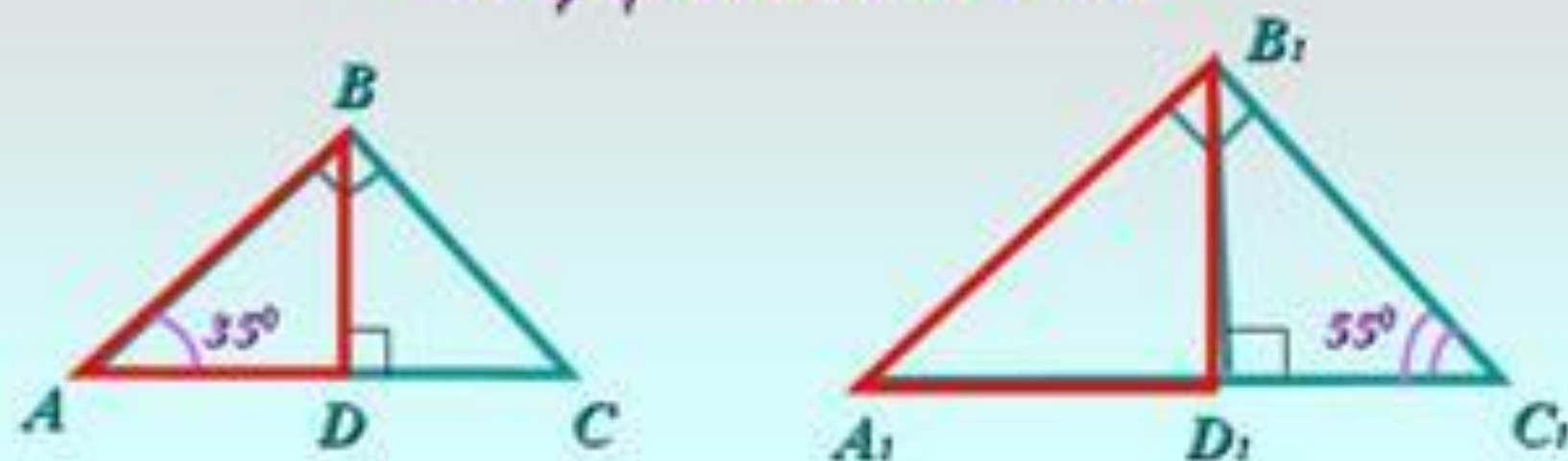


**Запомнить ситуацию**

ПОДОБИЕ

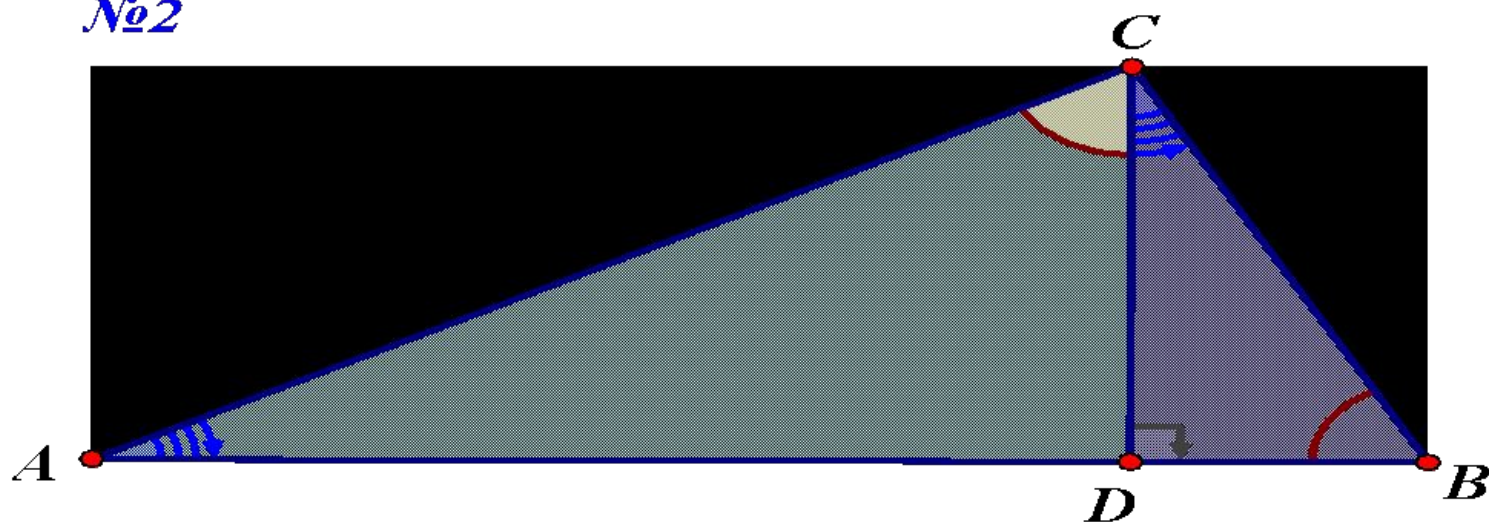
# ЗАДАНИЕ №1



ВОПРОС	ОТВЕТ	ОБОСНОВАНИЕ
а) Подобны ли $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ ?	Да	1. $\sphericalangle B = \sphericalangle B_1$ (прямые) <i>1 градусник</i> 2. $\sphericalangle A = \sphericalangle A_1$ $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$
б) Подобны ли $\triangle ABD$ и $\triangle A_1B_1D_1$ ?	Да	1. $\sphericalangle D = \sphericalangle D_1$ (прямые) 2. $\sphericalangle A = \sphericalangle A_1$ <i>1 градусник</i> $\triangle ABD \sim \triangle A_1B_1D_1$

***ВЫВОД:*** высота прямоугольного  
треугольника, проведенная из вершины  
прямого угла, разделяет треугольник на  
два прямоугольных треугольника,  
каждый из которых подобен данному.

№2



$$\triangle ACB \sim \triangle ADC \sim \triangle CDB$$

$$AC = \sqrt{AB \cdot AD}$$

*Катет есть среднее пропорциональное гипотенузы и проекции этого катета на гипотенузу*

$$CD = \sqrt{AD \cdot DB}$$

*Высота прямоугольного треугольника, опущенная из прямого угла есть среднее пропорциональное проекций катетов на гипотенузу*

# Доказательство 1

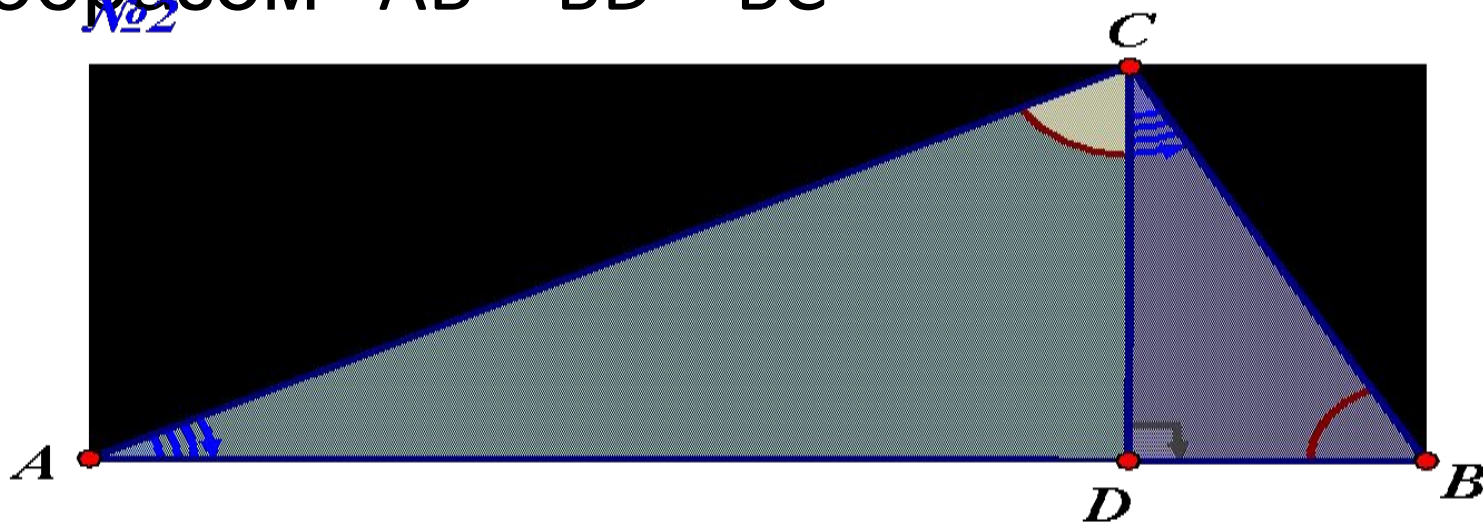
Пусть  $ABC$  – исходный прямоугольный треугольник с вершиной прямого угла  $C$ .

$CD$  - высота.

Тогда

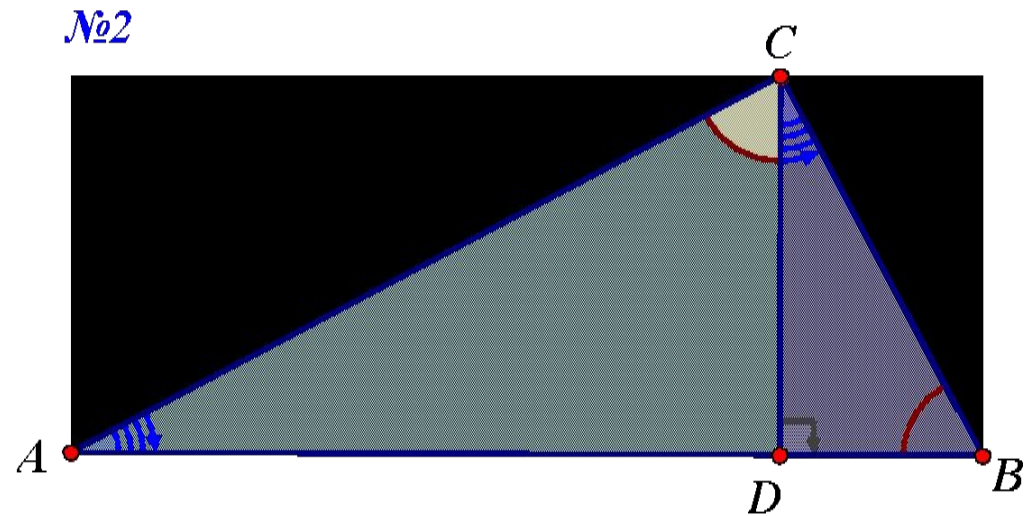
$$BC = AB * \sin A \quad BD = BC * \sin A = AB * \sin^2 A$$

Таким образом  $AB * BD = BC^2$





# Доказательство 2



Высота в прямоугольном треугольнике есть среднее пропорциональное между отрезками гипотенузы.

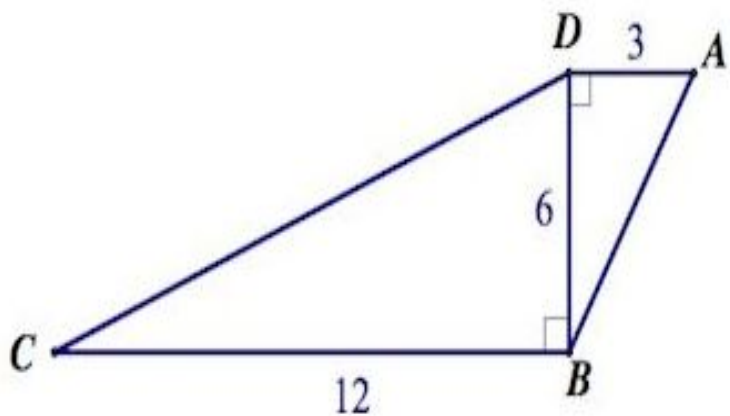
Рассмотрим треугольники ACD и BCD. Они оба подобны треугольнику ABC, а значит подобны между собой

Запишем отношения сторон

$$BD/CD = CD/AD$$

$$CD^2 = AD * BD$$

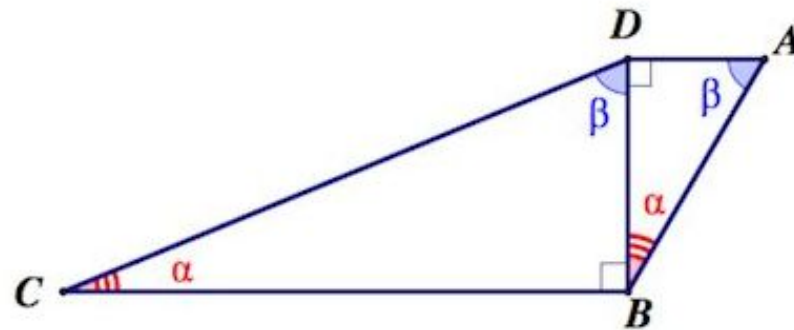
В трапеции  $ABCD$  меньшая диагональ  $BD$ , равная 6, перпендикулярна основаниям  $AD = 3$  и  $DC = 12$ . Найдите сумму тупых углов  $B$  и  $D$ .





Замечаем, что в треугольниках  $ADB$  и  $DBC$   $AD : DB = 1 : 2$  и  $DB : CB = 1 : 2$  и углы, заключенные между сторонами  $AD, DB$  и  $DB, CB$  равны (прямые). Поэтому треугольники подобны по второму признаку.

Из подобия треугольников  $ADB$  и  $DBC$ , в частности, вытекает равенство углов  $A$  и  $BDC$ ;  $ABD$  и  $C$ .



Обозначим  $\angle C = \alpha$ ,  $\angle A = \beta$ .

Тогда, так как сумма углов четырехугольника равна  $360^\circ$ , то  $\alpha + \beta + 90^\circ + \beta + \alpha + 90^\circ = 360^\circ$ .

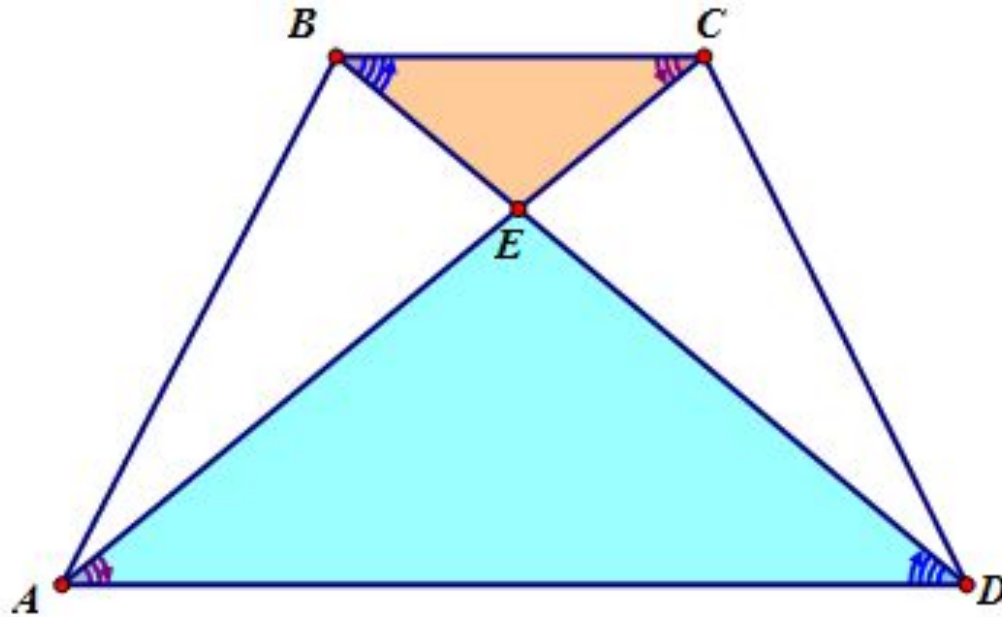
Откуда  $\alpha + \beta = 90^\circ$ .

Му же ищем  $\angle B + \angle D = \alpha + 90^\circ + \beta + 90^\circ = 270^\circ$ .

Ответ: 270.

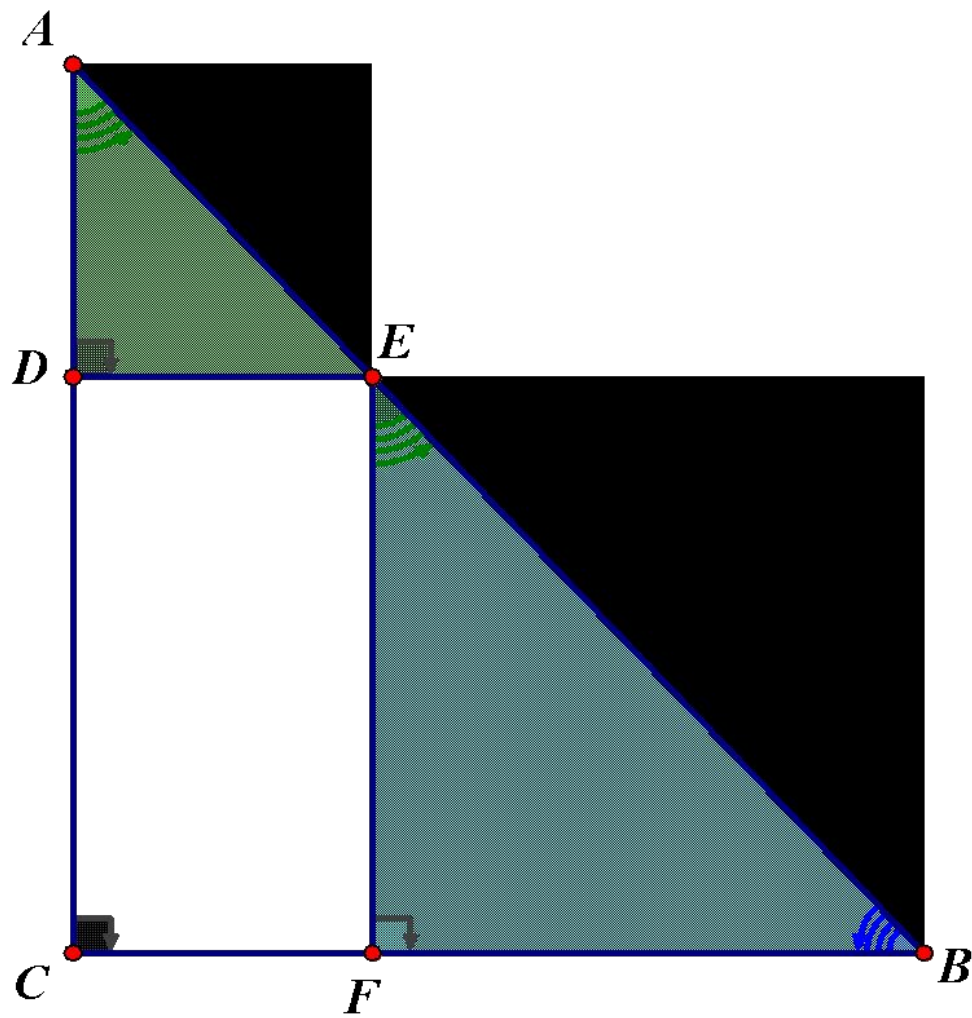
# ПОДОБИЕ

№1



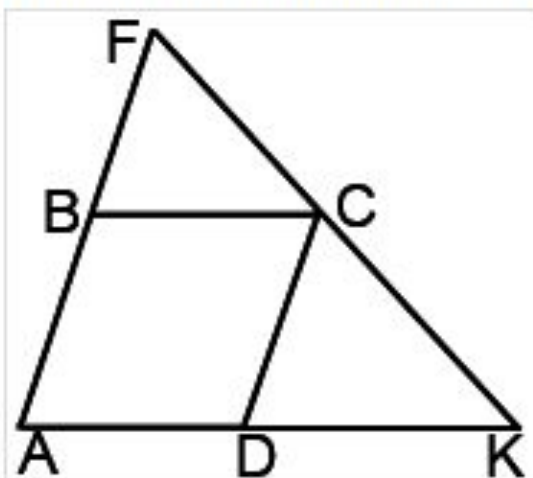
$$\triangle BEC \sim \triangle DEA$$

№3



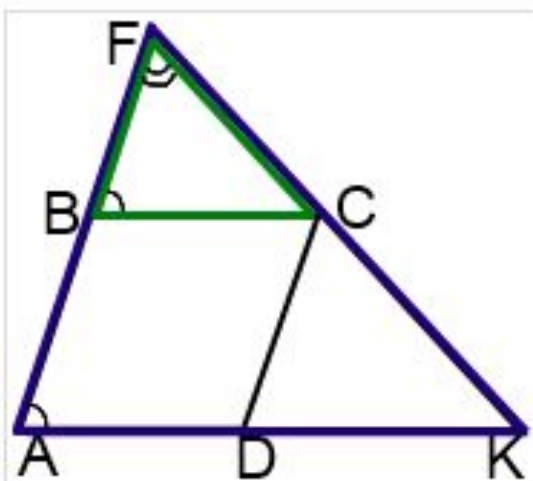
$$\triangle ACB \sim \triangle ADE \sim \triangle EFB$$

## II. В треугольник вписан ромб.



Рассмотрим треугольники AFK и BFC.

Выделим данные треугольники в цвете.



1)  $\angle F$  — общий;

2)  $\angle FAK = \angle FBC$  (как соответственные углы при  $AD \parallel BC$  и секущей AB).

Следовательно, треугольники AFK и BFC подобны (по двум углам).

Из подобия треугольников следует пропорциональность соответствующих сторон:

$$\frac{AK}{BC} = \frac{AF}{BF} = \frac{FK}{FC}.$$

В треугольник  $AFK$  вписан ромб  $ABCD$  так, что угол  $A$  у них общий, в вершина  $C$  принадлежит стороне  $FK$ . Найти сторону ромба, если  $AF=21$  см,  $AK=24$  см.

Решение.

Доказываем подобие треугольников  $AFK$  и  $BFC$ . Из трех соотношений выбираем те, в которых нам что-либо известно:

$$\frac{AK}{BC} = \frac{AF}{BF}, \Rightarrow \frac{24}{BC} = \frac{21}{BF}.$$

Примем сторону ромба за  $x$ :

Тогда  $BF=AF-AB=21-x$  см. Отсюда

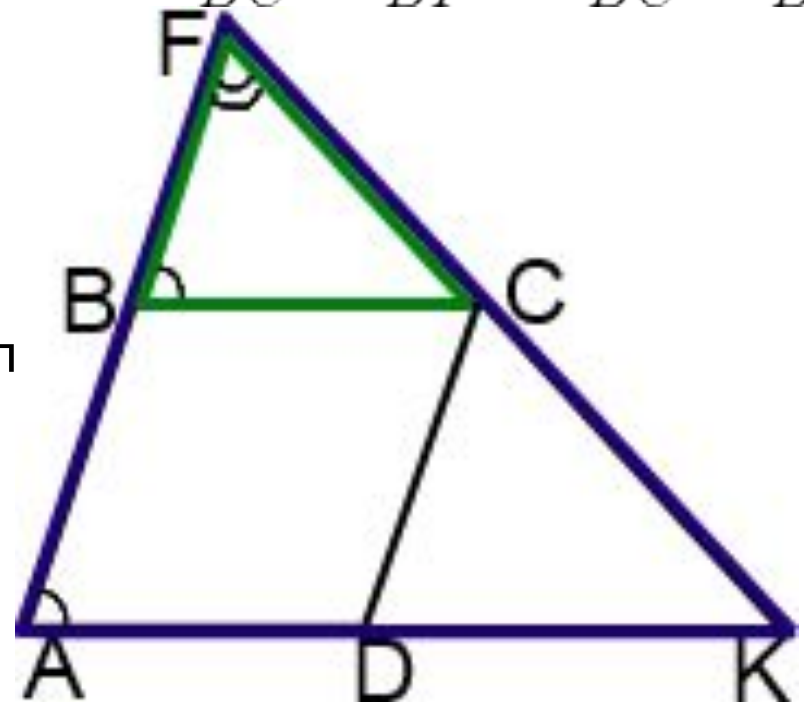
$$\frac{24}{x} = \frac{21}{21-x}, \Rightarrow 21x = 24(21-x)$$

Разделив обе части уравнения на 3, п

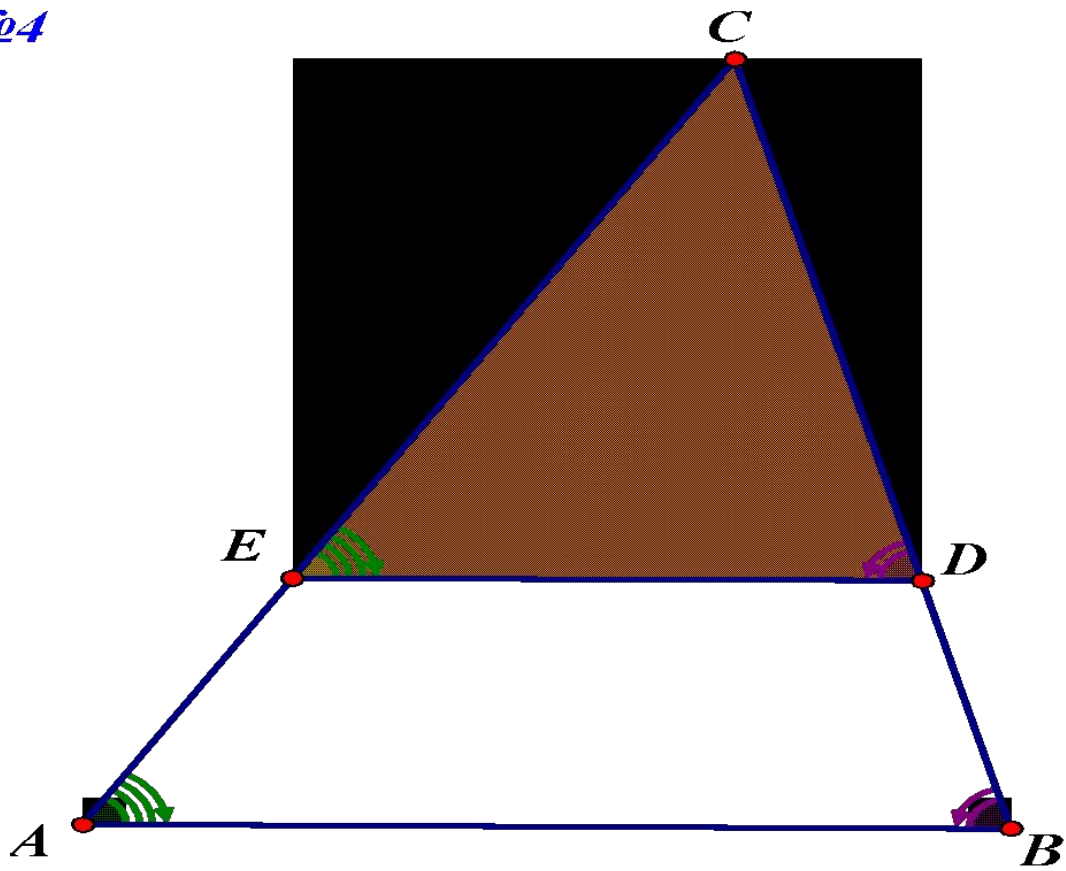
$$7x = 8(21-x)$$

$$15x = 168$$

Ответ: 11,2 см.



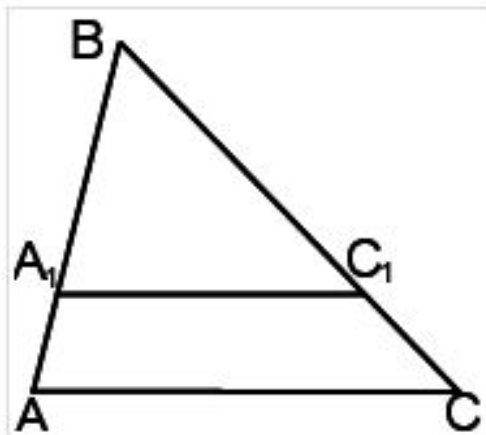
*№4*



$$\triangle ACB \sim \triangle ECD$$

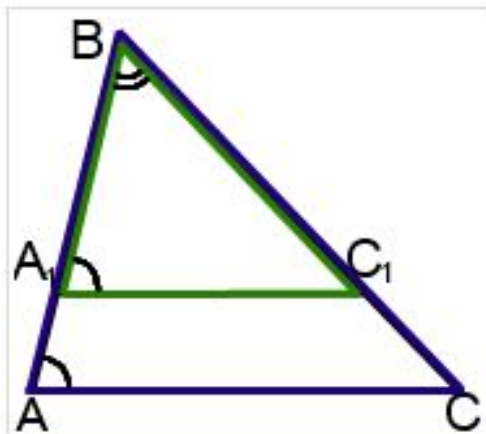


**Т** В треугольнике проведен отрезок, параллельный стороне. **Можно утверждать**  
**Т** В треугольнике проведен отрезок, параллельный стороне. Концы отрезка лежат на других сторонах треугольника.



Рассмотрим треугольники ABC и A1BC1.

Решать задачи на подобие треугольников удобнее, используя цветовую визуализацию, поэтому выделим данные треугольники разными цветами:



1)  $\angle B$  — общий;

2)  $\angle BAC = \angle BA_1C_1$  (как соответственные углы при  $AC \parallel A_1C_1$  и секущей AB).

Следовательно, треугольники ABC и A1BC1 подобны (по двум углам).

Из подобия треугольников следует пропорциональность соответствующих сторон:

$$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{AB}{A_1B} = \frac{BC}{BC_1}.$$

### Задача

Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает сторону  $AB$  в точке  $A_1$ , а сторону  $BC$  — в точке  $B_1$ . Найти длину отрезка  $A_1C_1$ , если  $AC=35$ ,  $AA_1: A_1B=2:5$ .

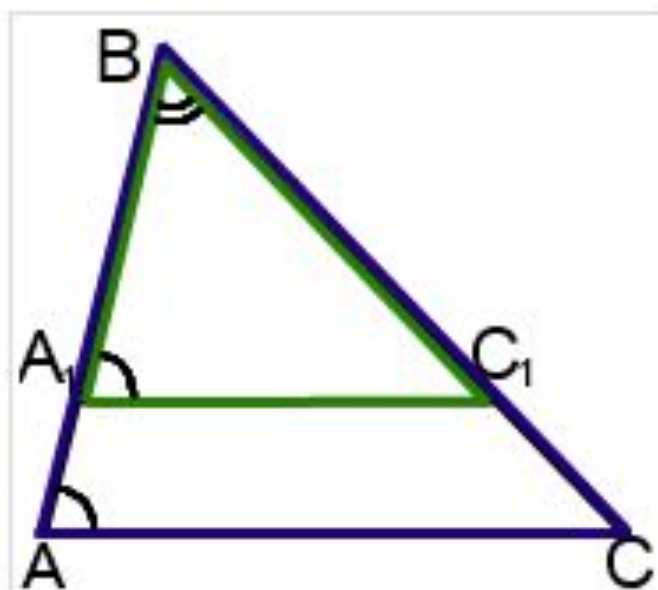
Решение:

Доказываем подобие треугольников  $ABC$  и  $A_1BC_1$ .

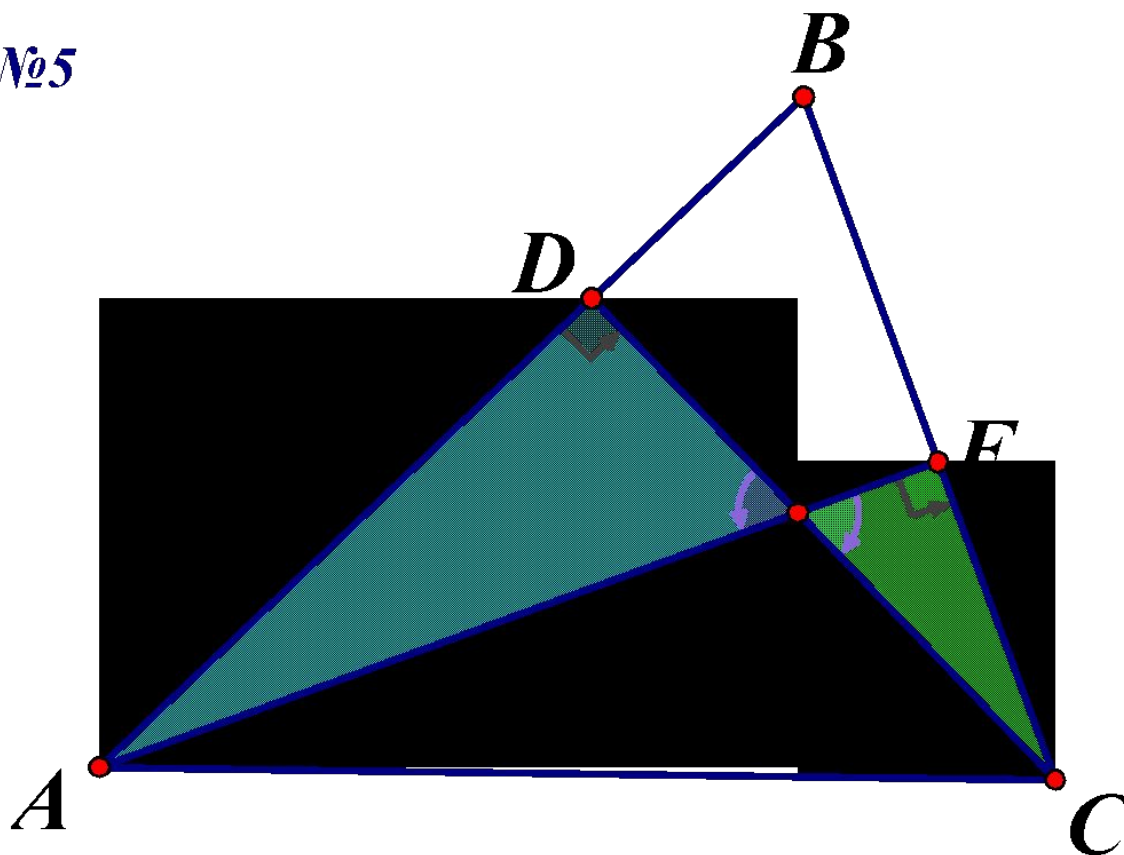
$$AB = AA_1 + A_1B, \frac{AA_1}{A_1B} = \frac{2}{5}, \Rightarrow \frac{AB}{A_1B} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{AB}{A_1B} = \frac{AC}{A_1C_1}, \frac{7}{5} = \frac{35}{A_1C_1}, \Rightarrow A_1C_1 = \frac{35 \cdot 5}{7} = 25$$

Ответ: 25.

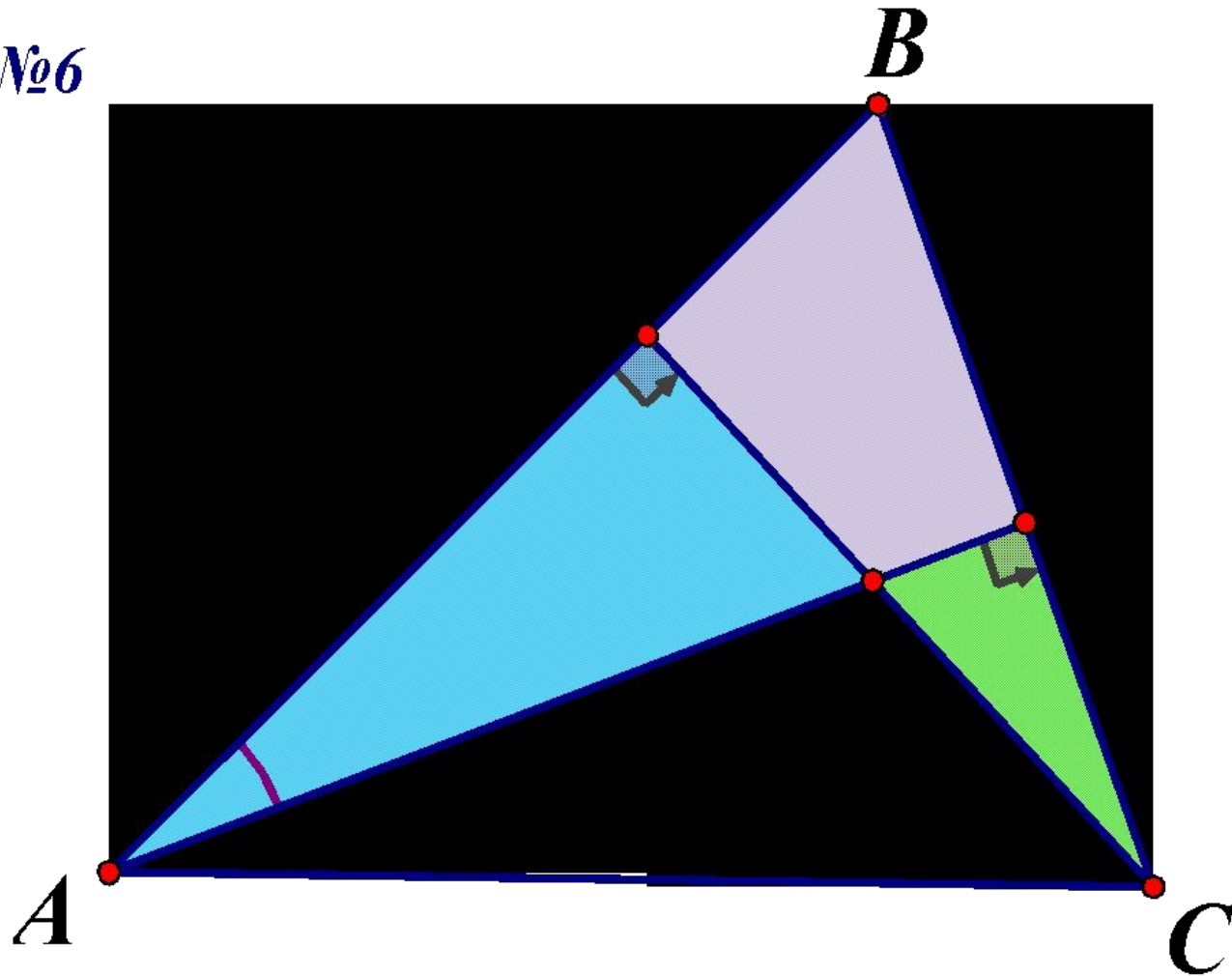


№5



$$\triangle ADF \sim \triangle CEF$$

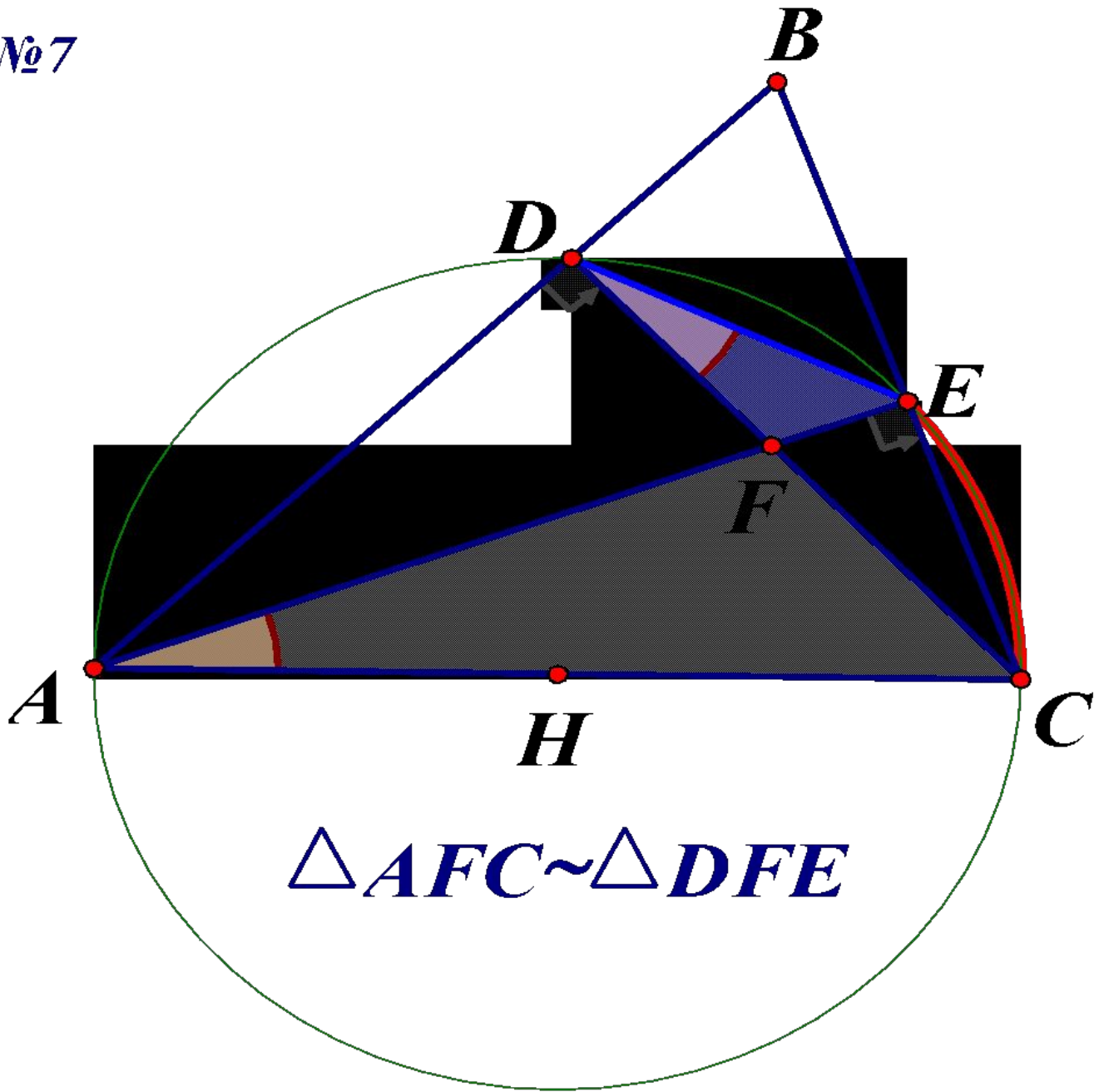
№6



$$\triangle AEB \sim \triangle ADF \sim \triangle CEF \sim \triangle CDB$$

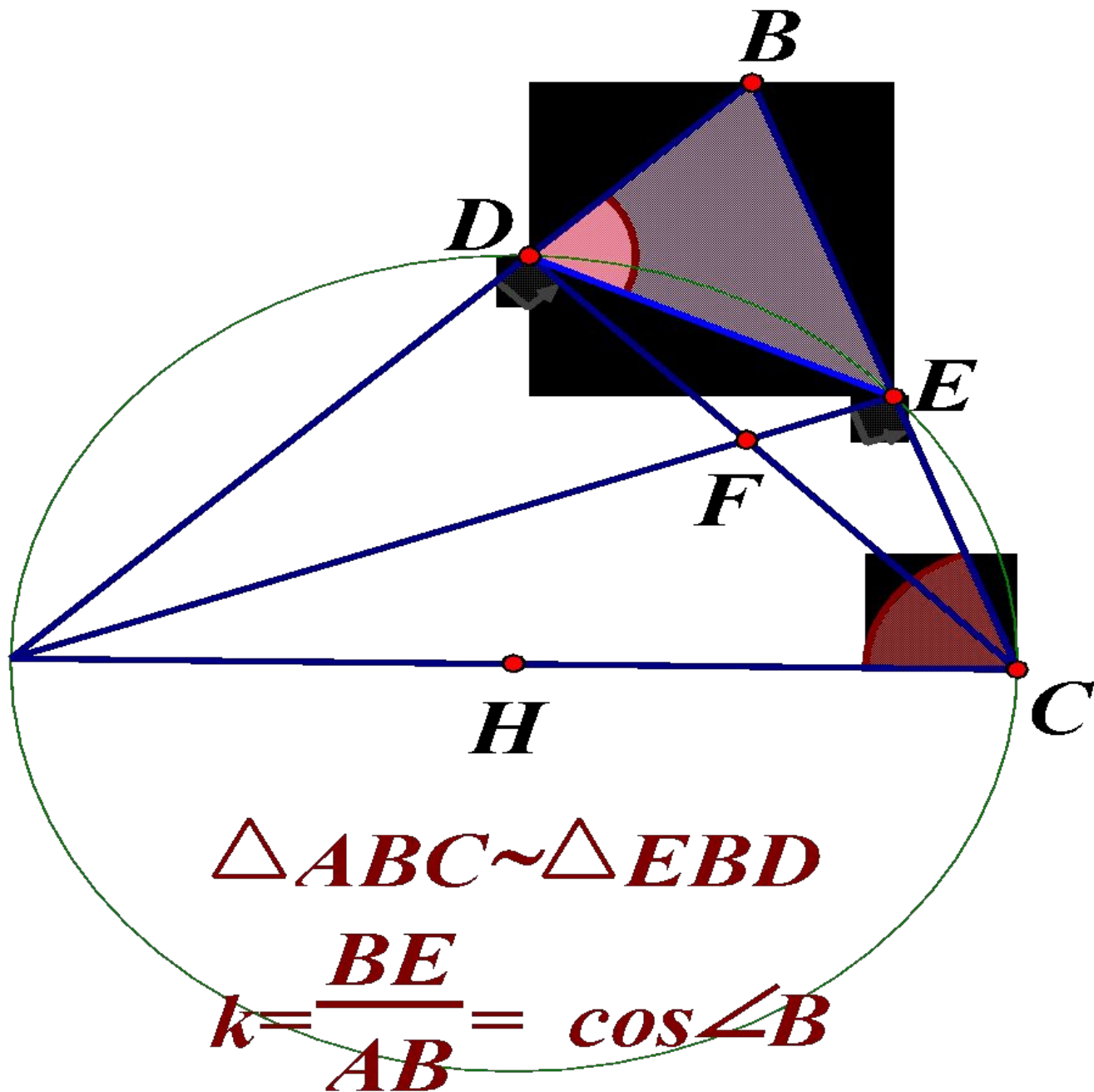
- [Файл 35](#) - углы в окружности
- [Файл 36](#) – вписанные многоугольники

*№7*





*№8*

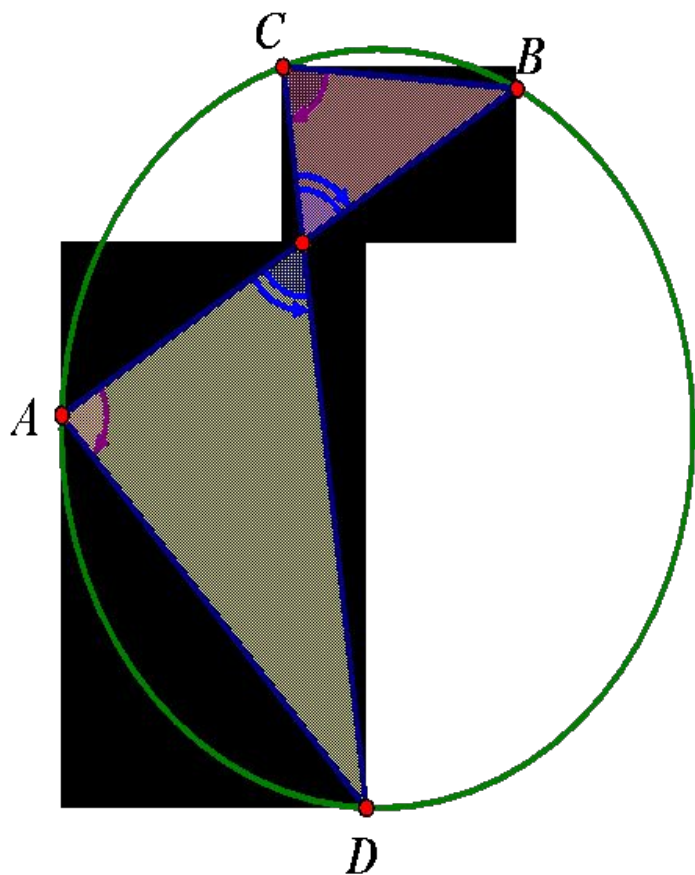


№9

Две пересекающиеся хорды образуют подобные треугольники

$$\triangle AED \sim \triangle CEB$$

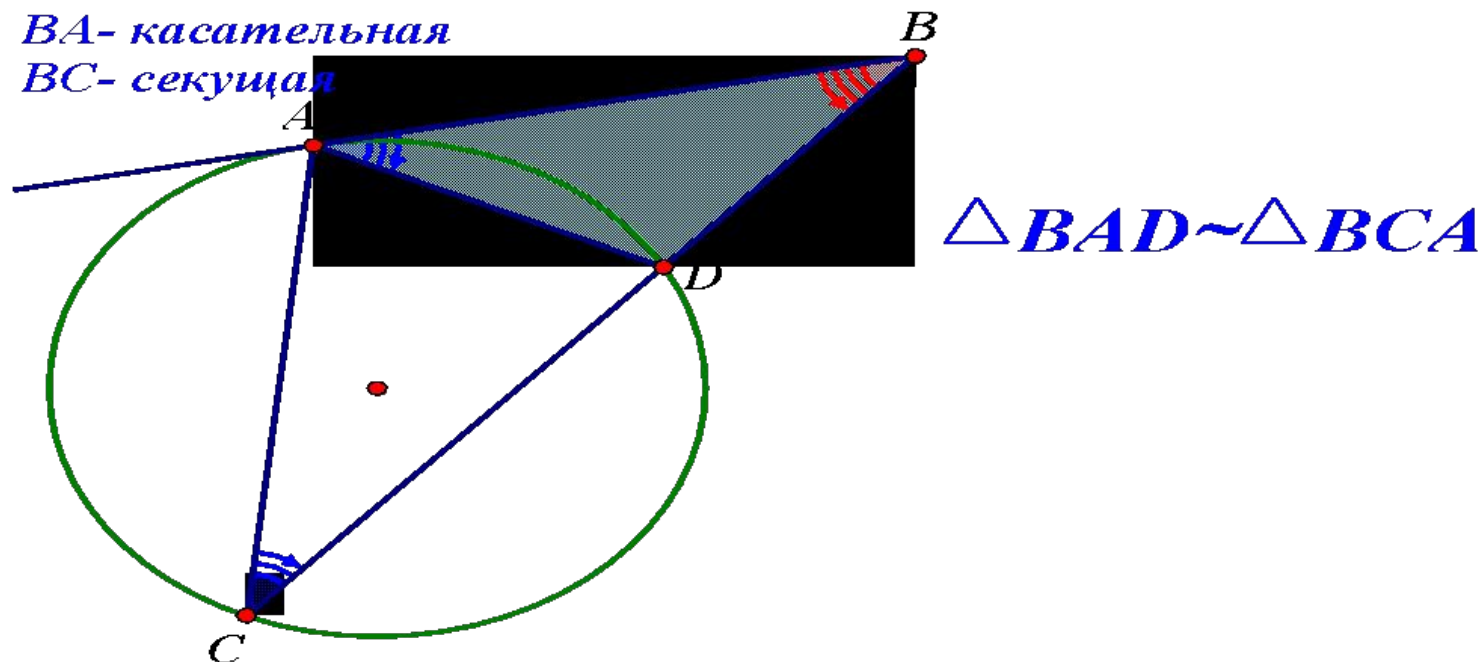
$$\frac{AE}{CE} = \frac{DE}{BE} = \frac{AD}{CB}$$



$$AE \cdot BE = DE \cdot CE$$

Произведения отрезков двух пересекающихся хорд равны

## Теорема о касательной и секущей, выходящих из одной точки

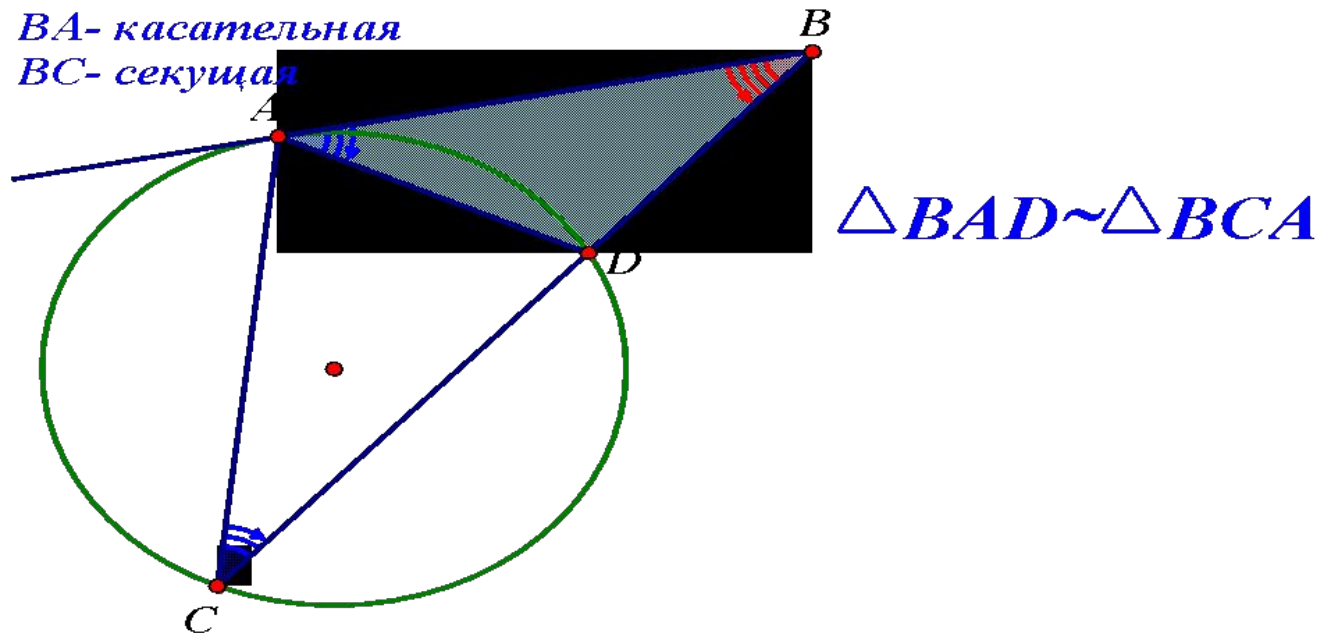


$$BA^2 = BD \cdot BC$$

**Квадрат отрезка касательной равен  
произведению отрезков секущей,  
выходящих из одной точки**

№10

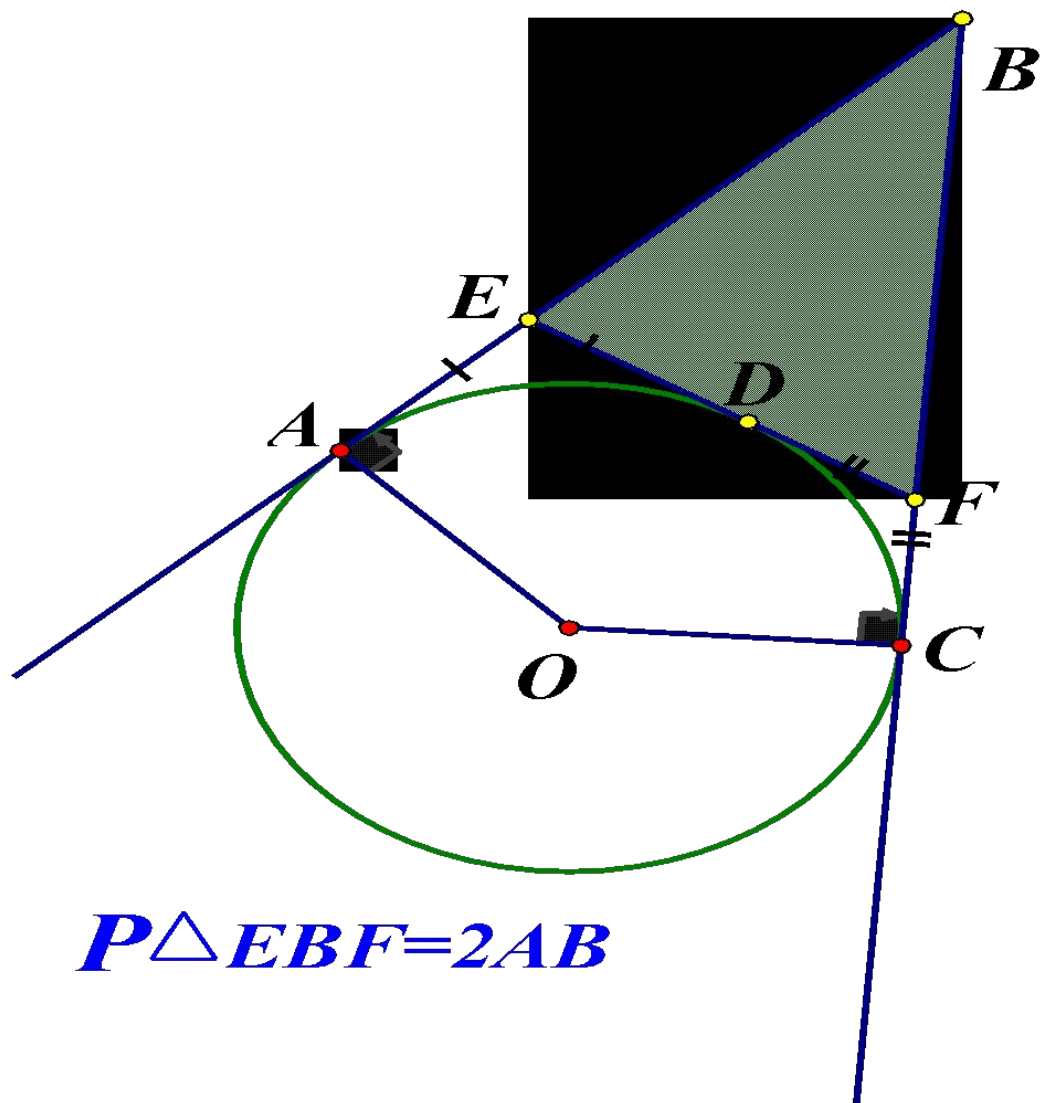
## Теорема о касательной и секущей, выходящих из одной точки



$$BA^2 = BD \cdot BC$$

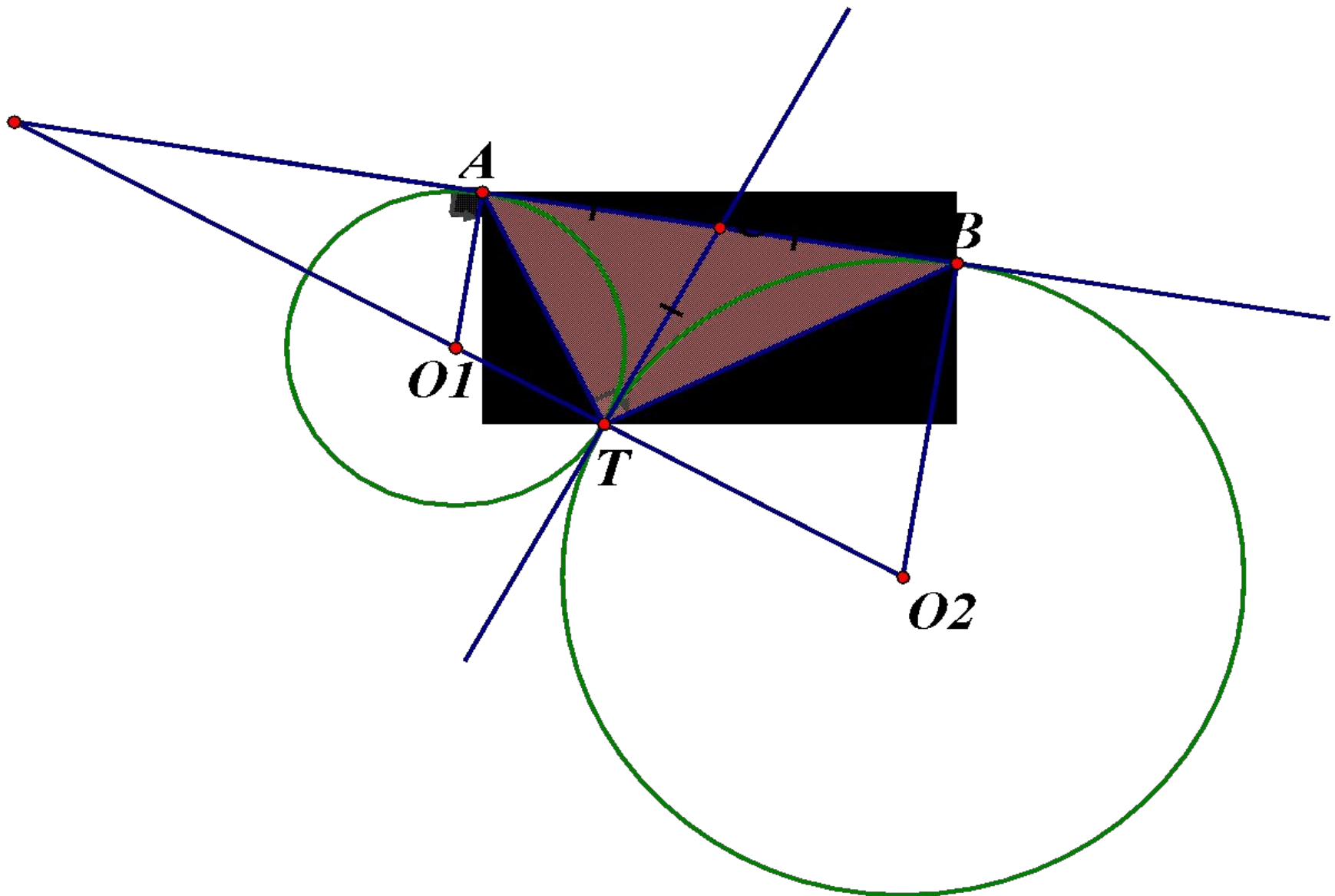
**Квадрат отрезка касательной равен  
произведению отрезков секущей,  
выходящих из одной точки**

# Окружность

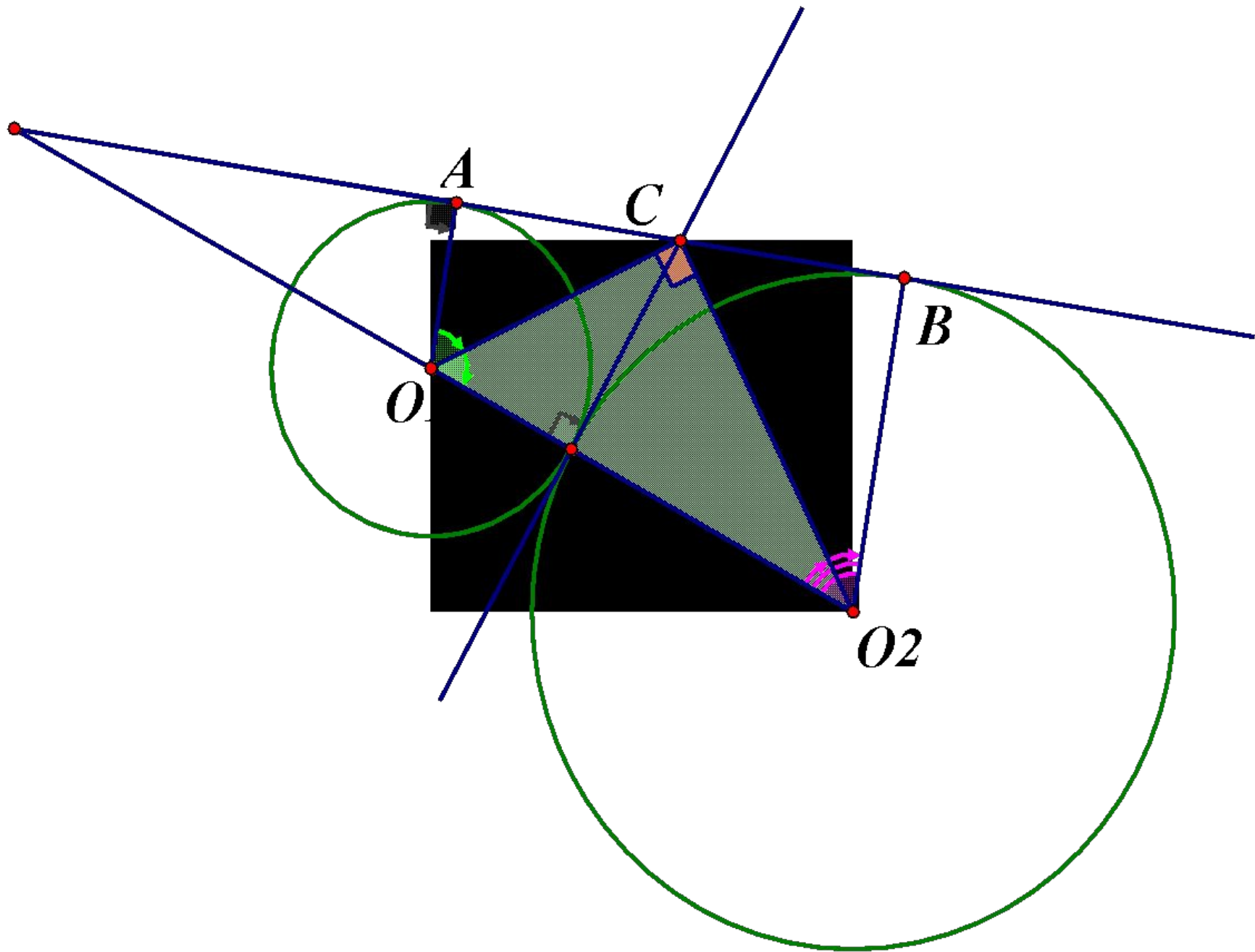


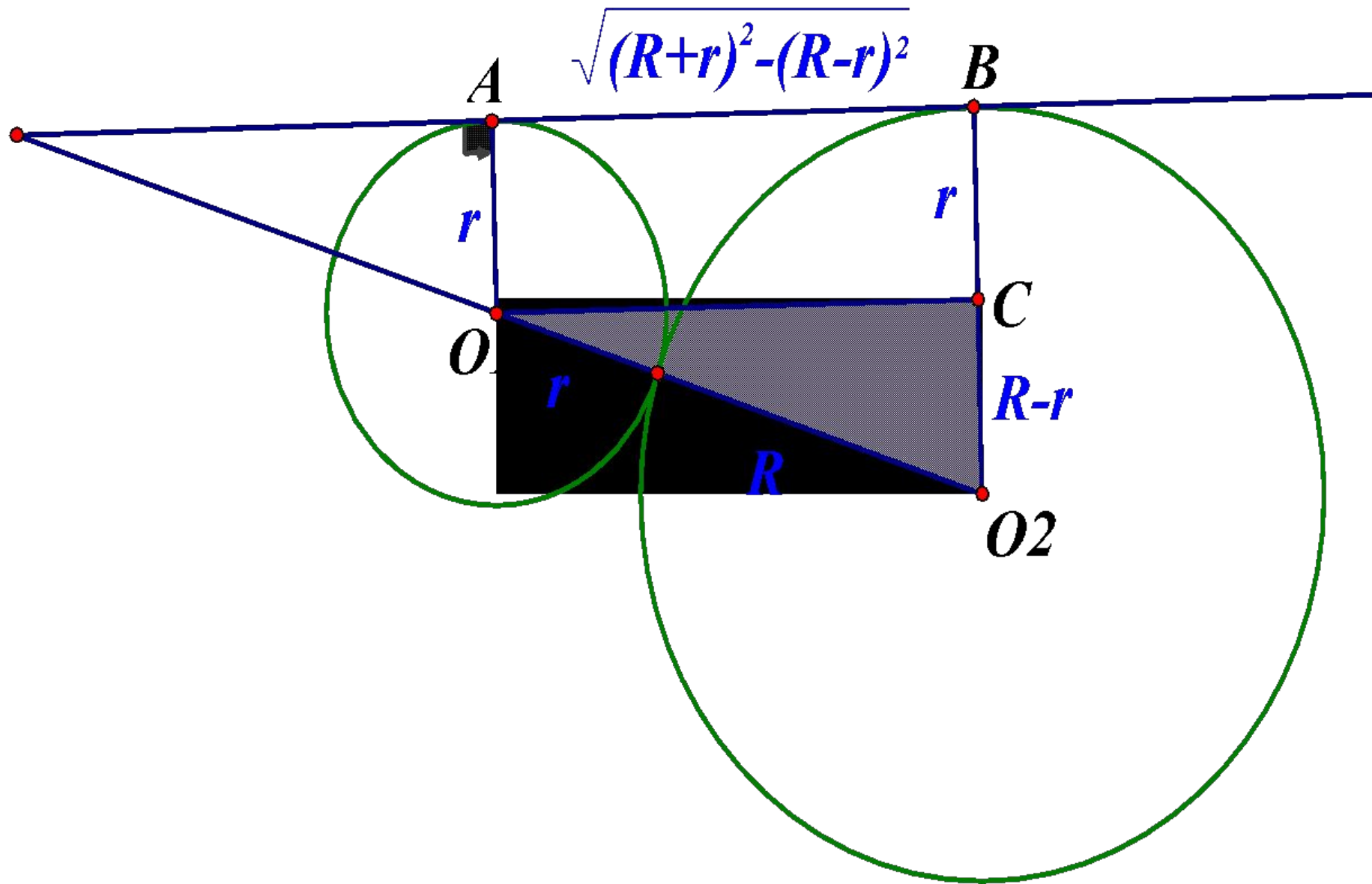
$$P_{\triangle EBF} = 2AB$$

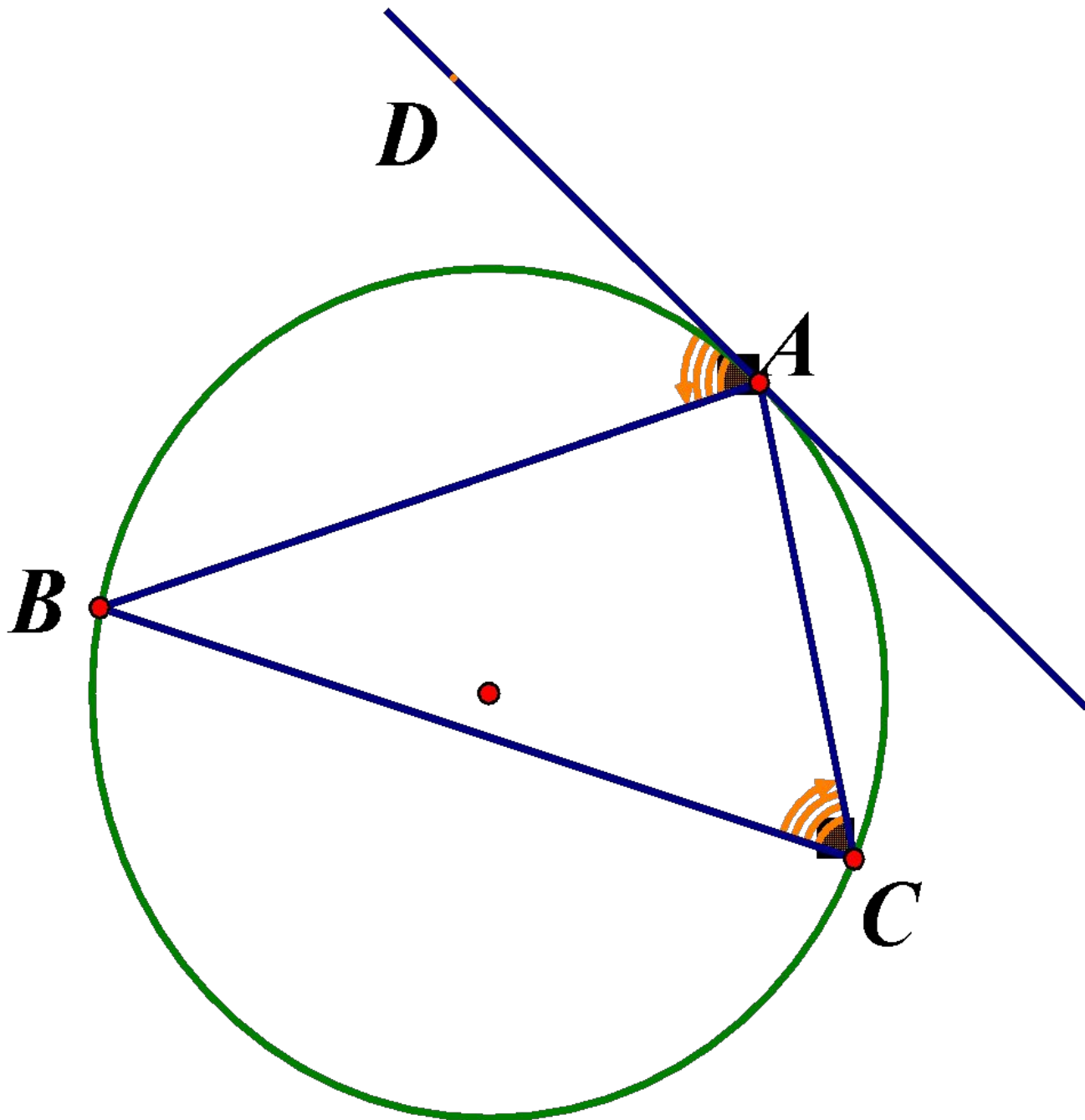




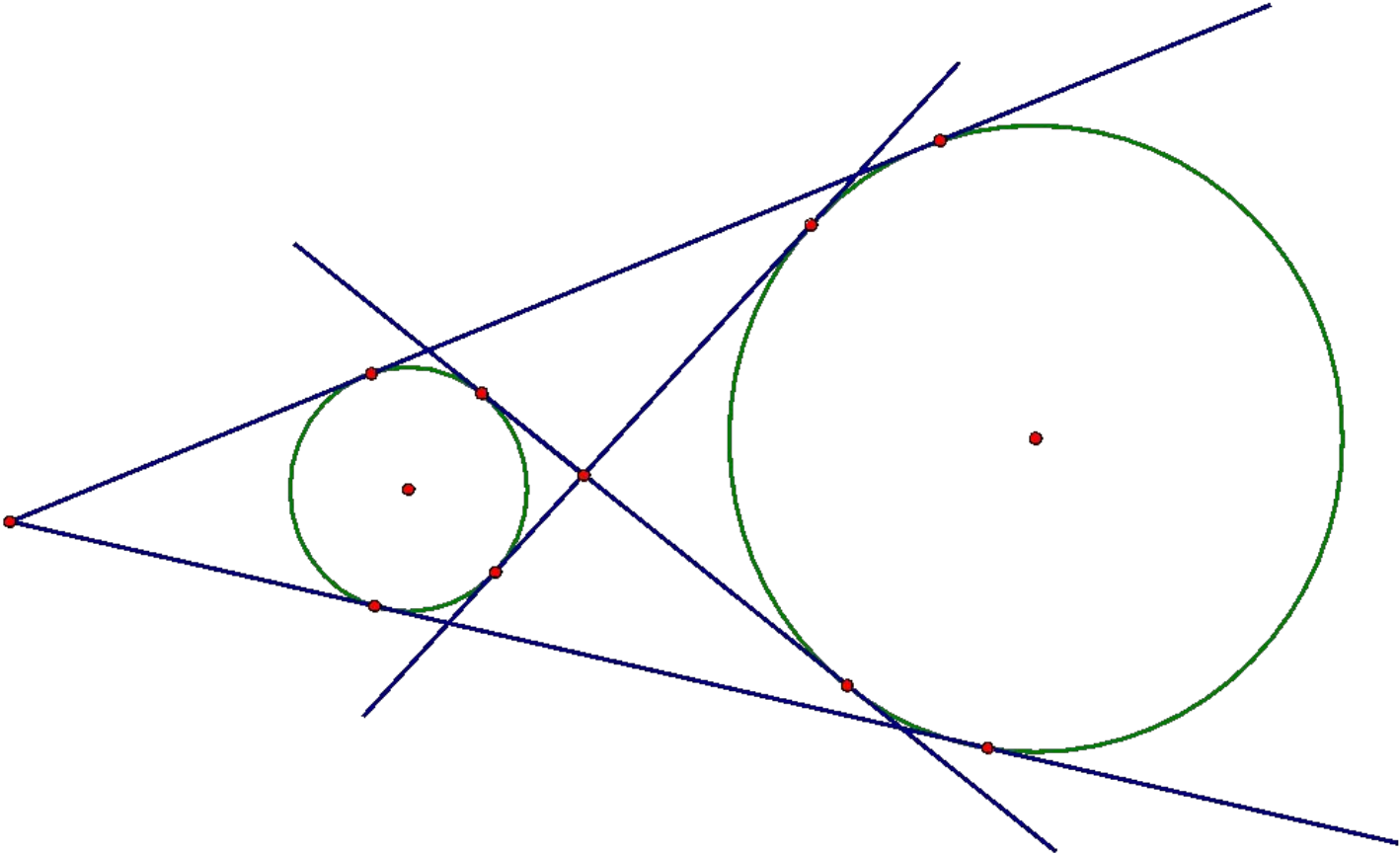






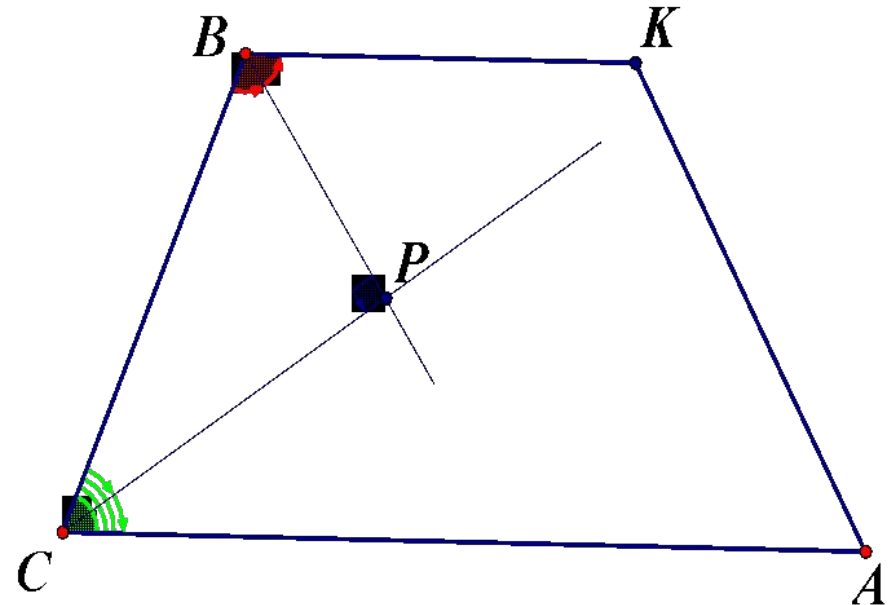
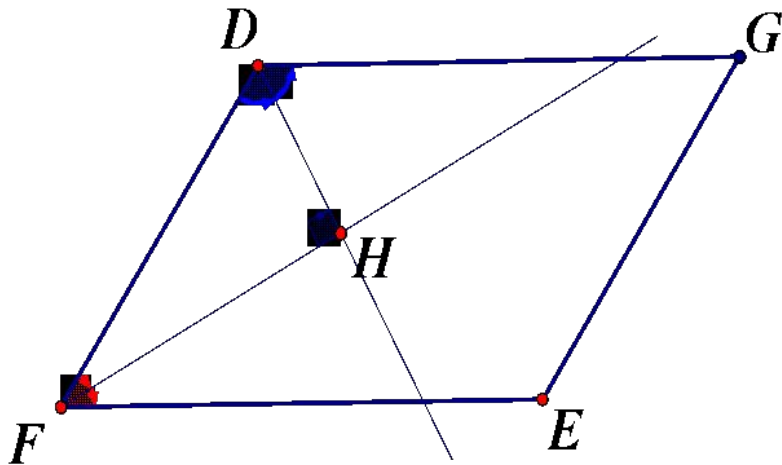


*При непересечении окружностей у них имеется четыре общих касательных*

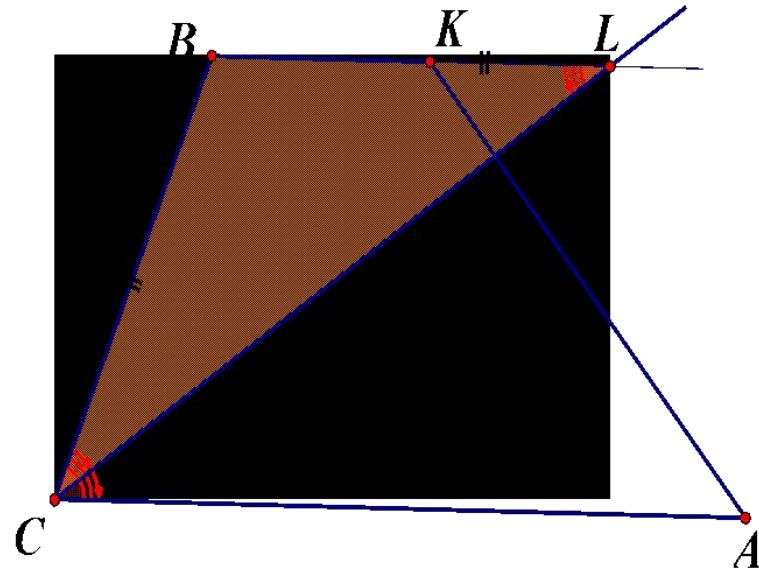
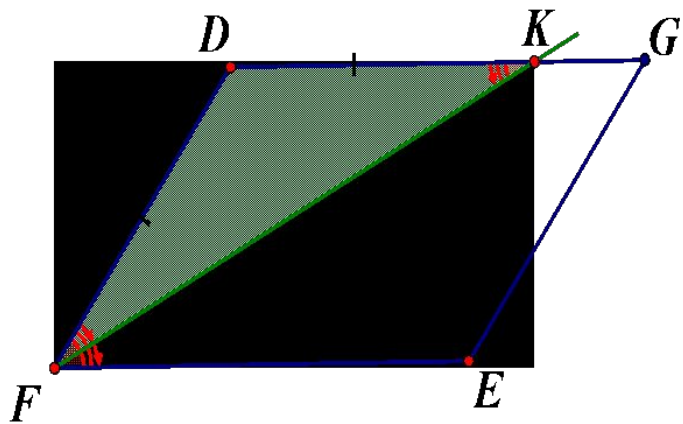


# Биссектриса

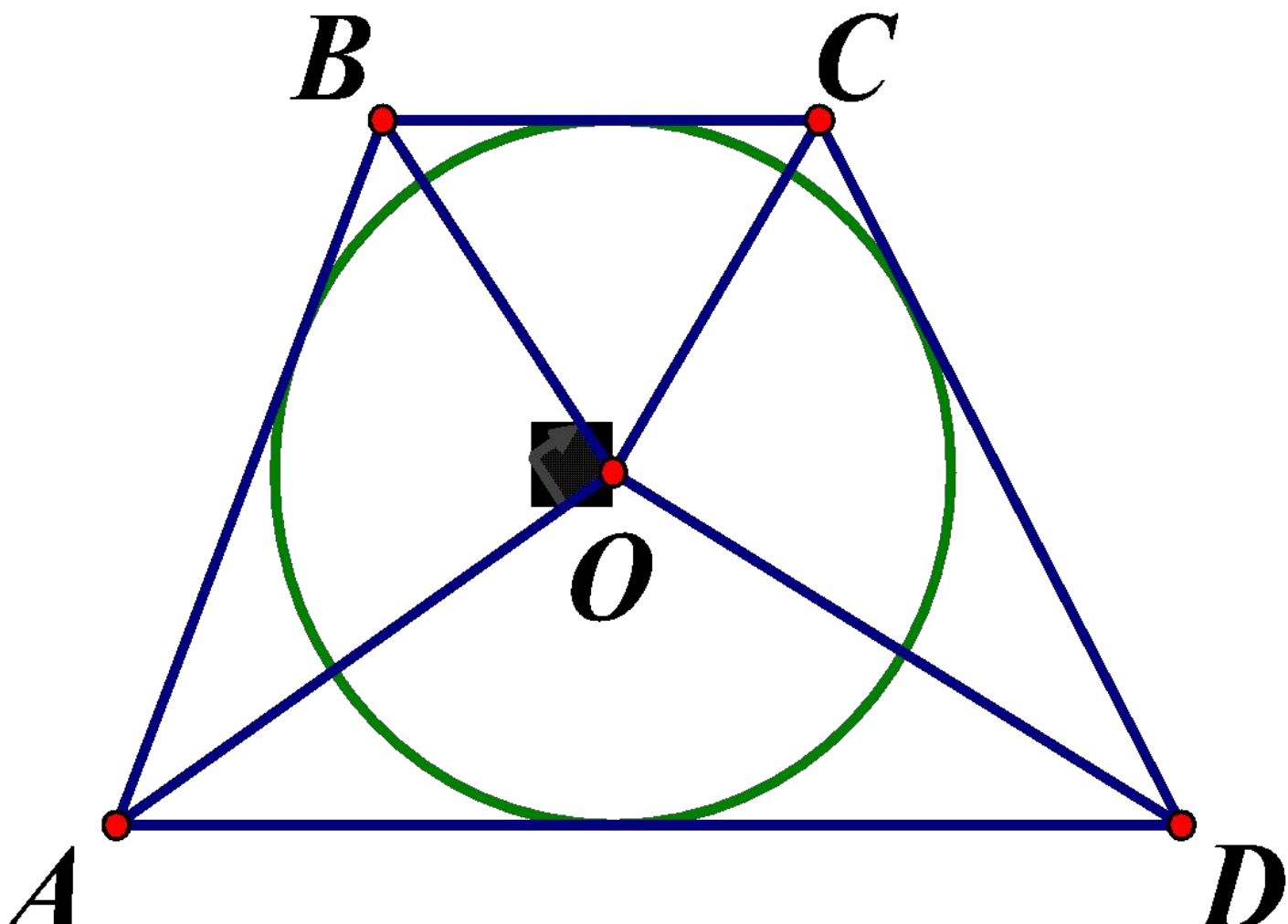
*биссектрисы углов параллелограмма и трапеции, прилежащих к боковой стороне, пересекаются под прямым углом*



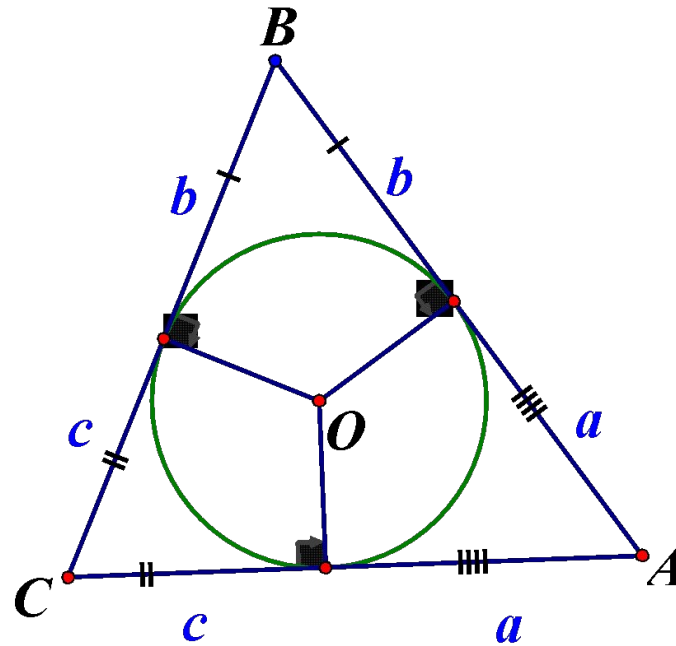
*биссектриса угла параллелограмма и трапеции, отсекает равнобедренный треугольник*







# Вписанная окружность



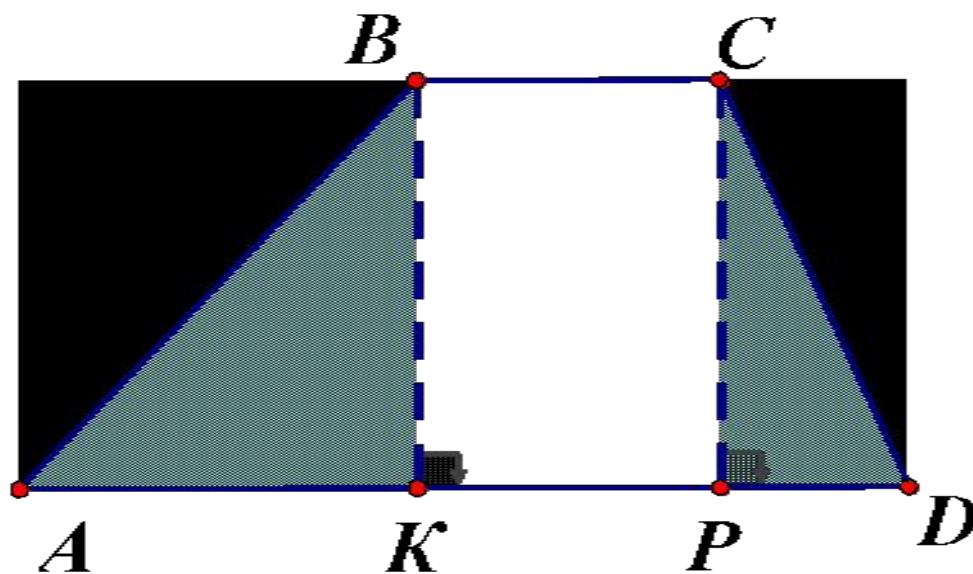
$$AB = p - c$$

$$BC = p - a$$

$$AC = p - b$$

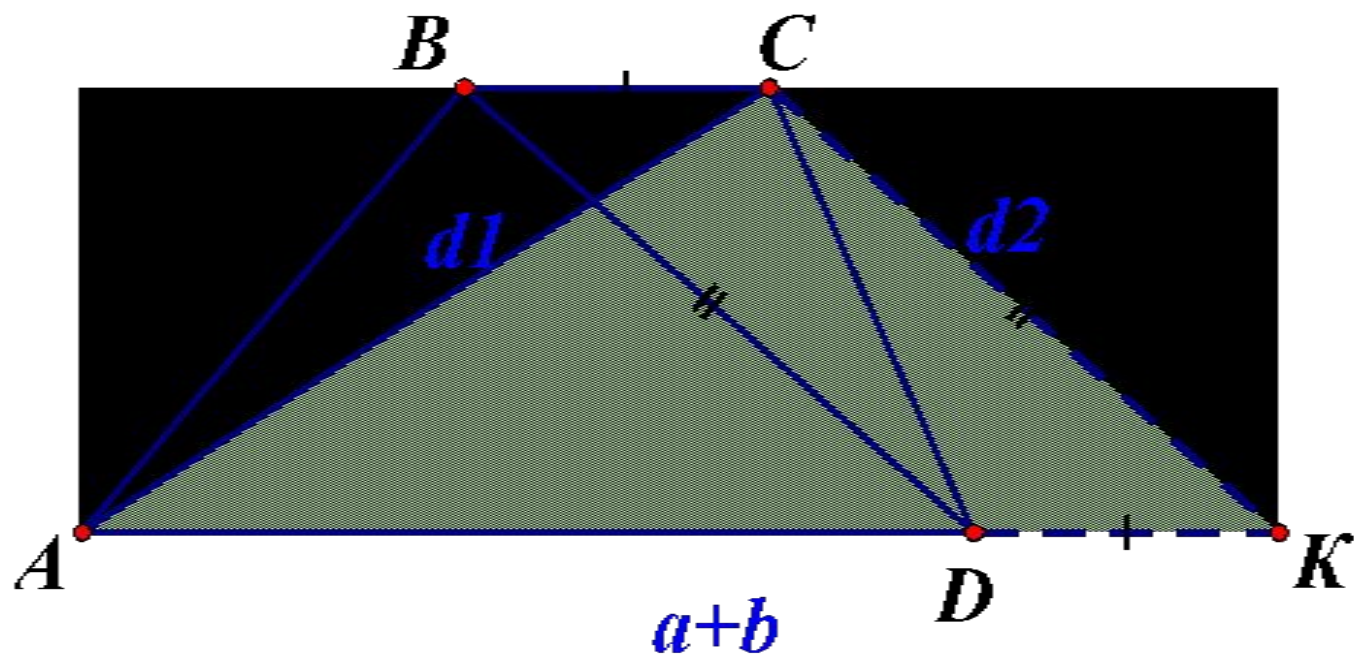
# Дополнительные построения трапеция

*a- меньшее основание, b- большее основание*



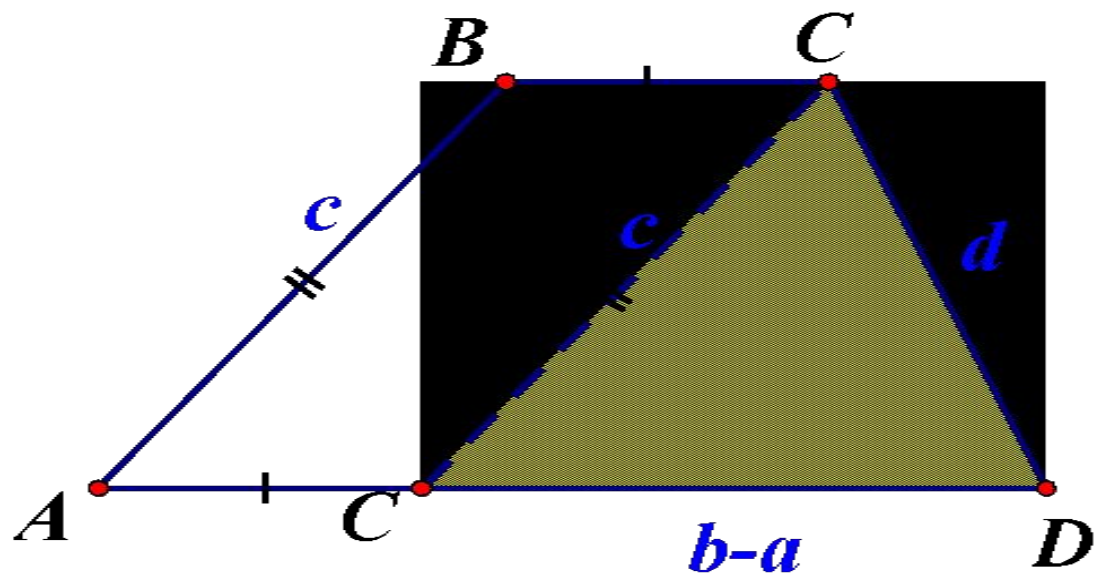
*$BK \perp AD$   
 $CP \perp AD$*

*$KP = a$*



$$CK \parallel BD$$

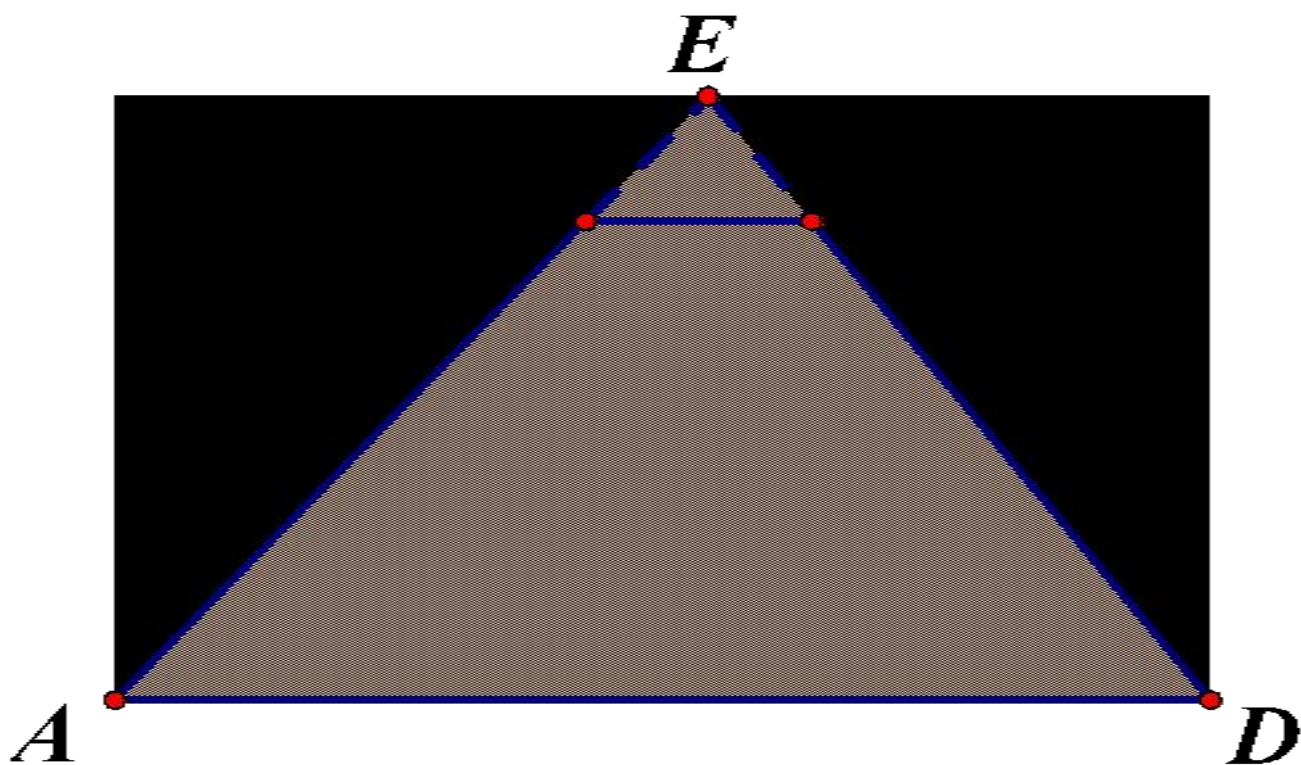
$$AK = a+b$$



$CC \parallel AB$

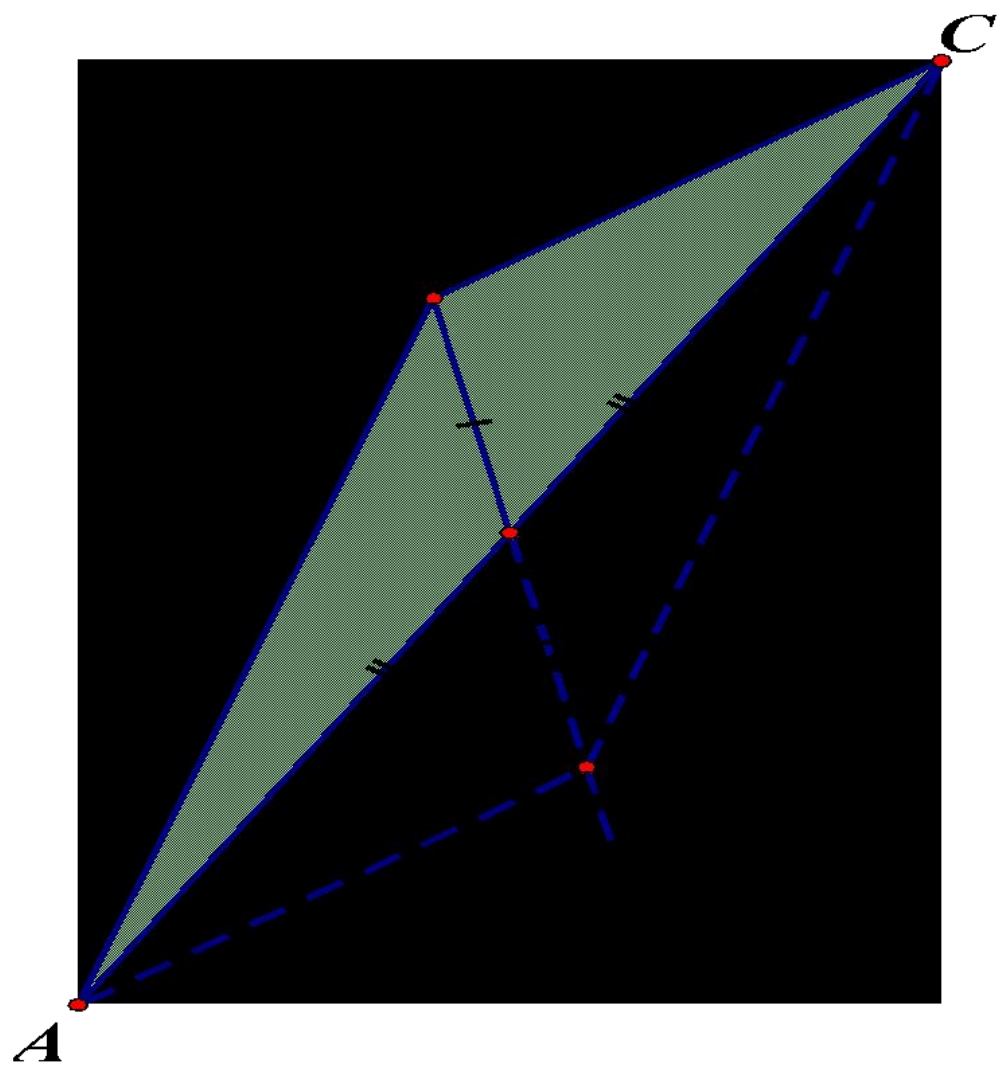
$CD = b - a$

$CC = AB$



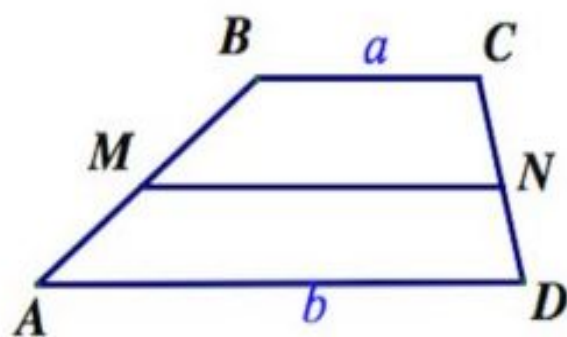
*Продолжить лучи  $AB$  и  $DC$  до пересечения*





*Откладываем  $MK=VM$ , достраиваем  
треугольник до параллелограмма*

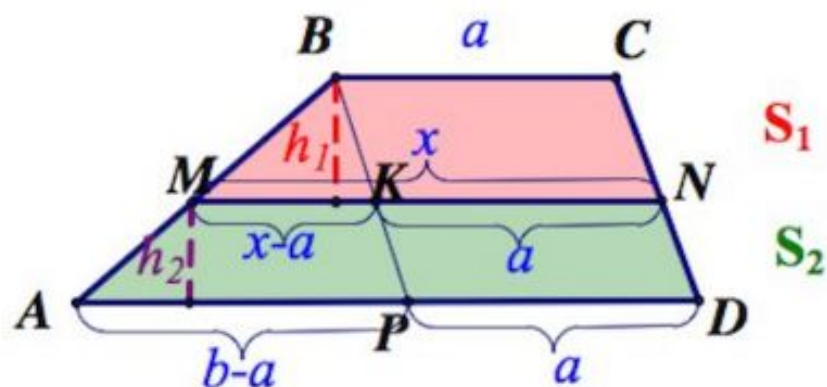
Основания трапеции равны  $a$  и  $b$ . Определите длину отрезка, параллельного основаниям и делящего трапецию на равновеликие части.



Дополнительное построение: проведем прямую  $BP$ , параллельную стороне  $CD$ . Пусть  $BP$  пересекается с  $MN$  в точке  $K$ .

Обозначим для удобства  $MN$  за  $x$ . Тогда, очевидно,  $MK = x - a$ .

Обозначим также высоту треугольника  $MBK$  (она же и высота параллелограмма  $BCNK$ ) за  $h_1$ , высоту трапеции  $AMKP$  (она же и высота параллелограмма  $KNDP$ ) за  $h_2$ .



Согласно условию  $S_1 = S_2$  (где  $S_1 = S_{MBCN}$ ,  $S_2 = S_{AMND}$ ).

Распишем подробнее

$$\frac{(a+x)h_1}{2} = \frac{(x+b)h_2}{2};$$

Откуда

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{x+b}{x+a} \quad (1)$$

Заметим также, что треугольник  $MBK$  подобен треугольнику  $ABP$  по двум углам, откуда вытекает пропорциональность соответствующих сторон:

$$\frac{h_1}{h_1+h_2} = \frac{x-a}{b-a};$$

$$h_1(b-a) = (h_1+h_2)(x-a);$$

$$h_1(b-a-x+a) = h_2(x-a);$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{x-a}{b-x} \quad (2)$$

Из (1) и (2) получаем:

$$\frac{x+b}{x+a} = \frac{x-a}{b-x};$$

$$x^2 - a^2 = b^2 - x^2;$$

$$2x^2 = a^2 + b^2;$$

$$x = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}.$$

Ответ:  $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ .