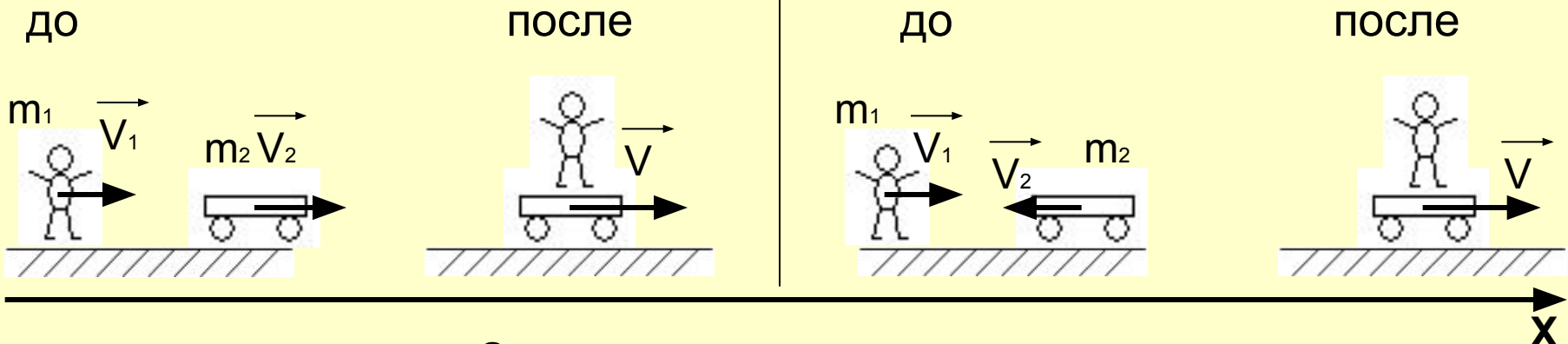


## Алгоритм решения задач по теме «Законы сохранения»

- 1) Внимательно изучите условие задачи, поймите физическую сущность явлений и процессов, рассматриваемых в задаче, уясните основной вопрос задачи.
- 2) Мысленно представьте ситуацию, описанную в задаче, выясните цель решения, четко выделите данные и неизвестные величины.
- 3) Запишите краткое условие задачи. Одновременно выразите все величины в единицах СИ.
- 4) Сделайте чертеж, на котором отобразите ситуацию до и после события.
- 5) Запишите закон сохранения импульса (в проекции на выбранную ось) проверив систему на замкнутость или (и) закон сохранения энергии в соответствии с тем, что отобразили на чертеже (с одной стороны равенства что было «до», с другой что «после»). Выберите нулевой уровень потенциальной энергии.
- 6) Решите уравнение или систему уравнений относительно неизвестной величины, т.е. решите задачу в общем виде.
- 7) Если не все величины известны, то для нахождения их можете применить алгоритм решения задач по теме «Динамика».
- 8) Найдите искомую величину.
- 9) Определите единицу величины. Проверьте, подходит ли она по смыслу.
- 10) Рассчитайте число.
- 11) Проверьте ответ на «глупость» и запишите его.

11, 21, 2, 31, 2, 3, 41, 2, 3, 4, 51, 2, 3, 4, 5, 61, 2, 3, 4, 5, 6, 71, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 81, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 91, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 101, 2, 3, 4, 5, 6,

1) Мальчик догоняет тележку (бежит навстречу тележке) и запрыгивает на нее. Далее они движутся вместе. Масса мальчика  $m_1$ , масса тележки  $m_2$ . Скорость мальчика  $V_1$ , скорость тележки  $V_2$ . [Алгоритм](#)



**Закон сохранения импульса**

$$\vec{m_1 V_1} + \vec{m_2 V_2} = (\vec{m_1 + m_2}) V$$

**В проекции на ось X:**

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2) V$$

$$V = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2}$$

$$m_1 V_1 - m_2 V_2 = (m_1 + m_2) V$$

$$V = \frac{m_1 V_1 - m_2 V_2}{m_1 + m_2}$$

2) На вагонетку массой 800 кг, катящуюся по горизонтальному пути со скоростью 0,2 м/с, насыпали сверху 200 кг щебня. На сколько уменьшилась скорость вагонетки? [Алгоритм](#)

**Дано:**

$$m_1 = 800 \text{ кг}$$

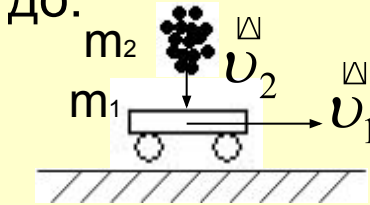
$$v_1 = 0,2 \text{ м/с}$$

$$m_2 = 200 \text{ кг}$$

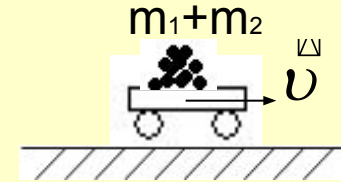
$$\Delta v - ?$$

**Решение:**

до:



после:



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$\text{ох: } m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v$$

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

$$v = \frac{800 \cdot 0,2}{1000} = 0,16 \text{ м/с}$$

размерность  $\left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м/с}}{\text{кг}} \right]$

$$\Delta v = v - v_1$$

$$\Delta v = 0,16 - 0,2 = -0,04 \text{ м/с}$$

**Ответ:** скорость уменьшилась на 0,04 м/с

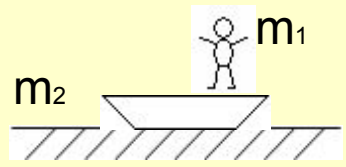
3) Рыбак массой 60 кг переходит с носа на корму лодки. На сколько переместится лодка длиной 3 м и массой 120 кг относительно воды?

алгоритм

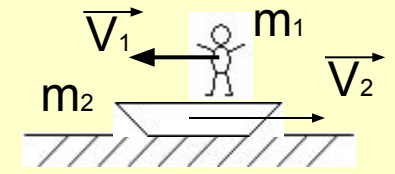
**Дано:**  
 $m_1 = 60$  кг  
 $l = 3$  м  
 $m_2 = 120$  кг  
 $S = ?$

**Решение:**

до:



после:



оx:  $0 = -m_1 V_1 + (m_1 + m_2) V_2$  ①

считаем движение рыбака и лодки равномерным

$$V_1 = \frac{l}{t} \quad V_2 = \frac{S}{t}$$

подставляем в уравнение ①

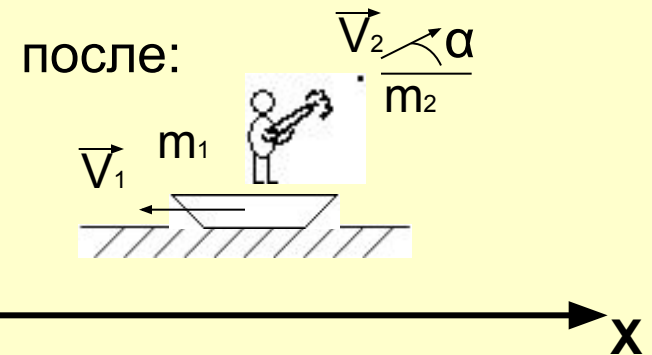
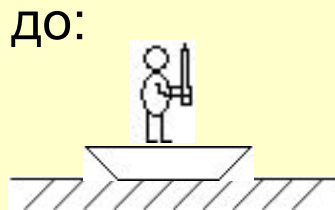
$$0 = -m_1 \frac{l}{t} + (m_1 + m_2) \frac{S}{t} \Rightarrow m_1 l = (m_1 + m_2) S \Rightarrow S = \frac{m_1 l}{m_1 + m_2}$$
$$S = \frac{60 \cdot 3}{180} \text{ м}$$

**Ответ:** лодка переместилась на 1 м.

4) Охотник стреляет с легкой надувной лодки. Какую скорость приобретает лодка в момент выстрела, если масса охотника с лодкой равна 70 кг, масса дроби 35 г и средняя начальная скорость дроби 320 м/с? Ствол ружья во время выстрела образует угол  $60^\circ$  к горизонту. [алгоритм](#)

**Дано:**  
 $m_1 = 70$  кг  
 $m_2 = 0,035$  кг  
 $V_2 = 320$  м/с  
 $\alpha = 60^\circ$   
 $V_1 - ?$

**Решение:**



$$\text{ох: } 0 = -m_1 V_1 + m_2 V_2 \cos \alpha$$

$$m_1 V_1 = m_2 V_2 \cos \alpha$$

$$V_1 = \frac{m_2 V_2 \cos \alpha}{m_1}$$

$$V_1 = \frac{0,035 \cdot 320 \cdot \frac{1}{2}}{70} = 0,08$$

размерность  $\left[ \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{кг}} \right]$

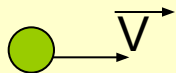
**Ответ:** лодка приобретает скорость 0,08 м/с

5) Граната, летевшая в горизонтальном направлении со скоростью 10 м/с, разорвалась на два осколка массами 1 кг и 1,5 кг. Скорость большого осколка после разрыва горизонтально возросла до 25 м/с. Определите скорость и направление движения меньшего осколка. [алгоритм](#)

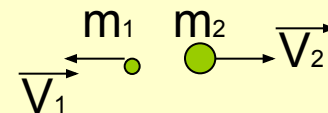
**Дано:**  
 $V = 10 \text{ м/с}$   
 $m_1 = 1 \text{ кг}$   
 $m_2 = 1,5 \text{ кг}$   
 $V_2 = 25 \text{ м/с}$   
 $V_1 - ?$

**Решение:**

до:



после:



Закон сохранения импульса в проекции на ось X:

$$(m_1 + m_2)V = -m_1V_1 + m_2V_2$$

$$m_1V_1 = m_2V_2 - (m_1 + m_2)V$$

$$V_1 = \frac{m_2V_2 - (m_1 + m_2)V}{m_1}$$

$$V_1 = \frac{1,5 * 25 - (1 + 1,5) * 10}{1} = 12,5 \text{ м/с}$$

**Ответ:** скорость меньшего осколка 12,5 м/с.

б) Пуля летит горизонтально со скоростью 400 м/с пробивает стоящий на горизонтальной шероховатой поверхности коробку и продолжает движение в прежнем направлении со скоростью  $\frac{3}{4} V_0$ . Масса коробки в 40 раз больше массы пули. Коэффициент трения скольжения между коробкой и поверхностью  $\mu = 0,15$ . На какое расстояние переместилась коробка к моменту, когда ее скорость уменьшится на 20%.

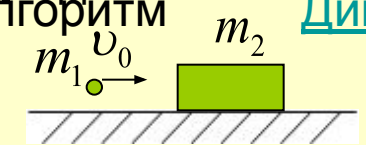
**Дано:**  
 $u_0 = 400 \text{ м/с}$   
 $u = \frac{3}{4} u_0$   
 $m_2 = 40m_1$   
 $\mu = 0,15$   
 $u_k' = 0,8 u_k$   
 $S = ?$

**Решение:**

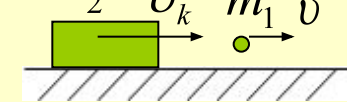
**Алгоритм**

**Динамика**

до:



после:



Запишем закон сохранения импульса

$$m_1 u_0 = m_2 v_k + m_1 v$$

$$m_1 u_0 = 40m_1 v_k + m_1 \frac{3}{4} u_0$$

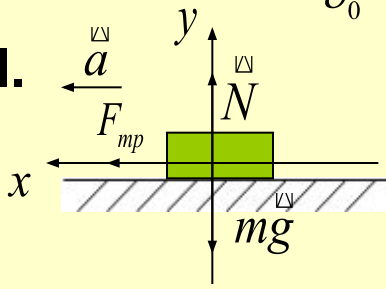
$$u_0 - \frac{3}{4} u_0 = 40v_k \Rightarrow \frac{1}{4} u_0 = 40v_k \Rightarrow v_k = \frac{1}{160} u_0 \Rightarrow v_k = 2,5 \text{ м/с}$$

Запишем II закон Ньютона

$$m_2 a = m_2 g + N + F_{mp}$$

$$\text{ох: } m_2 a = F_{mp} = \mu N$$

$$\text{оу: } 0 = N - m_2 g \Rightarrow N = m_2 g$$



$$m_2 a = \mu m_2 g \Rightarrow a = \mu g \Rightarrow a = 1,5 \text{ м/с}^2$$

$$S = \frac{v_k'^2 - v_k^2}{-2a} = \frac{0,64v_k^2 - v_k^2}{-2a} = \frac{0,36v_k^2}{2a}$$

$$S = \frac{0,36 \cdot 6,25}{2 \cdot 1,5} = 0,75 \text{ м}$$

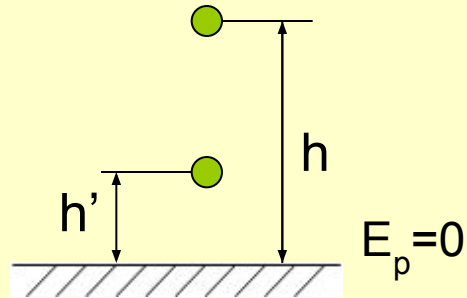
**Ответ:** 0,75 м.

7) Тело массой 3 кг, свободно падает с высоты 5 м. Найти потенциальную и кинетическую энергию тела на расстоянии 2 м от поверхности земли.

алгоритм

**Дано:**  
 $m = 3 \text{ кг}$   
 $h = 5 \text{ м}$   
 $h' = 2 \text{ м}$   
 $E_p', E_k' - ?$

**Решение:**



до:  $E_p = mgh, E_k = 0$

$$E_p = 3 \cdot 9,8 \cdot 5 = 150 \text{ Дж}$$

после:  $E_p' = mgh'$

$$E_p' = 3 \cdot 9,8 \cdot 2 = 60$$

**По закону сохранения энергии:**

$$E_p = E_p' + E_k'$$

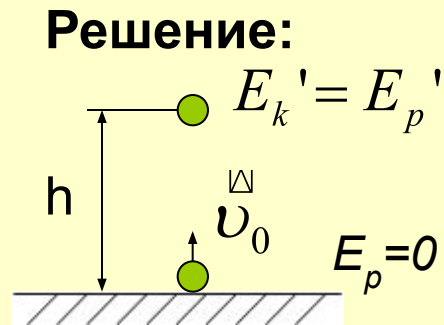
$$E_k = 90 \text{ Дж}$$

**Ответ:**  $E_p' = 60 \text{ Дж}; E_k' = 90 \text{ Дж}$



8) Камень подброшен вертикально вверх с начальной скоростью 10 м/с. На какой высоте  $h$  кинетическая энергия камня равна его потенциальной энергии? [алгоритм](#)

**Дано:**  
 $U_0 = 10 \text{ м/с}$   
 $E_k' = E_p'$   
 $h - ?$



до:  $E_k = \frac{mU^2}{2}$   $E_p = 0$

после:  $E_k' = \frac{mU'^2}{2}$   $E_p' = mgh$

Закон сохранения энергии

$$E_k = E_k' + E_p' = 2E_p'$$

$$\frac{mU^2}{2} = 2mgh \quad \Rightarrow \quad h = \frac{U^2}{4g}$$

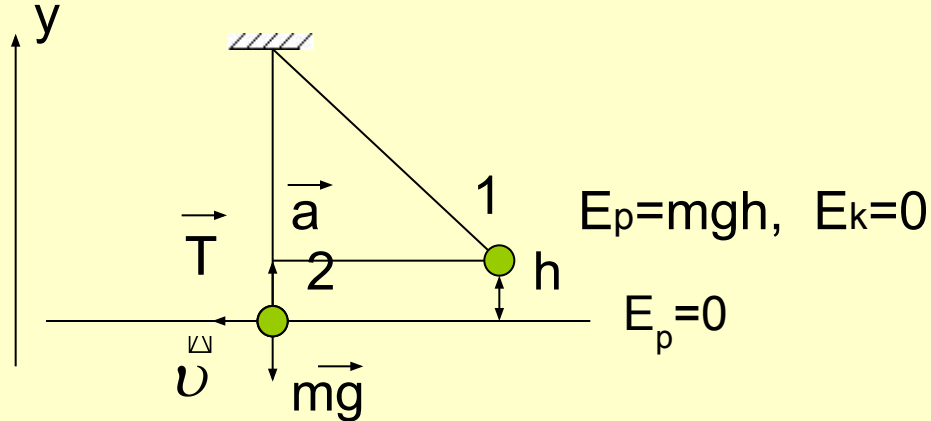
$$h = \frac{100}{4 \cdot 9.8} = 2,5 \text{ м.}$$

**Ответ:  $h = 2,5 \text{ м.}$**

9) Груз массой 25 кг висит на шнуре длиной 2,5 м. На какую наибольшую высоту можно отвести в сторону груз, чтобы при дальнейших свободных качаниях шнур не оборвался? Максимальная сила натяжения, которую выдерживает шнур не обрываясь, равна 550 Н. [алгоритм](#) [Динамика](#)

**Дано:**  
 $m = 25 \text{ кг}$   
 $l = 2,5 \text{ м}$   
 $T_{\text{max}} = 550 \text{ Н}$   
 $h - ?$

**Решение:**



По закону сохранения энергии при переходе из точки 1 в точку 2  $E_p = E_k$   $mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g}$

Значит, необходимо найти скорость в т. 2

По II закону Ньютона в т. 2  $ma = T + mg$

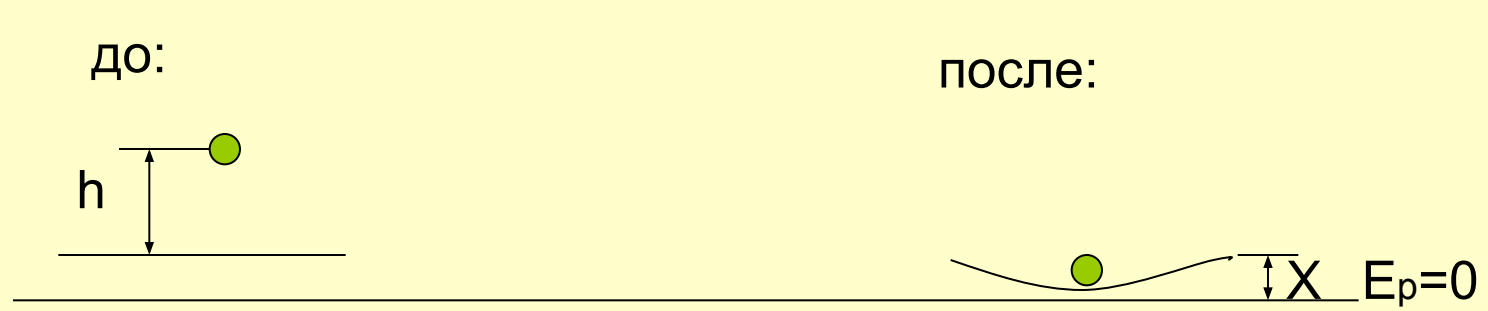
Проекция на оу:  $ma = T - mg$ , где  $a = \frac{v^2}{l}$   $m \frac{v^2}{l} = T - mg$

$$v^2 = \frac{(T - mg)l}{m} \quad \text{Значит} \quad h = \frac{(T - mg)l}{2mg} \quad h = \frac{(550 - 25 \cdot 10)2,5}{2 \cdot 25 \cdot 10} = 1,5 \text{ м}$$

**Ответ: 1,5 м.**

10) Цирковой артист массой 60 кг падает в натянутую сетку с высоты 4 м. С какой силой действует на артиста сетка, если она прогибается при этом на 1 м? [алгоритм](#)

**Дано:**  
 **$m = 60$  кг**  
 **$h = 4$  м**  
 **$x = 1$  м**  
 **$F = ?$**



до:  $E_p = mg(h+x)$

$E_k = 0$

после:  $E_p = \frac{kx^2}{2}$

потенциальная энергия деформированной сетки

По закону сохранения энергии

$$mg(h+x) = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow k = \frac{2mg(h+x)}{x^2}$$

На артиста действует сила упругости со стороны сетки

$$F = kx = \frac{2mg(h+x)}{x}$$

Вычислим:  $F = \frac{2 \cdot 60 \cdot 9,8(4+1)}{1} = 6000 \text{ Н}$

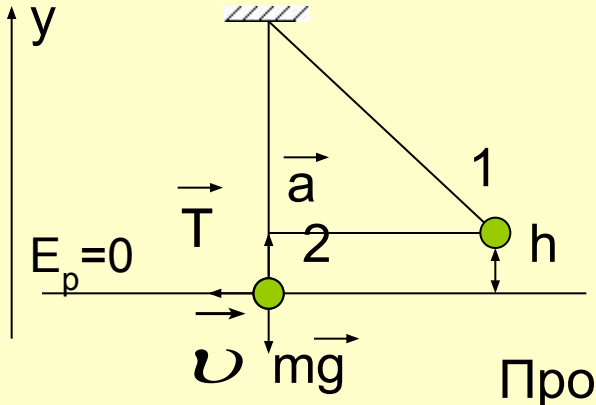
**Ответ: 6000 Н**

11) Маятник массой  $m$  отклонен на угол  $\alpha$  от вертикали. Какова сила натяжения нити при прохождении маятником положения равновесия?

алгоритм

Динамика

Дано:  
 $m$   
 $\alpha$   
 $T - ?$



**Решение:**

По второму закону Ньютона в т. 2:

$$ma = T + mg$$

Проекция на оу:

$$ma = T - mg \Rightarrow T = m(a + g) \Rightarrow T = m\left(\frac{v^2}{l} + g\right) \quad (1)$$

По закону сохранения энергии при переходе т. 1 в т. 2  $E_p = E_k$

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow 2gh = v^2 \quad (2)$$

$$\cos \alpha = \frac{l - h}{l} \Rightarrow l \cos \alpha = l - h \Rightarrow h = l - l \cos \alpha \Rightarrow h = l(1 - \cos \alpha) \text{ Подставим в } (2)$$

$$2gl(1 - \cos \alpha) = v^2 \Rightarrow \frac{v^2}{l} = 2g(1 - \cos \alpha)$$

Подставляем в (1) и получаем

$$T = m(2g(1 - \cos \alpha) + g) = mg(2 - 2\cos \alpha + 1) = mg(3 - 2\cos \alpha)$$

12) С поверхности земли со скоростью 8 м/с брошено тело под углом  $60^\circ$  к горизонту. Найти величину его скорости на высоте 1,95 м. [алгоритм](#)

**Дано:**

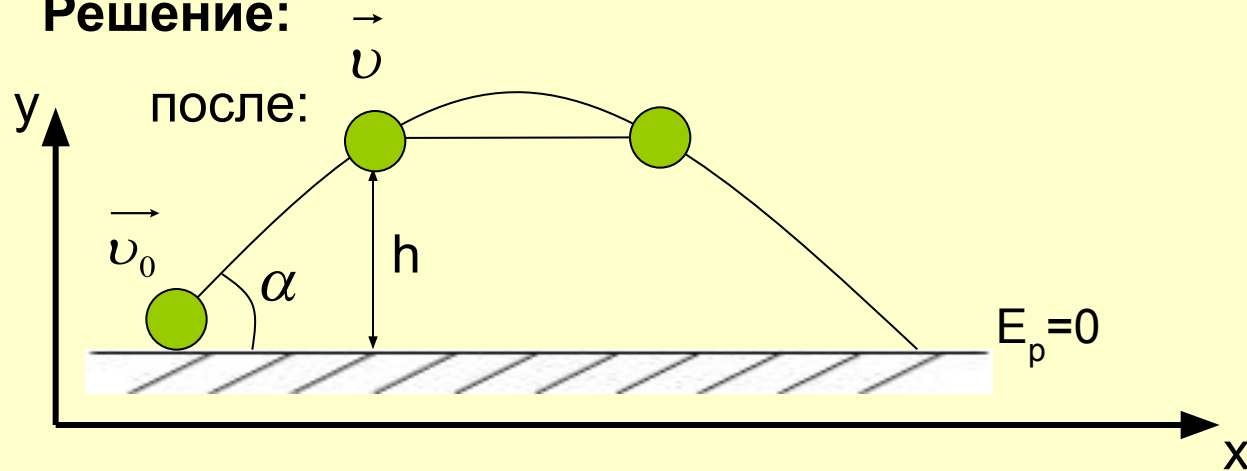
$$v_0 = 8 \text{ м/с}$$

$$h = 1,95 \text{ м}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$v = ?$$

**Решение:**



**до:**

Проверим сможет ли достичь тело высоты  $h_1$

$$h_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad h_{\max} = \frac{64 \cdot 3/4}{20} = 2,4 \text{ м} \quad \Rightarrow \quad \text{вопрос задачи имеет смысл}$$

Запишем закон сохранения энергии

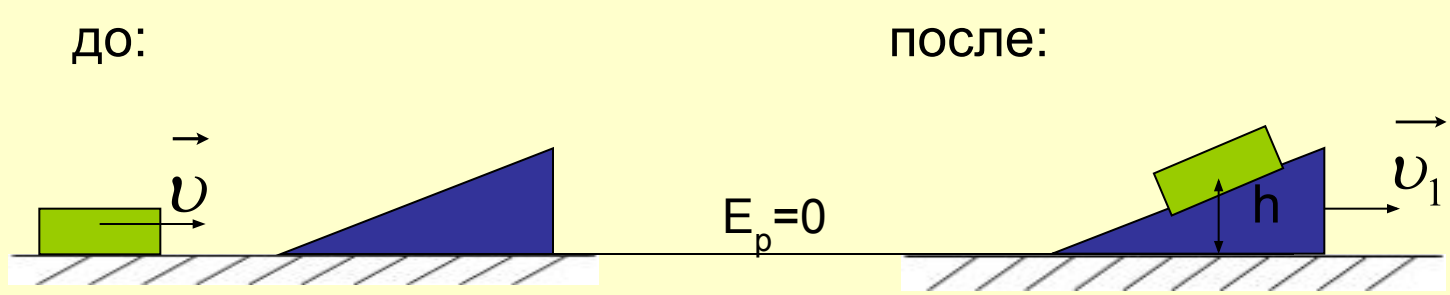
$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh \quad \frac{v_0^2}{2} = \frac{v^2}{2} + gh \quad \Rightarrow \quad \frac{v^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} - gh \quad \Rightarrow \quad v^2 = v_0^2 - 2gh \quad \Rightarrow$$
$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} \quad v = \sqrt{64 - 2 \cdot 10 \cdot 1,95} = 5 \text{ м/с}$$

**Ответ: 5 м/с.**

13) Тело скользит без трения по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью 5 м/с и въезжает подвижную горку высотой  $H=1,2$  м. На какую высоту поднимается тело по горке, если масса горки в 5 раз больше массы тела? [алгоритм](#)

**Дано:**  
 $v = 5 \text{ м/с}$   
 $H = 1,2 \text{ м}$   
 $m_2 = 5m_1$   
 $h - ?$

**Решение:**



Запишем закон сохранения энергии

$$\frac{m_1 v^2}{2} = m_1 g h + \frac{(m_1 + m_2) v_1^2}{2} \quad m_1 g h = \frac{m_1 v^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v_1^2}{2} \quad m_1 g h = \frac{m_1 v^2}{2} - \frac{6 m_1 v_1^2}{2}$$

Для нахождения  $V_1$  запишем закон сохранения импульса

$$m_1 v = (m_1 + m_2) v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2} \Rightarrow v_1 = \frac{m_1 v}{6 m_1} = \frac{v}{6} \quad v_1 = \frac{5}{6} \text{ м/с}$$

Скорость на  $m_1$

$$g h = \frac{v^2}{2} - 3 v_1^2 \quad h = \frac{v^2}{2g} - \frac{3 v_1^2}{g} \quad h = \frac{25}{20} - \frac{3 \cdot \frac{25}{36}}{10} = 1,25 - 0,21 = 1,04 \text{ м.}$$

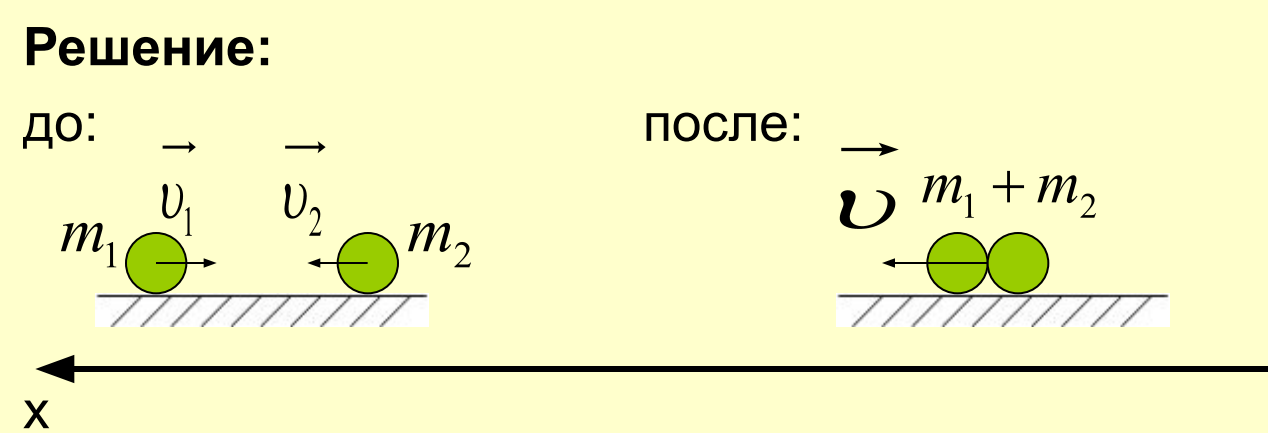
**Ответ: 1,04 м.**

14) Два тела массой по 1/18 кг движутся навстречу друг другу. Скорость первого тела 4 м/с, второго - 8 м/с. Какое количество теплоты выделится в результате абсолютно неупругого удара тел? [алгоритм](#)

**Дано:**  
 $v_1 = 4 \text{ м/с}$   
 $v_2 = 8 \text{ м/с}$   
 $m_1 = m_2 = 1/18 \text{ кг}$   


---

**Q - ?**



По закону сохранения энергии выделившееся количество тепла равно убыли механической (в нашем случае кинетической энергии)

$$Q = E_1 - E_2 = \left( \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2}$$

Найдем конечную скорость из закона сохранения импульса

В проекции на ОХ:  $-m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v \Rightarrow v = \frac{-m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$  т.к.  $m_1 = m_2$   $v = \frac{-v_1 + v_2}{2}$

Отсюда:  $Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) \cdot (v_2 - v_1)^2}{8}$  **Заменим  $m_1 = m_2 = m$**

$$Q = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} - \frac{2m(v_2 - v_1)^2}{8} = \frac{m}{4} (2v_1^2 + 2v_2^2 - v_2^2 + 2v_1 v_2 - v_1^2) = \frac{m}{4} (v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2) = \frac{m}{4} (v_1 + v_2)^2$$

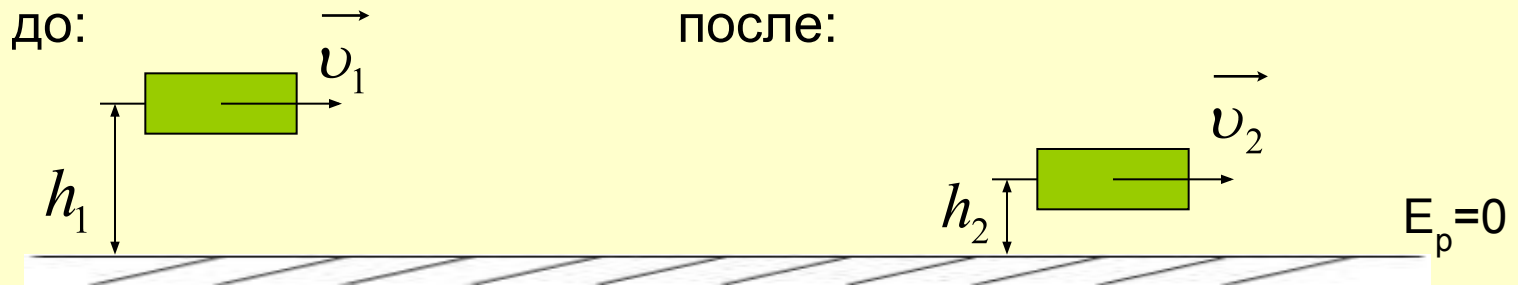
$$Q = \frac{1}{72} (4 + 8)^2 = \frac{144}{72} = 2 \text{ Дж}$$

**Ответ: 2 Дж**

15) На некоторой высоте планер имел скорость 10 м/с. Определить величину скорости планера при его снижении на 40 метров. Сопротивлением воздуха пренебречь [Алгоритм](#)

**Дано:**  
 $v_1 = 10 \text{ м/с}$   
 $h_1 - h_2 = 40 \text{ м}$   
 $v_2 = ?$

**Решение:**



**Закон сохранения энергии**

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2$$

$$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 = \frac{v_2^2}{2} + gh_2$$

$$\frac{v_2^2}{2} = \frac{v_1^2}{2} + gh_1 - gh_2 = \frac{v_1^2}{2} + g(h_1 - h_2)$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2g(h_1 - h_2)$$

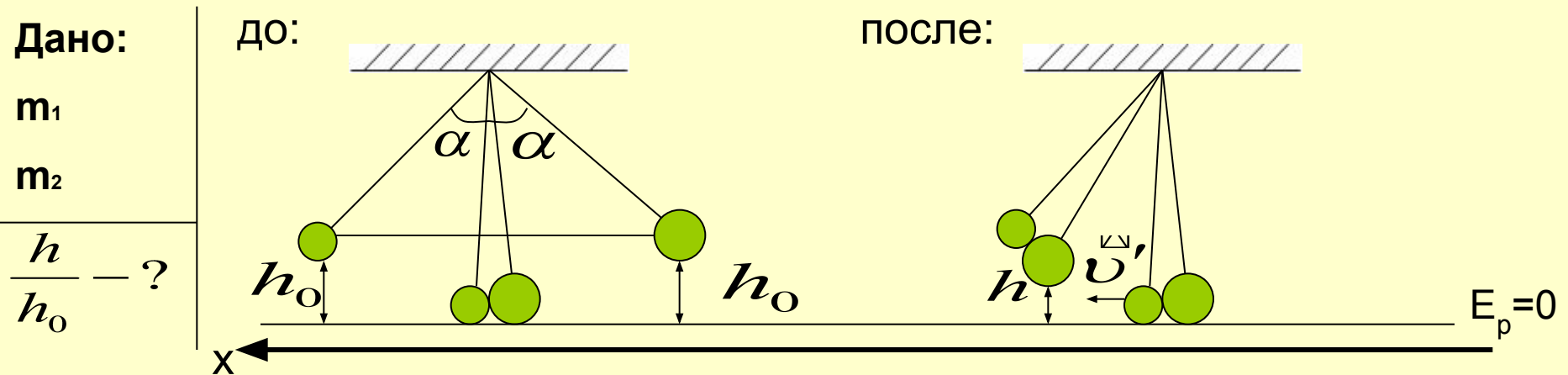
$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g(h_1 - h_2)}$$

$$v_2 = \sqrt{100 + 2 \cdot 10 \cdot 40} = 30 \text{ м/с}$$

**Ответ: 30 м/с.**



16) Два тела массы  $m_1$  и  $m_2$  прикреплены к нитям одинаковой длины с общей точкой подвеса и отклонены – одно влево, другое вправо – на один и тот же угол. Тела одновременно отпускают. При ударе друг о друга они слипаются. Определите отношение высоты, на которую тела поднимутся после слипания, к высоте, с которой они начали свое движение вниз. [Алгоритм](#)



Шары подняли  $\Rightarrow$  сообщили  $E_p$  т.к. углы равны, то и высоты равны  $h_0 = \frac{v^2}{2g}(1 - \cos \alpha)$

Перед ударом  $E_p$  шаров перешло в  $E_k$

$$m_2 g h_0 = \frac{m_2 v_2^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 g h_0}$$

$$m_1 g h_0 = \frac{m_1 v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 g h_0}$$

значит

$$v_1 = v_2 = v$$

$$h_0 = \frac{v^2}{2g}$$

Удар неупругий, значит в момент удара выполняется ЗСИ, не выполняется ЗСЭ

[Далее](#)

Закон сохранения импульса в проекции на ОХ:

$$-m_1v + m_2v = (m_1 + m_2)v' \Rightarrow v' = \frac{(m_2 - m_1)v}{m_1 + m_2}$$

В момент подъема шаров выполняется ЗСЭ

$$\frac{(m_1 + m_2)v'^2}{2} = (m_1 + m_2)gh \Rightarrow h = \frac{v'^2}{2g}$$

Отсюда:

$$\frac{h}{h_0} = \frac{v'^2/2g}{v^2/2g} = \frac{v'^2}{v^2} = \frac{(m_2 - m_1)^2 v^2}{(m_1 + m_2)^2 v^2}$$

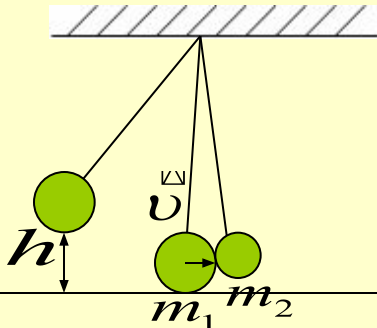
**Ответ:** 
$$\frac{h}{h_0} = \left( \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right)^2$$

[Назад](#)

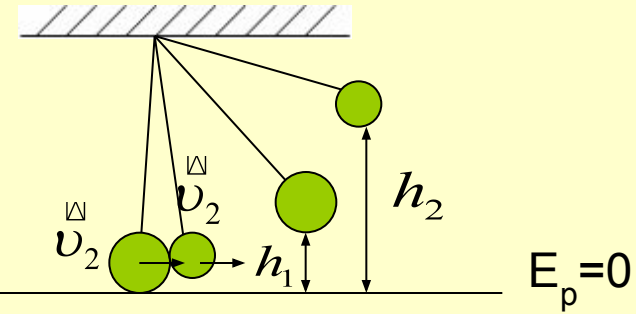
17)

Упругий удар алгоритм

до:



после:



I Тело  $m_2$  подняли на высоту  $h$  сообщили ему  $E_p$ . Перед ударом  $E_p$  превратилась в  $E_k$ .

$$m_1gh = \frac{m_1v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

II В момент удара выполняется ЗСИ и ЗСЭ

$$\begin{cases} m_1v = m_1v_1 + m_2v_2 & \textcircled{1} \\ \frac{m_1v^2}{2} = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow m_1v^2 = m_1v_1^2 + m_2v_2^2$$

Решаем систему

$$\begin{cases} m_1v - m_1v_1 = m_2v_2 & m_1(v - v_1) = m_2v_2 \\ m_1v^2 - m_1v_1^2 = m_2v_2^2 & m_1(v^2 - v_1^2) = m_2v_2^2 \Rightarrow m_1(v - v_1)(v + v_1) = m_2v_2^2 \end{cases}$$

Значит,  $m_2v_2(v + v_1) = m_2v_2^2 \Rightarrow v_2 = v + v_1$  подставим в  $\textcircled{1}$

[далее](#)

$$m_1 v = m_1 v_1 + m_2 (v + v_1) = m_1 v_1 + m_2 v + m_2 v_1$$

$$m_1 v - m_2 v = m_1 v_1 + m_2 v_1$$

$$v(m_1 - m_2) = v_1(m_1 + m_2) \Rightarrow v_1 = \frac{(m_1 - m_2)v}{m_1 + m_2} = \frac{(m_1 - m_2)\sqrt{2gh}}{m_1 + m_2}$$

$$v_2 = v + v_1 = v + \frac{(m_1 - m_2)v}{m_1 + m_2} = v \left( 1 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) = v \left( \frac{m_1 + m_2 + m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) = v_2 = \frac{2m_1 v}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1 \sqrt{2gh}}{m_1 + m_2}$$

III После удара шары поднимаются на высоту  $h_1$  и  $h_2$ . Выполняется ЗСЭ

$$m_1 g h = \frac{m_1 v_1^2}{2} \Rightarrow h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{(m_1 - m_2)^2 h}{(m_1 + m_2)^2}$$

$$m_2 g h_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2} \Rightarrow h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{4m_1^2 h}{(m_1 + m_2)^2}$$

18) Тяжелый шарик соскальзывает без трения по наклонному желобу, образующему «мертвую петлю» радиусом  $R$ . С какой высоты шарик должен начать движение, чтобы не оторваться от желоба в верхней точке траектории? [Алгоритм](#)

[Динамика](#)

**Дано:**

**Решение:**

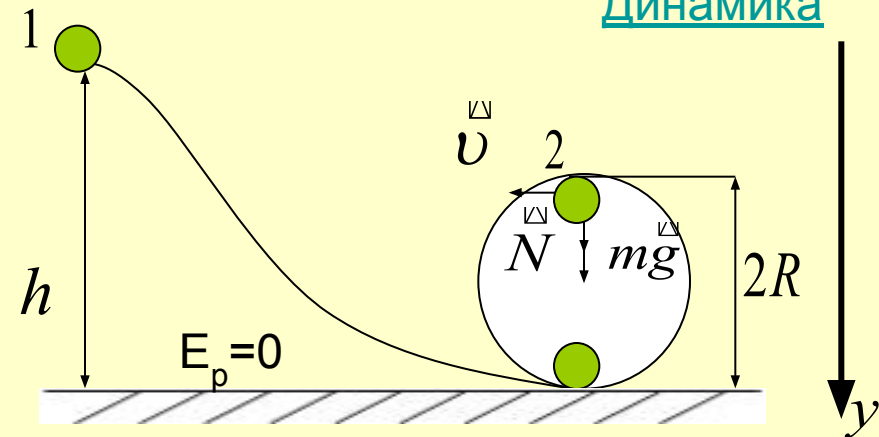
$R$

По закону сохранения энергии

$h - ?$

$$mgh = mg2R + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow gh = g2R + \frac{v^2}{2} \Rightarrow h = 2R + \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$



Для нахождения  $v$  в точке 2 запишем II закон Ньютона

$$ma = N + mg$$

Спроецируем на  $OY$ :  $ma = N + mg$        $a = \frac{v^2}{R}$  - центростремительное ускорение

$$m \frac{v^2}{R} = N + mg \quad \text{в предельном случае} \quad N = 0$$

$$\frac{mv^2}{R} = mg \Rightarrow v = \sqrt{gR} \quad \text{подставим в } (1)$$

$$h = 2R + \frac{gr}{2g} = 2,5R$$

**Ответ: 2,5R**

19) Два упругих шарика подвешены на тонких нитях рядом так, что они находятся на одной высоте и соприкасаются. Массы шариков  $m_1 = 10\text{г}$  и  $m_2 = 15\text{г}$ . Шарик массой  $m_1$  отклонился на угол  $\alpha = 60^\circ$ . Определить, каким должно быть отношение длин нитей  $l_1/l_2$ , чтобы второй маятник отклонился на больший угол. Соударение считать абсолютно упругим. [Алгоритм](#) (Олимпиада)

**Дано:**

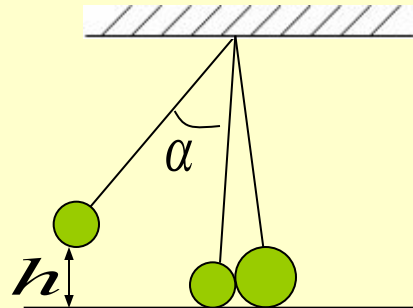
$$m_1 = 0,01\text{кг}$$

$$m_2 = 0,015\text{кг}$$

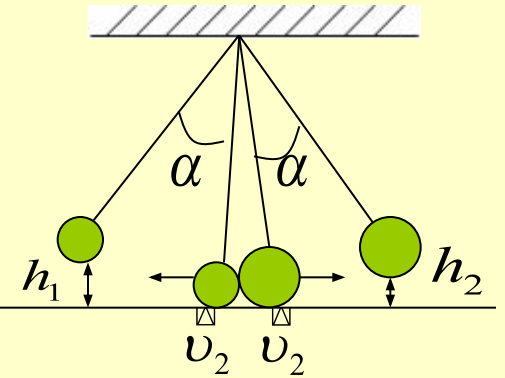
$$\alpha = 60^\circ$$

$$\frac{l_1}{l_2} = ?$$

**Решение:**



$$E_p = 0$$



Разделим задачу на 3 этапа:

I Отклоним шарик массой  $m_1$       Закон С. Э.  $m_1gh = \frac{m_1v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

Найдем  $\frac{l_1 - h}{l_1} = \cos \alpha \Rightarrow h = l_1(1 - \cos \alpha)$       Значит  $v = \sqrt{2gl_1(1 - \cos \alpha)}$

II В момент удара выполняется ЗСЭ и ЗСИ

$$\begin{cases} \frac{m_1v^2}{2} = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} \Rightarrow m_1v^2 = m_1v_1^2 + m_2v_2^2 \\ m_1v = -m_1v_1 + m_2v_2 \end{cases}$$

[далее](#)

Решим систему

$$\begin{cases} m_1(v^2 - v_1^2) = m_2 v_2^2 & \Rightarrow m_1(v - v_1)(v + v_1) = m_2 v_2^2 \quad (2) \\ m_1(v + v_1) = m_2 v_2 & (1) \end{cases}$$

Подставим (1) в (2)  $(v - v_1)m_2 v_2 = m_2 v_2^2 \Rightarrow v - v_1 = v_2 \Rightarrow v_1 = v - v_2$

Значит

$$\begin{cases} m_1 v = -m_1(v - v_2) + m_2 v_2 \\ m_1 v = -m_1 v + m_1 v_2 + m_2 v_2 \\ 2m_1 v = v_2(m_1 + m_2) \end{cases} \Rightarrow v_2 = \frac{2m_1 v}{m_1 + m_2}$$

III Подъемы шаров после удара

з.с.э.

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 g h_1 \quad \frac{m_2 v_2^2}{2} = m_2 g h_2$$

Значит

$$h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{4m_1^2 v^2}{2g(m_1 + m_2)^2} = \frac{4m_1^2 2g \cdot 1 (1 - \cos \alpha)}{2g(m_1 + m_2)^2} = \frac{4m_1^2 \cdot 1 \left(1 - \frac{1}{2}\right)}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{2m_1^2 \cdot 1}{(m_1 + m_2)^2}$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{h_2}{\cdot 2} = 1 - \frac{h_2}{\cdot 2} \quad \text{отсюда } \frac{1}{2} \leq \cos \alpha_2 = 1 - \frac{2m_1^2 \cdot 1}{\cdot 2 (m_1 + m_2)^2}$$

или

$$\frac{\cdot 1}{\cdot 2} \leq \frac{(m_1 + m_2)^2}{4m_1^2}$$

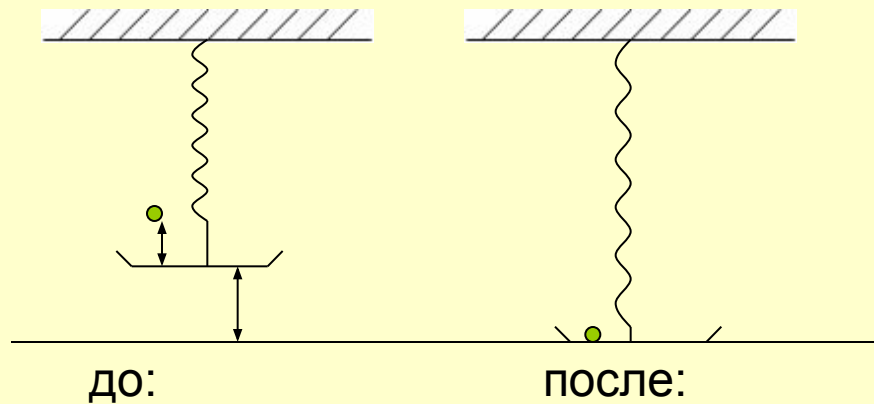
Ответ:  $\frac{\cdot 1}{\cdot 2} \leq 1,56$

[Назад](#)

20) К динамометру прикреплена невесомая пружина жесткостью  $k = 100 \text{ Н/м}$ , на которой висит неподвижная невесомая чаша. На чашу с высоты  $h = 20 \text{ см}$  падает кусок пластилина с нулевой начальной скоростью. Пластилин прилипает к чаше, при этом максимальное показание динамометра  $F = 5 \text{ Н}$ . Чему равна масса пластилина. [Алгоритм](#) (ЕГЭ)

**Дано:**  
 $k = 100 \text{ Н/м}$   
 $h = 0,2 \text{ м}$   
 $v_0 = 0$   
 $F = 5 \text{ н}$   
 $m = ?$

**Решение:**



Выберите нулевой уровень потенциальной энергии

$$E_p = 0$$

Запишем закон сохранения энергии

$$mg(h + x) = \frac{kx^2}{2}$$

отсюда  $m = \frac{kx^2}{2g(h + x)}$

где  $x = \frac{F_{\text{упр}}}{k}$

$$x = \frac{5}{100} = 0,05 \text{ м}$$

$$m = \frac{100 \cdot 0,0025}{2 \cdot 10(0,2 + 0,05)} = \frac{0,25}{5} = 0,05 \text{ кг}$$

**Ответ: 0,05 кг**



21) Брусок массой  $m_1=500\text{г}$ , соскальзывает по наклонной плоскости с высоты  $0,8\text{ м}$  и, двигаясь по горизонтальной плоскости, сталкивается с неподвижным бруском массой  $m_2= 300\text{г}$ . Считая столкновение абсолютно неупругим, определите изменение общей кинетической энергии бруска в результате столкновения. Трением при движении можно пренебречь. Считать, что наклонная плоскость плавно переходит в горизонтальную. [Алгоритм](#) (ЕГЭ)

**Дано:**

$$m_1 = 0,5 \text{ кг}$$

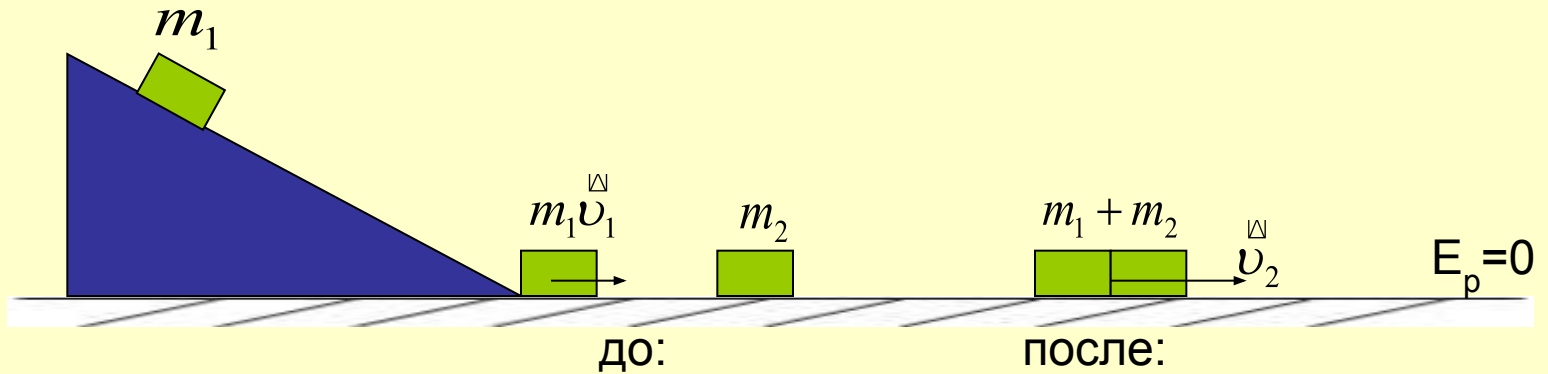
$$m_2 = 0,3 \text{ кг}$$

$$h = 0,8 \text{ м}$$

$$v_0 = 0$$

$$F_{\text{тр}} = 0$$

$$\Delta E_k = ?$$



I. При соскальзывании бруска закон сохранения энергии

$$m_1 gh = \frac{m_1 v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh} \quad v_1 = 4 \text{ м/с}$$

II. Столкновение. Неупругий удар

$$E_{k1} = \frac{m_1 v_1^2}{2} \quad E_{k1} = \frac{0,5 \cdot 16}{2} = 4 \text{ Дж}$$

Выполняется ЗСИ, ЗСЭ не выполняется

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

$$v_2 = \frac{0,5 \cdot 4}{0,8} = 2,5 \text{ м/с}$$

$$\Delta E_k = -1,5 \text{ Дж}$$

$$E_{k2} = \frac{(m_1 + m_2) v_2^2}{2}$$

$$E_{k2} = \frac{0,8 \cdot 6,25}{2} = 2,5 \text{ Дж}$$

**Ответ:**  $E_k$  уменьшилось на  $1,5 \text{ Дж}$

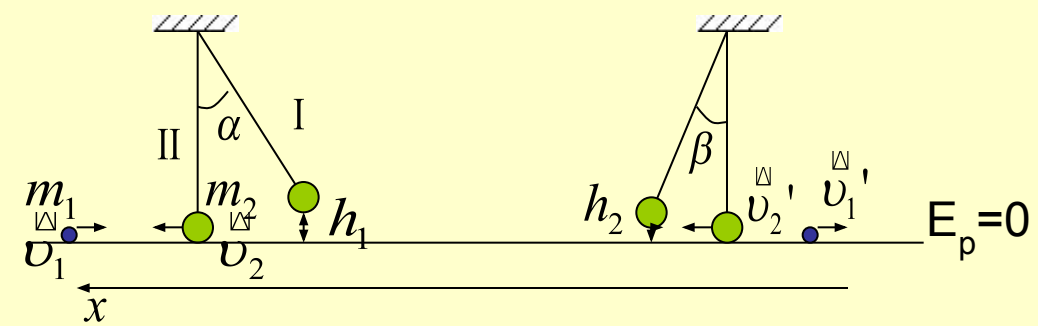
22) Шар, подвешенный на нити длиной 90 см, отводят от положения равновесия на угол  $60^\circ$  и отпускают. В момент прохождения шаром положения равновесия в него попадает пуля, летящая на встречу шару со скоростью 300 м/с, которая пробивает шар и вылетает горизонтально со скоростью 200 м/с, после чего шар продолжает движение в прежнем направлении и отклоняется на угол  $39^\circ$ . Определите отношение масс шара и пули (Массу шара считать неизменной, диаметр шара – пренебрежительно малым, по сравнению с длиной нити,  $\cos 39^\circ = 7/9$ )

(ЕГЭ)

Алгоритм

**Дано:**  
 $\ell = 0,9$   
 $\alpha = 60^\circ$   
 $v_1 = 300 \text{ м/с}$   
 $v_1' = 200 \text{ м/с}$   
 $\beta = 39^\circ$   
 $\cos 39^\circ = 7/9$

**Решение:**



Задайте нулевой уровень потенциальной энергии

Разобьем задачу на 3 этапа:

I. Шар из состояния I в состояние II.

Закон сохранения энергии:  $m_2 g h_1 = \frac{m_2 v_2^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 g h_1} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow v_2 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,45} = 3 \text{ м/с}$

Определим  $h_1$   $\cos \alpha = \frac{\ell - h_1}{\ell} \Rightarrow \ell \cos \alpha = \ell - h_1 \Rightarrow h_1 = \ell(1 - \cos \alpha) \Rightarrow$   
 $\Rightarrow h_1 = 0,9(1 - 0,5) = 0,45 \text{ м}$

$\frac{m_2}{m_1} = ?$

## II. Момент удара:

Выполняется ЗСИ, не выполняется ЗСЭ

ЗСИ в проекции на ось X

$$m_2 v_2 - m_1 v_1 = m_2 v_2' - m_1 v_1'$$

$$m_2 (v_2 - v_2') = m_1 (v_1 - v_1')$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1 - v_1'}{v_2 - v_2'}$$

## III. Шар поднимается и отклоняется на угол $39^\circ$

$$\text{ЗСЭ: } \frac{m_2 v_2'^2}{2} = m_2 g h_2 \quad v_2' = \sqrt{2gh_2}$$

$$h_2 = R(1 - \cos \beta) \quad h_2 = 0,9 \left(1 - \frac{7}{9}\right) = 0,2 \text{ м}$$

$$v_2' = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,2} = 2 \text{ м/с}$$

Вычислим

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{300 - 200}{3 - 2} = 100$$

**Ответ:** 100

23) На гладком горизонтальном столе лежит шар массой  $M=240$  г, прикрепленный к пружине жесткостью  $k=40$  кН/м. Другой конец пружины закреплен. В шар попадает пуля массой  $m=10$  г, имеющая в момент удара начальная скорость  $400$  м/с, направленную вдоль оси пружины. Пуля застревает в шаре. Определите амплитуду колебаний шара после удара. [Алгоритм](#)

**Дано:**

$$M = 0,24 \text{ кг}$$

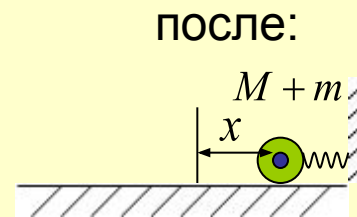
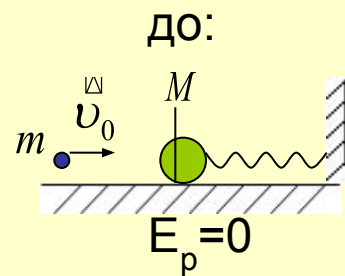
$$k = 4 \cdot 10^4 \text{ Н/м}$$

$$m = 0,01 \text{ кг}$$

$$v_0 = 400 \text{ м/с}$$

$$x_m = ?$$

**Решение:**



Определим нулевой уровень потенциальной энергии

Разделим задачу на 2 этапа:

I. Момент удара

Выполняется ЗСИ, не выполняется ЗСЭ

$$mv_0 = (m + M)v \Rightarrow v = \frac{mv_0}{m + M} \Rightarrow v = \frac{0,01 \cdot 400}{0,25} = 16 \text{ м/с}$$

Скорость шара и пули

II. При движении шара его  $E_k$  превращается в момент полного сжатия пружины в  $E_p$

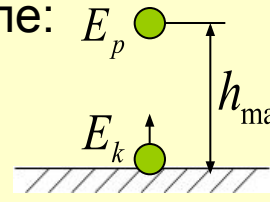
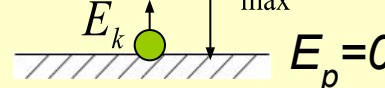
$$\frac{(m + M)v^2}{2} = \frac{kx_m^2}{2} \Rightarrow (m + M)v^2 = kx_m^2 \Rightarrow x_m = \sqrt{\frac{(m + M)v^2}{k}} = v \sqrt{\frac{m + M}{k}}$$

$$x_m = 16 \cdot \sqrt{\frac{0,25}{4 \cdot 10^4}} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

**Ответ:** 0,04 м.

24) Начальная скорость снаряда, выпущенного вертикально вверх, равна 160 м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на 2 осколка, массы которых относятся как 1:4. Осколки разлетелись в вертикальных направлениях, причем меньший осколок полетел вниз и упал на землю со скоростью 200 м/с. Определите скорость, которую имел в момент удара о землю больший осколок. Сопротивлением воздуха пренебречь. [Алгоритм](#) (ЕГЭ)

**Дано:**  
 $v_0 = 160 \text{ м/с}$   
 $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$   
 $v_2' = 200 \text{ м/с}$   
 $v_2' - ?$

**Решение:**  
 Решение задачи разбиваем на 3 этапа  
 I. Снаряд летит вверх  
 после:   
 до: 

Закон сохранения энергии

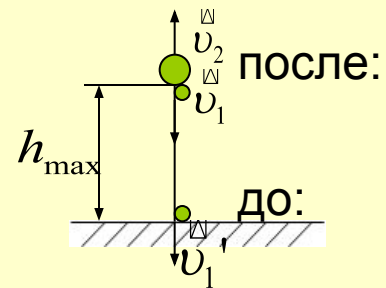
$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh_{\max} \Rightarrow h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow h_{\max} = 1280 \text{ м}$$

II. Момент разрыва снаряда

Закон сохранения импульса:

$$0 = m_1v_1 - m_2v_2 \Rightarrow m_1v_1 = m_2v_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow v_1 = 4v_2$$



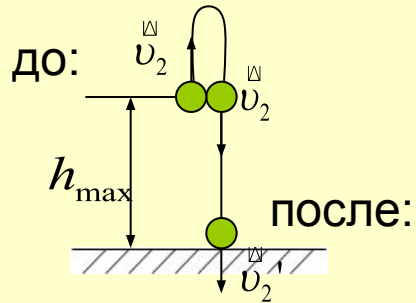
Для первого осколка закон сохранения энергии

$$m_1gh_{\max} + \frac{m_1v_1^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} \Rightarrow \frac{v_1^2}{2} = \frac{v_1'^2}{2} - gh_{\max} \Rightarrow v_1^2 = v_1'^2 - 2gh_{\max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{v_1'^2 - 2gh_{\max}}$$

$$v_1 = \sqrt{200^2 - 2 \cdot 10 \cdot 1280} = 120 \text{ м/с} \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{v_1}{4} = 30 \text{ м/с}$$

III. Для второго осколка (без сопротивления ветра)



$$m_2 gh_{\max} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

$$v_2' = \sqrt{2gh_{\max} + v_2^2}$$

$$v_2' = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1280 + 900} = 162,8 \text{ м/с}$$

Ответ: 162,8 м/с

## Алгоритм решения задач «Динамика»

- 1) Сделайте чертеж. Изобразите тело, все действующие на него силы, покажите направление ускорения, выберите оси.
- 2) Запишите второй закон Ньютона в векторном виде.
- 3) Спроецируйте вектора полученного уравнения на оси и получите скалярные уравнения.
- 4) Решите уравнение (систему уравнений) относительно искомой величины.

6 6, 9 6, 9, 11

6, 9, 11, 1 6,

0, 11, 10