

ИТОГОВОЕ
ПОВТОРЕНИЕ ПО КУРСУ
«АЛГЕБРА И НАЧАЛА
АНАЛИЗА»
10 КЛАСС
I ПОЛУГОДИЕ.

ОСНОВНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

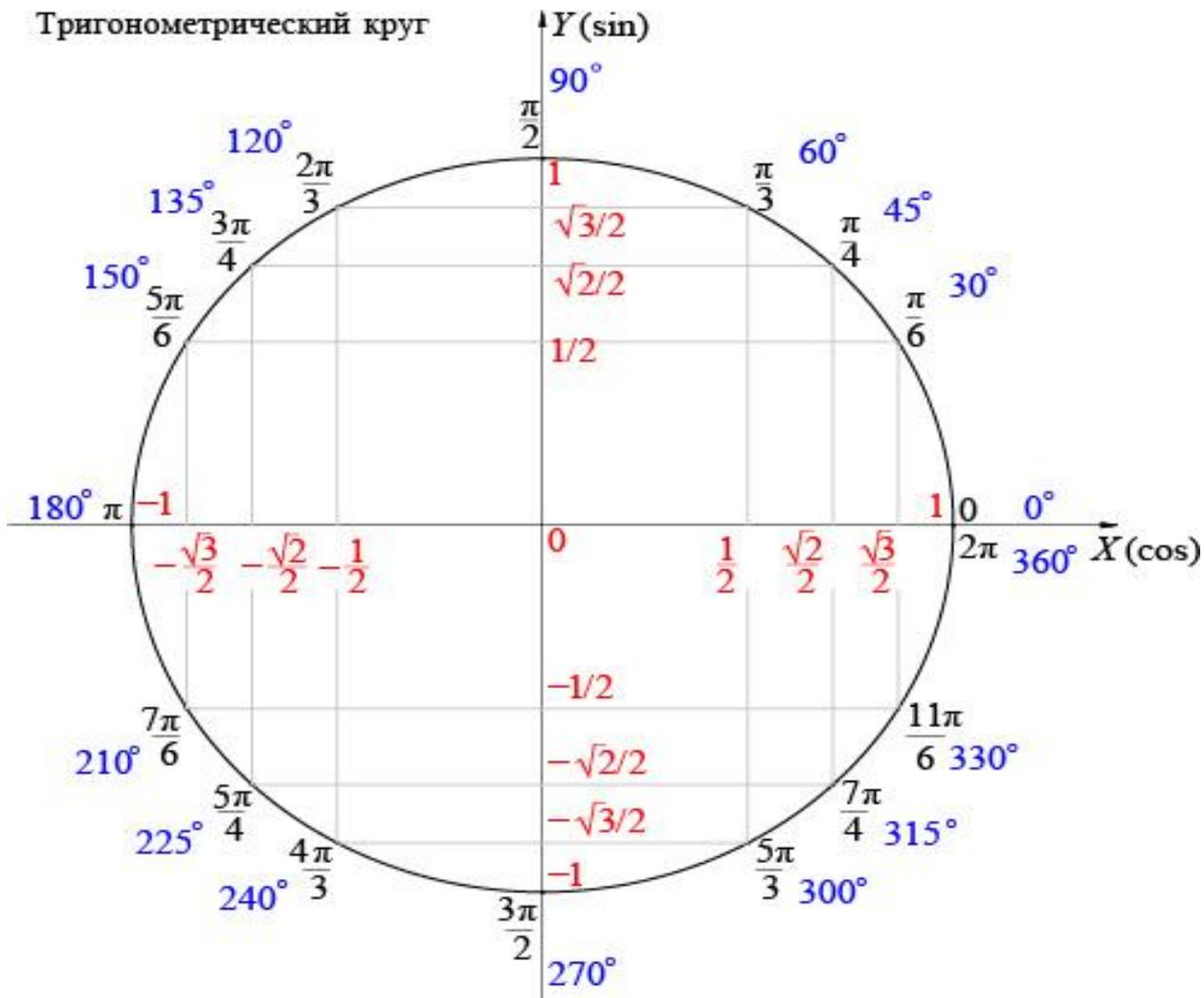
$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

α	0° (0 рад)	30° ($\pi/6$)	45° ($\pi/4$)	60° ($\pi/3$)	90° ($\pi/2$)	180° (π)	270° ($3\pi/2$)	360° (2π)
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	\emptyset	0	\emptyset	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	\emptyset	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	\emptyset	0	\emptyset

Тригонометрический круг



УПРОСТИТЕ ВЫРАЖЕНИЯ

$$\odot \text{ а) } \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha - 1} = -1 - \cos \alpha$$

$$\odot \text{ б) } \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha + 1} = 1 - \sin \alpha$$

$$\odot \text{ в) } 1 - \sin^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha$$

$$\odot \text{ г) } \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\odot \text{ д) } (1 - \cos^2 \alpha) \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 - \operatorname{tg}^2 \alpha = \cos^2 \alpha$$

ВЫЧИСЛИТЕ

$$\odot \text{ а) } \frac{\sin \frac{\pi}{4} - \cos \pi - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}}{2 \sin \frac{\pi}{6} - \sin \frac{3\pi}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\odot \text{ б) } \cos \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\odot \text{ в) } \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \cos(-\pi) + \sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 1$$

ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta}{1 + \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}{1 - \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta}$$

ВЫЧИСЛИТЕ

⊙ а) $\sin 105^\circ$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

⊙ б) $\cos 105^\circ$

$$= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$$

⊙ в) $\frac{3\operatorname{tg}87^\circ - 3\operatorname{tg}42^\circ}{1 + \operatorname{tg}87^\circ\operatorname{tg}42^\circ}$

$$= 3$$

УПРОСТИТЕ

⊙ а) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \frac{1}{2}\sin \alpha$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\cos \alpha$$

⊙ б) $\sin(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha)\cos(-\beta)$

$$= \cos \alpha \sin \beta$$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Функ- ции	Углы								
	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$270^\circ - \alpha$	$270^\circ + \alpha$	$360^\circ k - \alpha$	$360^\circ k + \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$+\cos \alpha$	$+\cos \alpha$	$+\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$+\sin \alpha$
cos	$+\cos \alpha$	$+\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$+\sin \alpha$	$+\cos \alpha$	$+\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$+\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$+\operatorname{tg} \alpha$	$+\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$+\operatorname{tg} \alpha$
ctg	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$+\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$+\operatorname{ctg} \alpha$	$+\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$+\operatorname{ctg} \alpha$

УПРОСТИТЕ ВЫРАЖЕНИЕ

$$\textcircled{a)} \quad \operatorname{tg}(\pi + \alpha) \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi + \alpha) \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos^2 \alpha$$

$$\textcircled{б)} \quad \operatorname{ctg}(\pi - \alpha) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - \operatorname{tg}(2\pi + \alpha) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\textcircled{в)} \quad \frac{\cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{tg}^2(\alpha - 2\pi)} + \frac{\cos^2(\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)} = 1$$

$$\textcircled{г)} \quad \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{3} \sin \frac{3\pi}{4} \operatorname{tg} \frac{5\pi}{6} \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{\sqrt{2}}{12}$$

$$\textcircled{д)} \quad \operatorname{tg} 225^\circ \cos 330^\circ \operatorname{ctg} 120^\circ \sin 240^\circ = 0,25$$

ФОРМУЛЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СУММЫ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ПРОИЗВЕДЕНИЕ

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}$$

$$\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta = \frac{\sin(\beta + \alpha)}{\sin\alpha \sin\beta}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\alpha \sin\beta}$$

$$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos\alpha \sin\beta}$$

$$\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta = -\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos\alpha \sin\beta}$$

УПРОСТИТЕ ВЫРАЖЕНИЕ

$$\textcircled{a)} \frac{\sin 2\alpha + \sin 6\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 6\alpha} = \operatorname{tg} 4\alpha$$

$$\textcircled{б)} \frac{\cos 2\alpha - \cos 4\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 4\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha \operatorname{tg} \alpha$$

$$\textcircled{в)} \frac{2 \sin 40^\circ + \cos 70^\circ}{\cos 20^\circ} = \sqrt{3}$$

$$\textcircled{г)} \frac{3 \cos 5^\circ}{\sin 35^\circ + \cos 65^\circ} = 3$$

$$\textcircled{д)} \frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \sin 7\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha + \cos 7\alpha} = \operatorname{tg} 4\alpha$$

$$\textcircled{е)} \frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$$

ФОРМУЛЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОИЗВЕДЕНИЯ В СУММУ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ.

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$$

УПРОСТИТЕ ВЫРАЖЕНИЕ

- а) $2 \sin \alpha \sin 2\alpha + \cos 3\alpha = \cos \alpha$
- б) $\sin \alpha - 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} - 15^\circ\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} + 15^\circ\right) = \frac{1}{2}$
- в) $2\sqrt{2} \left(\sin 83^\circ \sin 38^\circ - \frac{1}{2} \sin 31^\circ \right) = 1$
- г) $6\sqrt{2} \left(\sin 28^\circ \sin 17^\circ - \frac{1}{2} \sin 79^\circ \right) = -3$
- д) $2 \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) - \cos 2\alpha = \cos 2\beta$
- е) $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \cos 2\alpha$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$$

ФОРМУЛЫ ТРОЙНОГО УГЛА

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{ctg} 3\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^3 \alpha - 3 \operatorname{ctg} \alpha}{3 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$$

ФОРМУЛЫ ПОЛОВИННОГО УГЛА

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

ФОРМУЛЫ ПониЖЕНИЯ СТЕПЕНИ

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

УПРОСТИТЕ ВЫРАЖЕНИЕ

$$\odot \text{ а) } \frac{1 + \cos 4\alpha}{1 - \cos 4\alpha} - \operatorname{ctg}^2 2\alpha + 3 = 3$$

$$\odot \text{ б) } \frac{1 - \cos 8\alpha}{1 + \cos 8\alpha} - \operatorname{tg}^2 4\alpha + 2 = 2$$

$$\odot \text{ в) } \frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = 1$$

$$\odot \text{ г) } \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} = \sin 2\alpha$$

$$\odot \text{ д) } (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha) \sin 2\alpha = 2 \cos 2\alpha$$

$$\odot \text{ е) } \frac{\sin 2\alpha - 2 \sin \alpha}{\cos \alpha - 1} = 2 \sin \alpha$$

ВЫЧИСЛИТЕ

- ⊙ а) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- ⊙ б) $2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2}$
- ⊙ в) $\cos^4 \frac{5\pi}{12} - \sin^4 \frac{5\pi}{12} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ⊙ г) $\left(\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \right) \cdot \left(\cos^3 \frac{\pi}{12} + \sin^3 \frac{\pi}{12} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{8}$
- ⊙ д) $2 \cos^2(45^\circ - \alpha) - \sin 2\alpha = 1$

УПРОСТИТЕ ВЫРАЖЕНИЕ

$$\odot \text{ а) } \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\odot \text{ б) } \frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha$$

$$\odot \text{ в) } \operatorname{ctg} \alpha (1 - \cos 2\alpha) = \sin 2\alpha$$

$$\odot \text{ г) } \frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos^2 \alpha}{2(1 - \cos \alpha)} = \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\odot \text{ д) } \frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.

$$\sin x = a$$

$$\begin{cases} x = \arcsin a + 2\pi n, n \in Z \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in Z. \end{cases}$$

⊙ Частные случаи:

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi n, n \in Z$$

$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$\sin x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ

⊙ а) $\sin x = -\frac{1}{2}$

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

⊙ б) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

⊙ в) $\sin x = -3$

нет решения

⊙ г) $\sin(\pi - x) = 1$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.

$$\cos x = a$$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$$

⊙ Частные случаи:

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$$

$$\cos x = 1$$

$$x = 2\pi n, n \in Z$$

$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in Z$$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ

⊙ а) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

⊙ б) $\cos x = -\frac{1}{2}$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

⊙ в) $\cos(x - \pi) = 0$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

⊙ г) $\cos x = 2$

нет решения

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.

$$\operatorname{tg} x = a$$

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in Z$$

⊙ Частные случаи:

$$\operatorname{tg} x = 0$$

$$x = \pi n, n \in Z$$

$$\operatorname{tg} x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

$$\operatorname{tg} x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ

⊙ а) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

⊙ б) $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$x = -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

⊙ в) $\operatorname{tg}(-4x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$x = -\frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

⊙ г) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = -1$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.

$$\operatorname{ctgx} = a$$

$$x = \operatorname{arccctga} + \pi n, n \in Z$$

⊙ Частные случаи:

$$\operatorname{ctgx} = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$$

$$\operatorname{ctgx} = 1$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

$$\operatorname{ctgx} = -1$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ

⊙ а) $ctgx = \sqrt{3}$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

⊙ б) $ctgx = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$x = \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

⊙ в) $ctg\left(-\frac{x}{2}\right) = 1$

$$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

⊙ г) $ctg 3x = 0$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

⊙ Решите уравнения преобразовав их к квадратным

⊙ а) $3 \cos^2 x + 10 \cos x + 3 = 0$ $x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{3} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

⊙ б) $2 + \cos^2 x = 2 \sin x$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

⊙ в) $5 \sin^2 x + 4 \sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = 4$ $\left[\begin{array}{l} x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{5} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

⊙ г) $\operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x = 4$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \operatorname{arctg} 3 + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

⊙ д) $\operatorname{ctg}^2 x - (\sqrt{3} - 1) \operatorname{ctg} x - \sqrt{3} = 0$ $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

⊙ *Решите уравнения методом разложения на множители*

⊙ а) $\sqrt{3} \cos x = \sin^2 x \cos x$

⊙ б) $\sin 2x = \sqrt{2} \sin x$

⊙ в) $\cos 7x + \cos x = 0$

⊙ г) $\sin^2 x + \sin 2x = 1$

⊙ д) $\cos 3x = 1 + \cos 6x$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \arctg \frac{1}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \arctg \frac{1}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

⊙ *Решите уравнения, преобразовав их к однородным*

⊙ а) $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

⊙ б) $3 \sin x + 4 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$

$$x = -\operatorname{arctg} \frac{4}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

⊙ в) $6 \sin x \cos x = 5 \cos 2x$

$$x = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{5}{3} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

⊙ г) $\sin^2 x + 14 \sin x \cos x = 15 \cos^2 x$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = -\operatorname{arctg} 15 + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

⊙ д) $7 \sin^2 x + 4 \sin 2x = 7 \cos^2 x$

$$x = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{7}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

ПОДГОТОВКА К ЕГЭ

- ⦿ Задание: а) Решить уравнение
- ⦿ б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию.

⦿ 1. а) $\sqrt{3}\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right) \cdot \left(\cos\frac{x}{2} + \sin\frac{x}{2}\right) = \sin 2x,$ б) $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$

⦿ 2. а) $4\cos^2\frac{x}{2} - 1 = \sin x + \sin 2x,$ б) $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

⦿ 3. а) $3\sin^2 x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right),$ б) $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$

⦿ 4. а) $6\tg^2 x - \frac{13}{\cos x} + 12 = 0,$ б) $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$

⦿ 5. а) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) - \cos x = 0,$ б) $\left[-2\pi; \frac{\pi}{2}\right]$

⊙ 6.a) $3 \sin 2x + 13 \sin x - 9 = 0$,

б) $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \right]$

⊙ 7.a) $\cos x - 2 \sin 2x = 1 + 4 \cos \left(\frac{\pi}{2} + x \right)$,

б) $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \right]$

⊙ 8.a) $6 \cos 2x - 13 \sin x - 2 = 0$,

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{9\pi}{2} \right]$

⊙ 9.a) $6 \sin x \cos 2x + 4 = 8 \sin x + 3 \cos 2x$,

б) $[-2\pi; 0]$

⊙ 10.a) $(2 \cos x - 1) \sqrt{\sin \left(\frac{3\pi}{2} + x \right)} = 0$,

б) $[2\pi; 5\pi]$