- $$L_{вл}=0{,}5d\ \frac{\xi_м}{\lambda},$$
- где d – диаметр трубопровода, $\xi_м$ - коэффициент потерь для данного сопротивления, λ – коэффициент гидравлического трения трубы, на которой расположено местное сопротивление.
- Формула действительна для турбулентного движения.

- Иногда местные потери напора выражают в виде ***эквивалентной длины*** (*lэ)* прямого участка трубопровода, гидравлическое сопротивление которого равно местному сопротивлению:

- $h_м = h_л \quad = \quad \xi_м \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{l_э}{d} \frac{v^2}{2g}$
- откуда
- $l_э/d=\xi_м/\lambda.$

- Поскольку коэффициент гидравлического трения λ зависит от числа Рейнольдса и относительной шероховатости, эквивалентная длина при одном и том же значении коэффициента *х* может иметь различные значения в зависимости от величины *λ*.

- ***При больших числах*** Рейнольдса в первом приближении:

  - *Lвл /d≥(30…40)d.*

- ***При малых числах*** Рейнольдса (большие значения λ) взаимное влияние местных сопротивлений проявляется слабее, длина влияния местного сопротивления имеет меньшую величину и приближенно может быть оценена по формуле:

  - *Lвл/d =1,25.*

- Формулы получены из обработки опытов Р.Е. Везиряна.