# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТА Microsoft EXCEL ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ, ПОЛУЧЕННЫХ В ХОДЕ ВЫПОЛНЕНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ

# Этапы принятия решения

- Сбор информации о состоянии объекта
- Определение цели управления (критерия оптимальности)
- Выработка решения
- Выдача управляющей информации

# Общая задача оптимизации

**Формулировка**:

Пусть $X=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ –вектор действительных переменных. Необходимо минимизировать (максимизировать) целевую функцию $R(X)$ при выполнении набора из ***m*** ограничений $g_i(X) \le b_i$ $(i=\overline{1,m})$ и ***p*** ограничений $h_j(X)=q_j$ $(j=\overline{1,p})$.

# Общая задача оптимизации

***Математическая запись***:

$$R(x_1, x_2, \ldots, x_n) \rightarrow \max\ (\min)$$

при ограничениях

$$\begin{cases} g_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \le b_1; \\ g_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \le b_2; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ g_m(x_1, x_2, \ldots, x_n) \le b_m; \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = q_1; \\ h_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = q_2; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ h_p(x_1, x_2, \ldots, x_n) = q_p. \end{cases}$$

# Пример 1. Задача о питании

**В таблице заданы запасы питательных веществ в разных видах пищи:**

| Питательные вещества | Минимальная норма | Виды пищи | |
|---|---|---|---|
| | | П1 | П2 |
| В1 | 10 | 1 | 5 |
| В2 | 12 | 3 | 2 |
| В3 | 16 | 2 | 4 |
| В4 | 10 | 2 | 2 |
| В5 | 1 | 1 | 0 |
| Стоимость | | 2 | 3 |

**Требуется так организовать питание, чтобы стоимость была наименьшей.**

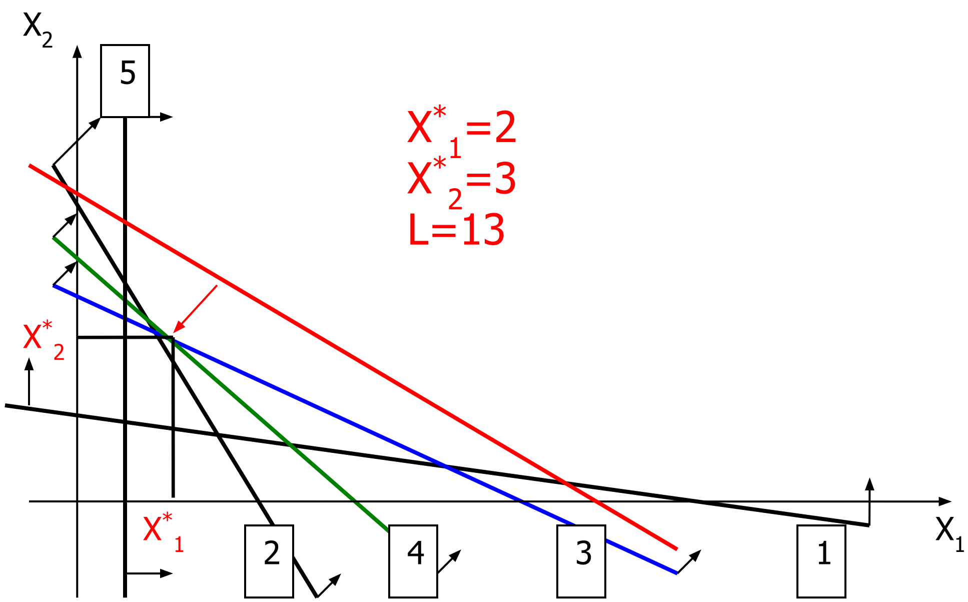
**Целевая функция**

$$R(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$$

**Ограничения**

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 \geq 10 & (1) \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 12 & (2) \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 16 & (3) \\ 2x_1 + 2x_2 \geq 10 & (4) \\ x_1 \geq 1 & (5) \end{cases} ; \quad x_1, x_2 \geq 0$$

# Пример 1.
# Задача о питании
# (геометрическое решение)




$$
\begin{cases}
x_1 + 5x_2 \geq 10 & (1) \\
3x_1 + 2x_2 \geq 12 & (2) \\
2x_1 + 4x_2 \geq 16 & (3) \\
2x_1 + 2x_2 \geq 10 & (4) \\
x_1 \geq 1 & (5)
\end{cases}
$$

$$R(x) = 2x_1 + 3x_2 \to \min$$

# Пример 2.
# Задача об использовании сырья

Требуется определить, какое количество продукции П1 ($x_1$) и П2 ($x_2$) нужно выпустить, чтобы получить максимальную прибыль.

| **Вид сырья** | **Запас сырья** | **Виды продукции** | |
|---|---|---|---|
| | | **П1** | **П2** |
| **С1** | 19 | 2 | 3 |
| **С2** | 13 | 2 | 1 |
| **С3** | 15 | 0 | 3 |
| **С4** | 18 | 3 | 0 |
| **Прибыль** | | 7 | 5 |

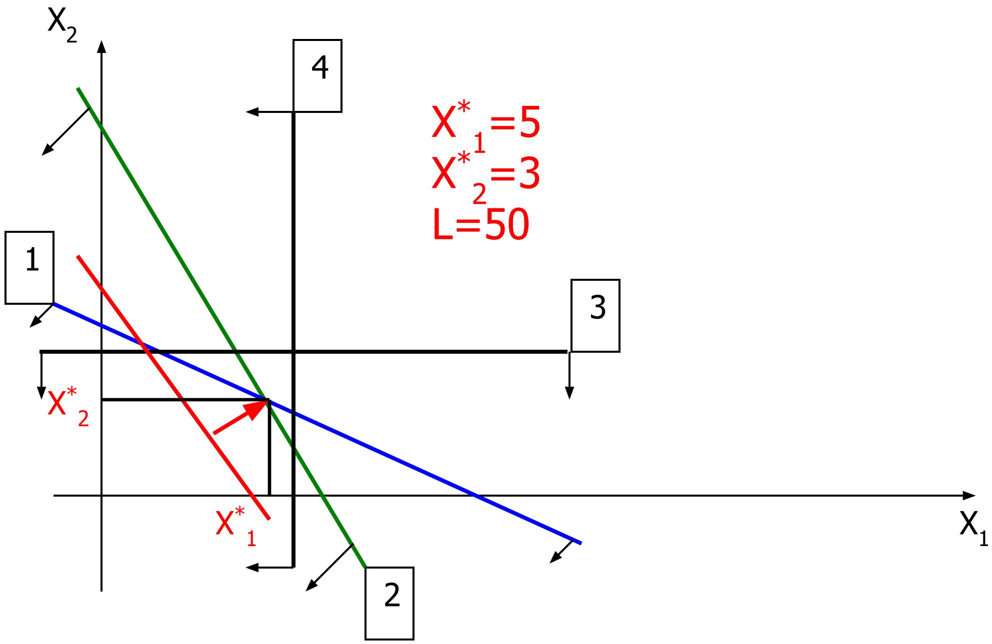
Целевая функция

$$R(x)=7x_1+5x_2 \to \max$$

Ограничения

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2 \le 19 \\ 2x_1+x_2 \le 13 \\ 3x_2 \le 15 \\ 3x_1 \le 18 \end{cases} ; \quad x_1, x_2 \ge 0$$

# Пример 2. Задача об использовании сырья (геометрическое решение)




$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 19 & (1) \\ 2x_1 + x_2 \le 13 & (2) \\ 3x_2 \le 15 & (3) \\ 3x_1 \le 18 & (4) \end{cases}$$

$$R(x) = 7 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 \to \max$$

# Симплекс-метод: шаг 1

Целевая функция

$$R = 7 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 \to \max$$

Целевая функция

$$R_1 = -7 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 \to \min$$

Система ограничений

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 19 \\ 2x_1 + x_2 \le 13 \\ 3x_2 \le 15 \\ 3x_1 \le 18 \end{cases}$$

Система ограничений

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 19 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 13 \\ 3x_2 + x_5 = 15 \\ 3x_1 + x_6 = 18 \end{cases}$$

Условие

$$x_1, x_2 \ge 0$$

Условие

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \ge 0$$

# Симплекс-метод: шаг 2

1-е базисное решение: свободные неизвестные $x_1, x_2$

$$\begin{cases} x_3 = 19 - 2x_1 - 3x_2 \\ x_4 = 13 - 2x_1 - x_2 \\ x_5 = 15 - 3x_2 \\ x_6 = 18 - 3x_1 \end{cases}$$

$$R_1 = -7 \cdot x_1 \boxed{-5 \cdot x_2}$$

$$x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ x_3 = 19,\ x_4 = 13,\ x_5 = 15,\ x_6 = 18$$

$$R_1 = -7 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 = 0$$

# Симплекс-метод: шаг 2

Преобразование системы ограничений:

$x_2$ переводится в базис, $x_5$ - в свободные

$$\begin{cases} x_2 = 5 - \frac{1}{3}x_5 \\ x_3 = 19 - 2x_1 - 3\left(5 - \frac{1}{3}x5\right) = 4 - 2x_1 + x_5 \\ x_4 = 13 - 2x_1 - \left(5 - \frac{1}{3}x_5\right) = 8 - 2x_1 + \frac{1}{3}x_5 \\ x_6 = 18 - 3x_1 \end{cases}$$

$$R_1 = -7x_1 - 5\left(5 - \frac{1}{3}x_5\right) = -25 - 7x_1 + \frac{5}{3}x_5$$

# Симплекс-метод: шаг 2

2- е базисное решение: свободные неизвестные $x_1, x_5$

$$\begin{cases} x_2 = 5 - \frac{1}{3}x_5 \\ x_3 = 4 - 2x_1 + x_5 \\ x_4 = 8 - 2x_1 + \frac{1}{3}x_5 \\ x_6 = 18 - 3x_1 \end{cases}$$

$$R_1 = -25 \boxed{-7x_1} + \frac{5}{3}x_5$$

$$x_1 = 0,\ x_2 = 5,\ x_3 = 19,\ x_4 = 13,\ x_5 = 0,\ x_6 = 18$$

$$R_1 = -25 - 7x_1 + \frac{5}{3}x_5 = -25$$

# Симплекс-метод: шаг 2

3 - е базисное решение: свободные неизвестные $x_3, x_5$

$$\begin{cases} x_1 = 2 - \frac{1}{2}x_3 + \frac{1}{2}x_5 \\ x_2 = 5 - \frac{1}{3}x_5 \\ x_4 = 4 + x_3 - \frac{2}{3}x_5 \\ x_6 = 12 + \frac{3}{2}x_3 - \frac{3}{2}x_5 \end{cases}$$

$$R_1 = -39 + \frac{7}{2}x_3 \boxed{-\frac{11}{6}x_5}$$

$$x_1 = 2, x_2 = 5, x_3 = 0, x_4 = 4, x_5 = 5, x_6 = 12$$

$$R_1 = -39$$

# Симплекс-метод: шаг 2

4 - е базисное решение: свободные неизвестные $x_3, x_4$

$$\begin{cases} x_1 = 5 + \frac{1}{4}x_3 + \frac{3}{4}x_4 \\ x_2 = 3 - \frac{1}{2}x_3 + \frac{1}{2}x_4 \\ x_5 = 6 + \frac{3}{2}x_3 - \frac{3}{2}x_4 \\ x_6 = 3 - \frac{3}{4}x_3 + \frac{9}{4}x_4 \end{cases}$$

$$R_1 = -50 + \frac{3}{4}x_3 + \frac{11}{4}x_4$$

# Симплекс-метод: шаг 2

4 - е базисное решение (оптимальное)

$$x_1 = 5, x_2 = 3, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 6, x_6 = 3$$

$$R_1 = -50 + \frac{3}{4} x_3 + \frac{11}{4} x_4 = -50$$

Коэффициенты при $x_3, x_4$ положительны

# Поиск решения: этапы

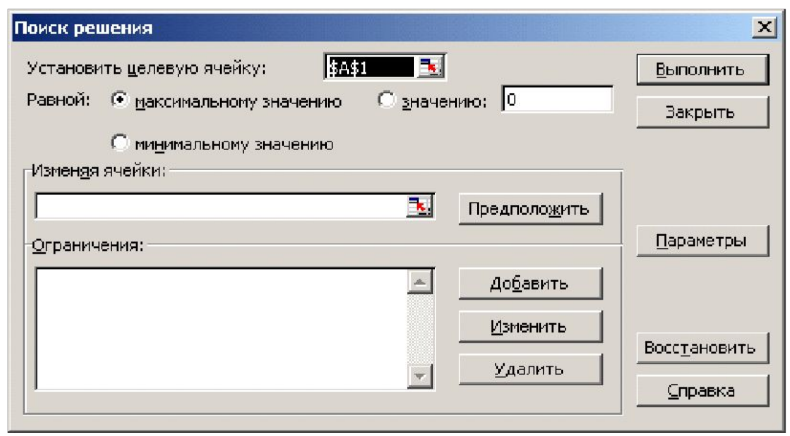
- Подготовить рабочий лист
- Выполнить команду СЕРВИС-Поиск решения (Данные-Поиск решения)
- Установить целевую ячейку
- Задать изменяемые ячейки
- Добавить ограничения
- Установить параметры
- Выполнить

# Поиск решения: установка целевой ячейки, изменяемых ячеек и ограничений

Ссылка на ячейку с целевой функцией

Диапазон, в котором располагаются неизвестные величины, влияющие на целевую функцию

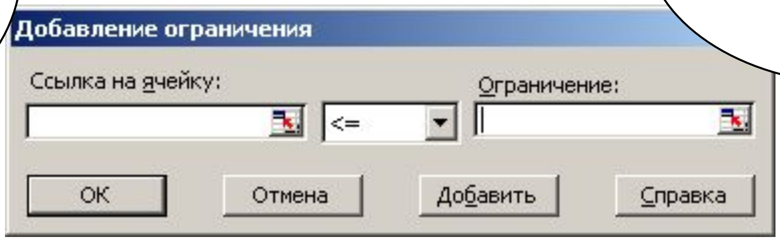
Список ограничений



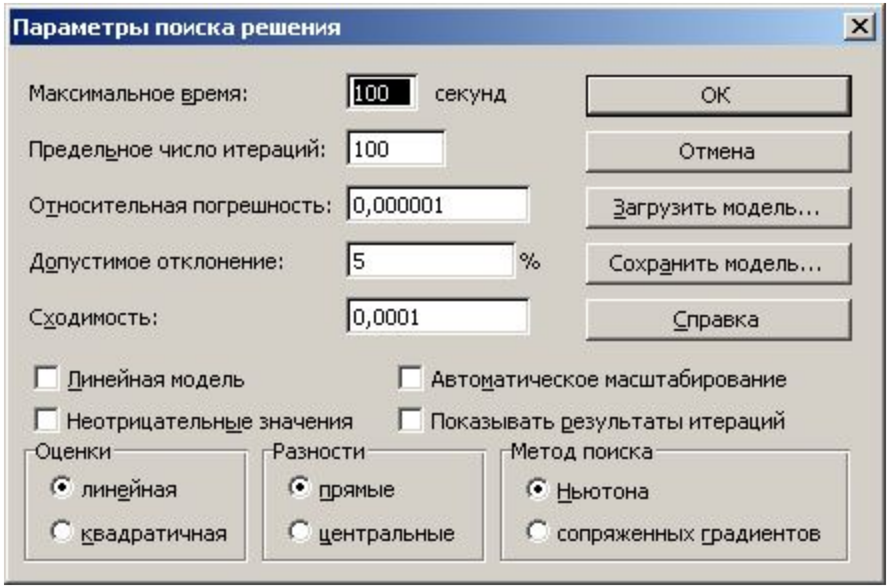
# Поиск решения: добавление ограничения

Ссылка на ячейку, где хранятся переменные или формулы для задания ограничений

Константа или ссылка на ячейку со значениями или формулами



# Поиск решения: задание параметров

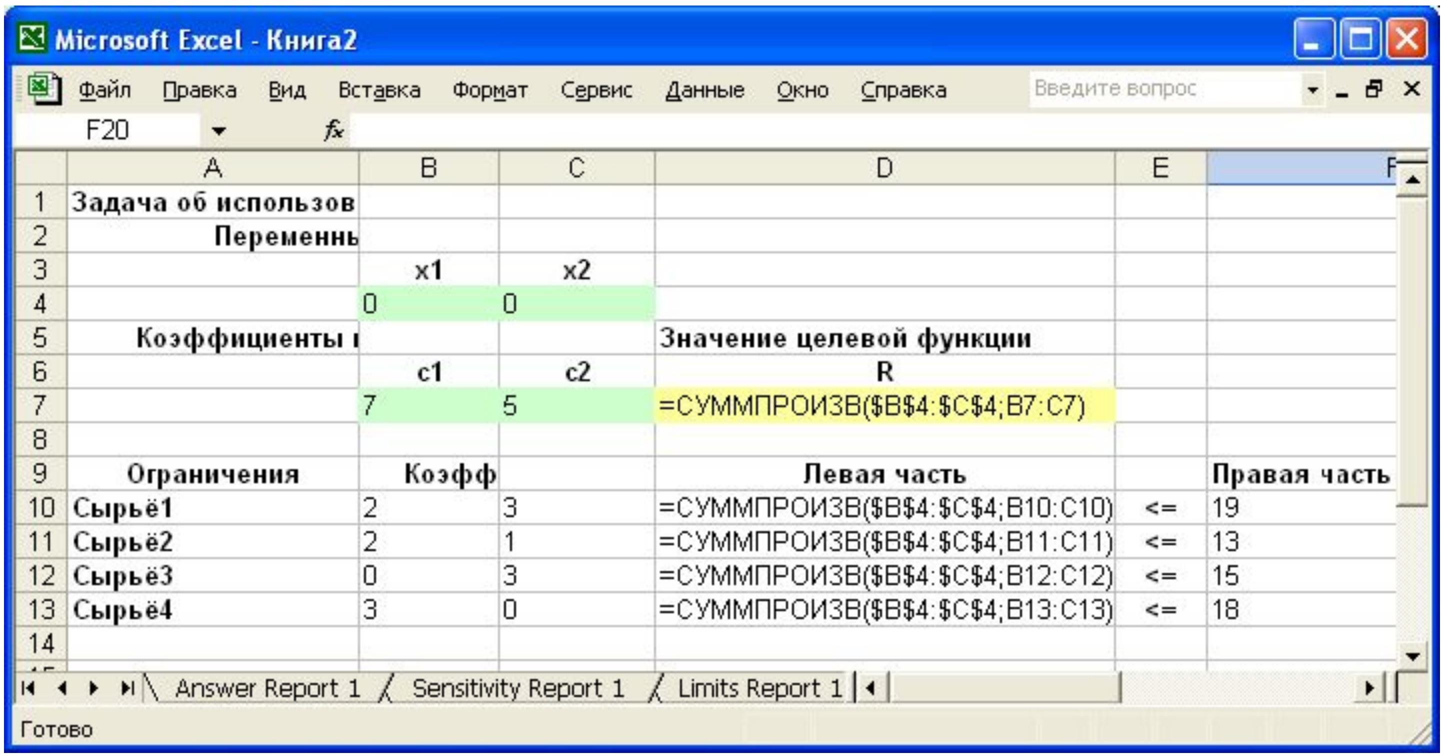


# Поиск решения: подготовка рабочего листа

***Подготовка рабочего листа к решению задачи***:

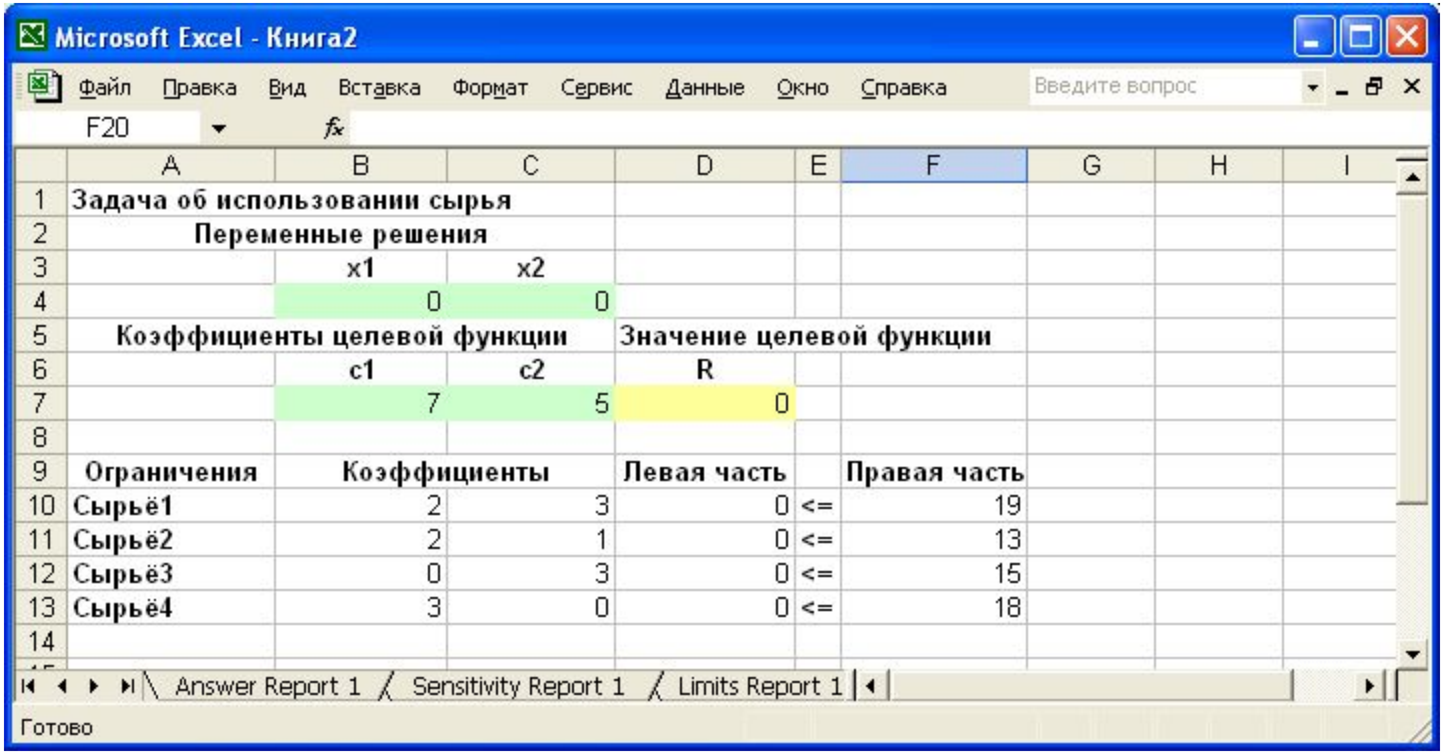
1) определение диапазона ячеек для хранения переменных величин;
2) ***ввод в отдельную ячейку функцию цели***. Так как функция цели всегда зависит от переменных, то в ячейке с целевой функцией должны быть использованы ссылки на ячейки, где хранятся переменные;
3) подготовка значений и формул для задания ограничений. Так как ограничения накладываются на переменные, то в формулах для задания ограничений должны быть использованы ссылки на ячейки, где хранятся переменные.

# Поиск решения: пример



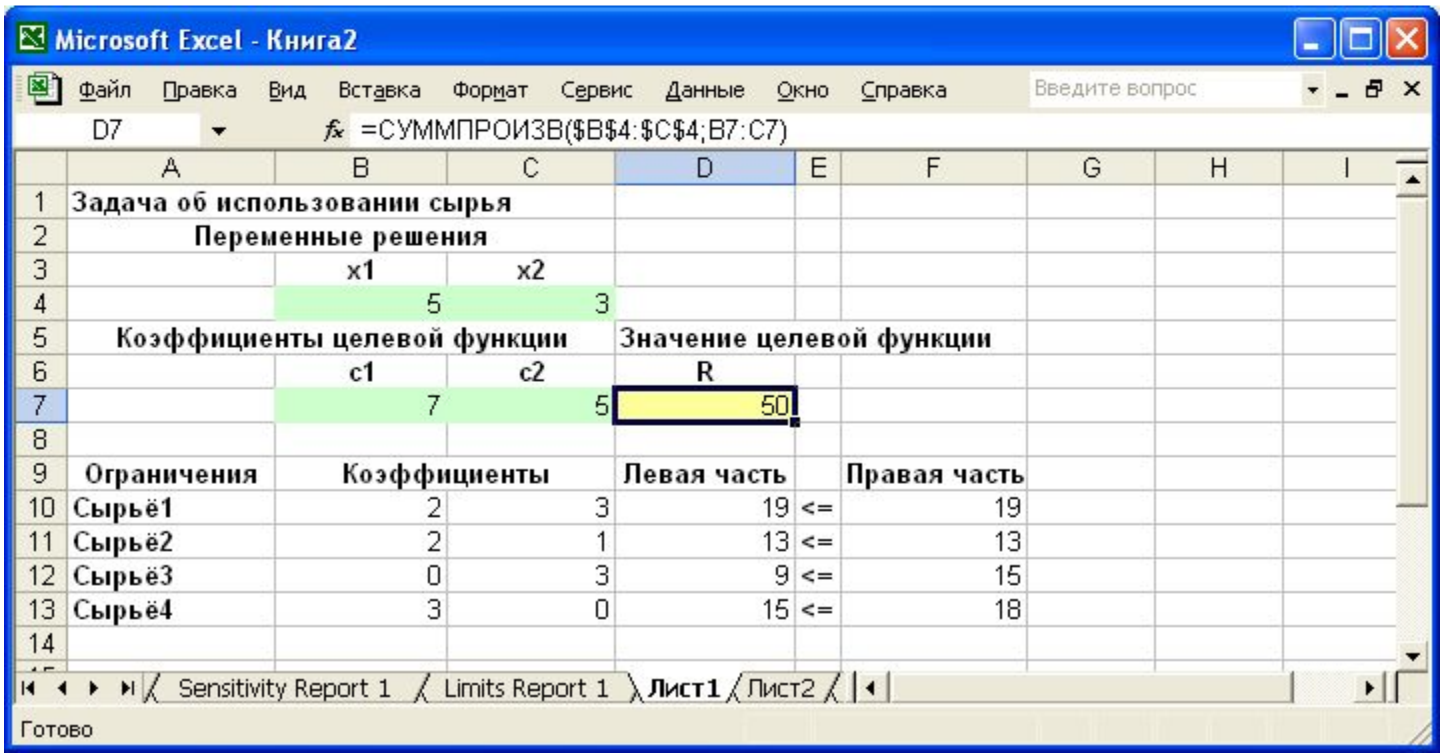

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Задача об использов** | | | | | |
| 2 | **Переменнь** | | | | | |
| 3 | | **x1** | **x2** | | | |
| 4 | | 0 | 0 | | | |
| 5 | **Коэффициенты і** | | | **Значение целевой функции** | | |
| 6 | | **c1** | **c2** | **R** | | |
| 7 | | 7 | 5 | =СУММПРОИЗВ($B$4:$C$4;B7:C7) | | |
| 8 | | | | | | |
| 9 | **Ограничения** | **Коэфф** | | **Левая часть** | | **Правая часть** |
| 10 | **Сырьё1** | 2 | 3 | =СУММПРОИЗВ($B$4:$C$4;B10:C10) | <= | 19 |
| 11 | **Сырьё2** | 2 | 1 | =СУММПРОИЗВ($B$4:$C$4;B11:C11) | <= | 13 |
| 12 | **Сырьё3** | 0 | 3 | =СУММПРОИЗВ($B$4:$C$4;B12:C12) | <= | 15 |
| 13 | **Сырьё4** | 3 | 0 | =СУММПРОИЗВ($B$4:$C$4;B13:C13) | <= | 18 |
| 14 | | | | | | |

# Поиск решения: пример




| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Задача об использовании сырья** | | | | | |
| 2 | | **Переменные решения** | | | | |
| 3 | | **x1** | **x2** | | | |
| 4 | | 0 | 0 | | | |
| 5 | | **Коэффициенты целевой функции** | | **Значение целевой функции** | | |
| 6 | | **c1** | **c2** | **R** | | |
| 7 | | 7 | 5 | 0 | | |
| 8 | | | | | | |
| 9 | **Ограничения** | **Коэффициенты** | | **Левая часть** | | **Правая часть** |
| 10 | **Сырьё1** | 2 | 3 | 0 | <= | 19 |
| 11 | **Сырьё2** | 2 | 1 | 0 | <= | 13 |
| 12 | **Сырьё3** | 0 | 3 | 0 | <= | 15 |
| 13 | **Сырьё4** | 3 | 0 | 0 | <= | 18 |
| 14 | | | | | | |

# Поиск решения: пример




| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Задача об использовании сырья | | | | | | | | |
| 2 | | Переменные решения | | | | | | | |
| 3 | | x1 | x2 | | | | | | |
| 4 | | 5 | 3 | | | | | | |
| 5 | | Коэффициенты целевой функции | | Значение целевой функции | | | | | |
| 6 | | c1 | c2 | R | | | | | |
| 7 | | 7 | 5 | 50 | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | |
| 9 | Ограничения | Коэффициенты | | Левая часть | | Правая часть | | | |
| 10 | Сырьё1 | 2 | 3 | 19 | <= | 19 | | | |
| 11 | Сырьё2 | 2 | 1 | 13 | <= | 13 | | | |
| 12 | Сырьё3 | 0 | 3 | 9 | <= | 15 | | | |
| 13 | Сырьё4 | 3 | 0 | 15 | <= | 18 | | | |
| 14 | | | | | | | | | |

# Задача ассортиментной оптимизации

**Формулировка**:

определить оптимальный ассортимент выпускаемой продукции (количество продукции каждого вида) при имеющихся ресурсах сырья, мощности оборудования и спросе населения, чтобы получить максимальную прибыль

**Целевая функция**:

$$L(x) = \sum_{j=1}^{n} p_j x_j \to \max,$$

где $x_j$ - планируемое количество единиц j-й продукции ($j = \overline{1,n}$); $p_j$ – прибыль от реализации одной единицы j-го вида продукции; n – количество видов продукции

# Задача ассортиментной оптимизации

**Ограничения:**

- по ресурсам сырья

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i; \quad i=\overline{1,m},$$

где $a_{ij}$ - количество единиц i-го ресурса, расходуемое на производство одной единицы j-го вида продукции; $b_i$ - запасы i-го ресурса; m –количество видов ресурсов

- по индивидуальным лимитам выпускаемой продукции

$$\underline{x}_j \le x_j \le \overline{x}_j,$$

где $\underline{x}_j, \overline{x}_j$ - нижние и верхние границы выпуска j-ых видов продукции

- по заказам торгующих организаций

$$\sum_{j=1}^{n} x_{kj} \ge Z_k, \quad k=\overline{1,G},$$

где $Z_k$ – заказы торгующих организаций на k-ю группу выпускаемой продукции; G – число групп продукции на предприятии

- по мощностям предприятия

$$\sum_{j=1}^{n} x_{kj} \le M_k, \quad k=\overline{1,G},$$

где $M_k$ – мощность предприятия по выпуску k-ой группы продукции

# Задача рецептурной оптимизации

**Формулировка**:

составить оптимальную смесь, обеспечивающую минимальную себестоимость с учетом всех технологических условий

**Целевая функция**:

$$L(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min,$$

где $x_j$ – количество сырья j-го вида, закладываемого в смесь $\left(j=\overline{1,n}\right)$; $c_j$ - цена единицы сырья j-го вида; n - количество видов сырья

# Задача рецептурной оптимизации

**Ограничения:**

- по химическому составу

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i; \quad i = \overline{1,m},$$

где $a_{ij}$ - содержание i-го элемента (компонента) в единице сырья j-го вида; $b_i$ – требуемое содержание i-го элемента (компонента) в смеси; m – количество элементов (компонентов)

- по верхнему пределу использования отдельных видов сырья в смеси (нетрадиционное сырье, добавки)

$$\sum_{j=1}^{N_d} q_j \le T_d, \quad d = \overline{1,S},$$

где $q_j$ - j-ый вид нетрадиционного сырья

# Транспортная задача

**Формулировка**:

Пусть имеется m поставщиков ($A_i$, $i=\overline{1,m}$) готовой продукции и n потребителей ($B_j$, $j=\overline{1,n}$), $a_i$ – число единиц продукта в i-м пункте отправления, $b_j$ - спрос в продукте j-го пункта потребления, $c_{ij}$ - транспортные издержки (себестоимость, расстояние или время) на перевозку единицы продукта от i-го поставщика к j-му потребителю, $x_{ij}$ –количество единиц продукта, перевозимое из i-го пункта отправления в j-й пункт назначения.

**Требуется:**

найти наиболее выгодный план перевозок однородного или взаимозаменяемого продукта из пунктов отправления в пункты потребления

# Транспортная задача

**Целевая функция:**

$$L(x) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min$$

| Потребители / Поставщик | $B_1$ | … | $B_j$ | … | $B_n$ | **Мощность** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{A_1}$ | $c_{11}$ $x_{11}$ | … | $c_{1j}$ $x_{1j}$ | … | $c_{1n}$ $x_{1n}$ | $a_1$ |
| … | … | … | … | … | … | … |
| $\mathbf{A_i}$ | $c_{i1}$ $x_{i1}$ | … | $c_{ij}$ $x_{ij}$ | … | $c_{in}$ $x_{in}$ | $a_i$ |
| … | … | … | … | … | … | … |
| $\mathbf{A_m}$ | $c_{m1}$ $x_{m1}$ | … | $c_{mj}$ $x_{mj}$ | … | $c_{mn}$ $x_{mn}$ | $a_m$ |
| **Спрос** | $b_1$ | … | $b_j$ | … | $b_n$ | |

# Транспортная задача

**Ограничения:**

- полное удовлетворение спроса в продукте всех пунктов потребления

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j; \quad j = \overline{1,n}$$

- полный вывоз продукта

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i; \quad i = \overline{1,m}$$

- равенство суммы мощностей поставщиков суммарному спросу всех пунктов потребления (*закрытая* модель)

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

- исключение обратных перевозок от потребителей к поставщикам

$$x_{ij} \geq 0; \; i = \overline{1,m}; \; j = \overline{1,n}$$

***Открытая*** **модель, для которой** $\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$ **или** $\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$**, сводится к закрытой модели путем введения фиктивного потребителя с объемом потребления равным** $b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$ **или фиктивного поставщика** $a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i$