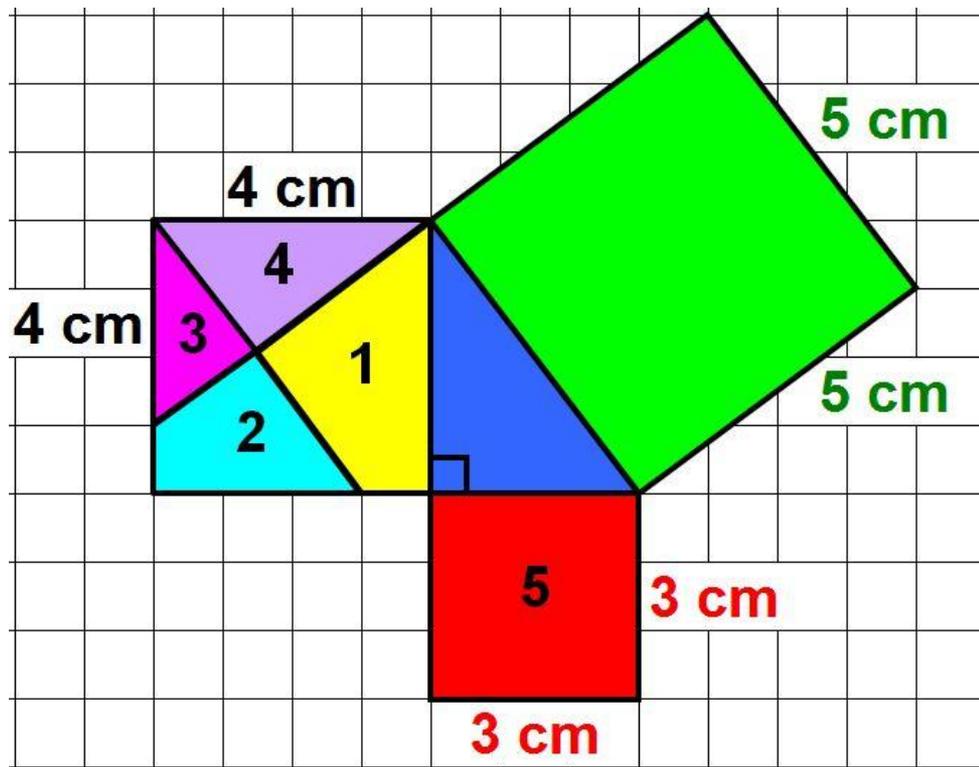


Разные доказательства теоремы Пифагора

Презентацию подготовили Замотина Яна и
Кравченко Юлия ученицы 8 класс «Г»

1. Геометрическая формулировка

- В прямоугольном треугольнике площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.



2. Алгебраический метод доказательства

- Площадь данного прямоугольного треугольника, $\frac{1}{2}ab$, одной стороны, равна с другой $\frac{1}{2}pr$, где p – полупериметр треугольника, r – радиус вписанной в него окружности. Имеем: $\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}pr = \frac{1}{2}(a + b + c) \cdot \frac{1}{2}(a + b - c)$, откуда следует, что $c^2 = a^2 + b^2$.

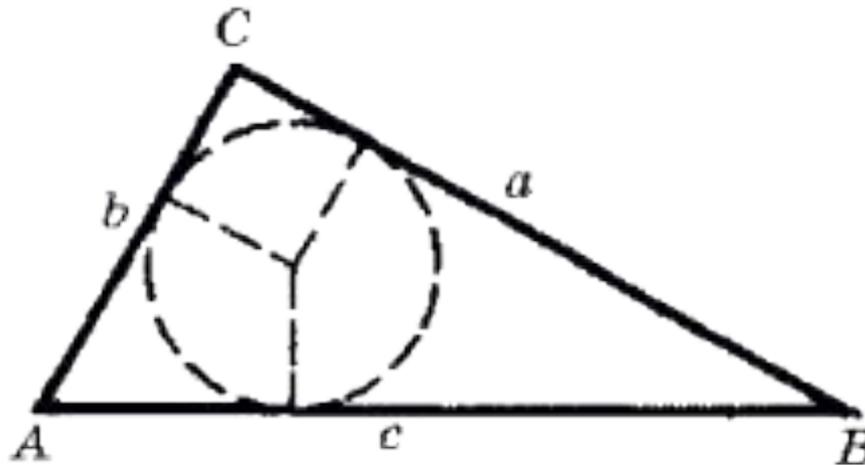
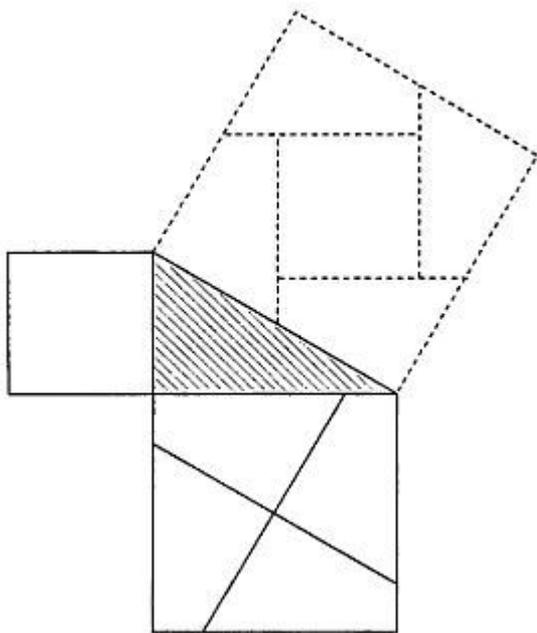


Рис. 14

3. Доказательство Евклида

Дано:



- Евклид доказывал, что половина площади квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме половин площадей квадратов, построенных на катетах, а тогда площади большого и двух малых квадратов равны.

Доказать: Что площадь квадрата, построенного на гипотенузе, складывается из площадей квадратов, построенных на катетах.

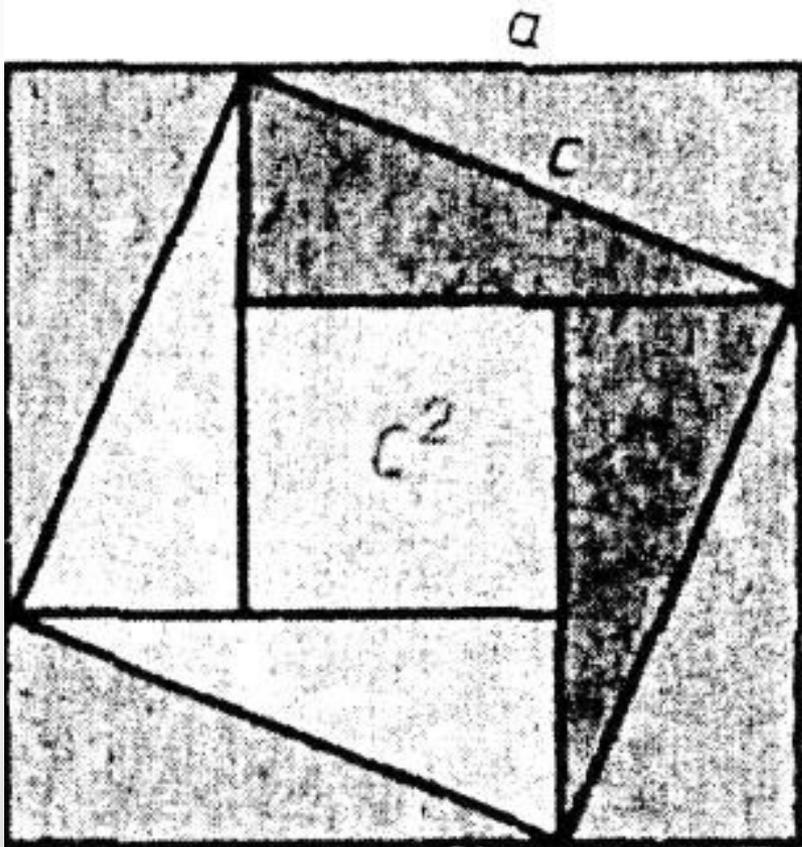
3. Доказательство Евклида

- Рассмотрим чертёж => построены квадраты на сторонах прямоугольного треугольника и провели из вершины прямого угла C луч $S \perp$ гипотенузе AB и пересекает квадрат $ABIK$, построенный на гипотенузе, на два прямоугольника $BHJI$ и $HKAJ$ => площади данных прямоугольников равны площадям квадратов, построенных на соответствующих катетах.
- Рассмотрим квадрат $DECA$ и прямоугольник $AHJK$ => Площадь треугольника с той же высотой и основанием, что и данный прямоугольник, равна половине площади заданного прямоугольника. Это следствие определения площади треугольника как половины произведения основания на высоту => площадь треугольника ACK равна площади треугольника AHK (не изображённого на рисунке), которая, в свою очередь, равна половине площади прямоугольника $AHJK$.
- Рассмотрим треугольник ACK и квадрат $DECA$ => $ACK = BDA$ (по 1 признаку) => $AB = AK$, $AD = AC$
- Рассмотрим CAK и BAD => повернём треугольник CAK на 90° против часовой стрелки, тогда очевидно, что соответствующие стороны двух рассматриваемых треугольников совпадут (ввиду того, что угол при вершине квадрата — 90°).
- Равенство площадей квадрата $BCFG$ и прямоугольника $BHJI$ доказывается точно также.
- Тем самым мы доказали, что площадь квадрата, построенного на гипотенузе, складывается из площадей квадратов, построенных на катетах
-

4. Древнекитайское

доказательство:

- Дано: Четыре равных прямоугольных треугольника с катетами a , b и гипотенузой c . Эти треугольники уложены так, что их внешний контур образует квадрат со стороной $a+b$, а внутренний — квадрат со стороной c , построенный на

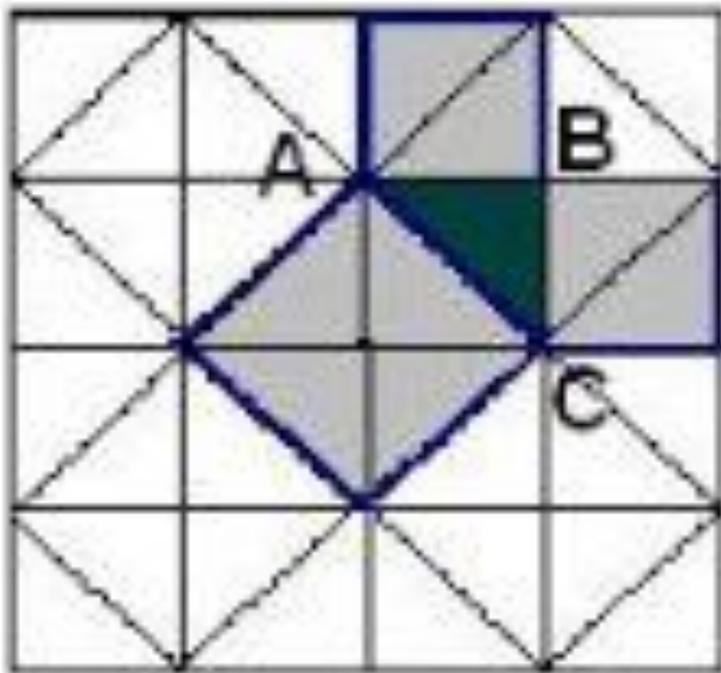


ставшаяся пустота, с одной стороны, a^2+b^2 , т.е. $c^2=a^2+b^2$.

• Четыре прямоугольных треугольника с катетами a и b и гипотенузой c уложены так, что их внешний контур образует квадрат со стороной $a+b$, а внутренний — квадрат со стороной c , построенный на гипотенузе;
• Четыре треугольника более темного цвета в

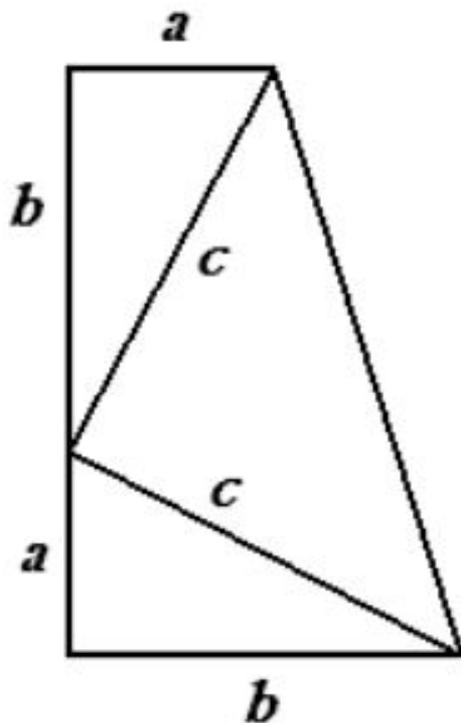
ставшаяся "пустота" с одной стороны a^2+b^2 значит $a^2+b^2=c^2$

5. Простейшее доказательство



- «Квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равновелик сумме квадратов, построенных на его катетах». Простейшее доказательство теоремы получается в простейшем случае равнобедренного прямоугольного треугольника. Посмотреть на мозаику равнобедренных прямоугольных треугольников, чтобы убедиться в справедливости теоремы. Например, для треугольника ABC: квадрат, построенный на гипотенузе AC, содержит 4 исходных треугольника, а квадраты, построенные на катетах, – по 2. Теорема доказана

6. Доказательство Дж. Гардфилда (1882 г.)



- Площадь рассматриваемой трапеции находится как произведение полусуммы оснований $\frac{a+b}{2} \cdot (a+b)$ на высоту
- $S =$
- С другой стороны, площадь трапеции равна сумме площадей полученных треугольников:
$$\frac{ab}{2} \cdot 2 + \frac{c^2}{2}$$
- $S =$
- Приравнявая данные выражения, получаем:
- или $c^2 = a^2 + b^2$

Конец

