

ОСНОВЫ АЛГОРИТМИЗАЦИИ

Этапы решения задачи на ЭВМ

Работа по решению любой задачи с использованием компьютера делится на следующие этапы:

1. Постановка задачи.
2. Формализация задачи.
3. Построение алгоритма.
4. Составление программы на языке программирования.
5. Отладка и тестирование программы.
6. Проведение расчетов и анализ полученных результатов.



Постановка задачи

На этапе постановки задачи должно быть четко сформулировано, *что дано и что требуется найти*. Здесь очень важно определить *полный набор исходных данных*, необходимых для получения решения.



Формализация задачи

На этом этапе чаще всего задача переводится на язык математических формул, уравнений, отношений.

Если решение требует математического описания какого-то реального объекта, явления или процесса, то формализация равносильна получению соответствующей *математической модели*.



Построение алгоритма

- выбор метода проектирования алгоритма;
- выбор формы записи алгоритма (блок-схемы, псевдокод и др.);
- выбор тестов и метода тестирования;
- проектирование алгоритма.



Составление программы на языке программирования

- выбор языка программирования;
- уточнение способов организации данных;
- запись алгоритма на выбранном языке программирования.



Тестирование и отладка

- синтаксическая отладка;
- отладка семантики и логической структуры;
- тестовые расчеты и анализ результатов тестирования;
- совершенствование программы.



Проведение расчетов и анализ полученных результатов

На этом этапе выполняется анализ результатов решения задачи и уточнение в случае необходимости математической модели с повторным выполнением этапов 2-5.





Алгоритм

Алгоритм

Алгоритмом называется точная инструкция исполнителю в понятной для него форме, определяющая процесс достижения поставленной цели на основе имеющихся исходных данных за конечное число шагов.

Алгоритм записывается на формальном языке, исключающем неоднозначность толкования.

Исполнитель - это человек, компьютер, автоматическое устройство и т.п. Он должен уметь выполнять все команды, составляющие алгоритм, причем механически, «не раздумывая».

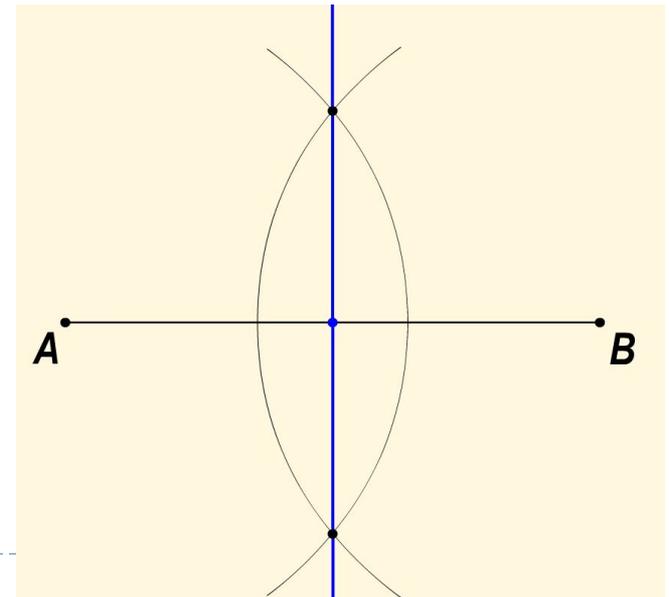
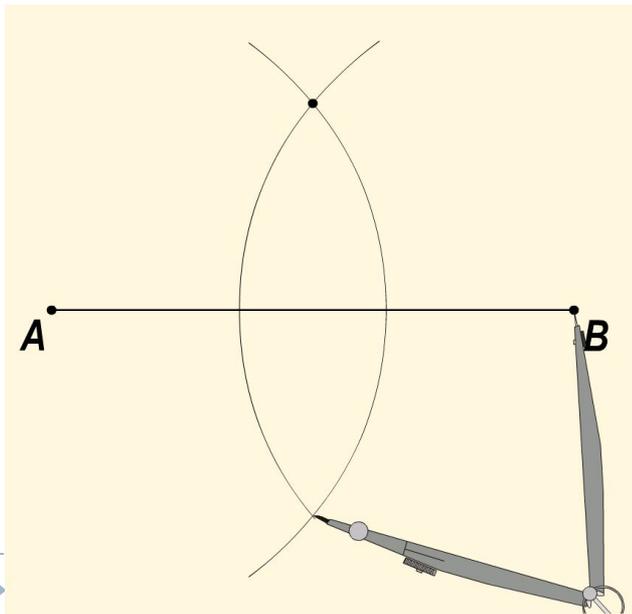
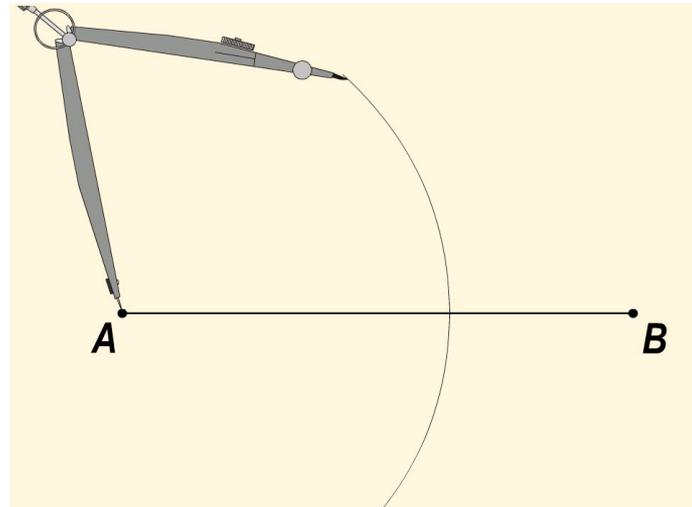


Алгоритм

- Слово **алгоритм** происходит от *algorithmi* – латинской формы написания имени великого математика IX в. Аль Хорезми, который сформулировал правила выполнения арифметических действий.
- Первоначально под алгоритмами и понимали только правила выполнения четырех арифметических действий над многозначными числами. В дальнейшем это понятие стали использовать вообще для обозначения последовательности действий, приводящих к решению поставленной задачи.



Алгоритм деления отрезка АВ пополам



Алгоритм деления отрезка АВ пополам

Пример. Алгоритм деления отрезка АВ пополам:

- 1) поставить ножку циркуля в точку А;
- 2) установить раствор циркуля равным больше половины длины отрезка АВ;
- 3) провести дугу;
- 4) поставить ножку циркуля в точку В;
- 5) провести дугу;
- 6) через точки пересечения дуг провести прямую;
- 7) отметить точку пересечения этой прямой с отрезком АВ.



Система команд исполнителя

- Анализ примеров различных алгоритмов показывает, что запись алгоритма распадается на отдельные указания исполнителю выполнить некоторое законченное действие. Каждое такое указание называется **командой**.
- Команды алгоритма выполняются одна за другой. После каждого шага исполнения алгоритма точно известно, какая команда должна выполняться следующей.
- Совокупность команд, которые могут быть выполнены исполнителем, называется **системой команд исполнителя**.



Свойства алгоритма

Основными свойствами алгоритмов являются:

1. **Универсальность (массовость)** - применимость алгоритма к различным наборам исходных данных.
 2. **Дискретность** - процесс решения задачи по алгоритму разбит на отдельные действия.
 3. **Однозначность** - правила и порядок выполнения действий алгоритма имеют единственное толкование.
 4. **Конечность** - каждое из действий и весь алгоритм в целом обязательно завершаются.
 5. **Результативность** - по завершении выполнения алгоритма обязательно получается конечный результат.
-



ОСНОВЫ АЛГОРИТМИЗАЦИИ

Способы записи алгоритмов

Способы записи алгоритмов

Выделяют следующие основные способы записи алгоритмов:

- **вербальный**, когда алгоритм описывается на человеческом языке;
- **символьный**, когда алгоритм описывается с помощью набора символов;
- **графический**, когда алгоритм описывается с помощью набора графических изображений.

Выбор средства для записи алгоритма определяется типом исполняемого алгоритма.



Способы записи алгоритмов

На практике чаще всего встречаются следующие формы представления алгоритмов:

- **словесная** – записывается на естественном языке;
 - **графическая** – с помощью изображения из графических символов;
 - **псевдокоды** – полужормализованные описания алгоритмов на некотором условном алгоритмическом языке, которые включают в себя как элементы языка программирования, так и фразы естественного языка, общепринятые математические обозначения и др.;
 - **программная** – тексты на языках программирования.
-



Пример словесной записи алгоритма

Правило деления обыкновенных дробей:

1. Числитель первой дроби умножить на знаменатель второй дроби.
2. Знаменатель первой дроби умножить на числитель второй дроби.
3. Записать дробь, числитель которой есть результат выполнения пункта 1, а знаменатель — результат выполнения пункта 2.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{m}{n}$$



Пример словесной записи алгоритма

1. Начало алгоритма.
 2. Выполнить некоторое действие (оператор) s_1 .
 3. Если выполнено условие "Усл1", то выполнить операторы s_2 , s_3 и перейти к п. 4. Иначе - перейти к пп. 3.1.
 - 3.1. Пока выполняется условие "Усл2", выполнять пп. 3.2 и 3.3.
Иначе - перейти к п. 4.
 - 3.2. Если выполнено условие "Усл3", то выполнить оператор s_4 ,
иначе — выполнить оператор s_5 .
 - 3.3. Выполнить оператор s_6 .
 4. Пока выполняется условие "Усл4", выполнять оператор s_7 . Иначе — перейти к п. 5.
 5. Выполнить оператор s_8 .
 6. Конец алгоритма.
-



Псевдокоды

Примером псевдокода является школьный алгоритмический язык.

□ Общий вид алгоритма, записанного на АЯ

алг название алгоритма (аргументы и результаты)

дано условия применимости алгоритма

надо цель выполнения алгоритма

нач описание промежуточных величин,
последовательность команд (тело алгоритма)

кон



Пример алгоритма на АЯ

алг площадь треугольника (**арг** **вещ** a, b , **рез** **вещ** s)

нач

вещ h

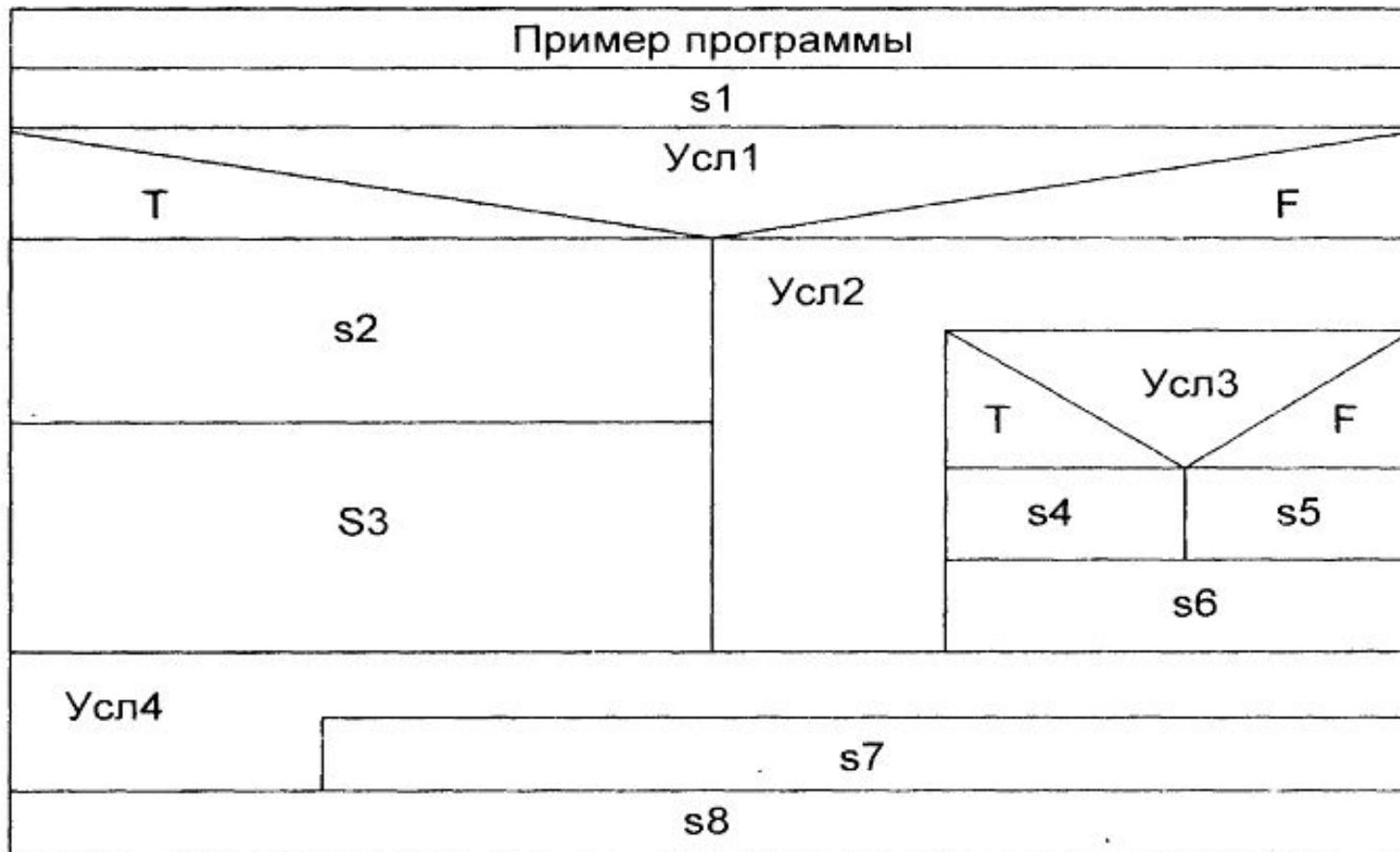
$h := a/2$

$s := h \cdot b$

кон



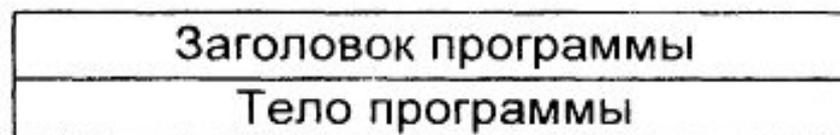
Графическая запись алгоритма с помощью диаграммы Нэсси-Шнейдермана



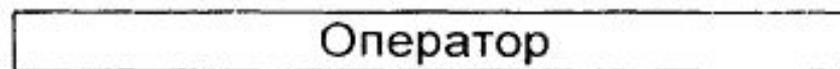
Графическая запись алгоритма с помощью диаграммы Нэсси-Шнейдермана

Графические элементы диаграммы Нэсси-Шнейдермана

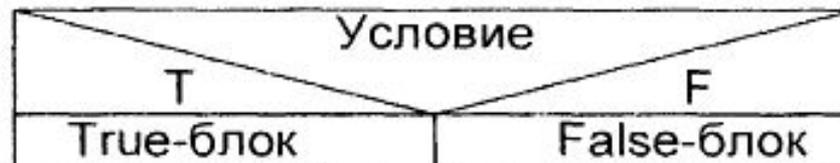
Программа



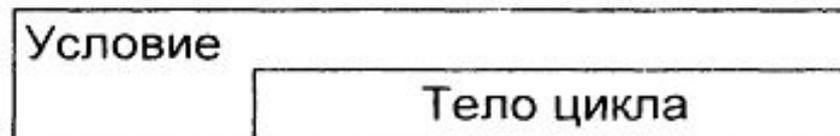
Простая конструкция



Условная конструкция



Циклическая конструкция



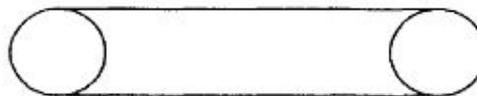
Графическая запись алгоритма с помощью Р-схемы

Р-технология программирования разработана в Институте Кибернетики АН УССР.

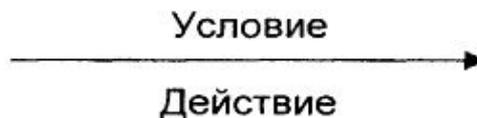
а) Состояние Р-схемы



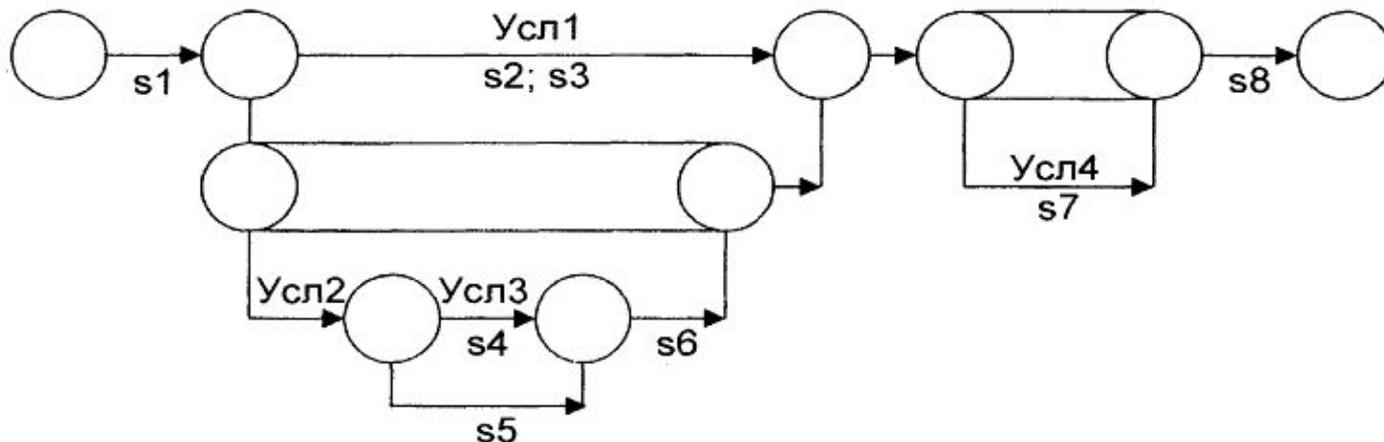
Совмещение двух состояний в одно (цикл)



Дуга Р-схемы



б)



Р-схема:

а) графические элементы; б) пример использования

-
- Общепринятыми способами записи являются графическая запись с помощью **блок-схем** и символьная запись с помощью **какого-либо алгоритмического языка**.

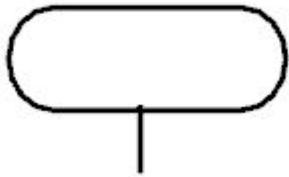


Графическая запись с помощью блок-схем

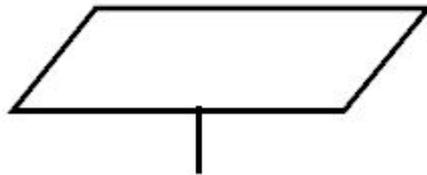
- Описание алгоритма с помощью блок-схем осуществляется рисованием последовательности геометрических фигур, каждая из которых подразумевает выполнение определенного действия алгоритма.
- Порядок выполнения действий указывается стрелками.
- Написание алгоритмов с помощью блок-схем регламентируется ГОСТом. (**ГОСТ 19.701-90, ГОСТ 19.002-80, ГОСТ 19.003-80**)



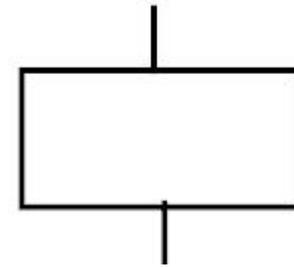
Основные условные обозначения, используемые при записи алгоритма с помощью блок-схем



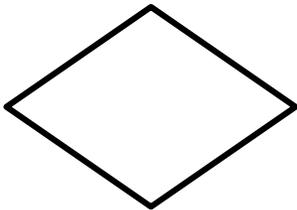
**Начало
программы**



**Операции ввода-
вывода**



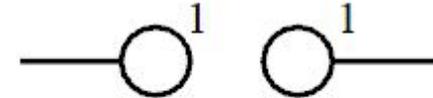
**Обработка
данных**



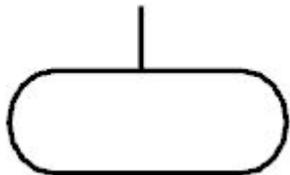
**Ветвление,
выбор**



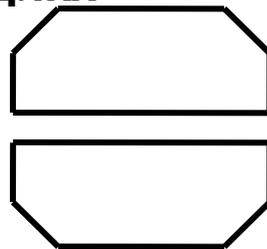
**Счетный
цикл**



**Соедините
ль**



**Завершение
программы**

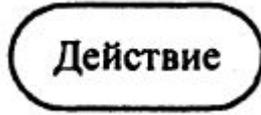


**Граница
цикла**

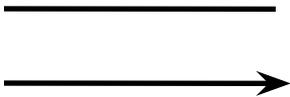


**Комментари
й**

Основные условные обозначения,
используемые при записи алгоритма с
помощью блок-схем

Название блока	Обозначение	Назначение блока
Терминатор		Начало, завершение программы или подпрограммы
Процесс		Вычислительное действие ли последовательность действий
Данные		Операции ввода-вывода
Решение		Ветвления, выбор, итерационные и поисковые циклы
Подготовка		Счетные циклы
Граница цикла		Любые циклы

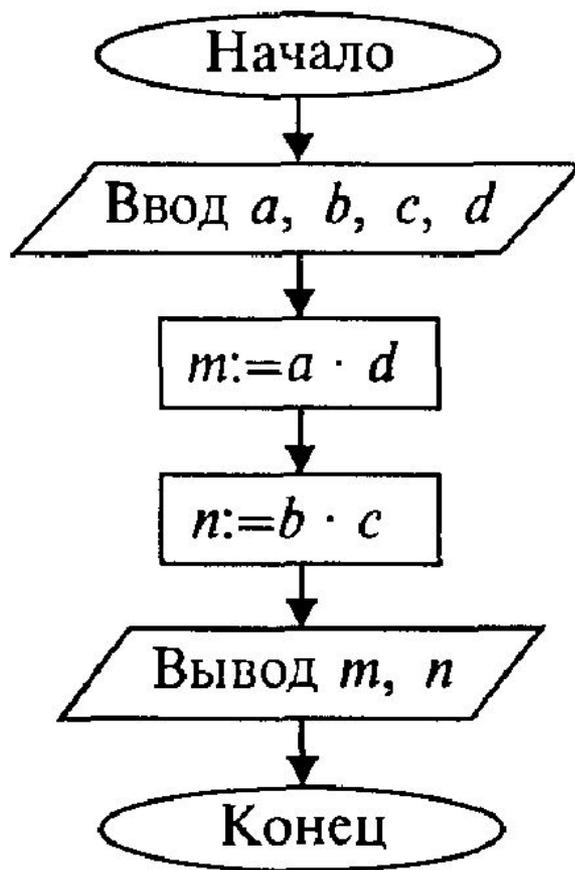
Основные условные обозначения, используемые при записи алгоритма с помощью блок-схем

Название блока	Обозначение	Назначение блока
Предопределенный процесс		Вызов процедур
Соединитель		Маркировка разрыва линии и продолжения ее в другом месте блок-схемы
Комментарий		Пояснения к операциям
Линии потока данных		Отображает поток данных или управления



Пример записи алгоритма с помощью блок-схем

- Правило деления обыкновенных дробей:



Использование блок-схем дает возможность:

- наглядно отобразить базовые конструкции алгоритма;
 - сосредоточить внимание на структуре алгоритма, а не на синтаксисе языка;
 - анализировать логическую структуру алгоритма;
 - преобразовывать алгоритм методом укрупнения (сведения к единому блоку) или детализации – разбиения на ряд блоков;
 - использовать принцип блочности при коллективном решении сложной задачи;
 - осуществить быструю проверку разработанного алгоритма (на уровне идеи);
-



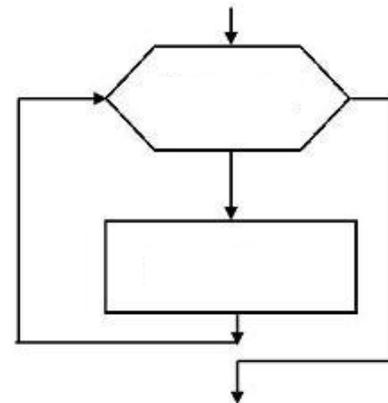
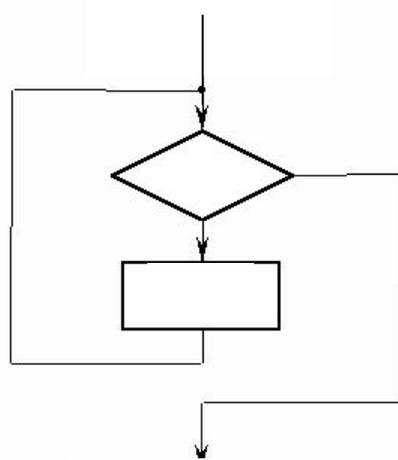
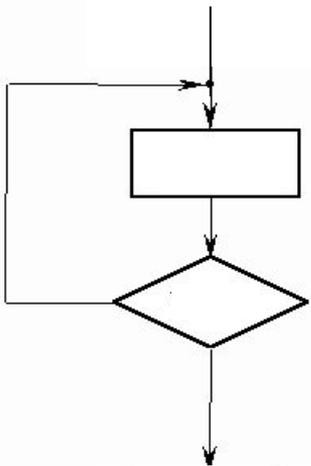
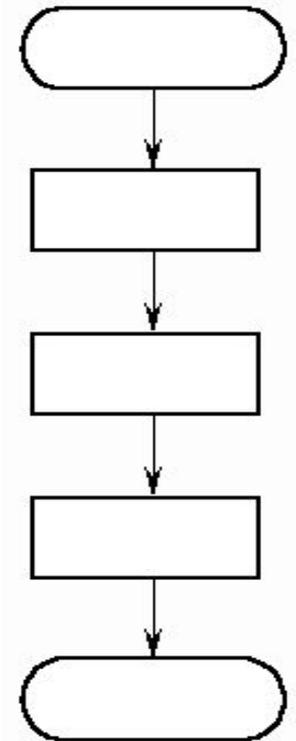
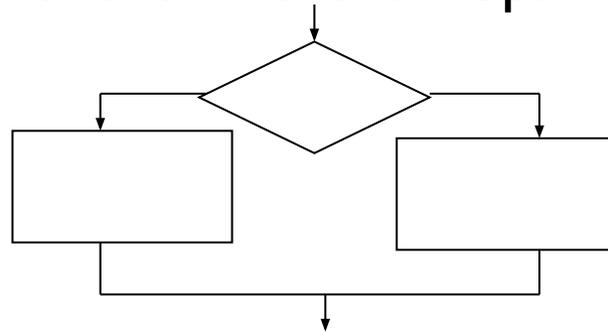
ОСНОВЫ АЛГОРИТМИЗАЦИИ

Базовые алгоритмические
структуры

Базовые алгоритмические структуры

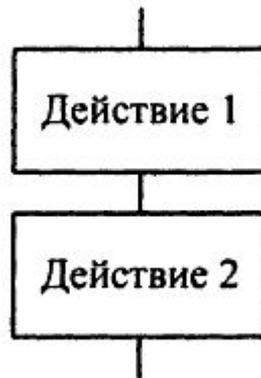
В теории программирования доказано, что для записи любого сколь угодно сложного алгоритма достаточно трех базовых структур:

- *следование,*
- *ветвление,*
- *повторение.*



Следование

Базовая структура "следование". Образуется последовательностью действий, следующих одно за другим:



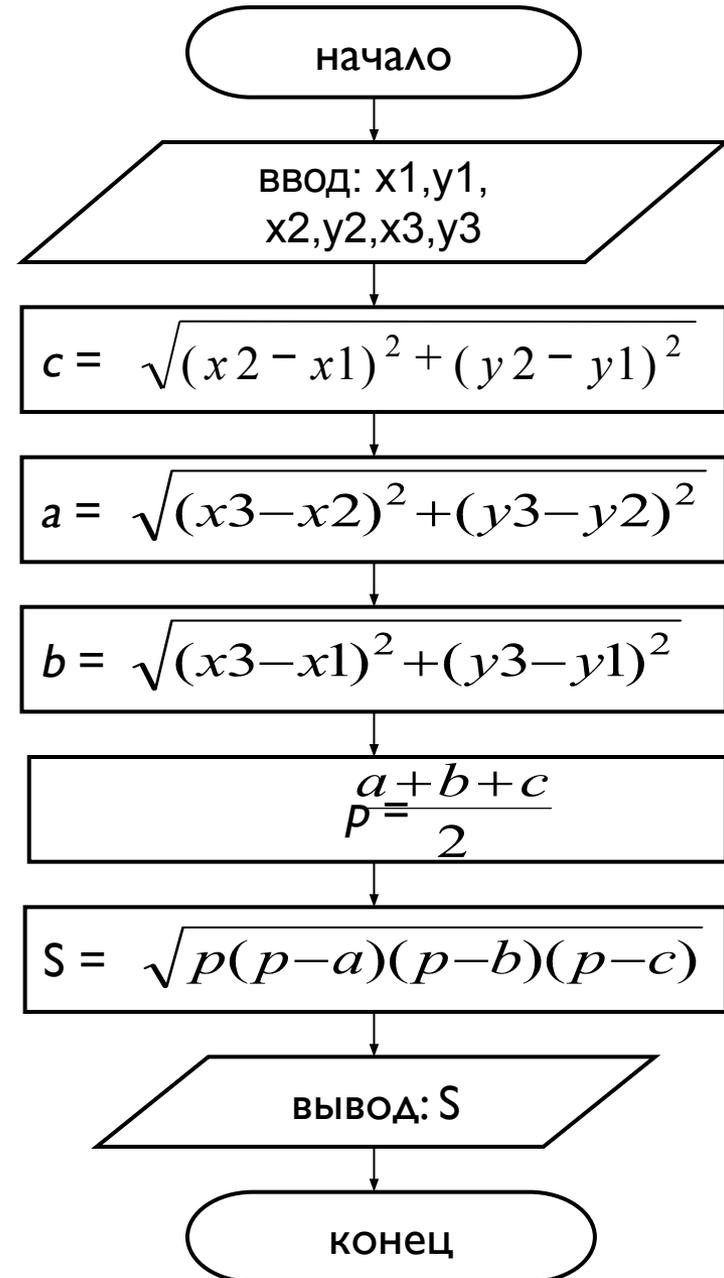
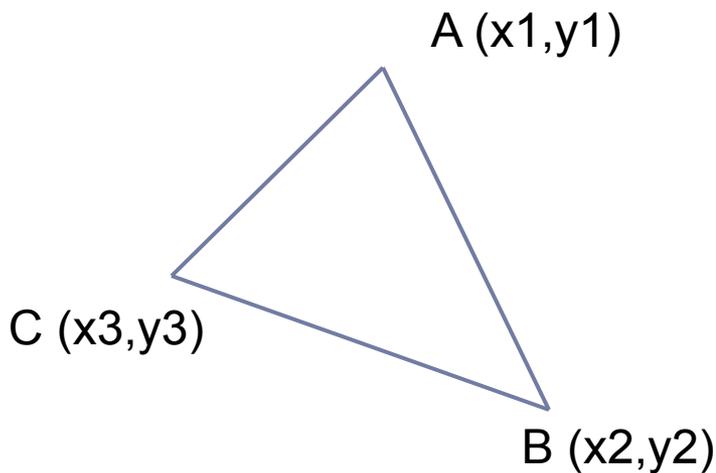
Следование. Примеры

- ▣ **Задача:** Даны координаты точек A и B . Найти длину отрезка AB .

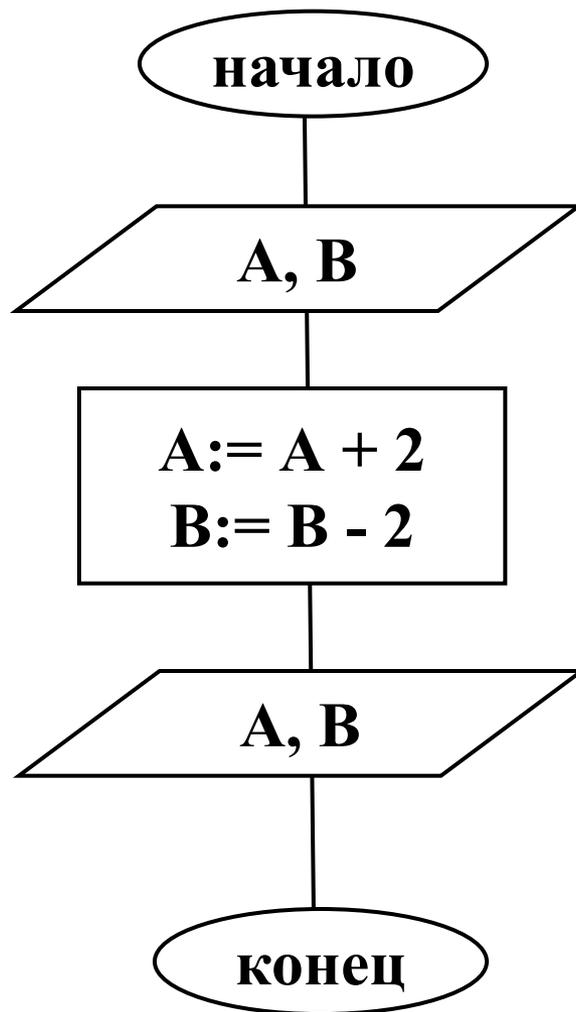


Следование

- **Задача:** Даны координаты вершин треугольника. Найти его площадь. Составить алгоритм решения поставленной задачи.



Найти, чему будут равны значения A и B после выполнения алгоритма, если были введены $A=5$ и $B=7$.



Ветвление

Базовая структура "ветвление". Обеспечивает в зависимости от результата проверки условия (да или нет) выбор одного из альтернативных путей работы алгоритма.

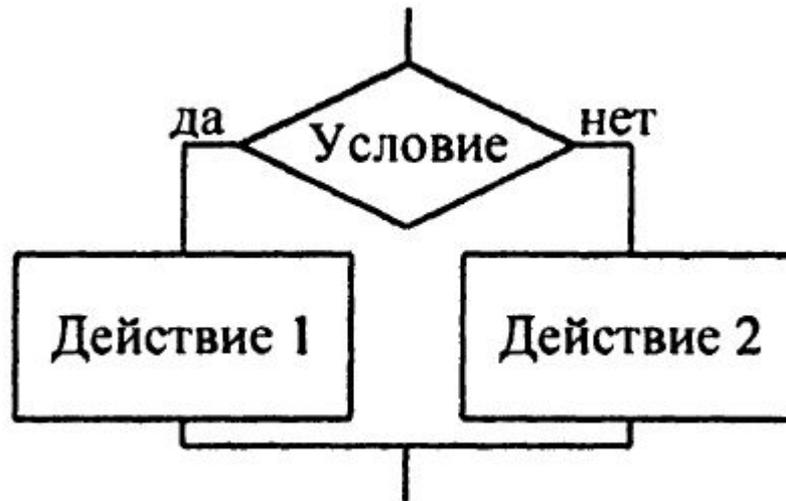
Каждый из путей ведет к общему выходу, так что работа алгоритма будет продолжаться независимо от того, какой путь будет выбран. Структура ветвление существует в четырех основных вариантах:

- если—то—иначе;
- если—то;
- выбор;
- выбор—иначе.

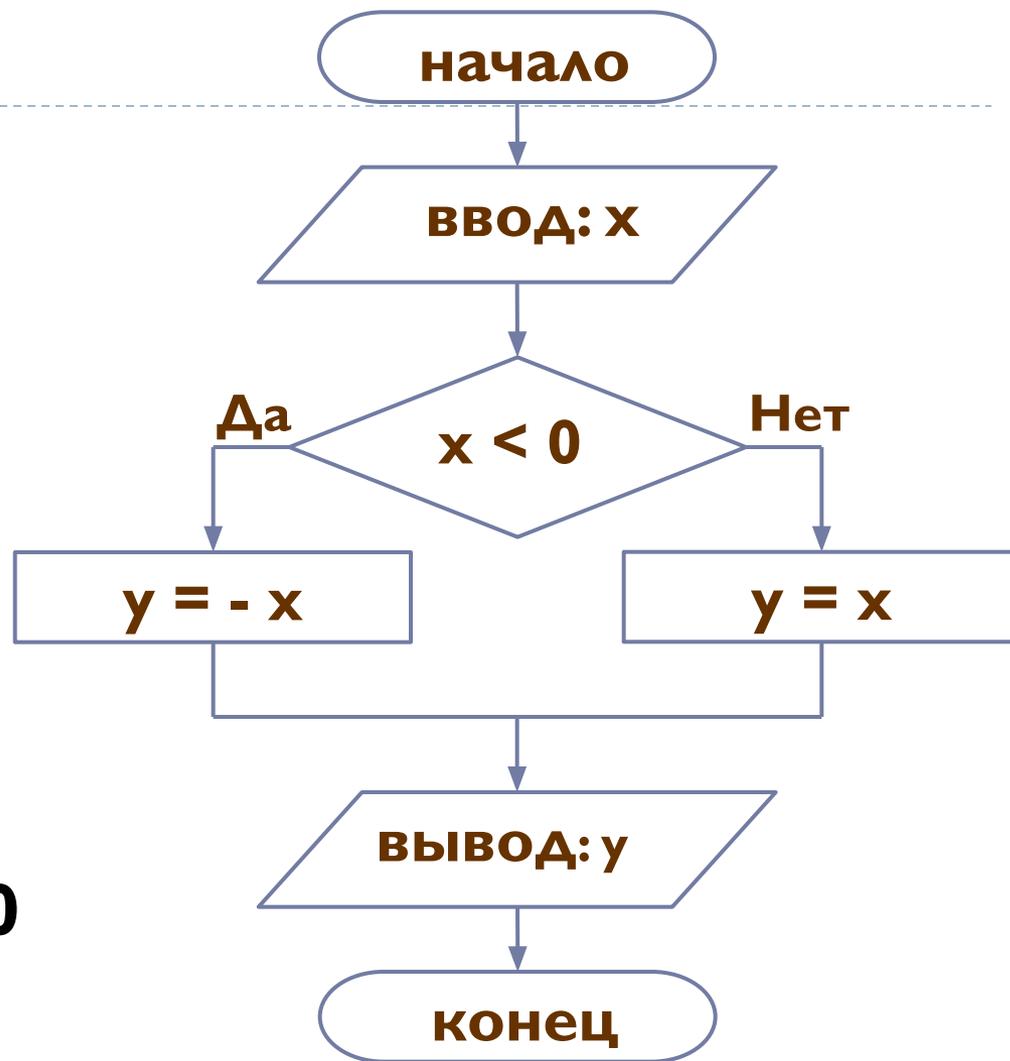


Полная команда ветвления

□ если—то—иначе;



Составить блок-схему алгоритма вычисления абсолютной величины числа

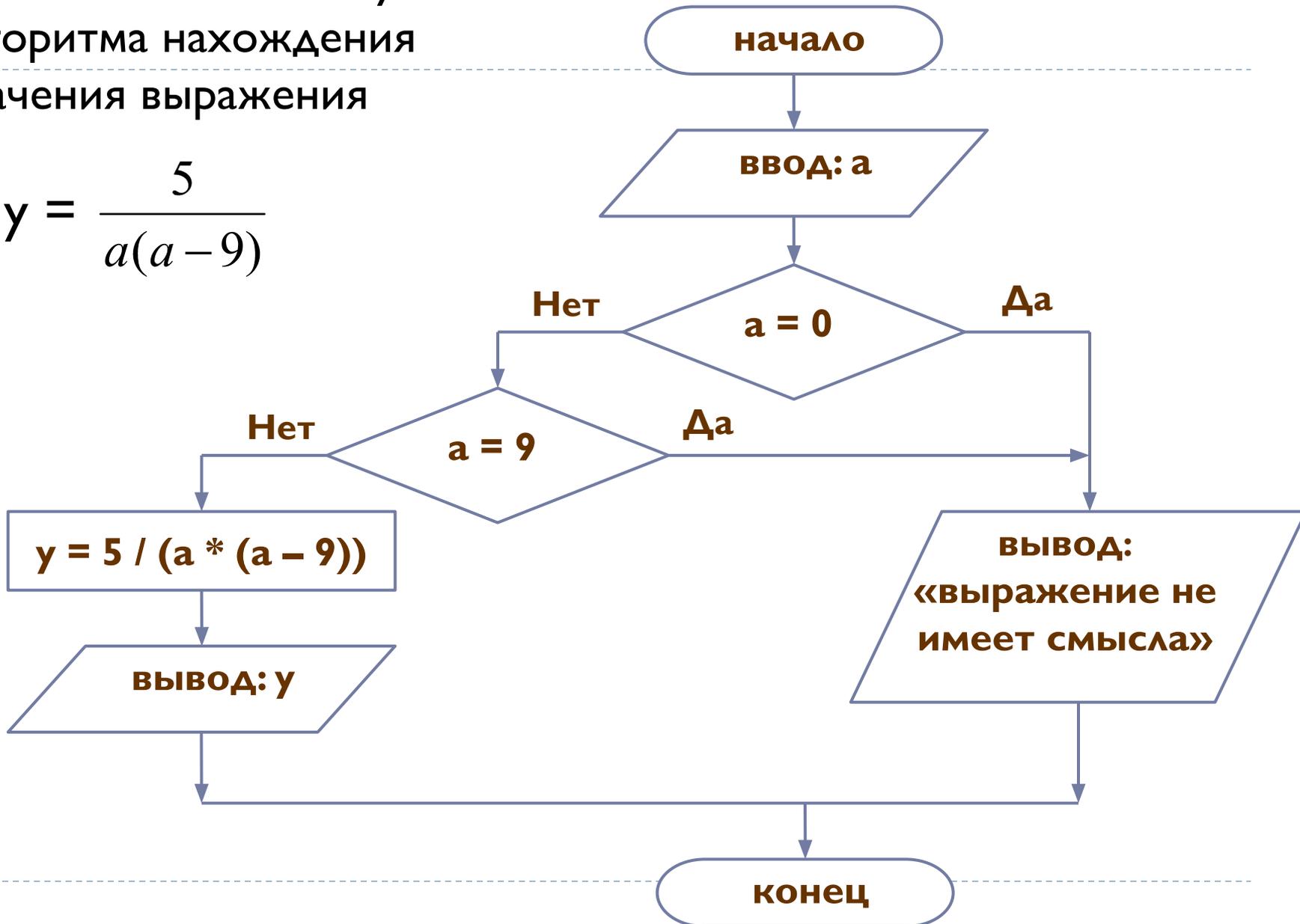


$$y = |x| = \begin{cases} x & \text{при } x \geq 0 \\ -x & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

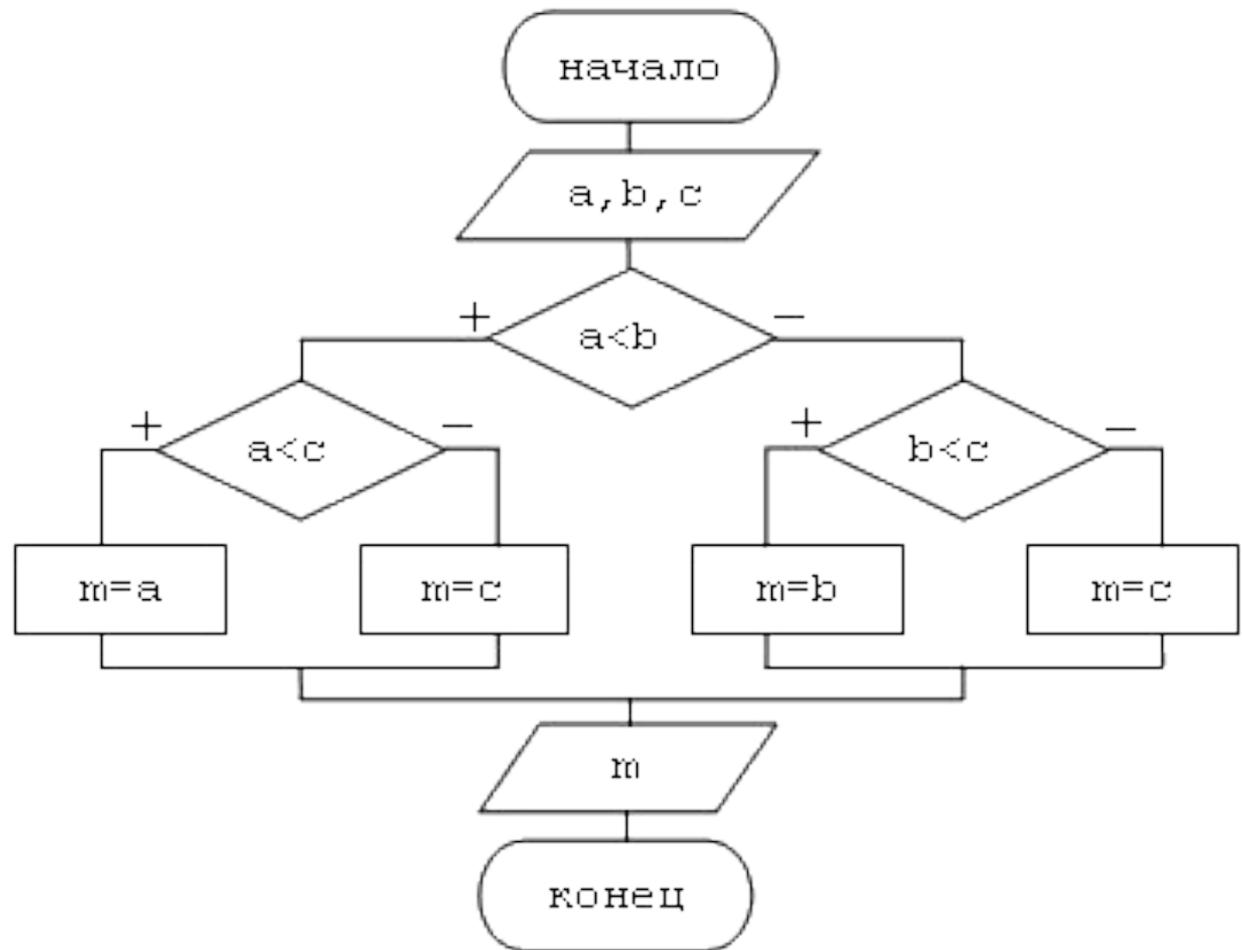


Составьте блок-схему алгоритма нахождения значения выражения

$$y = \frac{5}{a(a-9)}$$



Пример: найти наименьшее из трех чисел.

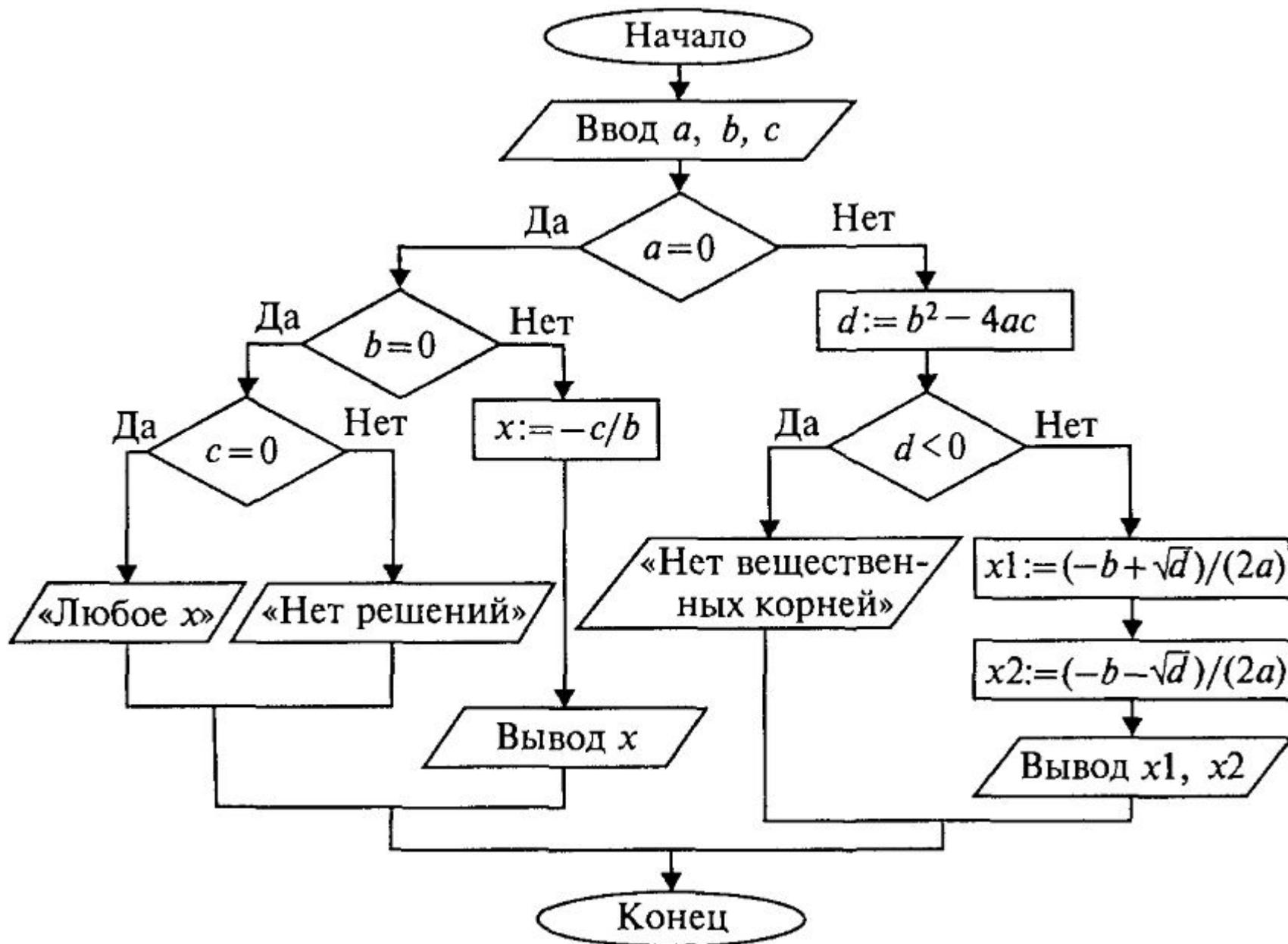


Задача. Составить алгоритм начисления заработной платы согласно следующему правилу:

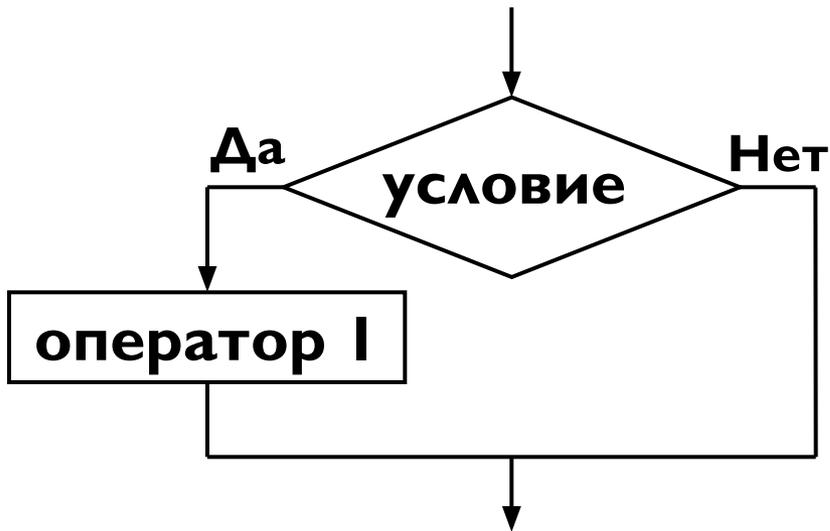
- если стаж работы сотрудника менее 5 лет, то зарплата 10 тыс.руб.,
- при стаже работы от 5 до 15 лет – 18 тыс. руб.,
- при стаже свыше 15 лет зарплата повышается с каждым годом на 1 тыс. рублей.



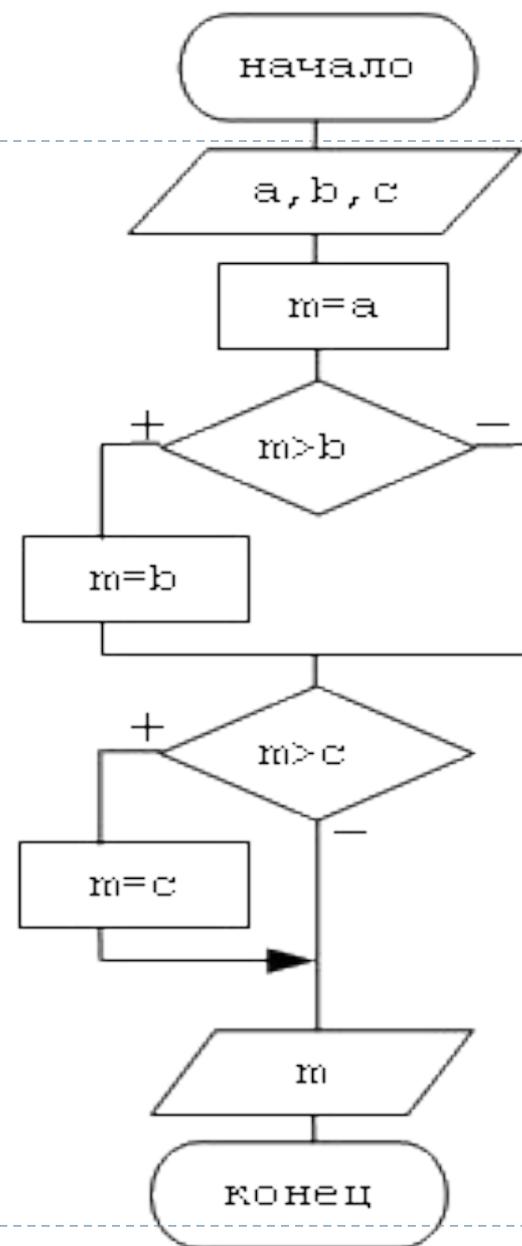
Алгоритм нахождения корней квадратного уравнения



Неполная команда ветвления

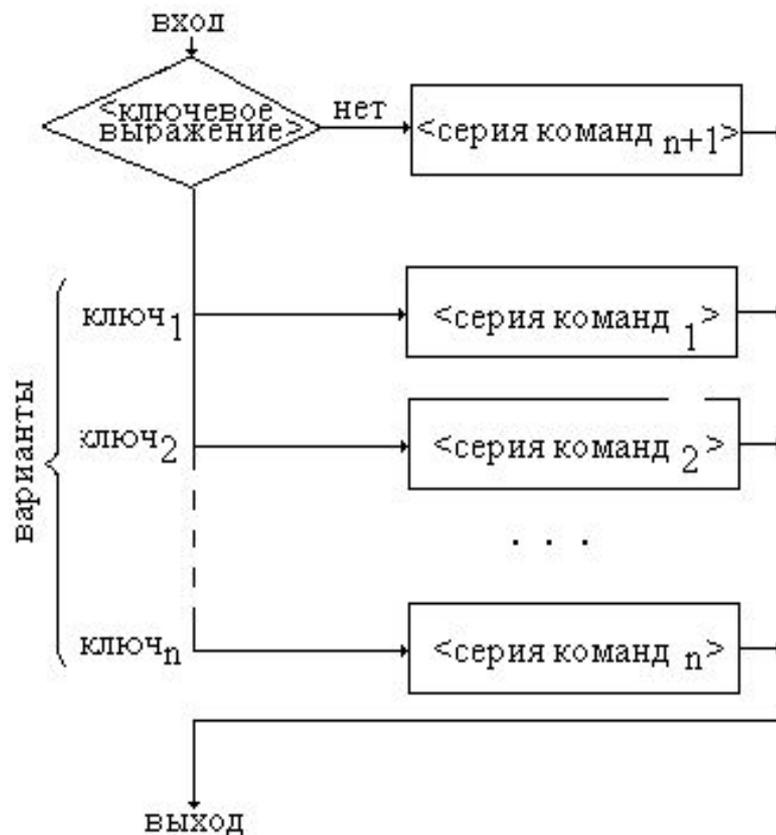
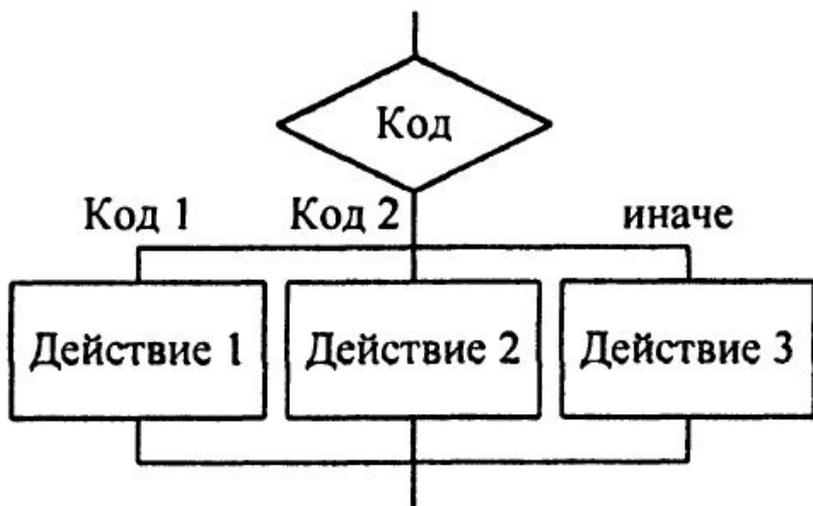


Пример: найти наименьшее из трех чисел.

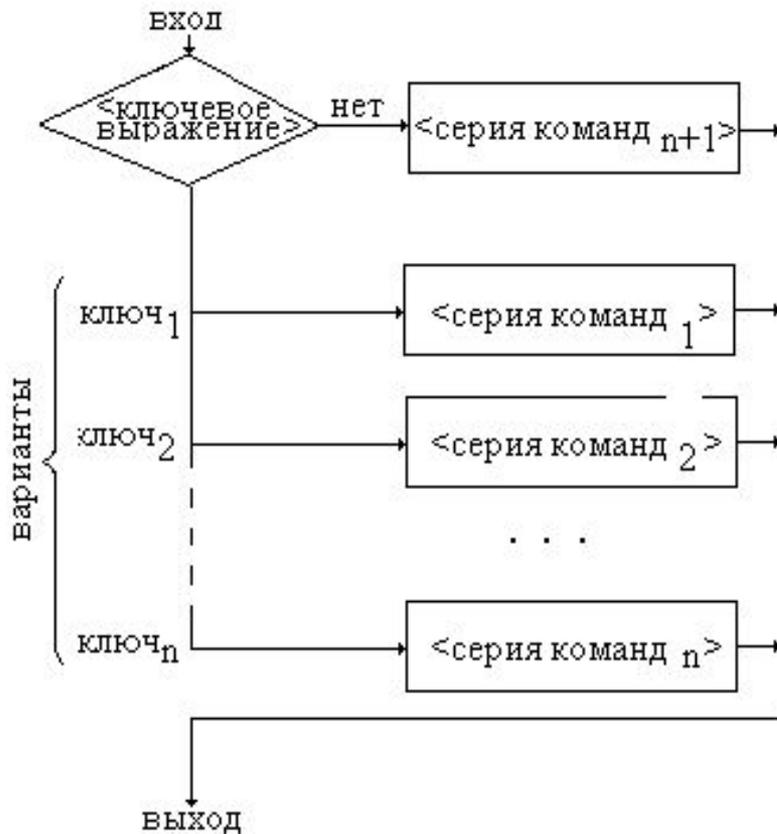


Выбор

Выбор - выбор одного варианта из нескольких в зависимости от значения некоторой величины

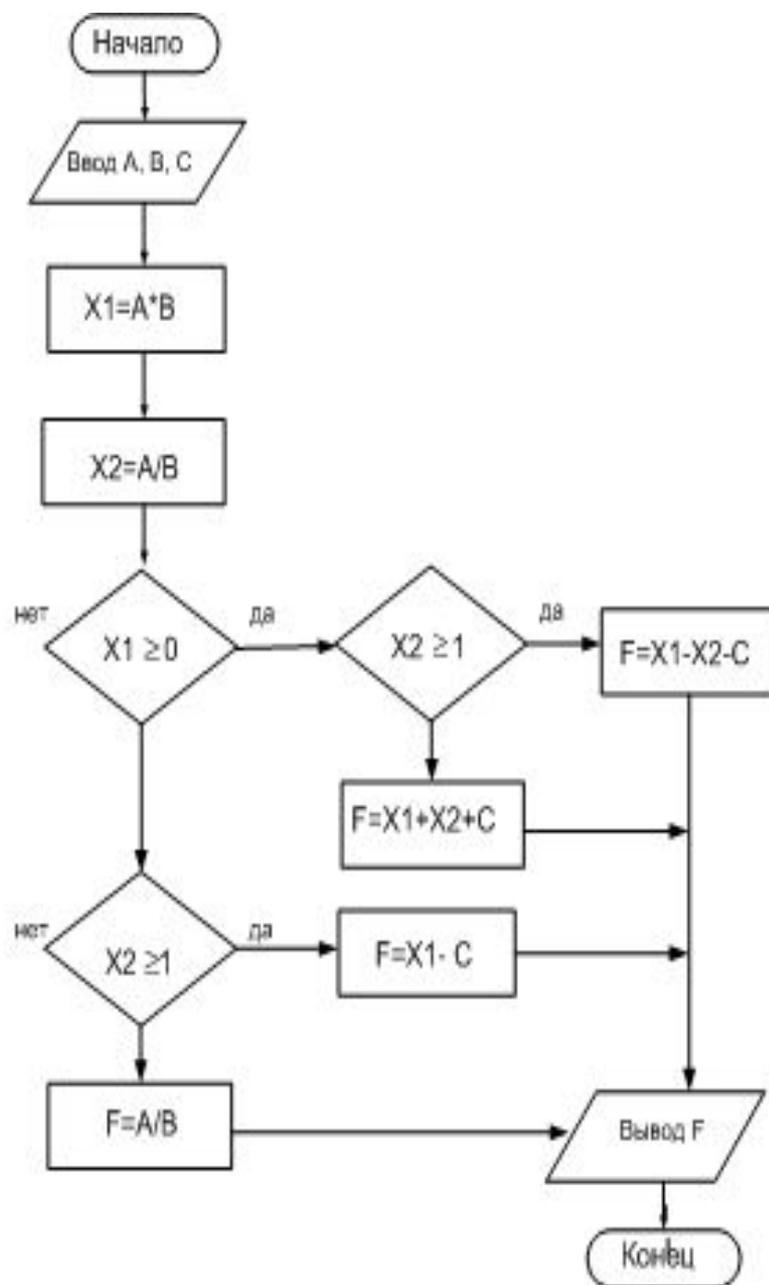


Выбор



Структура выбора используется в алгоритмах, в которых при разных значениях одного и того же выражения (которое называют ключевым выражением или кодом) необходимо выполнять различные варианты действий, каждый из которых имеет свой уникальный ключ варианта.

Выполняется тот вариант, для которого значение ключевого выражения и константа, представляющая ключ варианта, совпадают.



- Составить алгоритм и написать программу, которые запрашивают у пользователя номер дня недели, затем выводят название дня недели или сообщение об ошибке, если введены неверные данные.
-

алг Определение дня недели (арг int nd , рез лит "День недели")

нач

ввод nd

выбор

при $nd = 1$ вывод "Понедельник"

при $nd = 2$ вывод "Вторник"

при $nd = 3$ вывод "Среда"

при $nd = 4$ вывод "Четверг"

при $nd = 5$ вывод "Пятница"

при $nd = 6$ вывод "Суббота"

при $nd = 7$ вывод "Воскресенье"

иначе вывод "Число должно быть в диапазоне 7"

все

конец



Пример реализации меню выбора на ЯП Паскаль

```
program year;
```

```
var
```

```
m: integer; {номер месяца}
```

```
begin
```

```
  write ('Введите номер месяца:');
```

```
  readln (m);
```

```
  writeln ('Время года:');
```

```
  case m of
```

```
    1, 2, 12: writeln ('зима');
```

```
    3..5: writeln ('весна');
```

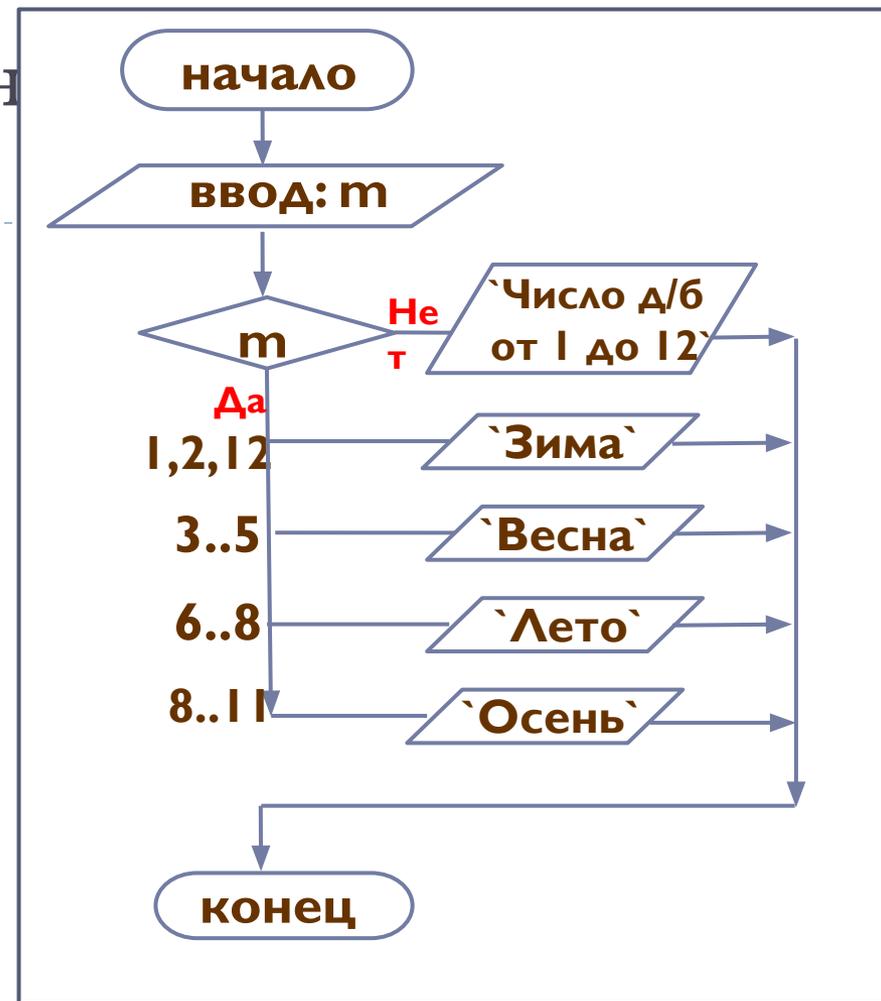
```
    6..8: writeln ('лето');
```

```
    9..11: writeln ('осень');
```

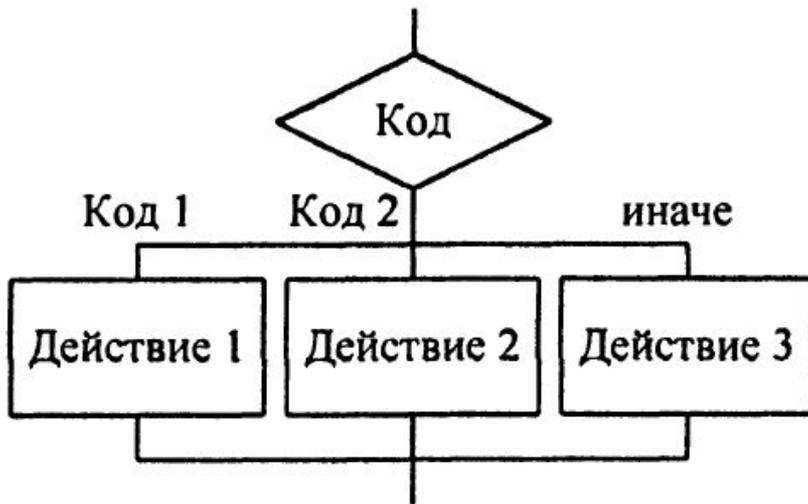
```
    else writeln ('число должно быть от 1 до 12');
```

```
  end;
```

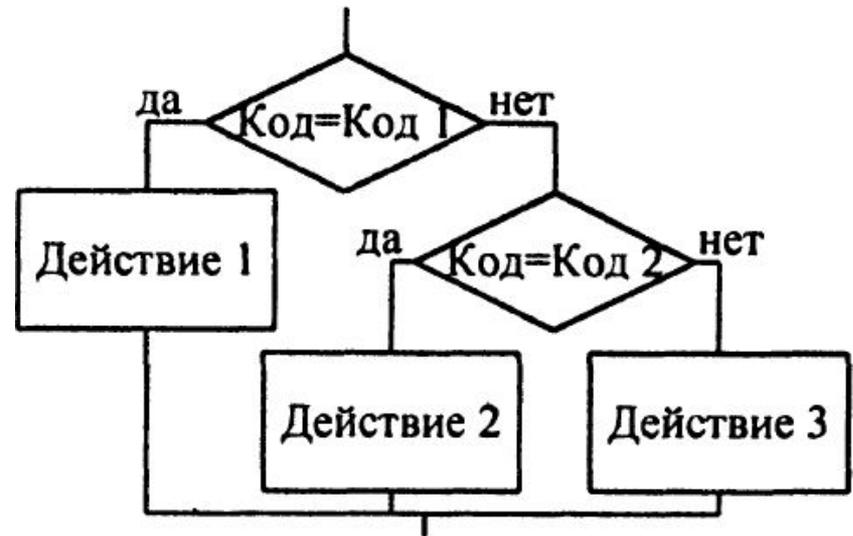
```
end.
```



Выбор



Дополнительная структура
выбор



Реализация структуры **выбор** через
базовую структуру **если-то-иначе**



Повторение

Пример. Составить алгоритм варки картофеля.

Решение.

1. Взять кастрюлю такого объема, чтобы в нее вместился картофель, который требуется сварить.
 2. Пока есть картофель, повторять:
 - 1) взять одну картофелину;
 - 2) вымыть ее;
 - 3) очистить от кожуры;
 - 4) положить вычищенную картофелину в кастрюлю.
 3. Налить в кастрюлю воды так, чтобы она закрыла картофель.
 4. Поставить кастрюлю на огонь.
-





**ЦИКЛ С
ПРЕДУСЛОВИЕМ
«ПОКА»**



Повторение

Цикл – это многократное повторение некоторой совокупности действий, которая называется телом цикла.

ТИПЫ ЦИКЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ



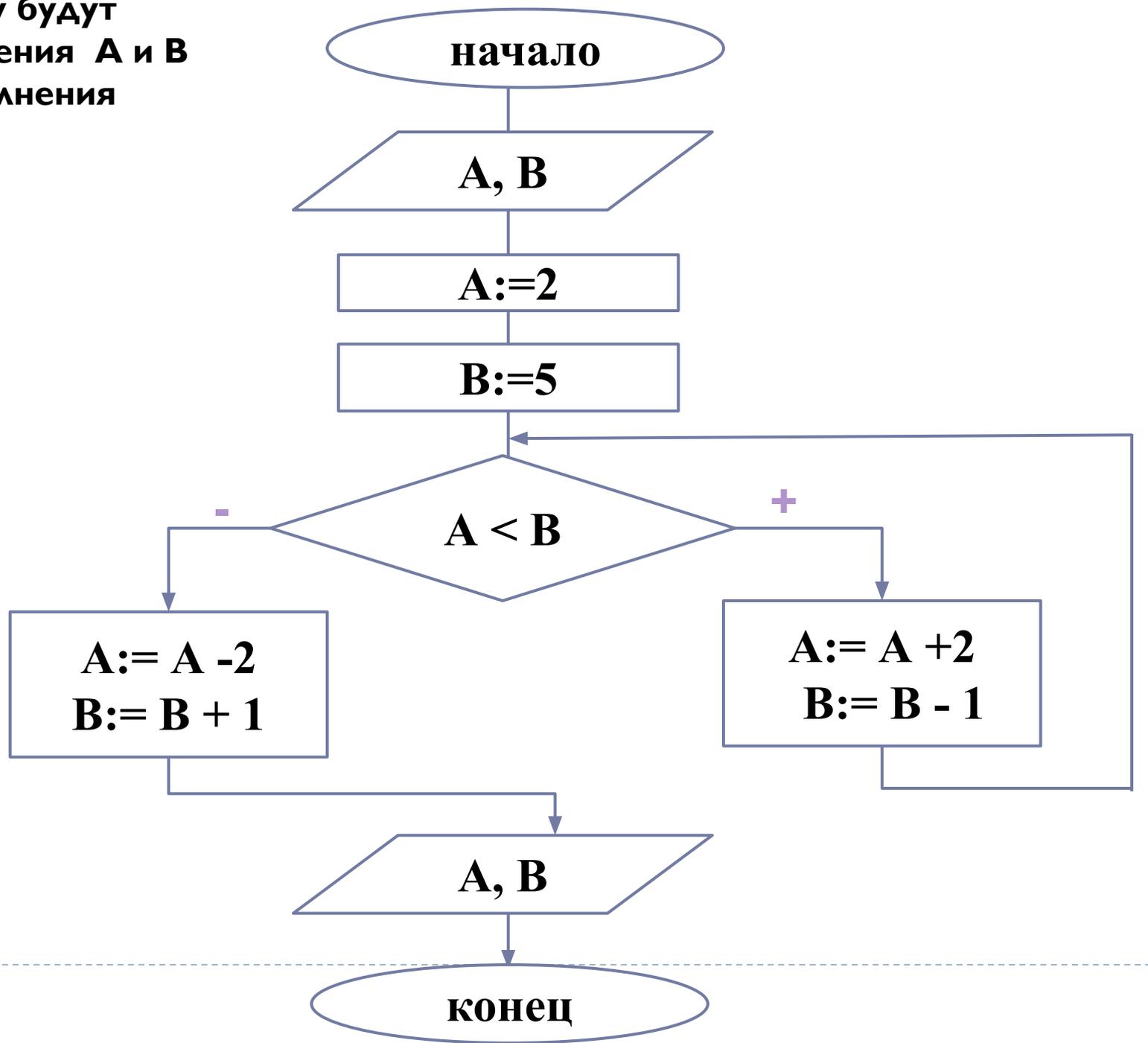
Цикл с предусловием (цикл «пока»)

Цикл «пока» - определяет повторение действий, пока не будет нарушено условие, выполнение которого проверяется в начале цикла



1. Здесь *Действие* называют *телом цикла*.
2. Цикл работает до тех пор, пока условие **ИСТИННО**; как только условие становится ложным, цикл заканчивает работу. В частности, этот цикл может не выполниться ни разу, если при первой же проверке условие ложно.
3. В теле цикла обязательно должно быть действие, которое влияет на изменение условия. В противном случае может произойти «зацикливание» (бесконечный цикл).

Найти, чему будут равны значения **A** и **B** после выполнения алгоритма.



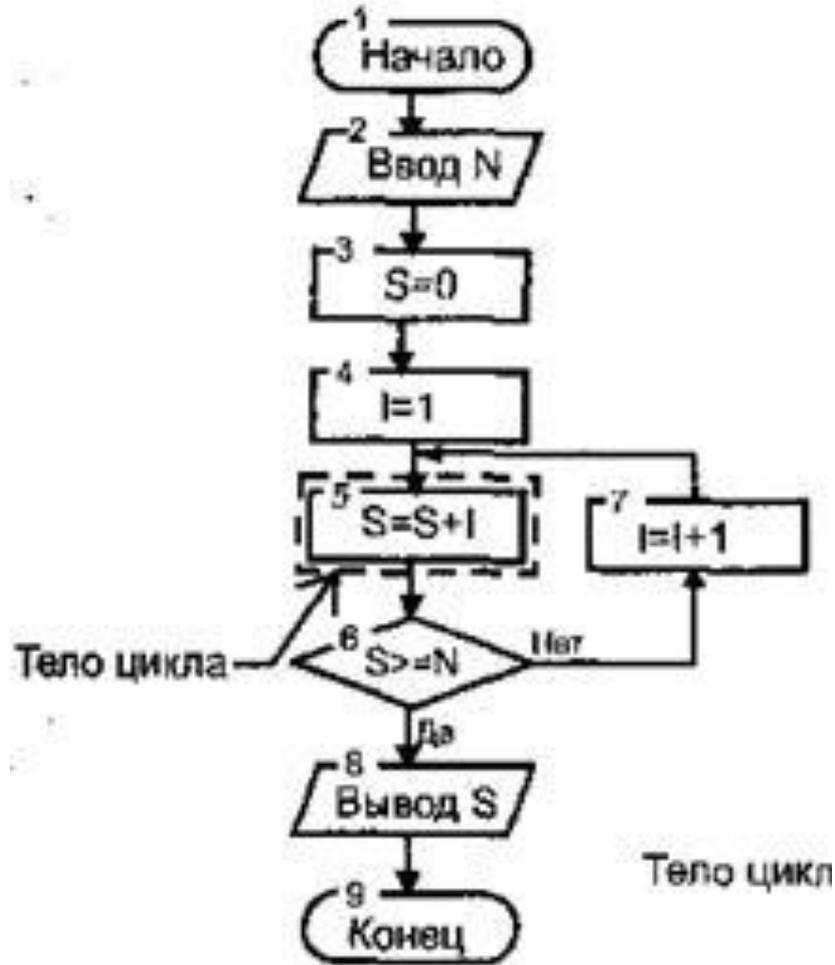
Цикл с постусловием (Цикл «ДО»)

Цикл «до» - повторение некоторых действий до выполнения заданного условия, проверка которого осуществляется после выполнения действий в цикле

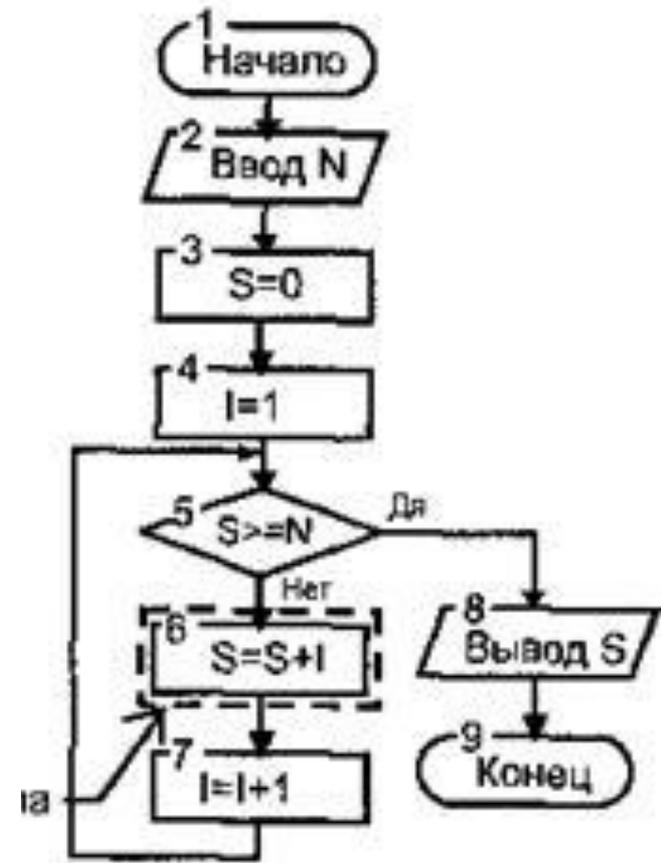


1. Здесь *Действие* называют *телом цикла*.
2. Цикл работает до тех пор, пока условие **ЛОЖНО**; как только условие становится истинным, цикл заканчивает работу. Этот цикл выполняется как минимум один раз, так как условие стоит после тела цикла.
3. В теле цикла обязательно должно быть действие, которое влияет на изменение условия. В противном случае может произойти «зацикливание» (бесконечный цикл).

Пример алгоритма нахождения суммы первых членов натурального ряда. Вычисление суммы прекратить, как только ее значение будет равно или превысит заданное N .



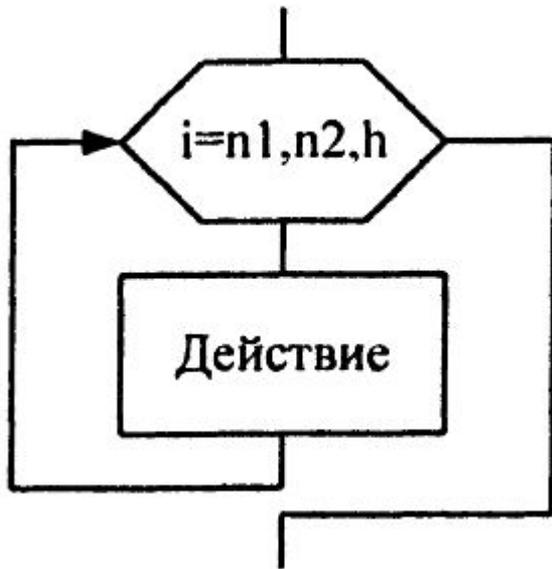
Цикл с постусловием;



Цикл с предусловием;

Цикл с параметром (ЦИКЛ «ДЛЯ»)

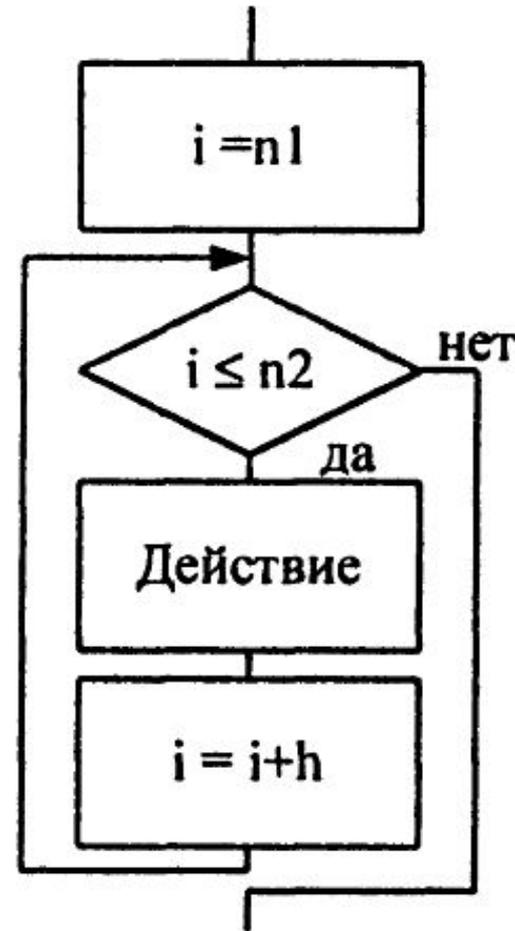
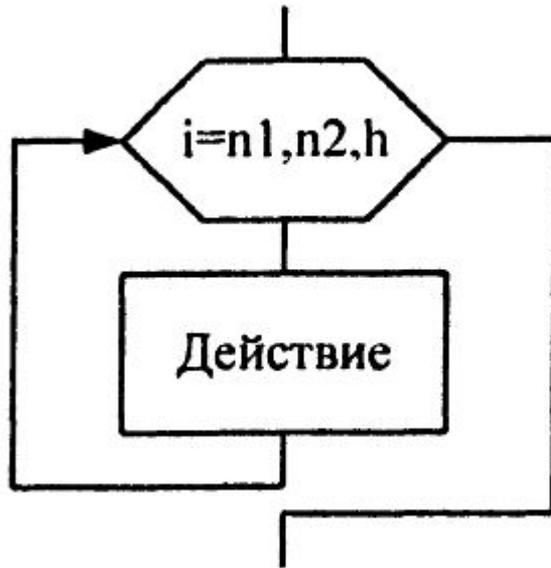
цикл с заданным числом повторений (счетный цикл) – повторение некоторых действий указанное число раз



1. Здесь переменную i называют счетчиком цикла, $n1$ – начальное значение счетчика, $n2$ – конечное значение счетчика.
2. Переменная i последовательно принимает все значения от $n1$ до $n2$, автоматически увеличиваясь на h – шаг цикла.
3. Действие цикла заканчивается как только i становится больше $n2$.
4. Этот цикл используют в задачах, в которых заранее известно количество повторений.



Реализация структуры **ЦИКЛ С** **параметром** через базовую структуру **ЦИКЛА ПОКА**



Цикл с параметром (цикл «для»)

Пример. Составить алгоритм и написать программу, которые вычисляют сумму первых n целых положительных целых чисел. Количество суммируемых чисел должно вводиться во время работы программы.

алг Сумма первых n целых положительных чисел (арг цел n , рез цел $summ$)

нач

цел i

ВВОД n

нц для i от 1 до n

$summ = summ + i$

кц

ВЫВОД $summ$

кон

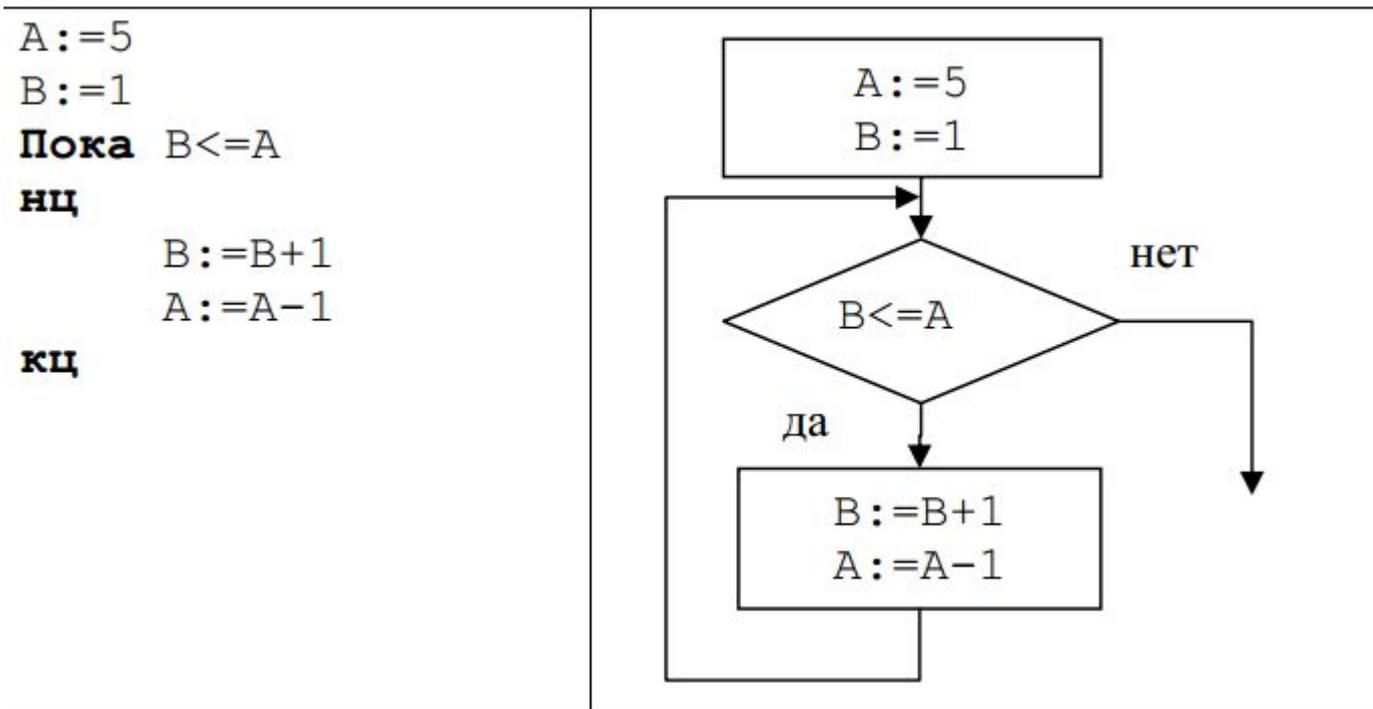


Трассировочная таблица

- Трассировочные таблицы используются для анализа свойств алгоритма и проверки его соответствия решаемой задаче. В такой таблице для конкретных значений исходных данных по шагам прослеживается изменение переменных, входящих в алгоритм.
- В заголовке трассировочной таблицы помещают имена всех переменных, используемых в алгоритме. В отдельном столбце записывают команды и логические выражения (условия), которые выполняются.
- Каждая строка таблицы соответствует одному шагу алгоритма, при котором изменяются значения переменных или выражений.

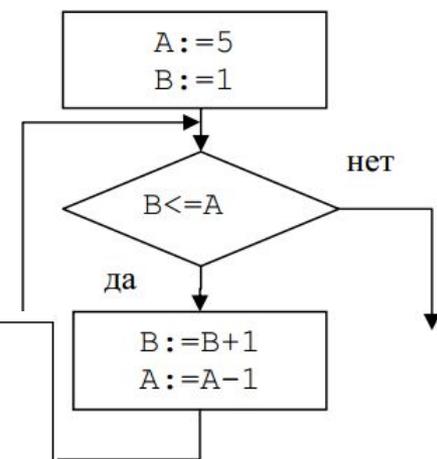


- Пример: Для фрагмента алгоритма составить трассировочную таблицу.



Определить,

- сколько раз выполняется тело цикла,
- значения переменных A и B после его завершения.



№	Команда или условие (логическое выражение)	Вычисление правой части команды присваивания или условия (логического выражения)	А	В
1	A:=5	5	5	
2	B:=1	1		1
3	B<=A	(1<=5) =да		
4	B:=B+1	1+1=2		2
5	A:=A-1	5-1=4	4	
6	B<=A	(2<=4) =да		
7	B:=B+1	2+1=3		3
8	A:=A-1	4-1=3	3	
9	B<=A	(3<=3) =да		
10	B:=B+1	3+1=4		4
11	A:=A-1	3-1=2	2	
12	B<=A	(4<=2) =нет		
Результат			2	4

Из таблицы видно, что тело цикла выполнилось трижды (строки 4-5, 7-8, 10-11), переменные приняли значения A=2, B=4.



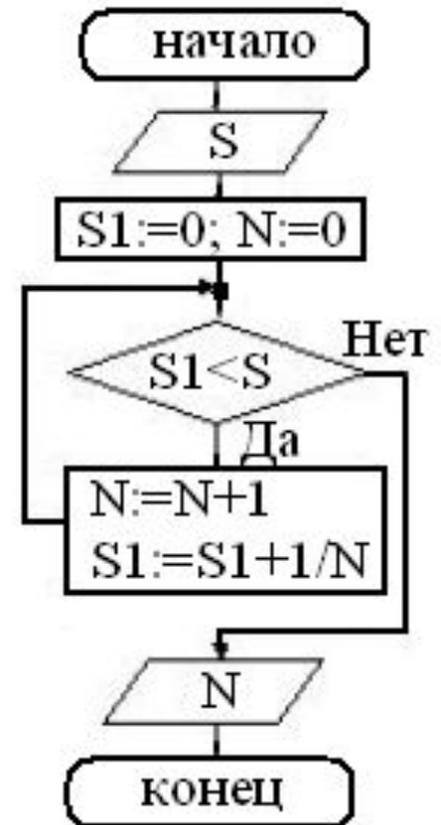
Задачи

Пример Какое значение будет иметь N на выходе, если:

а) $S=1,1$; б) $S=2,09$?

а) $S=1,1$

Шаг	1	2	3
Значение S1	0	1	1,5
Значение N	0	1	2
Тело цикла	$0 < 1,1$ (Да)	$1 < 1,1$ (Да)	$1,5 < 1,1$ (Нет)
Результат выполнения	$N=0+1=1$ $S1=0+1/1=1$	$N=1+1=2$ $S1=1+1/2=1,5$	$N=2$
Вывод значения N			2



Задачи

□ 6) $S=2,09$

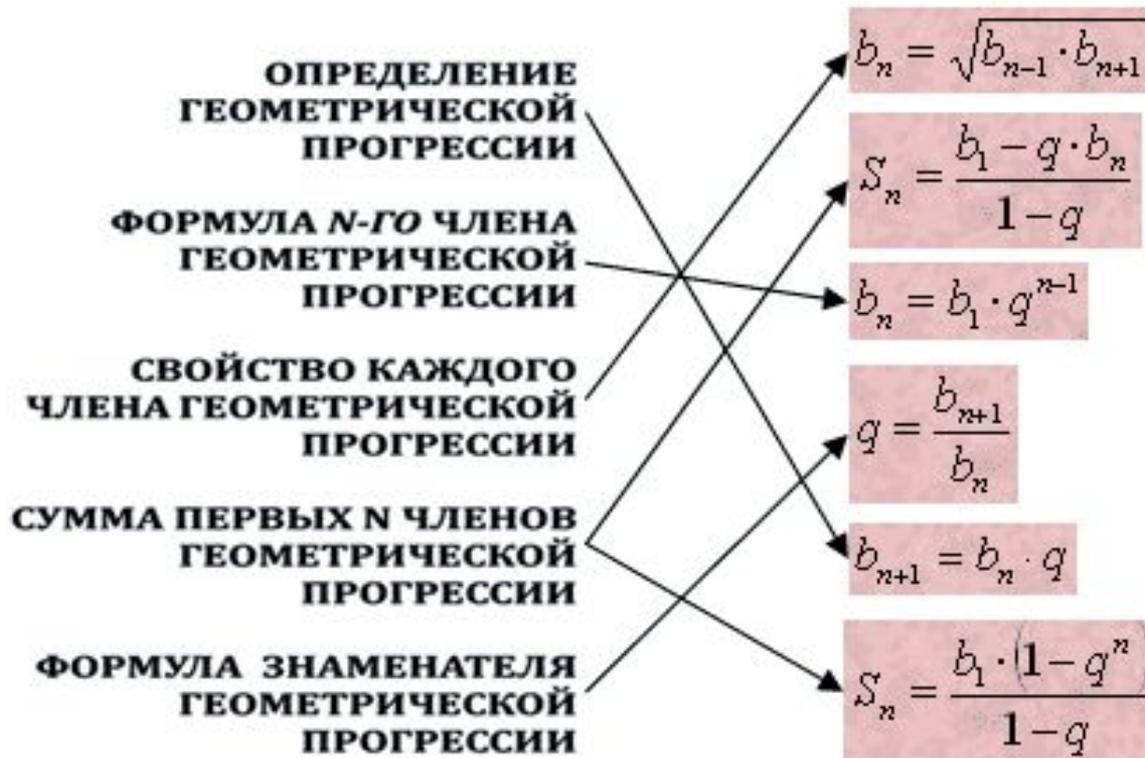
Шаг	1	2	3	4	5	6
Значение S_1	0	1	1,5	1,8333	2,0833	2,2833
Значение N	0	1	2	3	4	5
условие	$0 < 2,09$ (Да)	$1 < 2,09$ (Да)	$1,5 < 2,09$ (Да)	$1,8333 < 2,09$ (Да)	$2,0833 < 2,09$ (Да)	$2,2833 < 2,09$ (Нет)
Результат выполнения	$N=0+1=1$ $S_1=0+1/1=1$	$N=1+1=2$ $S_1=1+1/2=1,5$	$N=2+1=3$ $S_1=1,5+1/3=1,8333$	$N=3+1=4$ $S_1=1,8333+1/4=2,0833$	$N=4+1=5$ $S_1=2,0833+1/5=2,2833$	$N=5$
Вывод значения N						5



Задачи

Построить алгоритм нахождения N первых членов геометрической прогрессии по известному первому члену и знаменателю.

$$b_1, b_2 = b_1q, b_3 = b_2q, \dots, b_n = b_{n-1}q$$

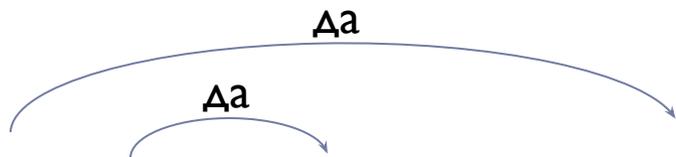
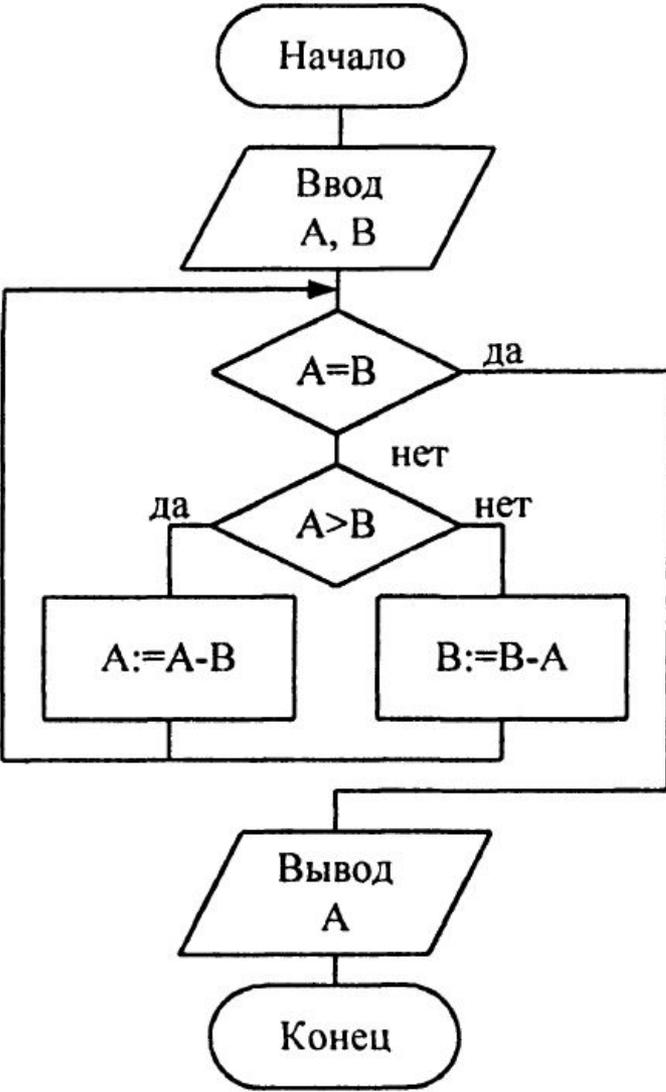


Алгоритм Евклида

- ▣ **Задача.** Определение наибольшего общего делителя двух натуральных чисел.
- ▣ Самым простым способом нахождения НОД является так называемый алгоритм Евклида. Суть этого метода заключается в последовательной замене большего из чисел на разность большего и меньшего. Вычисления заканчиваются, когда числа становятся равны.

A	B	A	B
225	125	13	4
$225 - 125 = 100$	125	$13 - 4 = 9$	4
100	$125 - 100 = 25$	$9 - 4 = 5$	4
$100 - 25 = 75$	25	$5 - 4 = 1$	4
$75 - 25 = 50$	25	1	$4 - 1 = 3$
$50 - 25 = 25$	= 25	1	$3 - 1 = 2$
		1	= $2 - 1 = 1$

Алгоритм Евклида

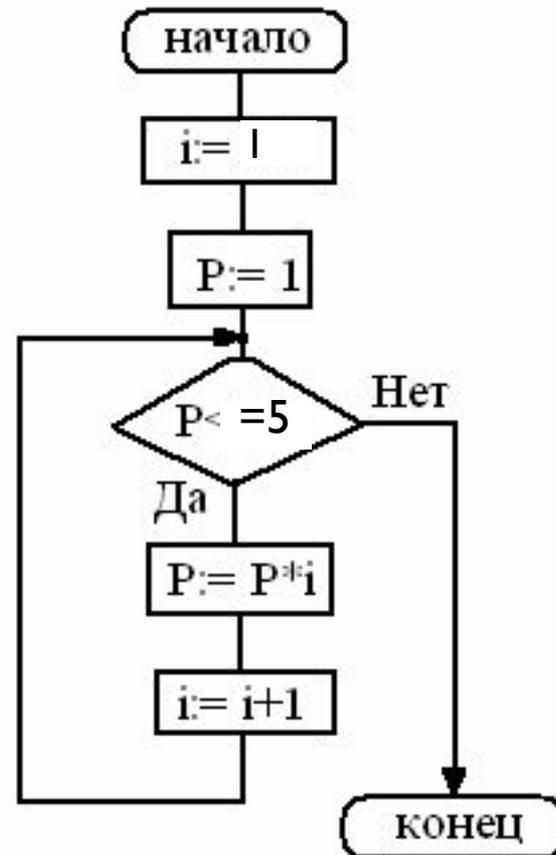


Шаг	А	В	$\frac{A}{B}$	$A > B$	$A := A - B$	$B := B - A$	Вывод А



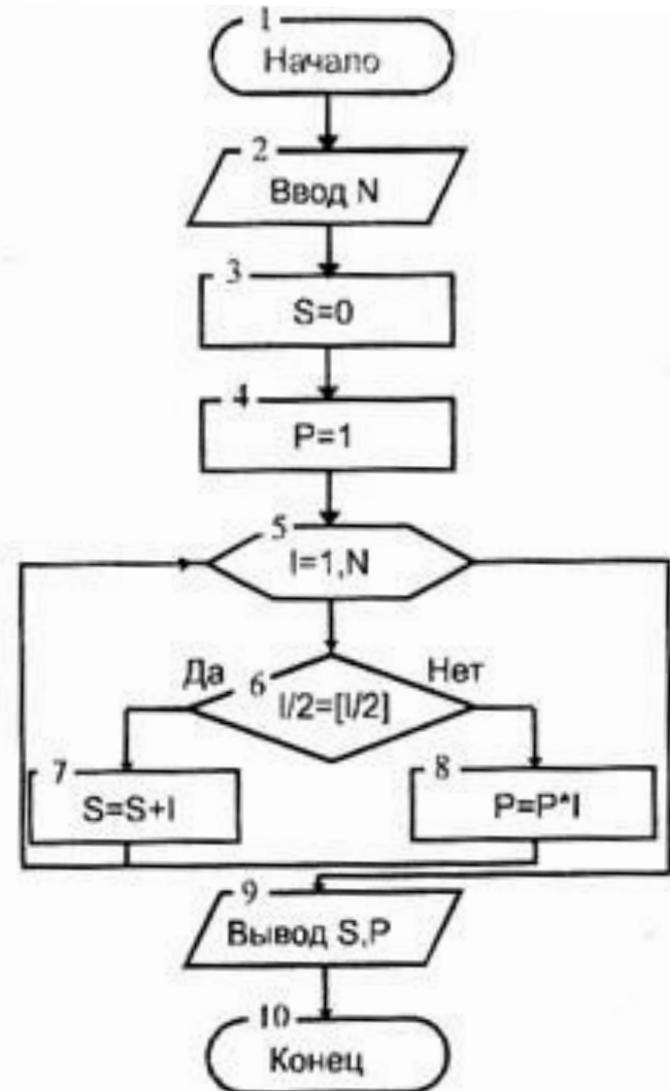
Задачи

Найти значение переменных P и i после исполнения алгоритма.



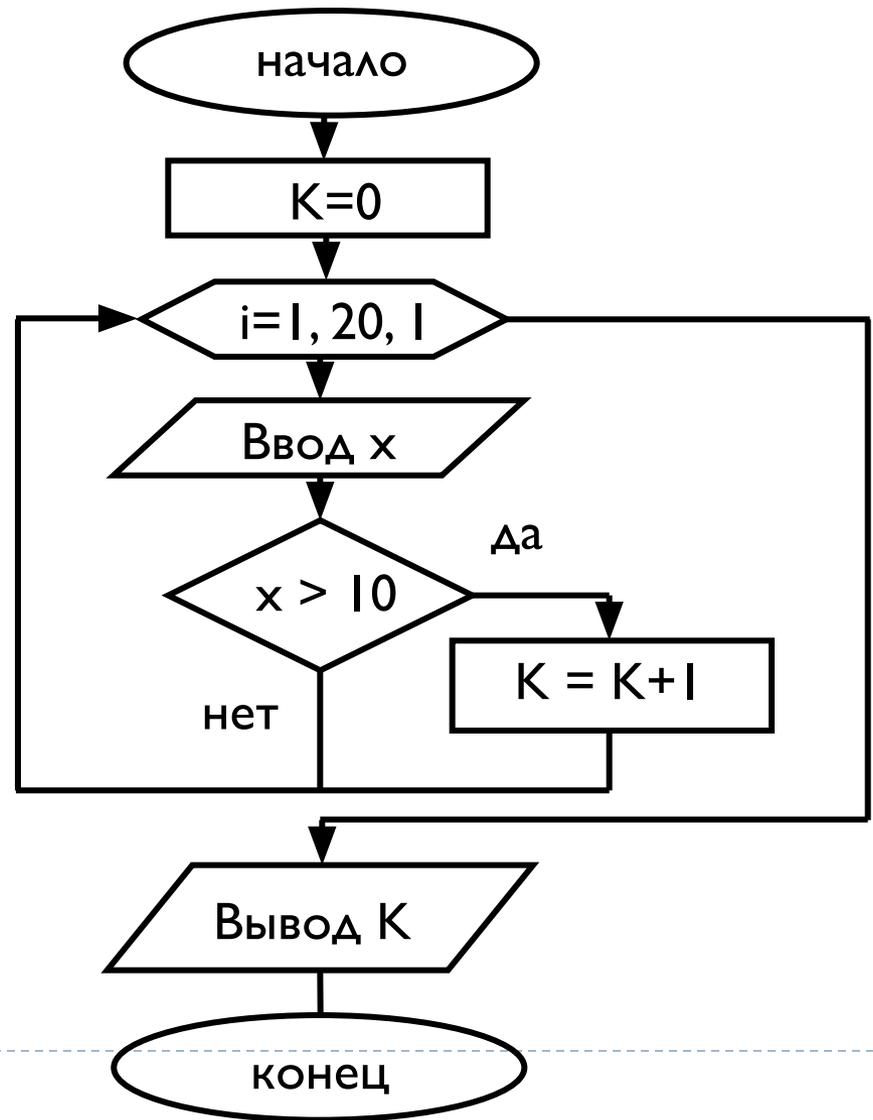
Задачи

- Дан натуральный ряд чисел от 1 до N. Вычислить сумму четных и произведение нечетных чисел этого ряда.



Задачи

Пример. Задано 20 чисел.
Сколько среди них чисел,
больших 10?



Задачи

- ▣ **Пример.** Составить алгоритм и написать программу, которые вычисляют среднее арифметическое последовательности чисел, вводимых с клавиатуры. Найти минимальное и максимальное число последовательности. Количество чисел последовательности должно задаваться с клавиатуры до ввода последовательности.

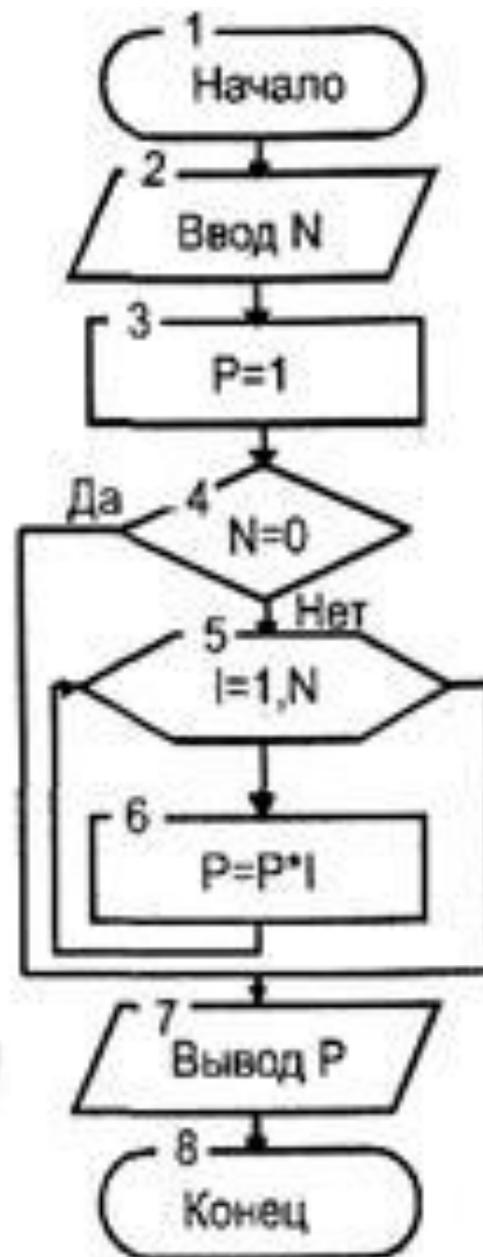


Нахождение факториала

Задача. Построить блок-схему факториала числа.

Опр. Факториалом числа n называют натуральное число до n включительно

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{если } n = 0; \\ 1 \cdot 2 \dots n, & \text{если } n \geq 1. \end{cases}$$



Рекурсия

- ▣ **Рекурсия** – это метод определения или выражения функции, процедуры, языковой конструкции или решения задачи посредством той же функции, процедуры и т. д.
- ▣ **Факториальная функция** определяется рекурсивно следующим образом:
 - ▣ $0! = 1$, нерекурсивно определенное начальное значение
 - ▣ $n! = n * (n-1)!$, если $n > 0$
- ▣ Для каждой рекурсивной функции нужно хотя бы одно начальное значение, в противном случае ее нельзя вычислить в явном виде.



```
Нач  
если n=0 то Fakt:=1  
иначе Fakt:=n*Fakt(n-1);  
кон
```

```
begin  
if (n=0) then  
    Fakt:=1  
else  
    Fakt:=n*Fakt(n-1);  
end;
```

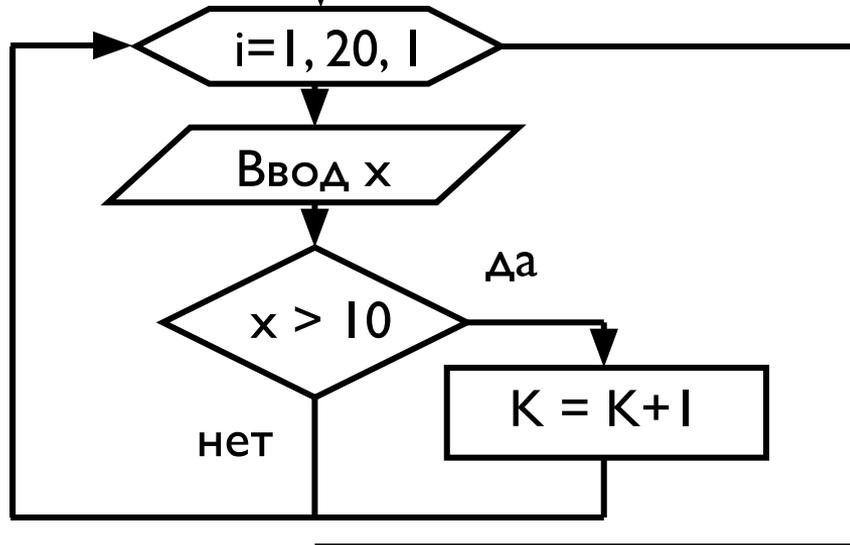
- какую работу надо выполнить, чтобы вычислить $n!$. Для этого необходимо произвести *рекурсивное обращение* и вычислить $(n-1)!$. Это в свою очередь требует другого рекурсивного обращения для вычисления $(n-2)!$ и т.д. Таким образом, для того чтобы вычислить $n!$ нужно произвести n рекурсивных обращений, последнее из которых выполняется для $0! = 1$. Принято говорить, что *глубина рекурсии*, требуемая для вычисления $n!$, равна n .
-



начало

Ввод n

min=0



Вывод K

конец