

# Лекція № 7

з навчальної дисципліни

**Теорія кіл і сигналів в інформаційному  
та кіберпросторах**

**Тема 6. Електричні сигнали та їх спектри.**

# План лекції

- 1. Загальні відомості про електричні сигнали.
- 2. Класифікація електричних сигналів.
- 3. Спектральний спосіб опису сигналів.
- 4. Спектри періодичної послідовності прямокутних відеоімпульсів.

# Література

- 1. Карташов Р.П., Медведев А.П. Теория электрорадиоцепей; Под ред. А.М.Широкова. - М.: Воениздат, 1980. (электронная библиотека ун-та).с.292-306.
- 2. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М., Советское радио, 1971, с.22-24.
- 3. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. М., Высш. школа., 1983, с.11-40.

# 1. Общие сведения об электрических сигналах.

Основным назначением электрических цепей является передача, получение и обработка информации.

В качестве носителя информации используют процессы, имеющие свойство перемещаться в проводных, кабельных, волноводных, оптоволоконных линиях связи и в пространстве. К их числу относятся постоянные и переменные токи и напряжения и электромагнитные процессы – радиоволны.

Для передачи информации производится ее кодирование путем изменения во времени (модуляции) параметров исходного электромагнитного процесса  $V(t)$ , называемого несущим. Функция  $U(t)$ , по закону которой модулируется несущий процесс, называется модулирующей. Электромагнитный процесс (электрическая величина), полученный в результате модуляции и содержащий информацию, называется электрическим сигналом  $s(t)$ .

## 2. Классификация электрических сигналов

- Количество информации, которое может быть передано с помощью некоторого сигнала, зависит от основных его параметров: длительности, полосы частот, мощности и других характеристик. Важное значение имеет также уровень помех в канале связи: чем меньше этот уровень, тем большее количество информации можно передать с помощью сигнала с заданной мощностью. Прежде чем говорить об информационных возможностях сигнала, необходимо ознакомиться с его основными характеристиками. Целесообразно рассматривать отдельно **детерминированные** и **случайные** сигналы.

- **Детерминированным называют любой сигнал, параметры и мгновенное значение которого известны в любой момент времени.**

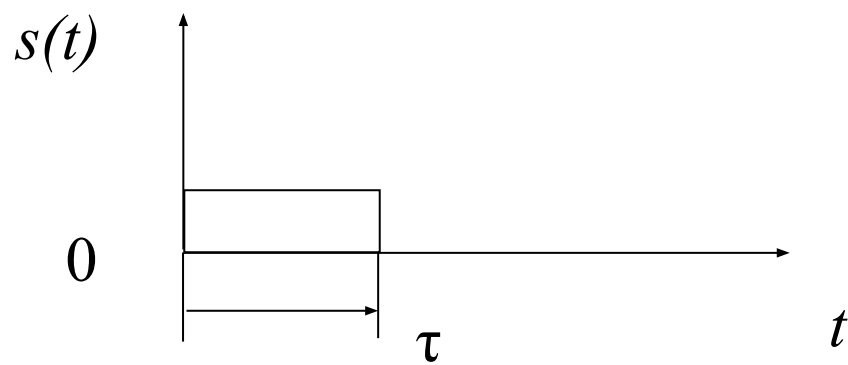
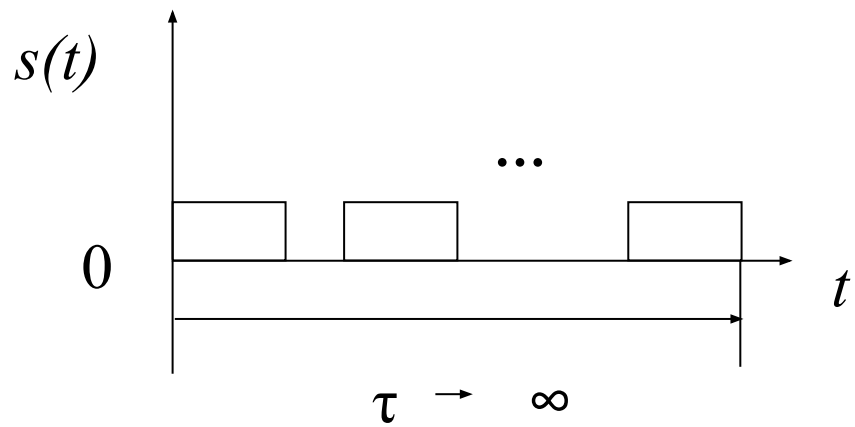
**Детерминированные сигналы**

классифицируют по следующим свойствам:

а). По величине интервала времени  $\tau$ ,  
в котором существуют отличные от нуля  
значения сигнала.

Если интервал  $\tau$  бесконечен (т.е.  $\tau \rightarrow \infty$ ),  
то сигнал называют **непрерывным**. Если же  
интервал  $\tau$  конечен, то сигнал называют  
**импульсным**, а  $\tau$  – длительностью  
импульса.





## б). Детерминированные сигналы могут быть подразделены на периодические и непериодические.

- **Периодическим** называется любой сигнал, мгновенные значения которого повторяются через равные промежутки времени и для которого выполняется условие  $s(t) = s(t+nT)$ , где  $T$  - период, а  $n$  - любое целое число.
- **Периодом** называется наименьший отрезок времени, через который повторяются мгновенные значения сигнала.
- Простейшим периодическим детерминированным сигналом является гармоническое колебание (ток, напряжение, напряженность поля), определяемое законом

$$s(t) = S_m \sin(\omega t + \psi)$$

# Н е п е р и о д и ч е с к и м

детерминированным сигналом называется  
любой детерминированный сигнал, для  
которого не выполняется условие  $s(t) =$   
 $s(t+nT)$  .

Непериодические сигналы могут быть одиночные и групповые.

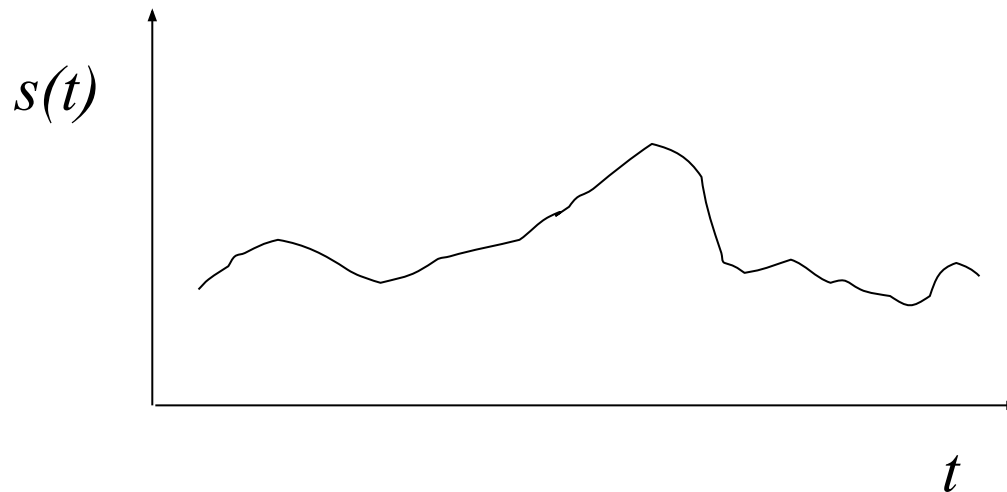
Сигнал называется **одиночным**, если совокупность его мгновенных значений и параметров не повторяется в интервале времени  $(-\infty < t < \infty)$ .

Если же электрический сигнал состоит из **нескольких** следующих друг за другом импульсов, то он называется **групповым** или **пачечным**.

**3.** В зависимости от того, какой исходный параметр несущего электромагнитного процесса подвергается модуляции, различают сигналы:

- **с амплитудной модуляцией,**
- **с угловой модуляцией,**
- **с модуляцией длительности импульсов,**
- **с модуляцией частоты следования импульсов,**
- **с комбинированной модуляцией.**

Наименьшими модуляционными возможностями обладают применяемые в качестве несущих постоянные токи и напряжения. Модуляции в этом случае можно подвергнуть только их величину (амплитуду), получая в результате видеосигналы с амплитудной модуляцией.



Импульсы постоянного тока называются видеоимпульсами.

Если же в качестве несущего электромагнитного процесса выбрать синусоидальные колебания тока или напряжения

$$s(t) = S_m \sin(\omega t + \psi) = S_m \sin \varphi(t)$$

то можно получить радиосигнал с амплитудной, угловой и комбинированной модуляцией, изменяя по закону модулирующей функции соответственно амплитуду  $S_m$ , полный фазовый угол  $\varphi(t)$  или то и другое одновременно.

- Угловую модуляцию делят на фазовую или частотную в зависимости от того, начальная фаза  $\psi$  или частота  $\omega$  несущего колебания изменяются по закону модулирующей функции.
- Еще большими модуляционными возможностями обладают непрерывные периодические последовательности импульсов, так как модулировать в этом случае можно амплитуду, длительность и частоту следования.

- К **случайным** сигналам относят функции времени, значения которых заранее неизвестны и могут быть предсказаны лишь с некоторой вероятностью, меньшей единицы. Такими функциями являются, например, электрическое напряжение, соответствующее речи, музыке, последовательности знаков телеграфного кода при передаче неповторяющегося текста. К случайным сигналам относится также последовательность радиоимпульсов на входе радиоприемного устройства. По существу, любой сигнал, несущий в себе информацию, должен рассматриваться как случайный.
- Для характеристики и анализа случайных сигналов применяется статистический подход. В качестве основных характеристик случайных сигналов принимают: а) закон распределения вероятностей и б) спектральное распределение мощности сигнала.



- Наряду с полезными случайными сигналами в теории и практике приходится иметь дело со случайными помехами — «шумами». Уровень шумов является основным фактором, ограничивающим скорость передачи информации при заданном сигнале. Поэтому изучение случайных сигналов неотделимо от изучения шумов.

# 3. Спектральный способ описания сигналов

- Математическая модель сигнала может быть построена по-разному. Наиболее универсальным оказывается представление сложных сигналов в виде совокупности элементарных составляющих.

- **В спектральном методе анализа сигналы произвольной формы представляют в виде совокупности гармонических составляющих, которая называется спектром сигнала.** Их применение объясняется наличием хорошо разработанного математического аппарата, хорошей физической наглядностью и простотой экспериментальной проверки результатов анализа.
- Каждая косинусоидальная составляющая спектра сигнала (иногда их еще называют **гармониками спектра** или **спектральными составляющими сигнала**) имеет свою частоту, амплитуду и начальную фазу. Поэтому различают отдельно **амплитудно-частотные спектры (АЧС)** и **фазо-частотные спектры (ФЧС)**.

Под амплитудно-частотным спектром (АЧС) понимают совокупность амплитуд спектральных составляющих сигнала.

Под фазо-частотным спектром понимают совокупность начальных фаз спектральных составляющих сигнала.

Для получения спектров сигналов используют следующие математические приемы:

- тригонометрические преобразования;
- разложение в ряд Фурье;
- интегральное преобразование Фурье.

Выбор того или иного приема зависит от свойств сигнала. Так, если сигнал периодический, то для его разложения на синусоидальные составляющие необходимо использовать ряд Фурье или в простейших случаях, формулы тригонометрических преобразований.

Ряд Фурье записывается в комплексной или тригонометрической формах. Более общей является комплексная форма записи

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} S_{mk} e^{jk\Omega t}$$

Здесь

$$S_{mk} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) e^{-jk\Omega t} dt$$

комплексная амплитуда  $k$ -того члена ряда;

$$\Omega = \frac{2\pi}{T}$$

-угловая частота периодического сигнала.

- Комплексная форма записи ряда Фурье во многих случаях упрощает математические преобразования. Однако отрицательные значения частот спектральных составляющих не имеют физического смысла, поэтому комплексные амплитуды не являются комплексными амплитудами реальных синусоидальных составляющих сигнала. Чтобы получить реальные (вещественные) гармоники, составляющие реальный спектр сигнала, перейдем к тригонометрической форме записи ряда. Можно записать:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} S_{mk} e^{jk\Omega t} = S_0 + \sum_{k=1}^{\infty} S_{mk} \cos(k\Omega t - \psi_k)$$

Где  $S_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) dt$  - среднее за период

значение сигнала, т.е. его **постоянная составляющая**, которую часто называют **гармоникой нулевой частоты**.

Полученная сумма представляет собой спектр несинусоидального периодического сигнала. Спектр является дискретным и занимает в общем случае диапазон частот  $0 \leq \Omega \leq \infty$ .



Таким образом, периодический сигнал можно рассматривать как результат наложения постоянной составляющей и бесконечно большого числа

косинусоидальных (гармонических) колебаний с частотами  $k\Omega$

амплитудами

$S_{mk}$

и начальными фазами

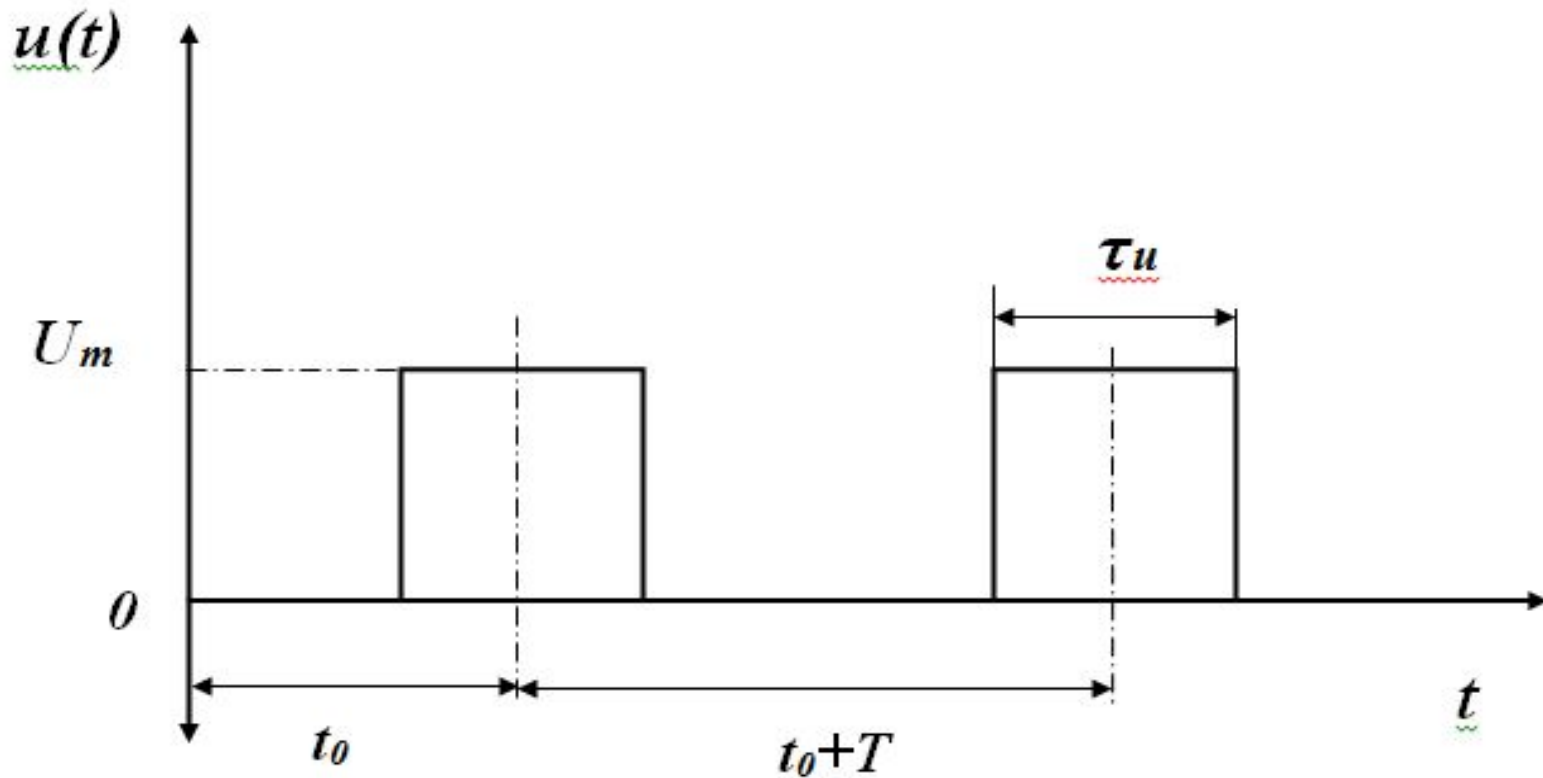
$\psi_k$

- **Спектральным представлением сигнала называется описание сигнала спектрами частот, амплитуд и начальных фаз.**

Методы определения спектров реальных сигналов можно разделить на три группы: аналитические, графоаналитические и экспериментальные.

**Аналитические** методы сводятся к расчету спектров по формулам. Однако для аналитического описания реальных сигналов не всегда удается подобрать достаточно точную аппроксимирующую функцию. В подобных случаях используют **графоаналитические** методы, для применения которых необходимо знать лишь дискретные значения сигнала. Решение получается тем точнее, чем больше имеется таких дискретных значений. **Экспериментальное** определение спектров производится с помощью специальных приборов — анализаторов спектра.

# 4. Спектры периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов



Функция  $u(t)$  в пределах периода может быть описана как

$$u(t) = \begin{cases} U_m & \text{при } (t_0 - \frac{\tau_u}{2}) < t < (t_0 + \frac{\tau_u}{2}) \\ 0 & \text{при } (t_0 + \frac{\tau_u}{2}) < t < (t_0 - \frac{\tau_u}{2}) \end{cases}$$

Перейдем к спектральному представлению.

Проведя расчет в комплексной форме, используя формулы Эйлера и перейдя к тригонометрической форме, получим:

$$u(t) = \frac{U_m}{q} + \frac{2U_m}{q} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{q}}{\frac{k\pi}{q}} \cos k\Omega(t - t_0)$$

Значення амплітуд спектральних складових, тобто амплітудно – частотний спектр, розраховуємо в відповідності з формулами:

- для постійної складової (нульової гармоніки )

$$U_0 = \frac{U_m}{q},$$

де  $U_m$

- амплітуда імпульсів;

$$q = \frac{T}{\tau_i}$$

- скважність;

$T$

– період повторення імпульсів;

для спектральних складових, починаючи з першої гармоніки

$$U_{mk} = \frac{2U_m}{q} \left| \frac{\sin \frac{k\pi}{q}}{\frac{k\pi}{q}} \right|$$

де  $k$ - номер гармоніки



Початкові фази спектральних складових розраховують за формулою:

$$\psi_k = k\Omega t_0 \pm (n - 1)\pi,$$

де  $\Omega = \frac{2\pi}{T}$  - кругова частота повторення імпульсів;

$t_0$  - початкове зміщення сигналу (вісі симетрії першого імпульсу) відносно  $t = 0$ ;

$n$  – номер арки (лепестка) спектра.

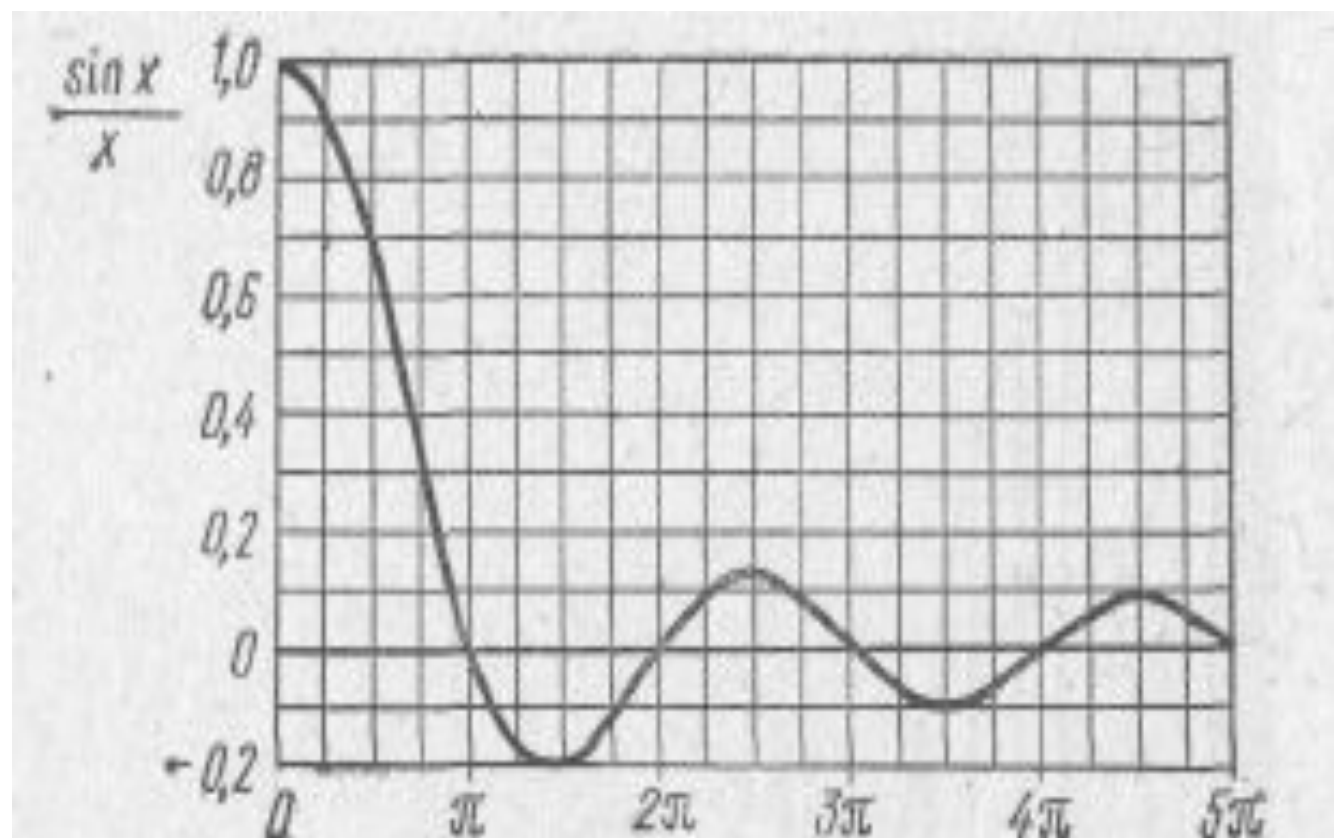
Вибір знака перед другим доданком в наведеній формулі здійснюють виходячи із зручності побудови спектра.

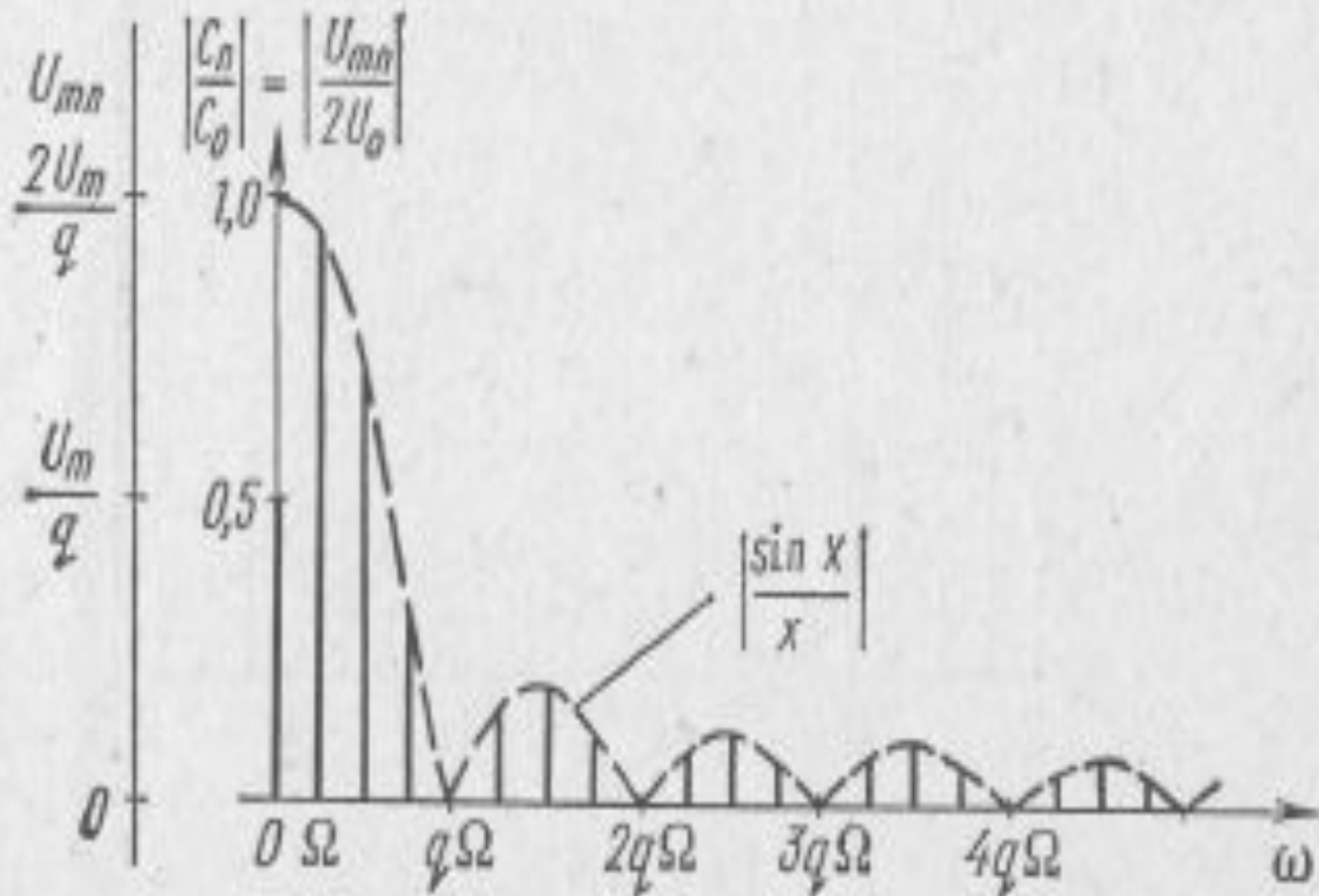
## 4.1. Амплитудно-частотный спектр

Огибающая АЧС последовательности прямоугольных видеоимпульсов описывается функцией

$$U_{mk} = \frac{2U_m}{q} \left| \frac{\sin x}{x} \right| = \frac{2U_m}{q} |Sa(x)|$$

$$x = \frac{k\pi}{q} = k\Omega \frac{\tau_u}{2}$$

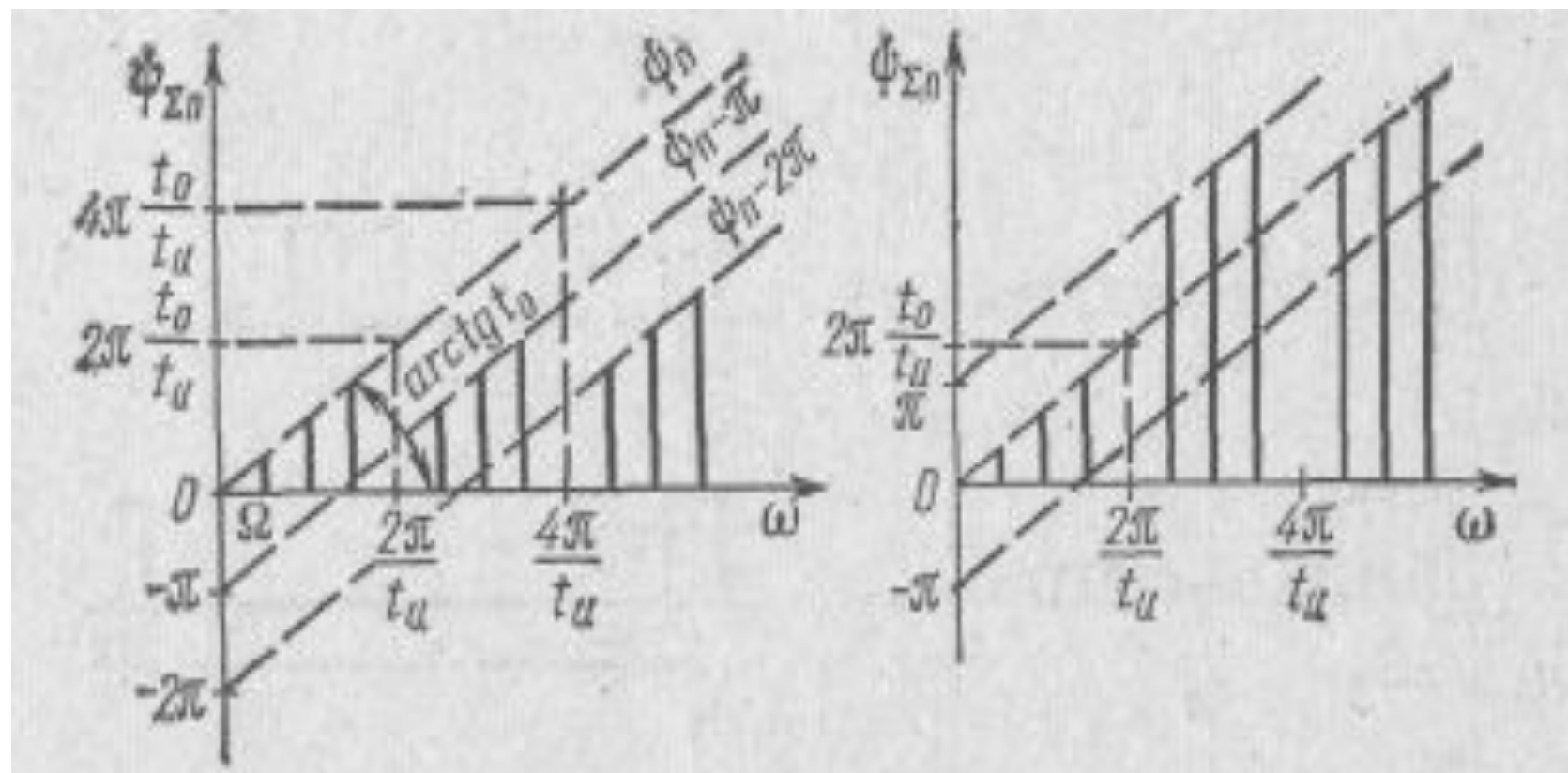




## 4.2. Фазо-частотный спектр

Начальные фазы гармоник определяются как

$$\psi_k = k\Omega t_0 \pm (n - 1)\pi$$



- Отсюда следует, что огибающая ФЧС представляет собой прямую с углом наклона  $\alpha$ , зависящим от сдвига импульсов. Учет изменения от арки к арке фазы гармоник на  $\pi$  осуществляется соответствующим смещением этой прямой параллельно себе на  $\pi$  вверх или вниз.

Анализ полученных выражений позволяет сделать следующие выводы:

- 1. Постоянная составляющая и амплитуды всех гармоник пропорциональны амплитуде импульсов и уменьшаются с ростом их скважности, что физически объясняется уменьшением энергии в импульсе .



- 2. Амплитуды  $U_{mk}$  гармоник не зависят от сдвига импульсов во времени  $t_0$ , а зависят лишь от их длительности (скважности).

- 3. Начальные фазы гармоник зависят лишь от сдвига импульсов и не зависят от их амплитуды и длительности, т. е. сдвиг сигнала во времени не влияет на его АЧС, а изменяет только ФЧС.

- 4. Распределение амплитуд гармоник по величине подчиняется закону арочного синуса. Такая функция имеет арочную структуру и определяет появление перед амплитудами знака плюс или минус, что соответствует изменению от арки к арке фазы гармоник на  $\pm\pi$ .

- 5. Спектральные линии находятся друг от друга на одинаковом расстоянии, равном частоте следования импульсов  $\Omega$ .

- 6. Распределение спектральных линий по высоте определяется огибающей спектра, характер которой зависит от формы сигнала.

- **Завдання на самостійну роботу**
- 1. Відпрацювати навчальні питання лекції .
- 2. Спектри периодической последовательности прямоугольных радиоимпульсов (Карташов, с.307-310).
- 3. Підготуватися до практичного заняття № 12 – «Розрахунок спектрів періодичних сигналів».