2 лекци

Законы Кирхгофа

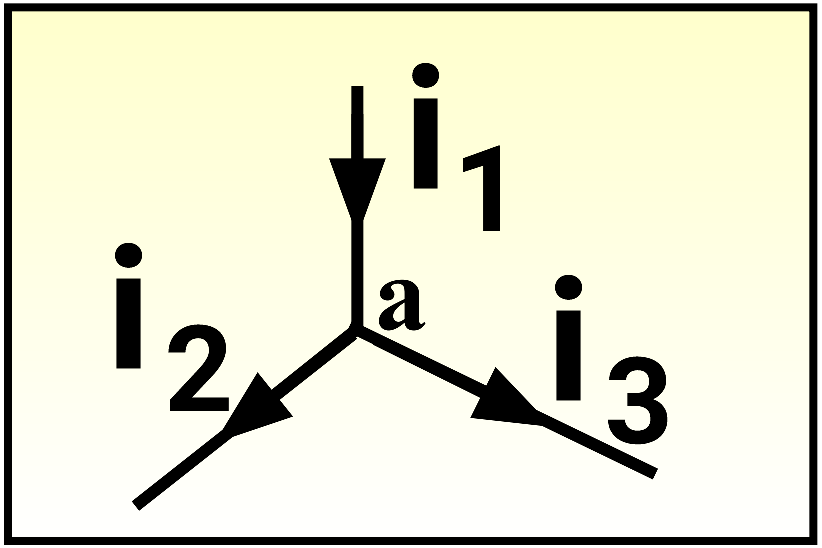
Законы Кирхгофа справедливы для линейных и нелинейных цепей при постоянных и переменных напряжениях и токах

Первый закон Кирхгофа

Для любого узла цепи алгебраическая сумма токов равна нулю, причем со знаком “ + ” принимаются токи, входящие в узел

$$\boxed{\sum i_k = 0}$$

Например:



узел **а:**

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

Физически первый закон Кирхгофа –
это закон непрерывности электрического тока

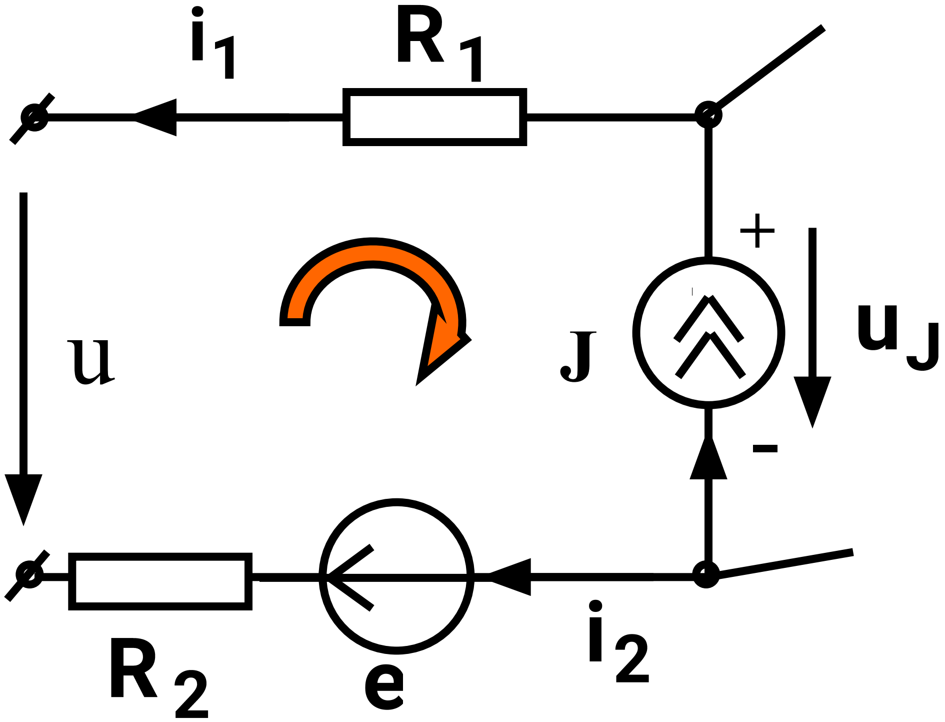
Второй закон Кирхгофа

Для любого контура цепи алгебраическая сумма напряжений на пассивных элементах и источниках тока равна алгебраической сумме ЭДС

Со знаком “+” принимаются те слагаемые, положительные направления которых совпадают с направлением обхода контура

$$\boxed{\sum i_k R_k + \sum u_{J_k} = \sum e_k}$$

Например:

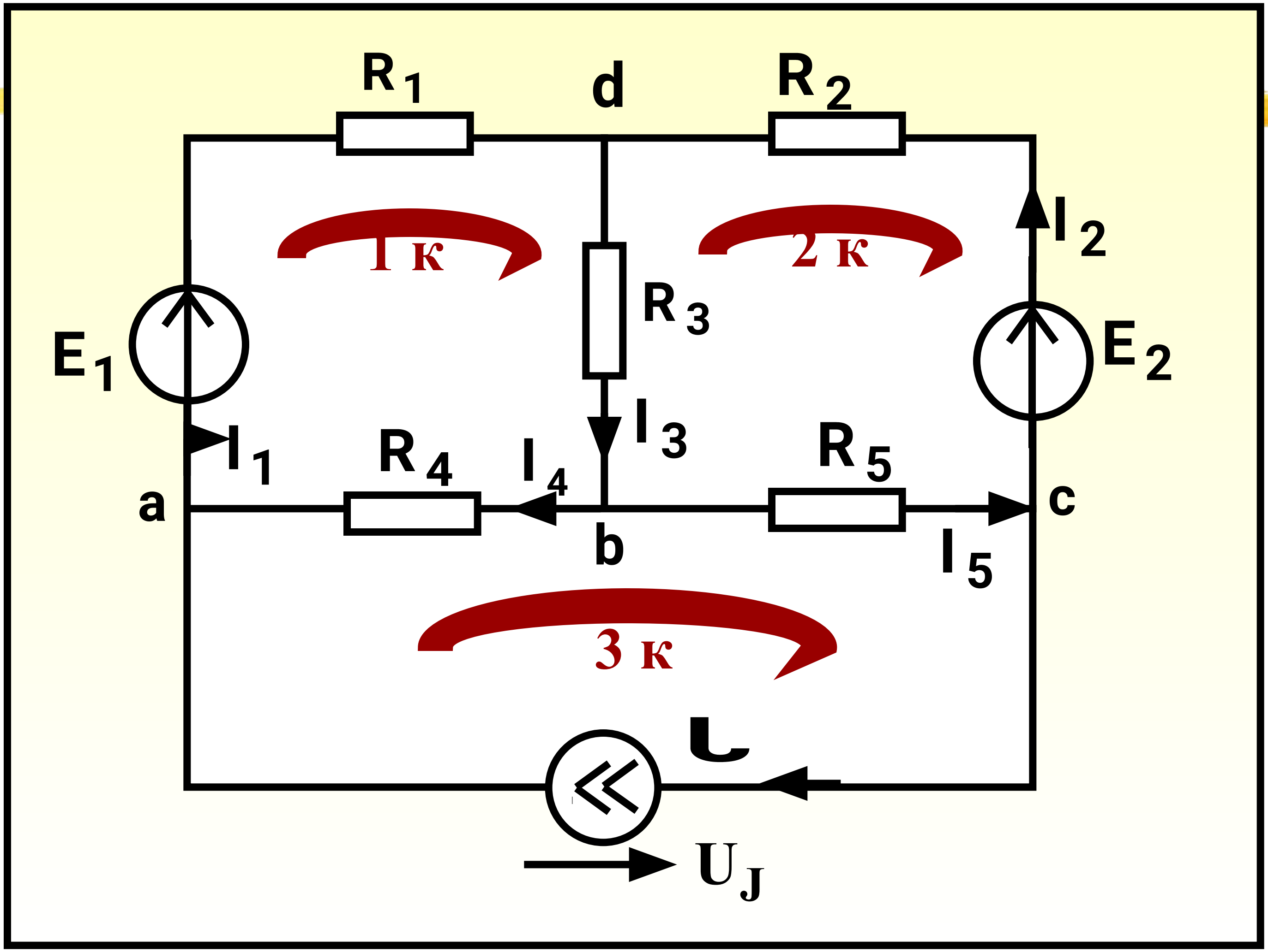


$$-i_1 R_1 + i_2 R_2 + u_J - u = e$$

Физически второй закон Кирхгофа характеризует равновесие напряжений в любом контуре цепи

Метод законов Кирхгофа

Решение системы уравнений, составленных по законам Кирхгофа, позволяет определить все токи и напряжения в рассматриваемой цепи


R 1
d
R 2
I 2
1 к
2 к
R 3
E 1
E 2
I 1
R 4
I 4
I 3
R 5
a
c
b
I 5
3 к
U J

$$n_y = 4$$
$$n_в = 6$$

$$n_1 = n_y - 1 = 3$$
$$n_2 = n_в - n_1 = 3$$

$$a: \quad I_1 - I_4 - J = 0$$

$$b: \quad -I_3 + I_4 + I_5 = 0$$

$$c: \quad I_2 - I_5 + J = 0$$

$$1\kappa: \quad R_1 I_1 + R_3 I_3 + R_4 I_4 = E_1$$

$$2\kappa: \quad -R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_5 I_5 = -E_2$$

$$3\kappa: \quad -R_4 I_4 + R_5 I_5 - U_J = 0$$

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & I_1 & I_2 & I_3 & I_4 & I_5 & U_J \\
\hline
\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ 1к \\ 2к \\ 3к \end{array} &
\multicolumn{6}{c}{
\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
R_1 & 0 & R_3 & R_4 & 0 & 0 \\
0 & -R_2 & -R_3 & 0 & -R_5 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -R_4 & R_5 & -1
\end{bmatrix}
\cdot
\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ U_J \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} J \\ 0 \\ -J \\ E_1 \\ -E_2 \\ 0 \end{bmatrix}
}
\end{array}
$$

Теорема Телледже

Для любого момента времени сумма вырабатываемых мощностей источников равна сумме потребляемых мощностей во всех пассивных элементах рассматриваемой цепи

$$\sum \pm e_k i_k + \sum \pm U_{J_q} J_q = \sum u_n i_n$$

или

$$P_В = P_П$$

Эта теорема является законом сохранения энергии в электрической цепи и применяется как баланс мощностей для проверки правильности расчетов

Баланс мощност

Составим баланс мощностей для резистивной цепи с постоянными напряжениями и токами предыдущего примера

$$P_В = E_1 I_1 + E_2 I_2 + U_J J = \ldots \text{Вт}$$

$$P_П = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 = \ldots \text{Вт}$$

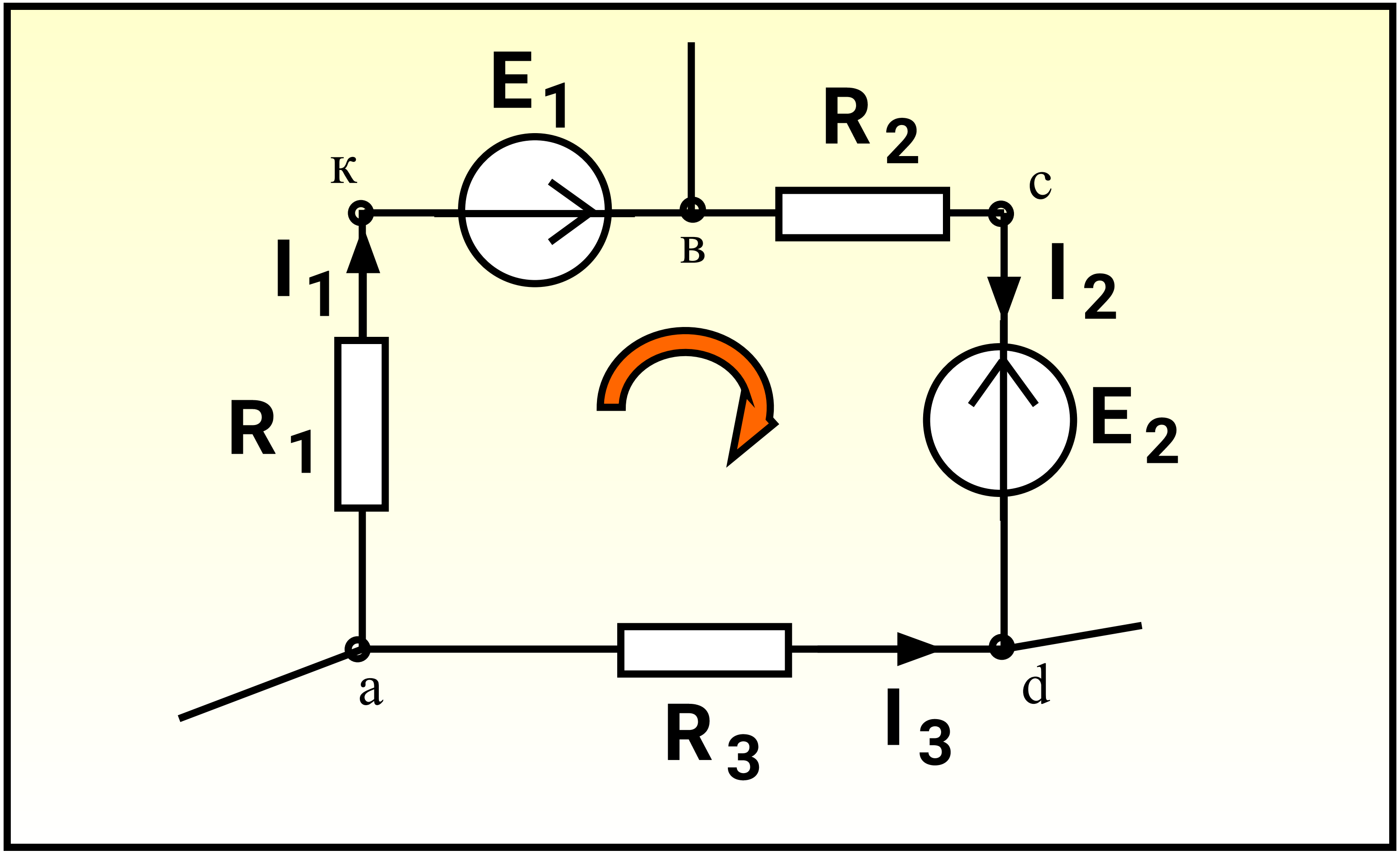
$$\delta_{p}\% = \frac{\left|P_{в} - P_{п}\right|}{P_{в}} \cdot 100 \leq 3\%$$

Потенциальная диаграмма

Потенциальная диаграмма - это графическое изображение второго закона Кирхгофа, которая применяется для проверки правильности расчетов в линейных резистивных цепях

Потенциальная диаграмма строится для контура без источников тока, причем потенциалы точек начала и конца диаграммы должны получиться одинаковыми

Схема контура



Потенциалы точек контура:

$$\varphi_a = 0$$

$$\varphi_к = \varphi_a - I_1 R_1$$

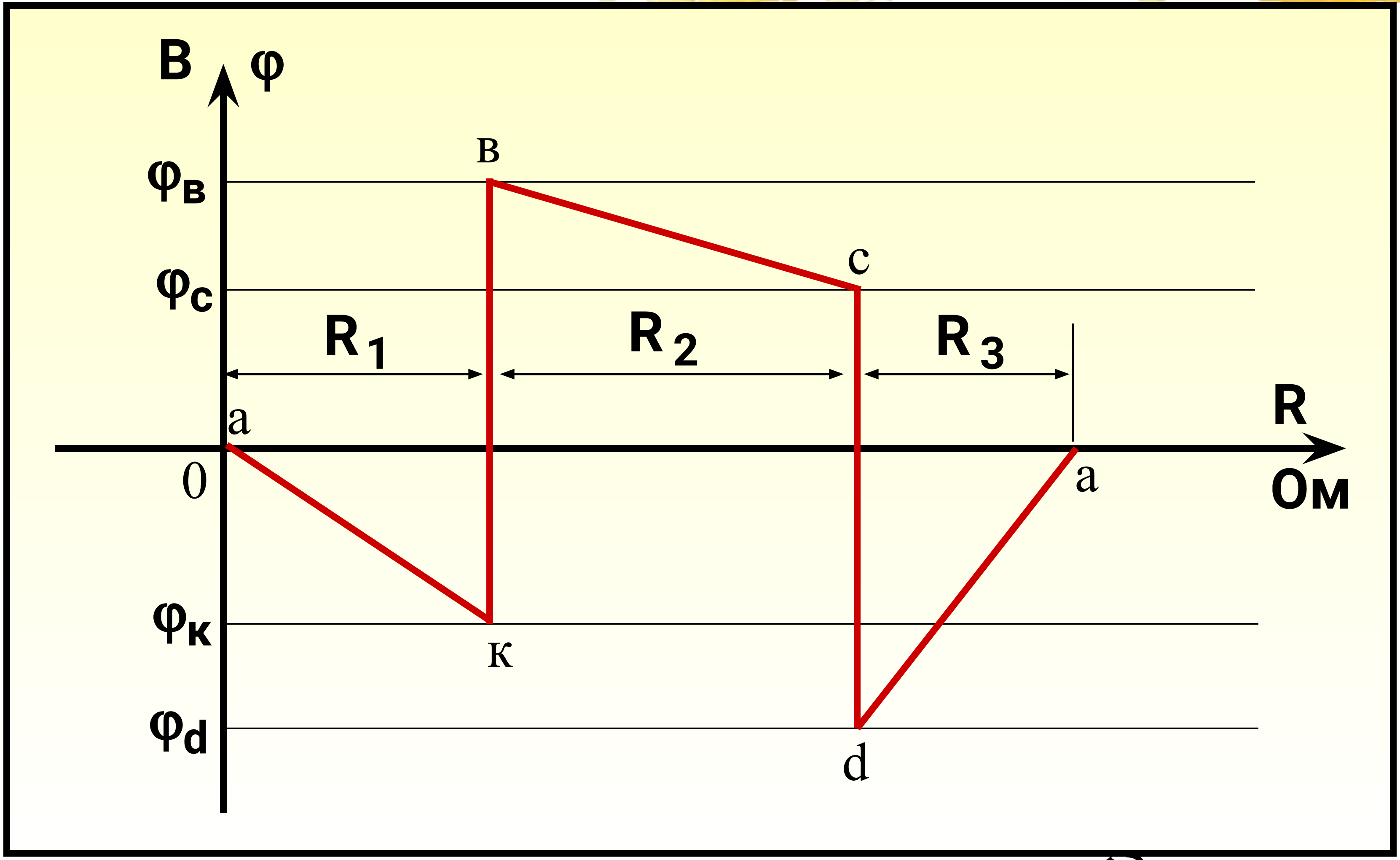
$$\varphi_в = \varphi_к + E_1$$

$$\varphi_c = \varphi_в - I_2 R_2$$

$$\varphi_d = \varphi_c - E_2$$

$$\varphi_a = \varphi_d + I_3 R_3 = 0$$

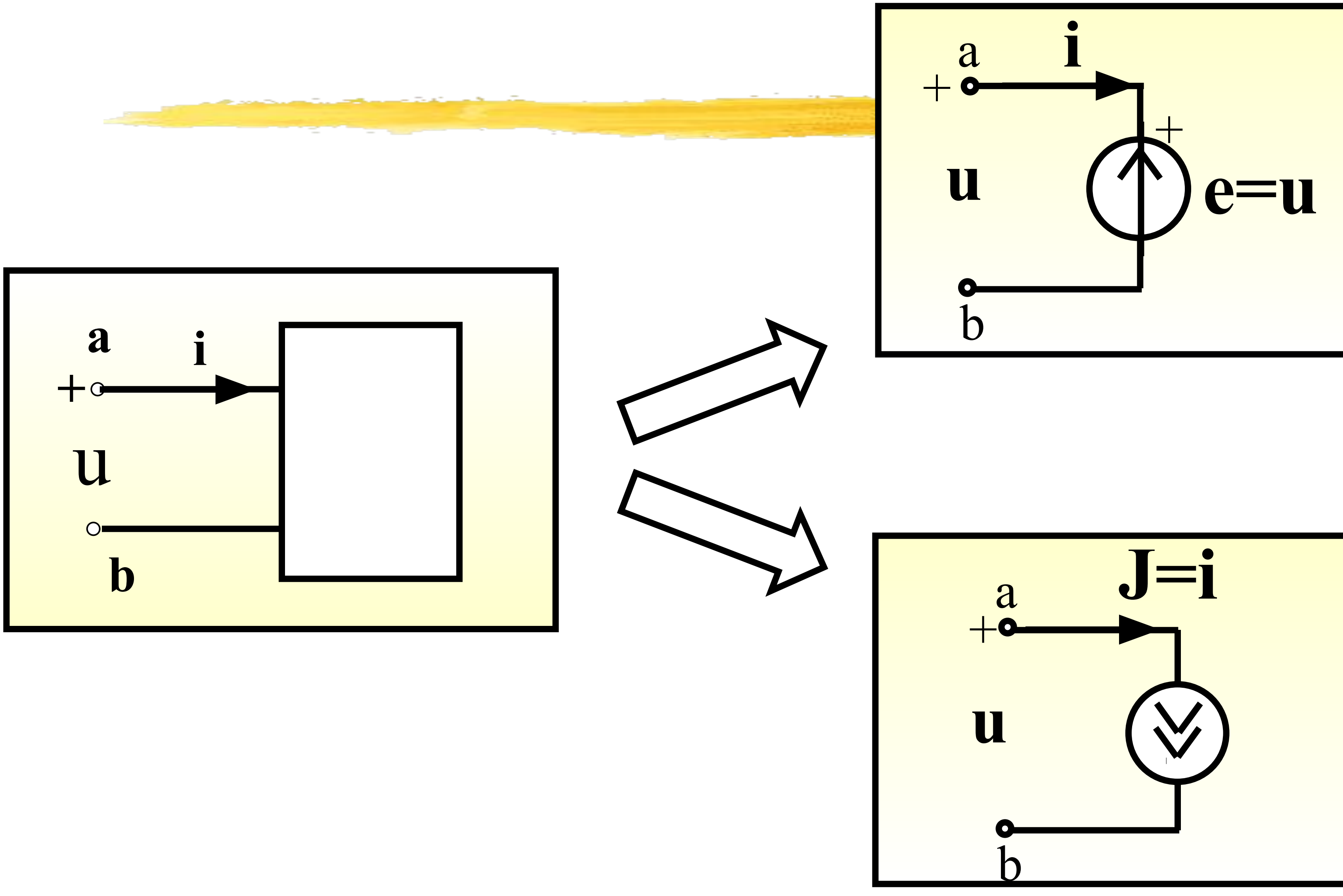
Потенциальная диаграмма



Теорема компенсац

Теорема компенсации справедлива для линейных и нелинейных цепей и может быть доказана при помощи законов Кирхгофа

Любой элемент цепи можно заменить источником ЭДС или источником тока, причем ЭДС равна напряжению элемента, а ток источника равен току этого элемента


a
i
+
u
b
a
i
+
+
u
e=u
b
J=i
a
+
u
b

Теорему компенсации удобно использовать если задано напряжение u или ток i на участке цепи

Свойства линейных цеп

Свойства линейных цепей рассмотрим на примере резистивных цепей с постоянными напряжениями и токами, причем эти свойства могут быть доказаны при помощи законов Ома и Кирхгофа

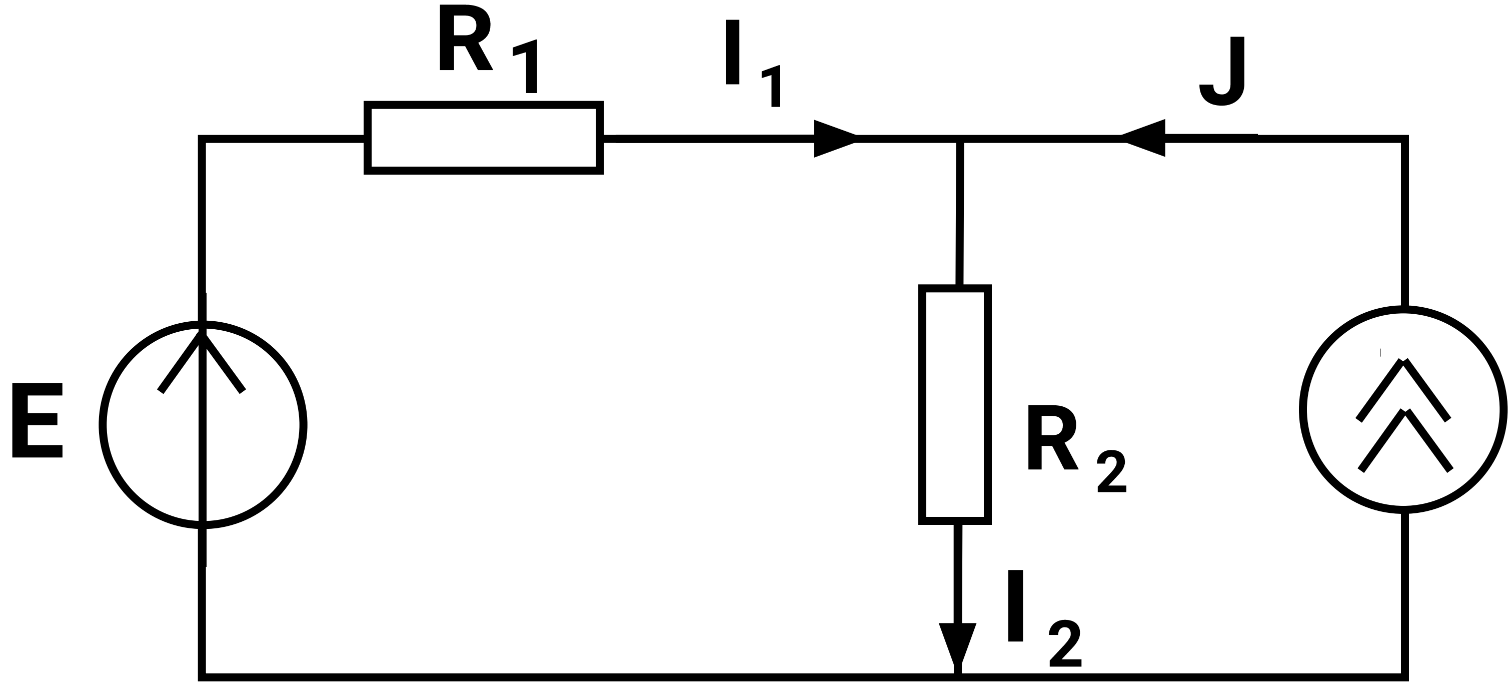
1. Принцип наложения

$$\boxed{I_k = \sum \pm I_k^{(n)}}$$

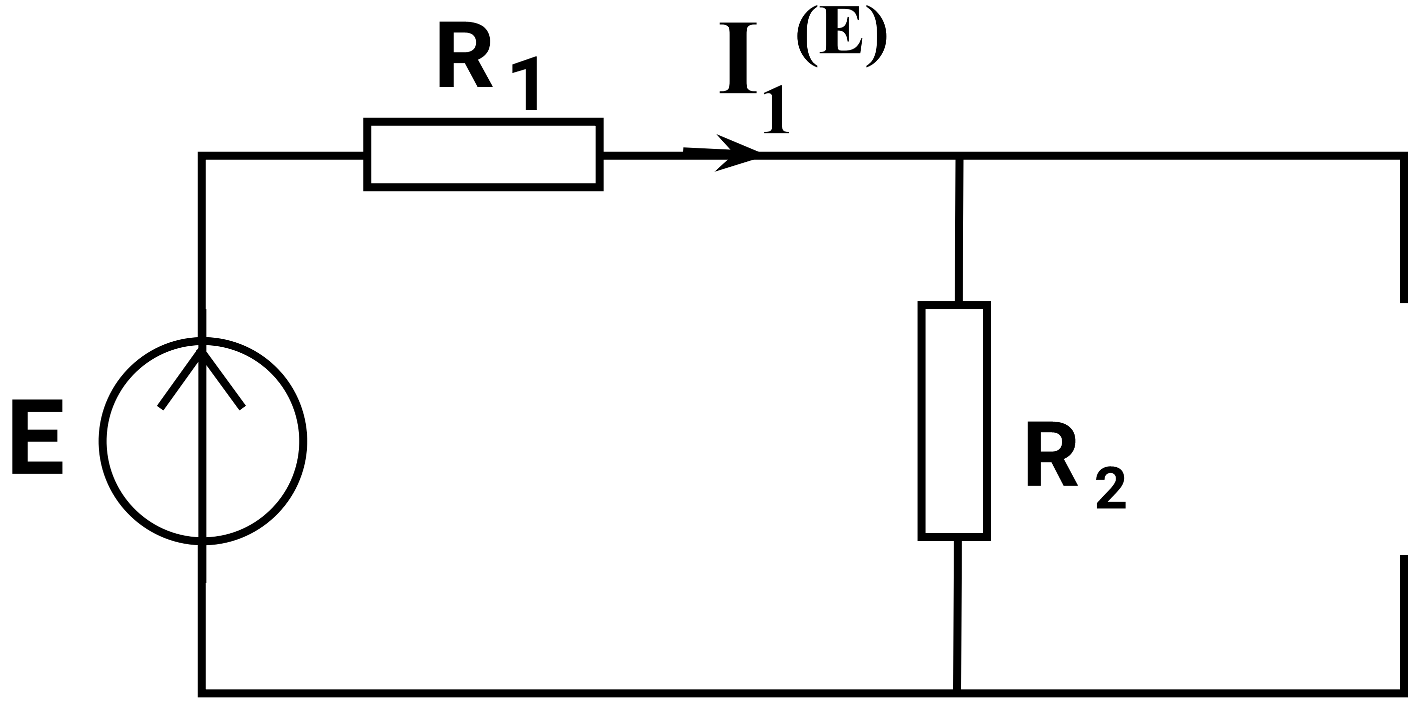
Ток (напряжение) в любой ветви можно рассматривать как алгебраическую сумму составляющих от действия каждого источника в отдельности

При этом со знаком “+” пишутся те составляющие, направления которых совпадает с направлением результирующих величин

Например:

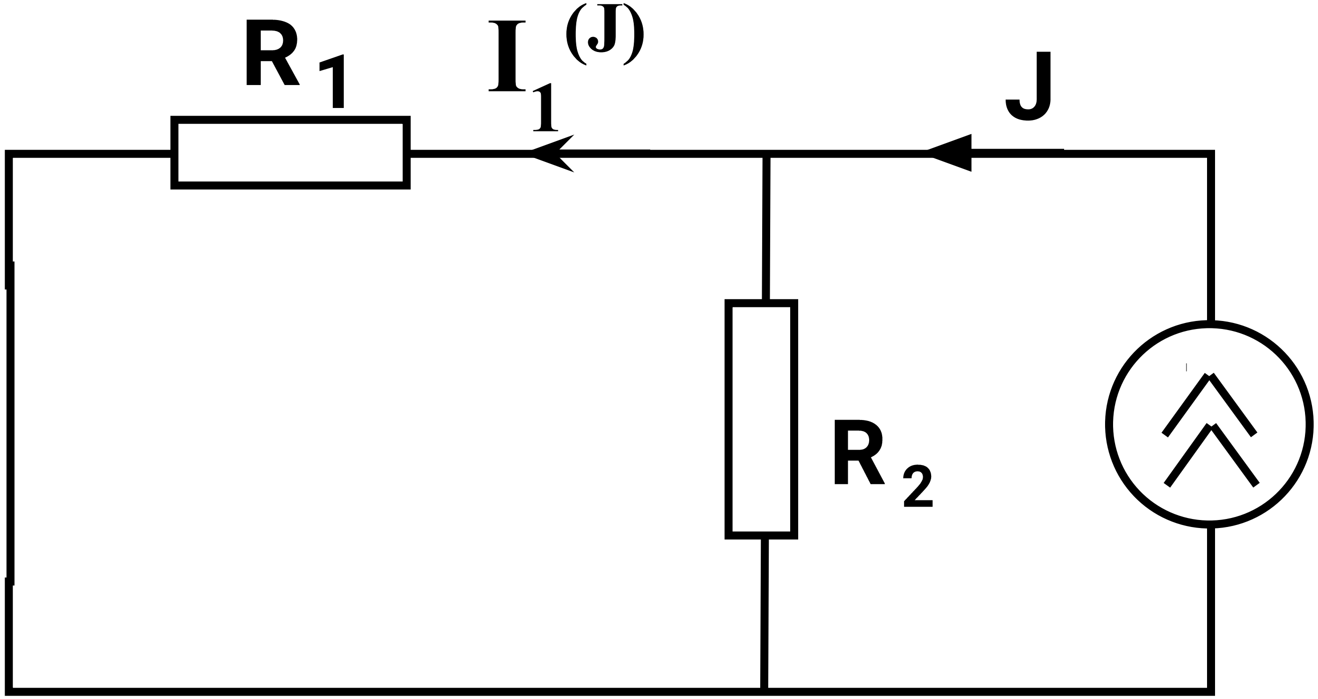


а) подсхема с ЭДС E



$$I_1^{(E)}=E/(R_1+R_2)$$

б) подсхема с источником тока J



$$I_1^{(J)}=JR_2/(R_1+R_2)$$

$$I_1 = I_1^{(E)} - I_1^{(J)} =$$

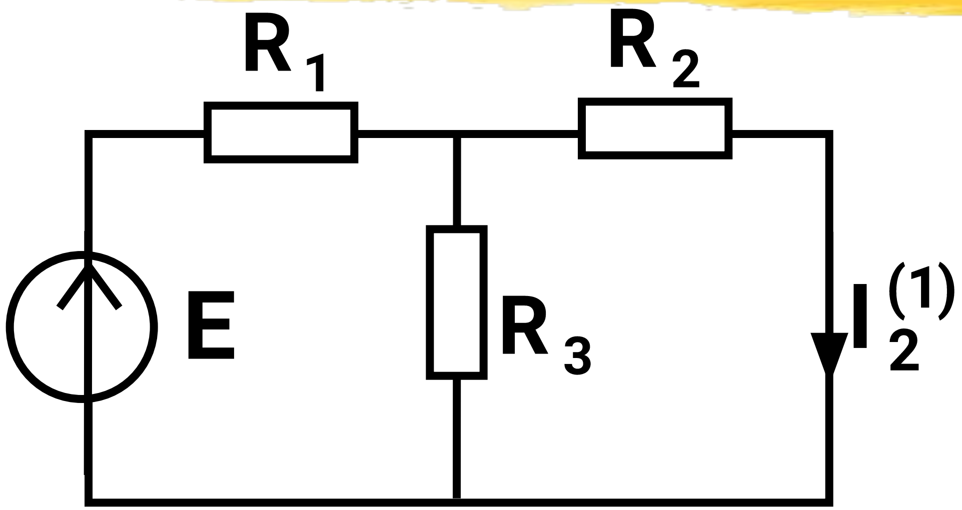
$$= \frac{E}{R_1 + R_2} - \frac{JR_2}{R_1 + R_2}$$

2. Принцип взаимности

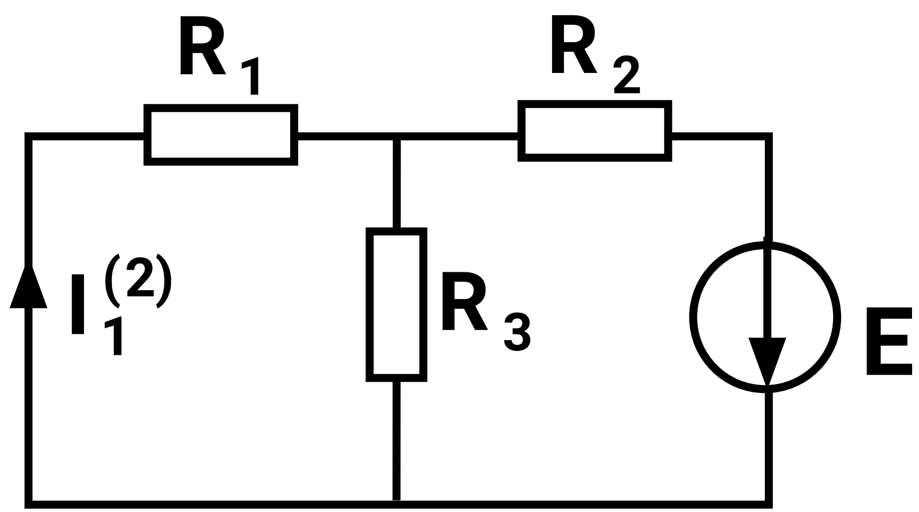
$$I_n^{(m)} = I_m^{(n)}$$

Перестановка единственного источника ЭДС из ветви m в ветвь n создает в ветви m ток, равный току в ветви n до перестановки источника

Например:



$$\boxed{I_2^{(1)} = I_1^{(2)}}$$



3. Свойство линейности

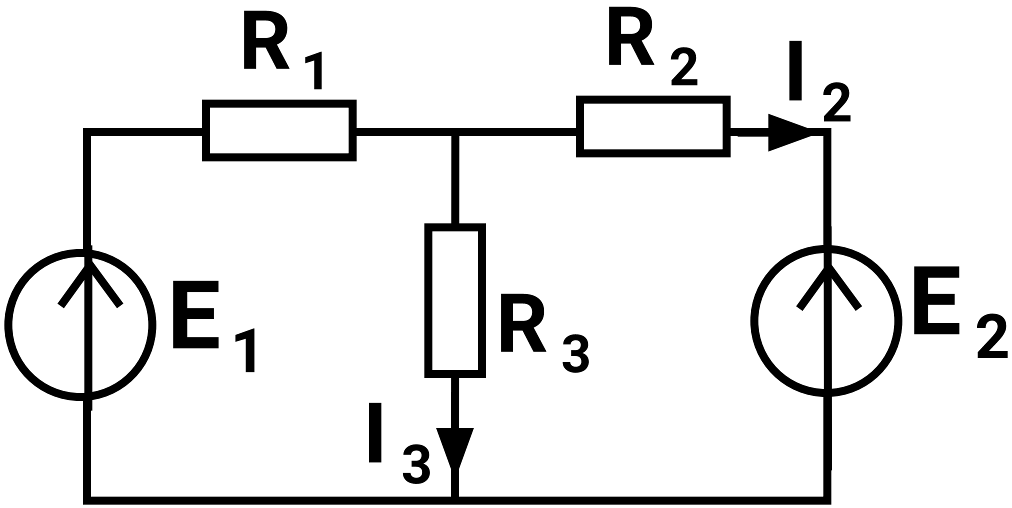
$$\boxed{y=ax+b}$$

где y и x-напряжения или токи,

a, b - постоянные коэффициенты

При изменении в цепи одного параметра (ЭДС, ток источника тока, сопротивление резистивного элемента) между двумя токами (напряжениями) существует линейная зависимость

Например:



$$\boxed{E_1 = var}$$

$$I_3 = \frac{R_2}{R_3} I_2 + \frac{E_2}{R_3} = aI_2 + b$$

$$a = R_2 / R_3$$

$$b = E_2 / R_3$$

4. Принцип эквивалентного генератора

$$I_К = E_Г /(R_К + R_Г) =$$
$$= J_Г /(1 + R_К / R_Г)$$

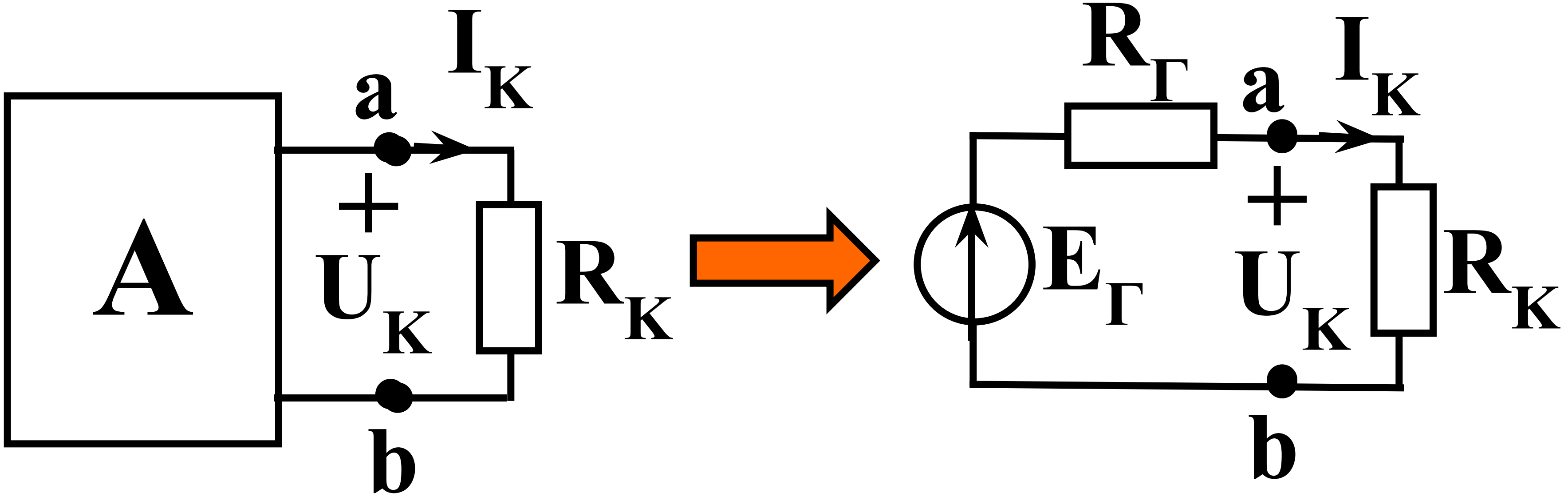
где $E_Г = U_К^{(XX)}$, $J_Г = I_К^{(КЗ)} = E_Г / R_Г$,
$$R_Г = R_{ЭКВ}$$

Ток I_K в любой к-ветви можно определить от действия ЭДС $E_Г$ или источника тока $J_Г$ эквивалентного генератора

У этого генератора ЭДС $E_Г$ равна напряжению холостого хода $U_К^{(XX)}$, когда $I_К=0$, а ток источника тока $J_Г$ равен току короткого замыкания $I_К^{(КЗ)}$, когда $U_К = 0$

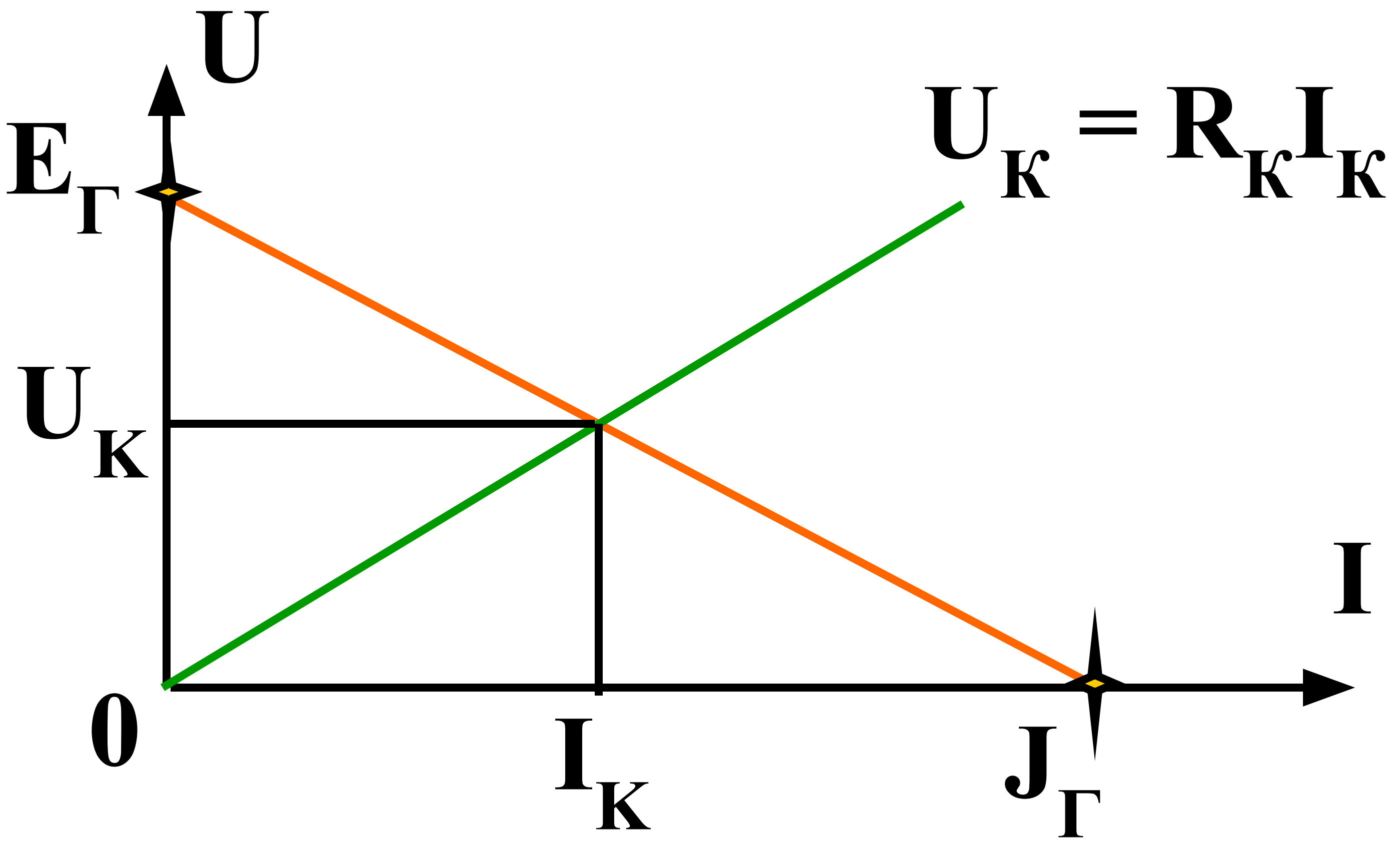
При этом сопротивление $R_Г$ генератора равно эквивалентному сопротивлению $R_{ЭКВ}$ цепи относительно зажимов сопротивления $R_К$

Таким образом:

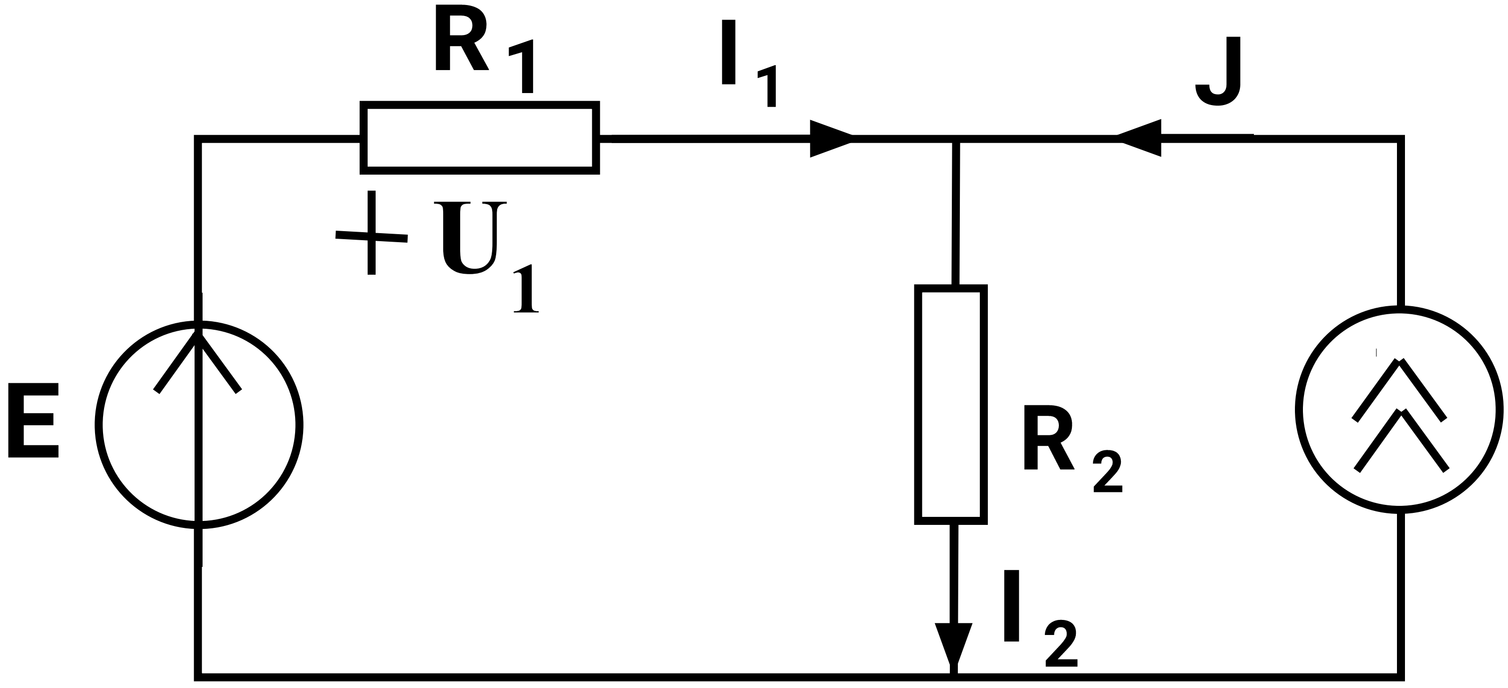


“A” - активный двухполюсник, содержащий источники ЭДС и тока

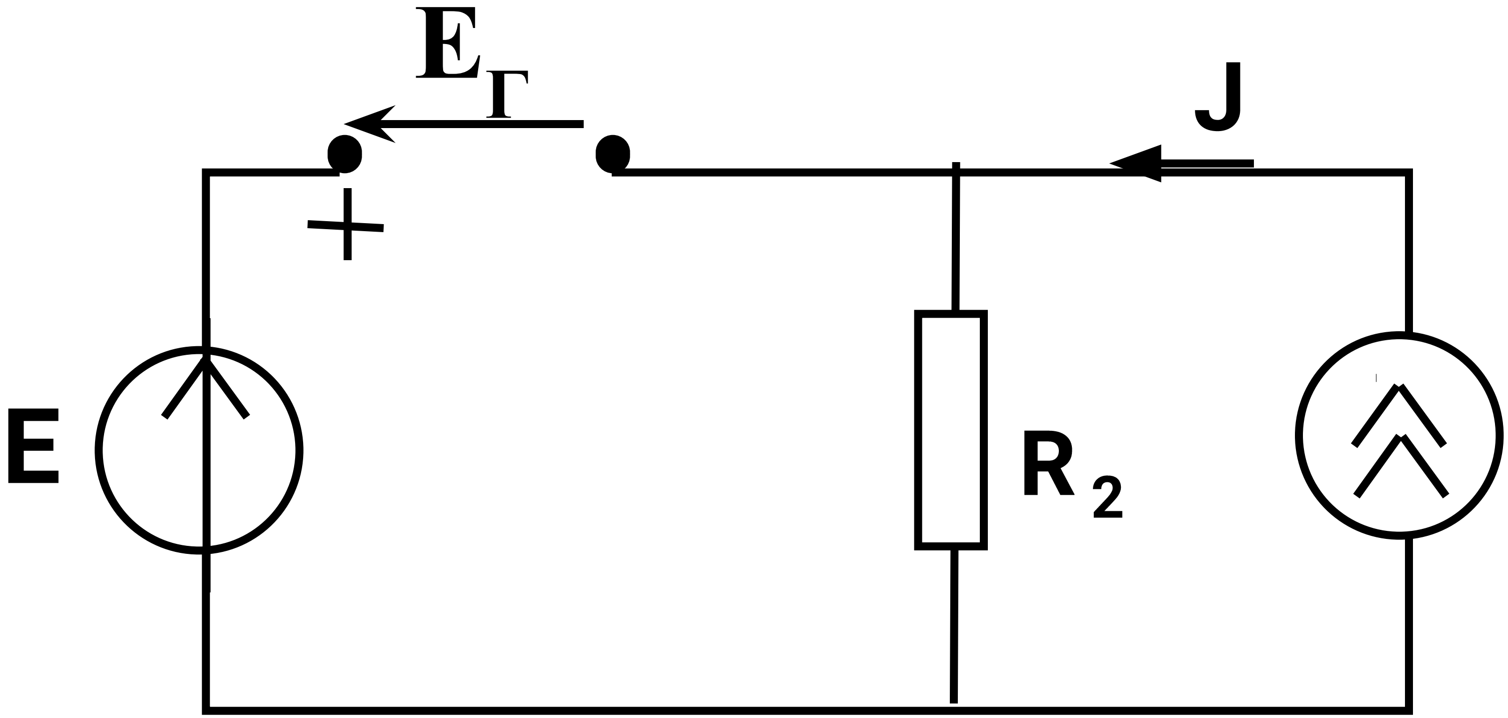
Графическое определение $I_К$ и $U_К$



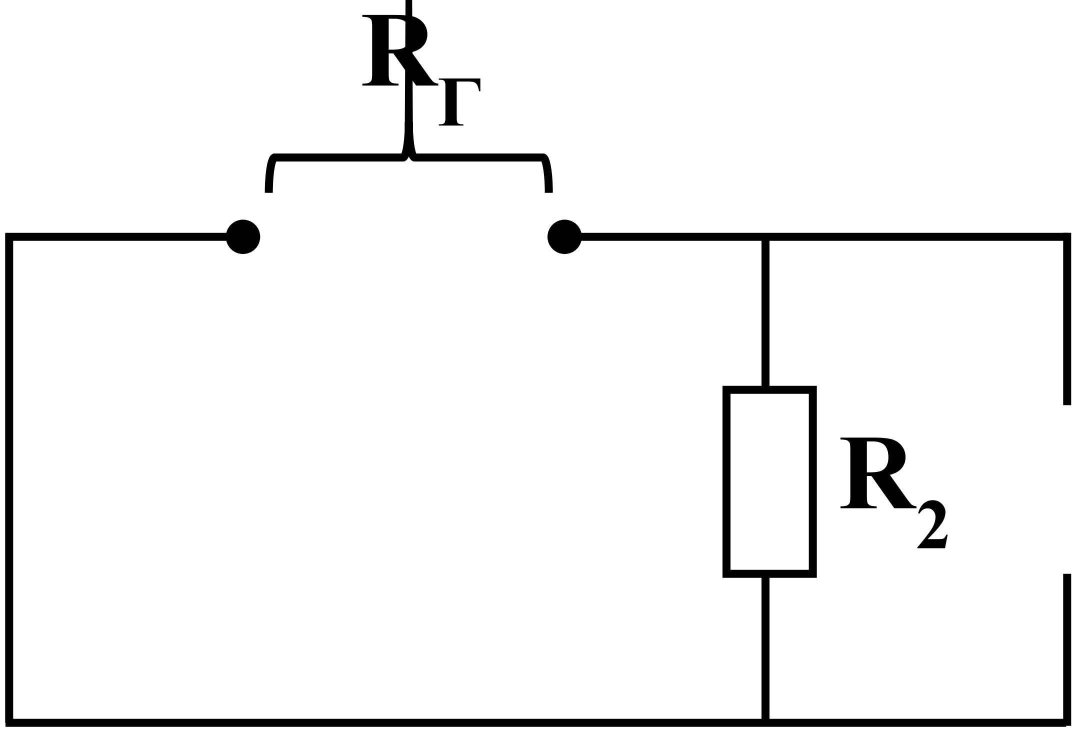
Например:



Расчетная схема для $E_Г = U_1^{(XX)}$



Расчетная схема для $R_Г = R_{экв}$



Для тока I_1 имеем:

$$E_Г = E – R_2 J$$

$$J_Г = E / R_2 - J$$

$$R_Г = R_2$$

$$I_1 = E_Г /(R_Г + R_1) =$$

$$= E /(R_1 + R_2) – R_2 J /(R_1 + R_2)$$