

# МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. АКУСТИКА.

САЛОМАТИНА Е.А.

# КОЛЕБАНИЯ ЭТО ДВИЖЕНИЯ ОБЛАДАЮЩЕЕ ТОЙ ИЛИ ИНОЙ СТЕПЕНЬЮ ПОВТОРЯЕМОСТИ ВО ВРЕМЕНИ

- колебания называются периодическими , если значения физических величин изменяющихся в процессе колебаний, повторяются через равные промежутки времени
- $T$  период колебания –это время одного полного колебания
- $\nu$  частота колебаний – это количество полных колебаний за единицу времени
- $A$  амплитуда колебаний - это максимальное отклонение от положения равновесия

$$\nu = \frac{1}{T}$$

Простейшим типом периодических колебаний являются **гармонические** колебания. В этом случае периодическая функция имеет вид:

$$x=A \sin(\omega t+\varphi_0) \quad (2)$$

или

$$x=A \cos(\omega t+\varphi_1) \quad (3)$$

где  $A, \omega, \varphi_0, \varphi_1$  - постоянные величины, причем  $A>0, \omega>0, \varphi_1=\varphi_0-\frac{\pi}{2}$

Величина  $A$ , равная максимальному абсолютному значению  $x$ , называется **амплитудой колебания**. Выражения  $x=A \sin(\omega t+\varphi_0)$  и  $\Phi=\omega t+\varphi_0$  определяют значение  $x$  в данный момент времени  $t$  и называются **фазой** колебания. В момент начала отсчета времени ( $t=0$ ) фаза равна **начальной фазе**  $\varphi_0$  или  $\varphi_1$ .

Величина  $\omega$  называется циклической или круговой частотой.

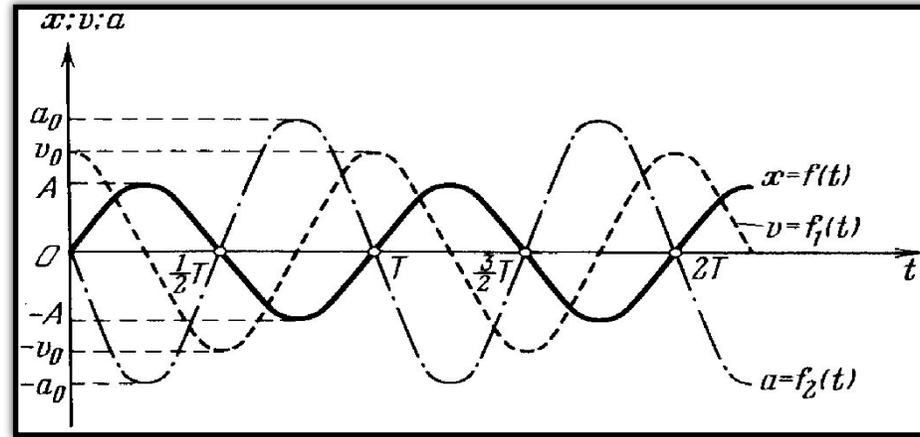
$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu \quad (4)$$

Гармонически колеблющаяся величина  $x$  удовлетворяет уравнению

$$\ddot{x}+\omega^2 x=0 \quad (5)$$

которое называется **дифференциальным уравнением гармонических колебаний**

Графические зависимости смещения, скорости и ускорения от времени показаны на рисунке:



$$v = \dot{x} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = -v_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (6)$$

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = -a_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (7)$$

Скорость опережает по фазе смещение на  $\frac{\pi}{2}$ . Фазы ускорения и смещения отличаются на  $\pi$ .

При наложении двух гармонических колебаний, имеющих разные частоты и амплитуды, результирующее колебание не является гармоническим. Если частоты и амплитуды складываемых колебаний достаточно близки, то частота и амплитуда результирующего колебания - медленно меняющиеся функции времени, а колебательный процесс называется **биениями**.

**Свободными колебаниями** называются колебания, которые возникают в системе, не подверженной действию переменных внешних сил, в результате какого-либо начального отклонения этой системы от состояния устойчивого равновесия. Если при изучении гармонических колебаний учитывать силы трения и сопротивления, которые существуют в реальных системах, то действие этих сил существенно изменяет характер движения, колебание становится затухающим. **Затухающими колебаниями** называются колебания, энергия которых уменьшается с течением времени.

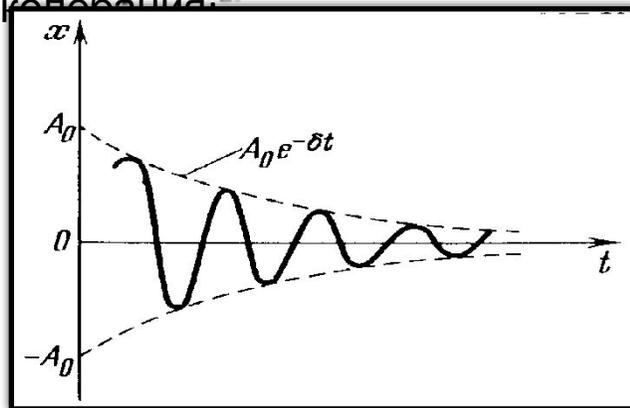
**Дифференциальное уравнение малых затухающих колебаний** системы имеет вид:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (8)$$

где  $\beta$  - коэффициент затухания,  $\omega_0$  - циклическая частота свободных колебаний

системы в отсутствие трения. Если  $\beta > \omega_0$ , то система совершает затухающие колебания.

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (9)$$



где  $A_0$  и  $\varphi_0$  - постоянные величины, определяемые из начальных условий, а  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  - собственная циклическая частота колебаний диссипативной системы. Зависимость  $x$  от  $t$  изображена на рисунке.

Периодом (**условным периодом**) затухающих колебаний называется промежуток времени между двумя последовательными состояниями системы, при которых колеблющаяся величина  $x$  проходит через равновесное значение, изменяясь в одном и том же направлении (например, возрастая):

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (10)$$

**Логарифмическим декрементом затухания** называется натуральный логарифм отношения амплитуды колебаний в моменты времени  $t$  и  $t + T$ :

$$A = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T \quad (11)$$

Логарифмический декремент затухания - величина, обратная числу колебаний  $N$ , по истечении которых амплитуда уменьшается в  $e$  раз:  $A = 1/N$ . Промежуток времени  $\tau$ , необходимый для этого, называется **временем релаксации**:

$$\tau = NT = \frac{1}{\beta} \quad (12)$$

**Вынужденными колебаниями** называются колебания системы, вызываемые действием на нее периодических внешних сил. **Дифференциальное уравнение малых вынужденных колебаний** записывается следующим образом:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{1}{b_0} F(t) \quad (13)$$

где  $b_0$  - некоторый параметр, зависящий от свойств системы,  $F(t)$  - сила, вызывающая вынужденные колебания системы, называемая **возмущающей** или **вынуждающей силой**.

Общее решение этого уравнения равно сумме его частного решения  $x_1$  и общего решения  $x_2$  соответствующего однородного уравнения (т. е. при  $F(t) = 0$ ):  $x = x_1 + x_2$ . Решение  $x_2$  (см. формулу (9)) характеризует свободные затухающие колебания системы. По истечении некоторого промежутка времени после начала вынужденных колебаний, соответствующего переходному режиму, величиной  $x_2$  можно пренебречь и считать, что при установившихся вынужденных колебаниях  $x = x_1$ . Если возмущающая сила изменяется по гармоническому закону:

$$F(t) = F_0 \cos \Omega t \quad (14)$$

то установившиеся вынужденные колебания также являются гармоническими, причем совершаются с той же циклической частотой  $\Omega$  :  
где:

$$x = A \cos(\Omega t + \varphi_1) \quad (15)$$

$$A = \frac{F_0}{b_0 \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 - 4\beta^2 \Omega^2}} \quad (16)$$

Максимальное значение амплитуды  $A$  соответствует циклической частоте  $\Omega_0 = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ , которая чуть меньше собственной циклической частоты колебаний системы

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad \varphi_1 = \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} \quad (17)$$

$$A_{max} = \frac{F_0}{2\beta b_0 \omega} \quad (19)$$

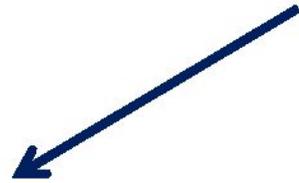
Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний системы при приближении циклической частоты возмущающей силы к значению  $\Omega_0$  называется **резонансом**, а величина  $\Omega_0$  - резонансной циклической частотой.

# Звук. Природа звука.

**Звук или звуковые волны** – механические продольные волны, распространяющиеся в упругих средах в диапазоне частот от 16 до 20 000 Гц.



# **ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗВУКА**



**физические  
(объективные)**



**физиологические  
(субъективные)**

# Физические характеристики звука

**ЧАСТОТА**  $\nu = 16 \div 20000$  Гц

$\nu < 16$  Гц - **ИНФРАЗВУК**

$\nu > 20000$  Гц - **УЛЬТРАЗВУК**

**СКОРОСТЬ ЗВУКА**  $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$       $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

$R$  - газовая постоянная

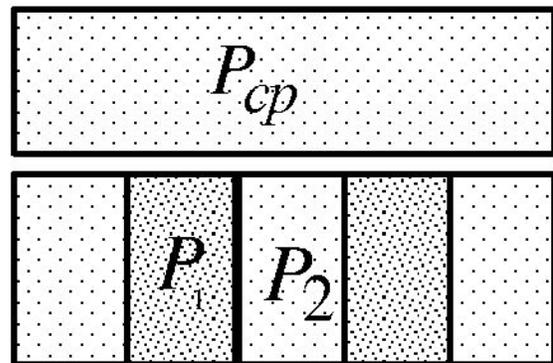
$T$  - абсолютная температура

$\mu$  - молярная масса газа

**ИНТЕНСИВНОСТЬ ЗВУКА**  $I = 10^{-12} \div 10$  Вт/м<sup>2</sup>

# Физические характеристики звука

## ЗВУКОВОЕ ДАВЛЕНИЕ



$$P_1 = P_{cp} + \Delta P$$

$$P_2 = P_{cp} - \Delta P$$

$\Delta P$  - ЗВУКОВОЕ ДАВЛЕНИЕ

$$I = \frac{\Delta P^2}{2\rho v}$$

$\rho$  - ПЛОТНОСТЬ СРЕДЫ

$v$  - СКОРОСТЬ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ

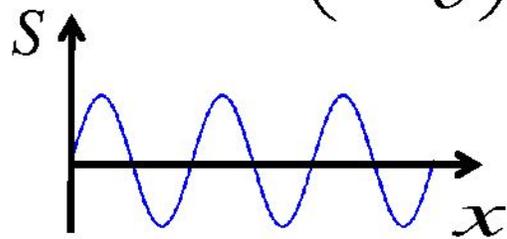
$\omega = \rho \cdot v$  - акустическое  
сопротивление

# Физические характеристики звука

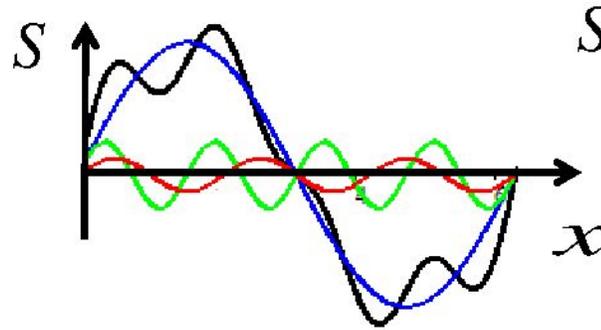
## АКУСТИЧЕСКИЙ СПЕКТР

ПРОСТОЙ ТОН

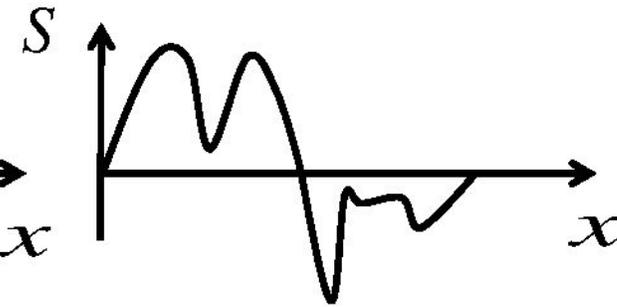
$$S = A \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right)$$



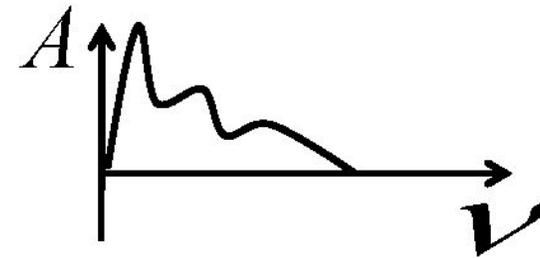
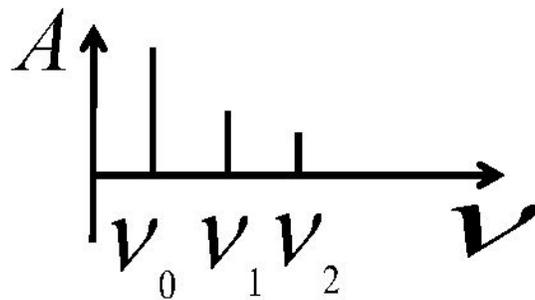
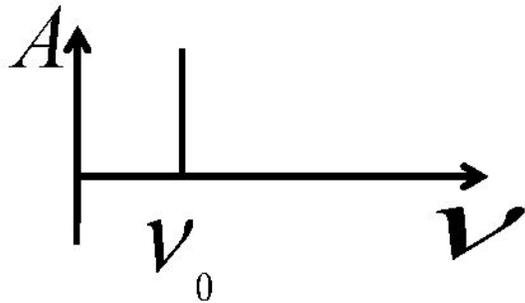
СЛОЖНЫЙ ТОН



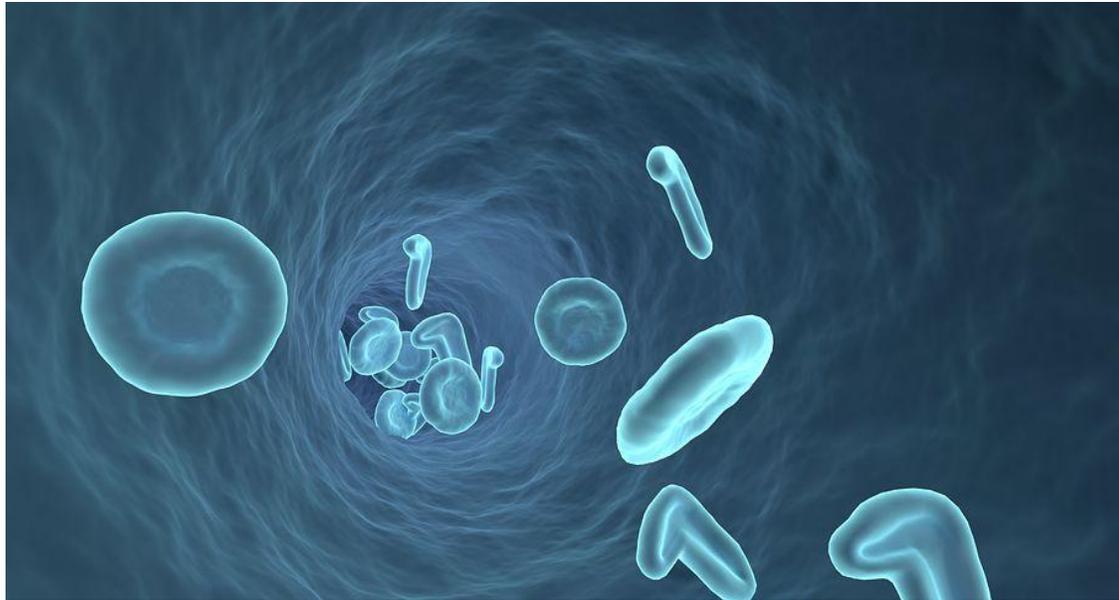
ШУМ



АКУСТИЧЕСКИЙ СПЕКТР



# ФИЗИОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗВУКА . ЗАКОН ВЕБЕРА- ФЕХНЕРА



физиологические характеристики звука

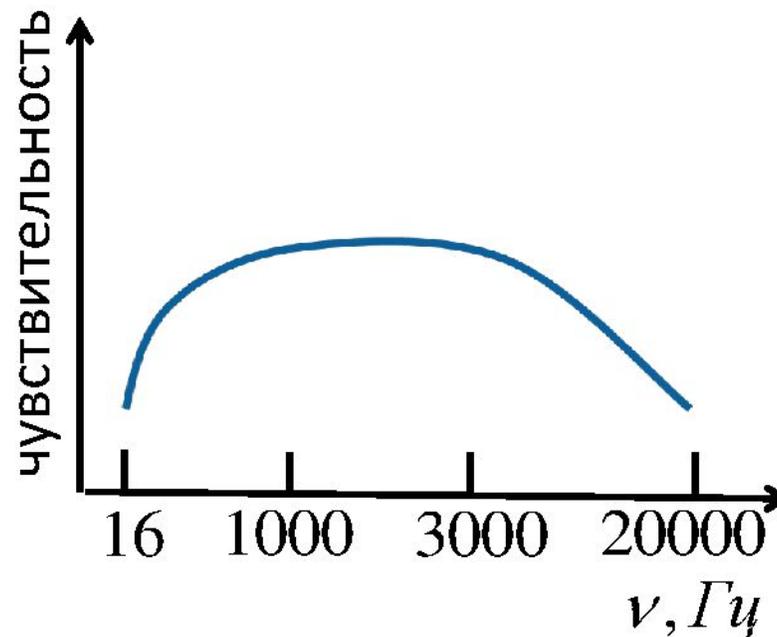
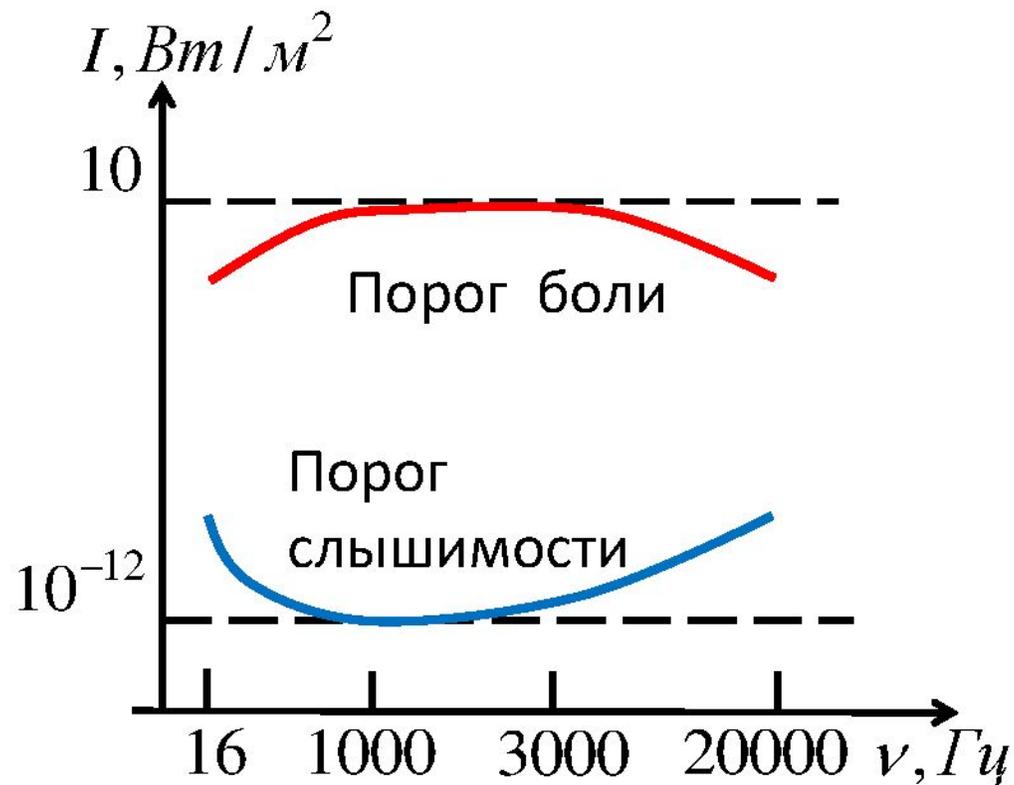
Громкость звука

Высота звука

Тембр

# Физиологические характеристики звука

## Громкость звука



# Закон Вебера - Фехнера

Если увеличивать раздражение (интенсивность звука) в геометрической прогрессии (т.е. в одинаковое число раз), то ощущение этого раздражения (громкость) возрастает в арифметической прогрессии (т.е. на одинаковую величину).

$$\begin{array}{cccc} aI & a^2I & a^3I & a^4I \\ E_0 & 2E_0 & 3E_0 & 4E_0 \end{array}$$

$E$  – уровень громкости

$I$  – интенсивность звука

$$I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$$

$$E = k \lg \frac{I}{I_0}$$

$k$  – коэффициент пропорциональности

$$k = f(I, \nu)$$

# Звуковые измерения.

## Шкала уровней интенсивности.

$$I = 10^{-12} \div 10 \text{ Вт/м}^2$$

Уровень интенсивности

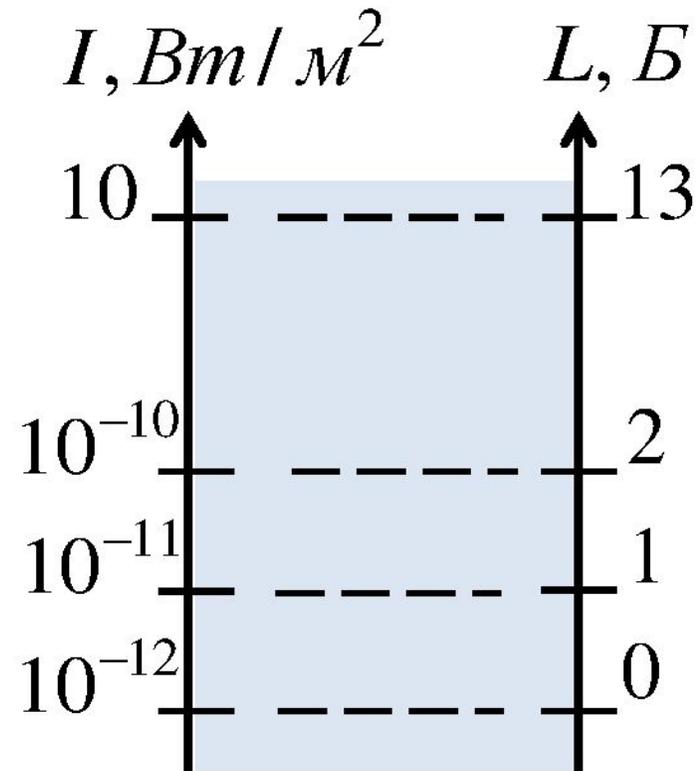
$$L = \lg \frac{I}{I_0} \quad [L] = 1 \text{ Б}$$

$$1 \text{ дБ} = 0,1 \text{ Б}$$

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$$

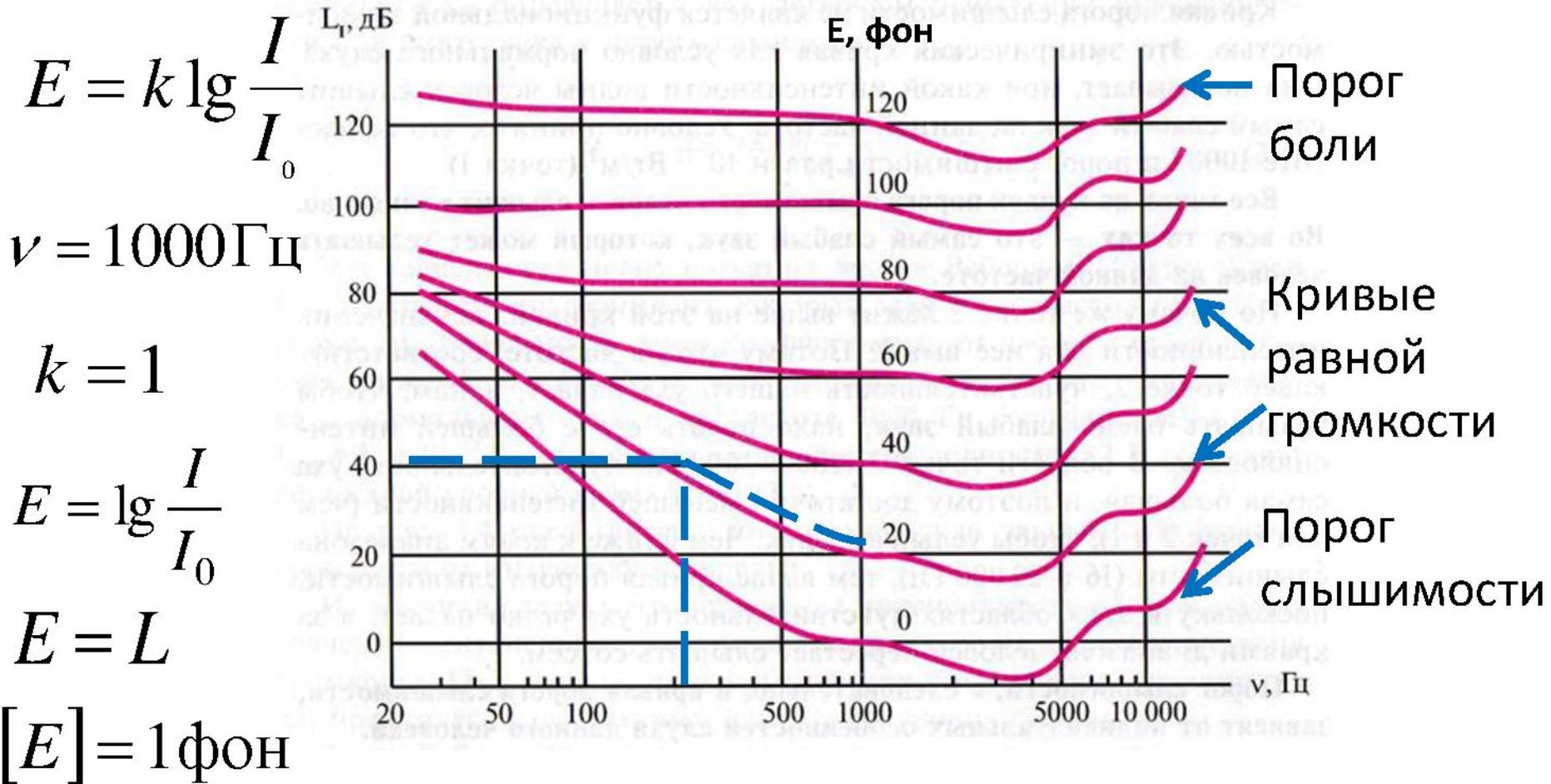
$$L = \lg \frac{I_B}{I_0} = \lg \frac{10 \text{ Вт/м}^2}{10^{-12} \text{ Вт/м}^2} = 13 \text{ Б}$$

Соотношение шкалы  
интенсивностей и ее уровней



# Звуковые измерения.

## Шкала уровней громкости



$L = 40 \text{ дБ}; \nu = 200 \text{ Гц} \quad E - ? \quad E = 20 \text{ фон}$

# Звуковые методы исследования в клинике.

***Аускультация*** – это прослушивание звуков, возникающих внутри организма при работе органов.



фонендоскоп



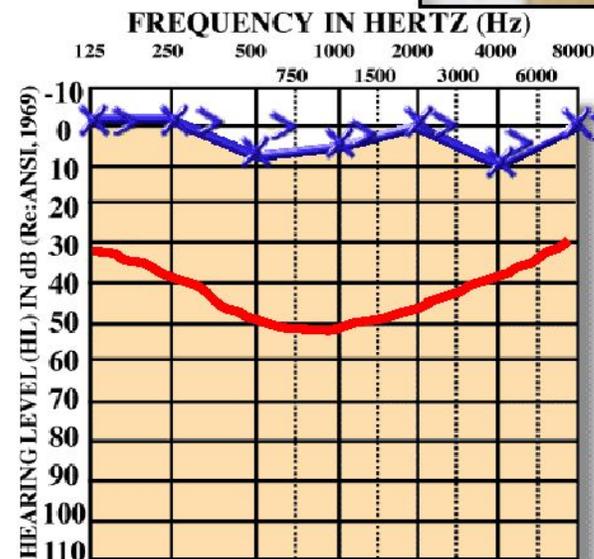
стетоскоп

# Звуковые методы исследования в клинике.

**Перкуссия** – метод исследования, основанный на постукивании по поверхности тела человека и анализа при этом возникающих звуков.



**Аудиометрия** – метод измерения остроты слуха.



*норма*

*потеря слуха*

# ультразвук

**Ультразвук** – механические волны  
с частотой более 20 кГц

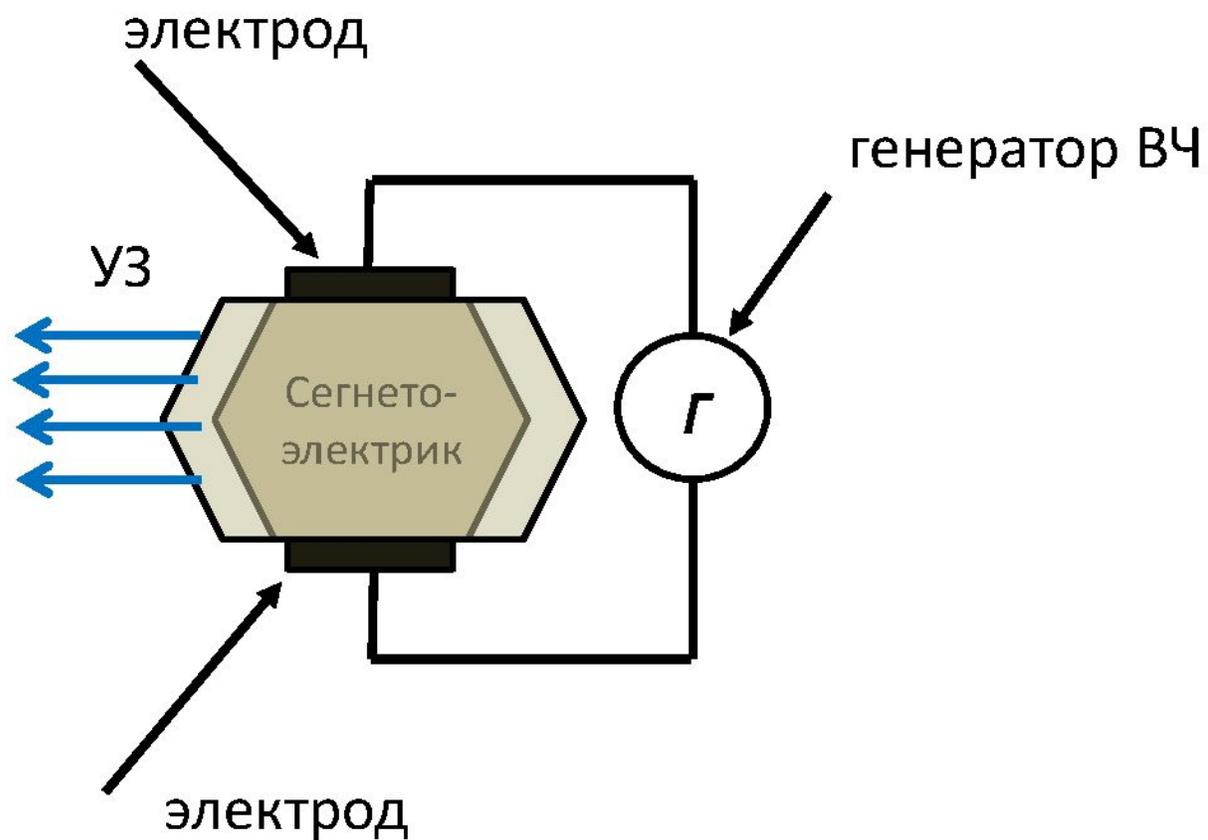
## **СВОЙСТВА УЛЬТРАЗВУКА**

1.  $\lambda_{уЗ} \ll \lambda_{ЗВ}$
2.  $I_{уЗ} \gg I_{ЗВ}$
3. **ультразвуковая волна легко фокусируется**
4. **ультразвуковая волна отражается от границы сред с разным акустическим сопротивлением**

# ультразвук

## СПОСОБ ПОЛУЧЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА

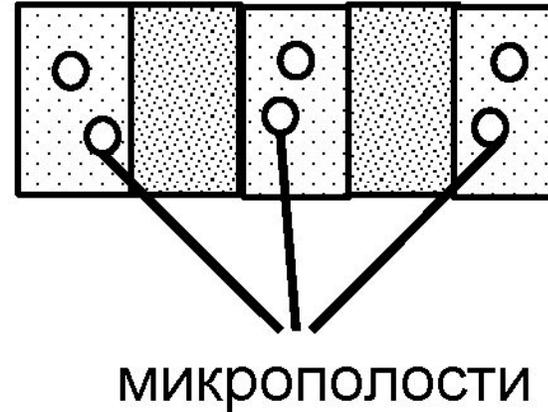
### обратный пьезоэлектрический эффект



# ультразвук

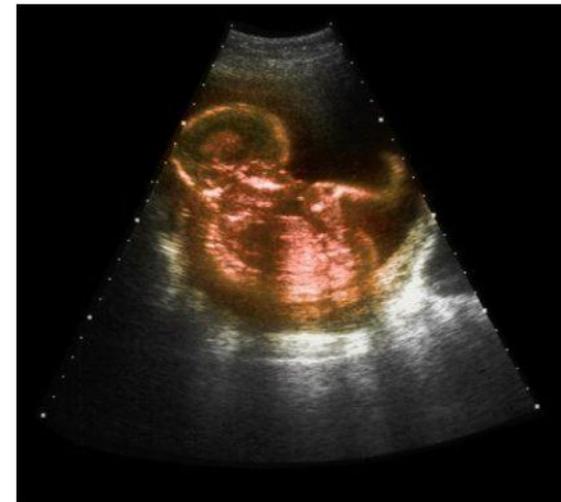
## *ДЕЙСТВИЕ УЛЬТРАЗВУКА НА ВЕЩЕСТВО*

1. механическое  
явление кавитации
2. химическое
3. биологическое



## *ПРИМЕНЕНИЕ В МЕДИЦИНЕ*

1. ультразвуковые исследования
2. лечение заболеваний
3. фармация



# инфразвук

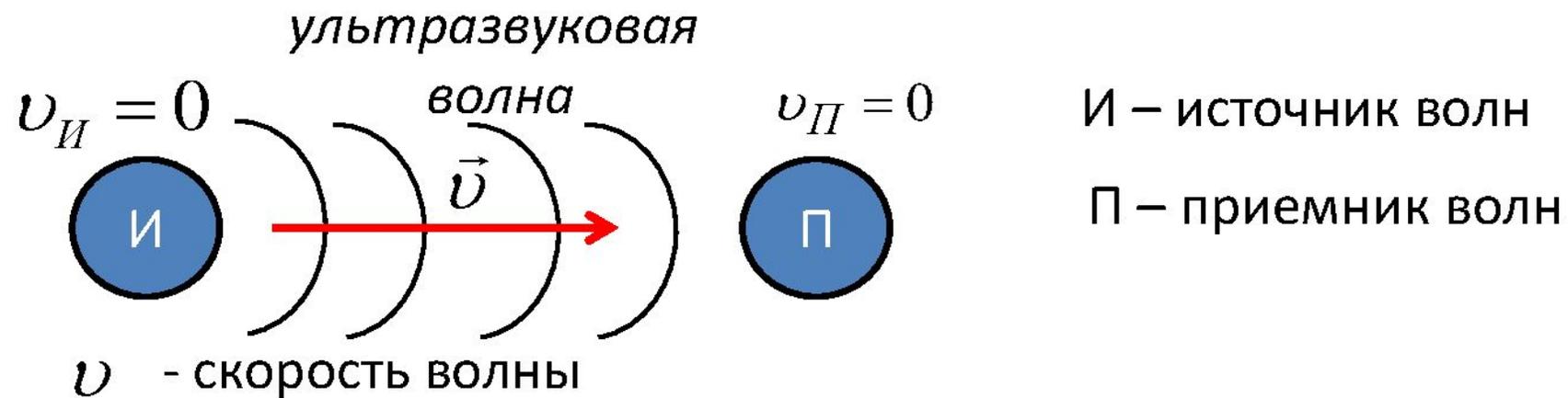
**Инфразвук** - механические волны  
с частотой меньше 16 Гц.

## ***Свойства инфразвука***

- ✓ Большая длина волны.
- ✓ Слабое поглощение различными средами.
- ✓ Малый коэффициент затухания.
- ✓ Малый коэффициент рассеяния

# эффект Доплера

**Эффект Доплера** – изменение частоты волн, воспринимаемых наблюдателем (приемником волн) при относительном движении источника волн и наблюдателя

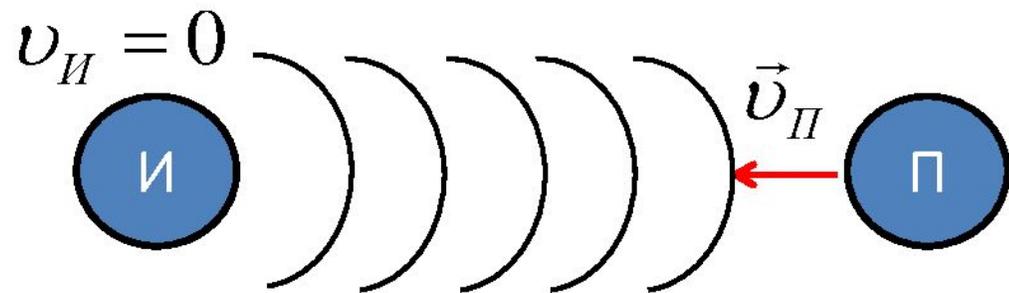


$\nu$  - частота волны, генерируемая источником

$\nu_1$  - частота волны, регистрируемая приемником

$$\nu = \nu_1$$

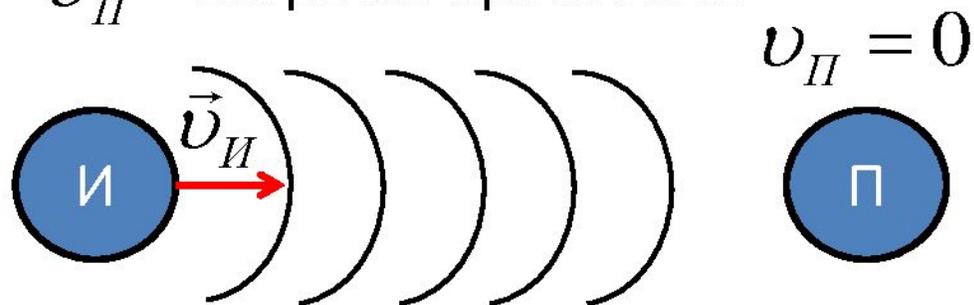
# эффект Доплера



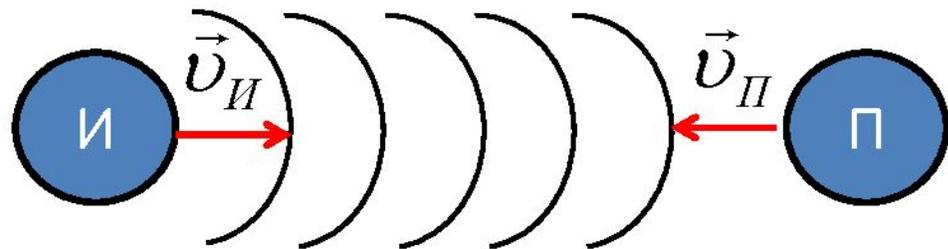
$$v_1 = \frac{v + v_{П}}{v} v$$

$v_{И}$  – скорость источника

$\vec{v}_{П}$  – скорость приемника



$$v_1 = \frac{v}{v - v_{И}} v$$



$$v_1 = \frac{v + v_{П}}{v - v_{И}} v$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

