

Проект по математике

«Уравнение представляет собой наиболее серьёзную и важную вещь в математике».

тема:

Лодж О.

«Квадратные уравнения»

Составил: учитель математики МКОУ «Синелипяговская СОШ»
Нижнедевицкий муниципальный район
Воронежская область
Дедова Татьяна Викторовна
2012 год

КРАТКАЯ АННОТАЦИЯ ПРОЕКТА.

Проект разработан с использованием ИКТ и элементами модульной педагогической технологии. Он может быть проведен с учащимися 8-9 классов. Проект охватывает изучение тем: «Квадратное уравнение и его корни», « Формула корней квадратного уравнения» .

Основная цель - создать такую систему, которая бы обеспечивала бы образовательные потребности каждого ученика в соответствии с его склонностями, интересами и возможностями.

Данный проект формирует понятия квадратного уравнения, умение решать неполные квадратные уравнения, умение применять формулу корней квадратного уравнения. Знакомит учащихся с методом выделения полного квадрата, с формулой корней приведенного квадратного уравнения, формула корней квадратного уравнения со вторым четным коэффициентом., а также рассмотрены некоторые нестандартные приемы решения квадратных уравнений.

При проведении проекта с опорой на формирующее оценивание учитель помогает ученикам в развитии их навыков решению квадратных уравнений разными способами, организует самостоятельные исследования по учебной теме.

План оценивания в ходе проекта направлен на реализацию деятельного подхода в обучении, в центре внимания учебные потребности ребенка, развитие навыков самоуправления обучением, самооценивание, взаимное оценивание.

СОДЕРЖАНИЕ.

- 1. Аннотация проекта.*
- 2. Цели.*
- 3. Ожидаемые результаты.*
- 4. Вопросы, направляющие проект.*
 - 4.1 Основополагающий вопрос;*
 - 4.2 Проблемные вопросы;*
 - 4.3 Учебные вопросы.*
- 5. Теоретический материал.*
- 6. Дидактический материал.*
- 7. Критерии оценивания.*
- 8. Литература.*

Цели:

Изучив этот проект, учащиеся должны:

Знать, что такое квадратное уравнение, неполное квадратное уравнение, приведенное квадратное уравнение; формулы дискриминанта и корней квадратного уравнения, теорему Виета и обратную ей.

Уметь решать квадратные уравнения выделением квадрата двучлена, решать квадратные уравнения по формуле, решать неполные квадратные уравнения, решать квадратные уравнения с помощью теоремы, обратной теореме Виета, использовать теорему Виета для нахождения коэффициентов и свободного члена квадратного уравнения.

Ожидаемые результаты обучения:

После завершения проекта учащиеся смогут:

Решать квадратные уравнения различными способами

Вопросы, направляющие проект

Основополагающий вопрос:

Решение квадратных уравнений.

Проблемные вопросы: Какими способами можно решать квадратные уравнения?

Учебные вопросы:

1. Что такое квадратное уравнение?
2. Какие существуют виды квадратных уравнений?
3. Что называется дискриминантом квадратного уравнения?
4. От чего зависит количество корней квадратного уравнения?
5. Каковы формулы для нахождения корней квадратного уравнения?
6. Как формулируется теорема Виета?

Определение квадратного уравнения, его

виды

Квадратным уравнением называется уравнение вида

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

где x - переменная, a, b и c -некоторые числа,

причем, $a \neq 0$.

Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ хотя бы один из коэффициентов b или c равен нулю, то такое уравнение называют **неполным квадратным уравнением**. Неполные квадратные уравнения

бывают трёх видов:

- 1) $ax^2 + c = 0$, где $c \neq 0$;

- 2) $ax^2 + bx = 0$, где $b \neq 0$;

- 3) $ax^2 = 0$.

Приведённым называют квадратное уравнение, в котором старший коэффициент равен единице. Такое уравнение может быть получено делением всего выражения на старший коэффициент a :

$$x^2 + px + q = 0 \quad p = \frac{b}{a}, \quad q = \frac{c}{a}.$$

Различные способы решения квадратных уравнений.

1) Разложение левой части уравнения на множители.

Решим уравнение $x^2 + 10x - 24 = 0$.

Разложим левую часть уравнения на множители:

$$x^2 + 10x - 24 = x^2 + 12x - 2x - 24 = x(x + 12) - 2(x + 12) = (x + 12)(x - 2).$$

Следовательно, уравнение можно переписать так:

$$(x + 12)(x - 2) = 0.$$

Так как произведение равно нулю, то по крайней мере один из его множителей равен нулю. Поэтому левая часть уравнения обращается в нуль при $x = 2$, а также при $x = -12$. это означает, что числа 2 и -12 являются корнями уравнения $x^2 + 10x - 24 = 0$.

2) Метод выделения полного квадрата

Решим уравнение $x^2 + 6x - 7 = 0$

Выделим в левой части полный квадрат. Для этого запишем выражение

$x^2 + 6x$ в следующем виде: $x^2 + 6x = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3.$

В полученном выражении первое слагаемое – квадрат числа x , а второе – удвоенное произведение x на 3. поэтому чтобы получить полный квадрат, нужно прибавить 3^2 , так как

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = (x + 3)^2.$$

Преобразуем теперь левую часть уравнения

$$x^2 + 6x - 7 = 0,$$

прибавляя к ней и вычитая 3^2 . Имеем:

$$x^2 + 6x - 7 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 - 3^2 - 7 = (x + 3)^2 - 9 - 7 = (x + 3)^2 - 16.$$

Таким образом, данное уравнение можно записать так:

$$(x + 3)^2 - 16 = 0, \text{ т.е. } (x + 3)^2 = 16.$$

Следовательно, $x + 3 = 4$, $x_1 = 1$, или $x + 3 = -4$, $x_2 = -7$.

Решение неполных квадратных уравнений.

1. Если $ax^2 = 0$. Уравнения такого вида решаются по алгоритму:

1) найти x^2 ;

2) найти x .

Например, $5x^2 = 0$. Разделив обе части уравнения на 5 получается:

$x^2 = 0$, откуда $x = 0$.

2. Если $ax^2 + c = 0$, $c \neq 0$ Уравнения данного вида решаются по алгоритму:

1) перенести слагаемые в правую часть;

2) найти все числа, квадраты которых равны числу c .

Например, $x^2 - 5 = 0$, $x^2 = 5$. Следовательно, надо найти все числа, квадраты которых равны числу 5. Таких чисел только два и - $\sqrt{5}$

Таким образом, уравнение $x^2 - 5 = 0$ имеет два корня: $x_1 = \sqrt{5}$, $x_2 = -\sqrt{5}$

и других корней не имеет.

3. Если $ax^2 + bx = 0$, $b \neq 0$. Уравнения такого вида решаются по алгоритму:

1) вынести общий множитель за скобки;

2) найти x_1, x_2 .

Например, $x^2 - 3x = 0$. Перепишем уравнение $x^2 - 3x = 0$ в виде

$x(x - 3) = 0$. Это уравнение имеет, очевидно, корни $x_1 = 0$, $x_2 = 3$. Других корней оно не имеет, ибо если в него подставить вместо x любое число, отличное от нуля и 3, то в левой части уравнения $x(x - 3) = 0$ получится число, не равное нулю.

Вывод:

1) если уравнение имеет вид $ax^2 = 0$, то оно имеет один корень x

2) если уравнение имеет вид $ax^2 + bx = 0$, то используется метод разложения на множители: $x(ax + b) = 0$; значит, либо $x = 0$, либо $ax + b = 0$. В итоге получается два корня: $x_1 = 0$; $x_2 = -\frac{b}{a}$;

3) если уравнение имеет вид $ax^2 + c = 0$, то его преобразуют к виду $ax^2 = -c$ и далее $x^2 = -\frac{c}{a}$. В случае, когда $-\frac{c}{a} < 0$, уравнение $x^2 = -\frac{c}{a}$ не имеет корней (значит, не имеет корней и исходное уравнение $ax^2 + c = 0$).

В случае, когда $-\frac{c}{a} > 0$, т.е.

$-\frac{c}{a} = m$,
где $m > 0$, уравнение $x^2 = m$ имеет два корня

$$x_1 = \sqrt{m} \quad x_2 = -\sqrt{m}$$

Таким образом, неполное квадратное уравнение может иметь два корня, один корень, ни одного корня.

Решение полных квадратных уравнений

$ax^2 + bx + c = 0$, где a, b, c – заданные числа, $a \neq 0$, x – неизвестное.

Рассматриваются следующие случаи решения полных квадратных уравнений: $D < 0$, $D = 0$, $D > 0$.

1. Если $D < 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет действительных корней.

Например, $2x^2 + 4x + 7 = 0$.

Решение: здесь $a = 2$, $b = 4$, $c = 7$.

$$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 16 - 56 = -40.$$

Так как $D < 0$, то данное квадратное уравнение не имеет корней.

2. Если $D = 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет один корень, который

находится по формуле
$$x = -\frac{b}{2a}$$

Например, $4x^2 - 20x + 25 = 0$. Решение: $a = 4$, $b = -20$, $c = 25$.

$$D = b^2 - 4ac = (-20)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 25 = 400 - 400 = 0.$$

Так как $D = 0$, то данное уравнение имеет один корень. Этот корень находится по формуле
$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$x = \frac{20}{2 \cdot 4} = 2,5.$$

3. Если $D > 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два корня, которые находятся по формулам:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \quad ; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \quad (1)$$

Например, $3x^2 + 8x - 11 = 0$. Решение: $a = 3$, $b = 8$, $c = -11$. $D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-11) = 64 + 132 = 196$.

Так как $D > 0$, то данное квадратное уравнение имеет два корня. Эти корни находятся по формулам:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 + \sqrt{196}}{2 \cdot 3} = 1; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 - \sqrt{196}}{2 \cdot 3} = -\frac{11}{3}$$

Вывод:

Если $D < 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет корней.

Если $D = 0$, то квадратное уравнение имеет один корень,

который находится по формуле $x = -\frac{b}{2a}$.

Если $D > 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два корня

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} ; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} .$$

Решение приведенных квадратных уравнений

Теорема Виета. Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Иначе говоря, если x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, то

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ x_1 x_2 = q. \end{cases}$$

Теорема, обратная теореме Виета. Если для чисел x_1, x_2, p, q справедливы формулы то x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$.

а) Если свободный член q

приведенного квадратного уравнения положителен ($q > 0$), то уравнение имеет два одинаковых по знаку корня и это зависит от второго коэффициента p .

Если $p > 0$, то оба корня отрицательные, если $p < 0$, то оба корня положительные.

б) Если свободный член q

приведенного квадратного уравнения отрицателен ($q < 0$), то уравнение имеет два различных по знаку корня, причем больший по модулю корень будет положителен, если $p < 0$, или отрицателен, если $p > 0$.

Метод переброски.

Рассмотрим полное квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$; (1)

Для его решения мы вначале используем формулу дискриминанта: $D = b^2 - 4ac$ и если $D > 0$, то с помощью формул корней полного квадратного уравнения находим x_1 и x_2 :

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Теперь рассмотрим другое полное приведенное квадратное уравнение

$$y^2 + by + ac = 0. \quad (2)$$

Первый коэффициент у этого уравнения равен 1, а второй коэффициент равен b и совпадает со вторым коэффициентом уравнения (1). Свободный член уравнения (2) равен ac и получен как произведение первого коэффициента и свободного члена уравнения (1) (то есть можно сказать, что a «перебросилось» к c).

Найдем дискриминант и корни квадратного уравнения (2): $D = b^2 - 4ac$, т.о. он полностью совпадает с дискриминантом уравнения (1). Корни уравнения (2): $y_{1,2} = (-b \pm \sqrt{D}) / 2$.

Если теперь корни $x_{1,2}$ сравнить с корнями $y_{1,2}$, то легко видеть, что корни уравнения (1) можно получить из корней уравнения (2) делением на a .

Теперь рассмотрим примеры, в которых очень удобно пользоваться приведенным выше методом «переброски».

Пример 1.

Решить уравнение $6x^2 - 7x - 3 = 0$.

Решение.

Выполним «переброску» и решим новое уравнение с помощью теоремы Виета:

$$y^2 - 7y - 3 \cdot 6 = 0;$$

$$y^2 - 7y - 18 = 0.$$

По теореме Виета $y_1 = 9$; $y_2 = -2$.

Теперь вернемся к переменной x . Для этого разделим полученные результаты $y_{1,2}$ на первый коэффициент исходного уравнения, т.е. на 6. Получим:

$$x_1 = 9/6; \quad x_2 = -2/6.$$

После сокращения будем иметь $x_1 = 1,5$; $x_2 = -1/3$.

Ответ: -1/3; 1,5.

Свойства коэффициентов квадратного уравнения.

А. Пусть дано квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$.

1. Если $a + b + c = 0$ (т.е. сумма коэффициентов уравнения равна нулю),

то $x_1 = 1, x_2 = -\frac{c}{a}$

2. Если $a - b + c = 0$, или $b = a + c$, то $x_1 = -1, x_2 = \frac{c}{a}$

Решим уравнение $345x^2 - 137x - 208 = 0$.

Решение. Так как $a + b + c = 0$ ($345 - 137 - 208 = 0$), то $x_1 = 1, x_2 = -\frac{208}{345}$

Ответ: $1; -\frac{208}{345}$

Решим уравнение $132x^2 + 247x + 115 = 0$

Решение. Т. к. $a - b + c = 0$ ($132 - 247 + 115 = 0$), то

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{115}{132}$$

Ответ: $-1; -\frac{115}{132}$

Б. Если второй коэффициент $b = 2k$ – четное число, то $D = k^2 - ac$ и формулу корней

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{можно записать в виде} \quad x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

Решим уравнение $3x^2 - 14x + 16 = 0$.

Решение. Имеем: $a = 3$, $b = -14$, $c = 16$, $k = -7$;

$D = k^2 - ac = (-7)^2 - 3 \cdot 16 = 49 - 48 = 1$, $D > 0$, два различных корня;

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{D}}{a} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{3} = \frac{7 \pm 1}{3}; x_1 = 2, x_2 = \frac{8}{3}.$$

Ответ: 2; $\frac{8}{3}$

Графическое решение квадратного уравнения

Если в уравнении $x^2 + px + q = 0$
перенести второй и третий члены в правую часть, то получим
 $x^2 = -px - q$.

Построим графики зависимостей $y = x^2$ и $y = -px - q$.

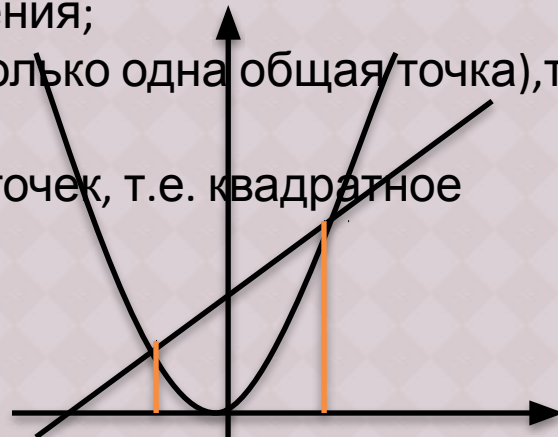
График первой зависимости – **парабола**, проходящая через начало координат.

График второй зависимости – **прямая**.

Возможны следующие случаи: прямая и парабола могут пересекаться в двух точках, абсциссы точек пересечения являются корнями квадратного уравнения;

- прямая и парабола могут касаться (только одна общая точка), т.е. уравнение имеет одно решение;

- прямая и парабола не имеют общих точек, т.е. квадратное уравнение не имеет корней.



Решим графически уравнение $x^2 - 3x - 4 = 0$.

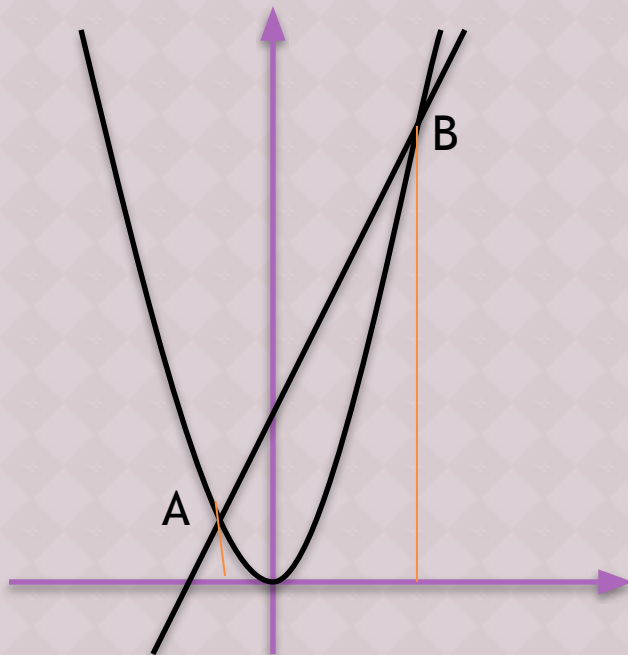
Решение. Запишем уравнение в виде

$$x^2 = 3x + 4$$

Построим параболу $y = x^2$ и прямую $y = 3x + 4$.

Прямую $y = 3x + 4$ можно построить по двум точкам $M(0;4)$ и $N(3;13)$.

Прямая и парабола пересекаются в двух точках A и B с абсциссами $x_1 = -1$ и $x_2 = 4$.



Решение квадратных уравнений с помощью номограммы

Это старый и незаслуженно забытый способ решения квадратных уравнений, помещенный на с.83 (см. *Брадис В.М. Четырехзначные математические таблицы. – М., Просвещение, 1990*).

Таблица XXII. Номограмма для решения уравнения $z^2 + pz + q = 0$. Эта номограмма позволяет, не решая квадратного уравнения, по его коэффициентам определить корни уравнения.

Криволинейная шкала номограммы построена по формулам:

$$OB = \frac{1}{1+z}, \quad AB = \frac{1}{1+z}.$$

Полагая $OC = p$, $ED = q$, $OE = a$ (все в см), из подобия треугольников CAH и CDF получим пропорцию

$$\frac{p-q}{p-AB} = \frac{a}{OB}$$

откуда после подстановок и упрощений вытекает уравнение $z^2 + pz + q = 0$,

причем буква z означает метку любой точки криволинейной шкалы.

1. Для уравнения

$$z^2 - 9z + 8 = 0.$$

Номограмма дает корни

$$z_1 = 8, 0 \text{ и } z_2 = 1, 0 \text{ (рис. 12).}$$

2. Решим с помощью

$$\text{номограммы уравнение } 2z^2 - 9z + 2 = 0.$$

Разделим коэффициенты этого уравнения на 2, получим уравнение

$$z^2 - 4,5z + 1 = 0.$$

Номограмма дает корни $z_1 = 4$ и $z_2 = 0,5$.

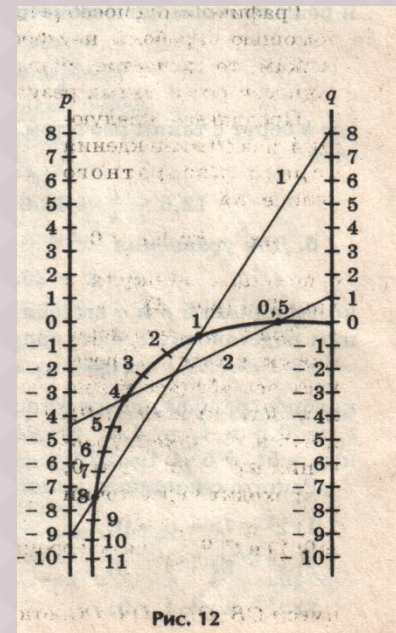


Рис. 12

Геометрический способ решения квадратных уравнений.

В древности, когда геометрия была более развита, чем алгебра, квадратные уравнения решали не алгебраически, а геометрически. Приведем ставший знаменитым пример из «Алгебры» ал-Хорезми.

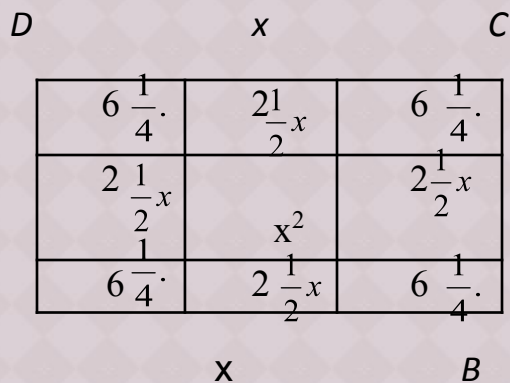
Примеры

Решим уравнение $x^2 + 10x = 39$.

В оригинале эта задача формулируется следующим образом: «Квадрат и десять корней равны 39».

Решение. Рассмотрим квадрат со стороной x , на его сторонах строятся прямоугольники так, что другая сторона каждого, ¹/₂ ~~изначально~~ ¹/₂, площадь каждого равна $\frac{1}{2}x$.

Полученную фигуру дополняют затем до нового квадрата $ABCD$, достраивая в углах четыре равных квадрата, сторона ¹/₂ каждого ¹/₄ площади $\frac{1}{4}$.



Площадь S квадрата $ABCD$ можно представить как сумму площадей: первоначального квадрата x^2 , четырех прямоугольников $(4 \cdot 2\frac{1}{2}x = 10x)$

и четырех пристроенных квадратов $(6\frac{1}{4} \cdot 4 = 25)$, т.е.

$S = x^2 + 10x = 39$. Заменяя $x^2 + 10x$ числом 39, получим что $S = 39 + 25 = 64$, откуда следует, что сторона квадрата $ABCD$, т.е. отрезок $AB = 8$. Для искомой стороны x первоначального

квадрата получим $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x = 23$

уравнение

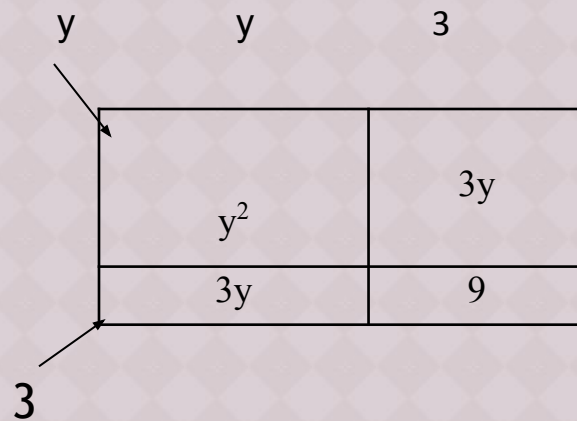
$$y^2 + 6y - 16 = 0.$$

Решение представлено на рис., где

$$y^2 + 6y = 16, \text{ или } y^2 + 6y + 9 = 16 + 9.$$

Решение. Выражения $y^2 + 6y - 16 + 9 - 9 = 0$ – одно и то же уравнение. Откуда и получаем, что $y + 3 = \pm 5$, или $y_1 = 2$,

$$y_2 = -8.$$



Дидактический материал к работе.

1. Решите квадратное уравнение, разлагая его левую часть на множители:

а) $x^2 - x = 0$;

б) $x^2 + 2x = 0$;

в) $3x^2 - 3x = 0$;

г) $x^2 - 81 = 0$;

д) $4x^2 - \frac{1}{144} = 0$;

е) $x^2 - 4x + 4 = 0$;

ж) $x^2 + 6x + 9 = 0$;

з) $x^2 + 4x + 3 = 0$;

и) $x^2 + 2x - 3 = 0$.

2. Решите уравнения по формуле:

а) $2x^2 - 5x + 2 = 0$

= 0

б) $6x^2 + 5x + 1 = 0$

0,9 = 0

в) $3x^2 - 7x - 1 = 0$

0

г) $4x^2 - 12x + 9$

д) $10x^2 - 6x +$

е) $2x^2 - 3x + 2 =$

3. Не решая квадратного уравнения, определите знаки его корня:

1) $x^2 - 2x - 15 = 0$

2) $x^2 + 2x - 8 = 0$

3) $x^2 + 10x + 9 = 0$

4) $x^2 - 12x + 35 = 0$

5) $3x^2 + 14x + 16 = 0$

6) $x^2 - 5x + 6 = 0$

7) $x^2 - 2x + 1 = 0$

8) $x^2 + 4x + 4 = 0$

9) $x^2 - 6x + 9 = 0$

10) $4x^2 + 7x - 2 = 0$

11) $5x^2 - 9x - 2 = 0$

12) $x^2 - 11x + 15 = 0$

4. Решите уравнения, используя метод «переборки»:

1) $2x^2 - 9x + 9 = 0$

2) $10x^2 - 11x + 3 = 0$

3) $3x^2 + 11x + 6 = 0$

4) $4x^2 + 12x + 5 = 0$

5) $3x^2 + x - 4 = 0$

6) $5x^2 - 11x + 6 = 0$

7) $2x^2 + x - 10 = 0$

8) $6x^2 + 5x - 6 = 0$

5. Решите уравнения, используя свойства коэффициентов:

1) $5x^2 - 7x + 2 = 0$

2) $3x^2 + 5x - 8 = 0$

3) $11x^2 + 25x - 36 = 0$

4) $11x^2 + 27x + 16 = 0$

5) $839x^2 - 448x - 391 = 0$

6) $939x^2 + 978x + 39 = 0$

7) $313x^2 + 326x + 13 = 0$

8) $2006x^2 - 2007x + 1 = 0$

6. Решите уравнения по формуле четного коэффициента:

1) $4x^2 - 36x + 77 = 0$

2) $15x^2 - 22x - 37 = 0$

3) $4x^2 + 20x + 25 = 0$

4) $9x^2 - 12x + 4 = 0$

7. Решите приведенные квадратные уравнения по формуле:

1) $x^2 - 8x - 9 = 0$

3) $x^2 + 18x + 81 = 0$

2) $x^2 + 6x - 40 = 0$

4) $x^2 - 56x + 64 = 0$

8. Решите графически уравнения:

1) $x^2 - x - 6 = 0;$

4) $x^2 - 2x - 3 = 0;$

2) $x^2 - 4x + 4 = 0;$

5) $x^2 + 2x - 3 = 0;$

3) $x^2 + 4x + 6 = 0;$

6) $4x^2 - 4x - 1 = 0.$

9. Решите с помощью номограммы уравнения:

1) $z^2 - 7z + 6 = 0;$

4) $z^2 - z - 6 = 0;$

2) $z^2 + 5z + 4 = 0;$

5) $z^2 - 11z + 18 = 0;$

3) $z^2 - 4z + 4 = 0;$

6) $z^2 - 2z + 3 = 0.$

Критерии оценивания

Формы оценивания:

промежуточное (формирующее) оценивание:

- самооценка, взаимооценка участников проекта своей деятельности для выявления потребности в необходимой или дополнительной информации; процесса в понимании теоретического материала.

Способы оценивания :

тесты, проверочные работы, самостоятельные работы, подготовленные учителем и соответствующие учебной программе и стандарту (Раздаточный материал, дидактический материал).

Итоговое оценивание:

- оценка содержания итогового материала, его соответствие стандарту и учебной программе;
- оценка навыков совместной деятельности (групповой) и индивидуальной;
- оценка навыков мышления (достигнута цель).

Литература:

- 1. Ю.Н Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворов. Под ред. С.А. Теляковского. Алгебра: Учебник для 8 класса- изд.- М.: Просвещение, 2010.*
- 2. Жохов В.И., Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Дидиктические материалы по алгебре для 8 класса.- 15 изд.- М.: Просвещение, 2010.*
- 3. Энциклопедический словарь юного математика. А.П. Савин-М: Педагогика, 1985-*
- 4. Бродис В. М. Четырехзначные математические таблицы для средней школы. – М., Просвещение, 1990*
- 5. <http://www.uchportal.ru/load/27-1-0-29503>
http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%F0%D0%F2%ED%EE%E5_%F3%F0%D0%ED%E5%ED%E8%E5
<http://www.egesdam.ru/page221.html>*
- 6. Математика. Алгебра. Функции. Анализ данных. 8 класс: Учебник для общеобразовательных учреждений / Г. В. Дорофеев и др. – М.: Дрофа, 2004*
- 7. Гусев В. А., Мордкович А. Г. Математика: Справочные материалы: Книга для учащихся. – М.: Просвещение, 1988*
- 8. Глейзер Г. И. История математики в школе. – М.: Просвещение, 1982*

Номогра́мма (греч. νομοσ — закон) — графическое представление функции от нескольких переменных, позволяющее с помощью простых геометрических операций (например, прикладывания линейки) исследовать функциональные зависимости без вычислений. Например, решать квадратное уравнение без применения формул