Кубанский государственный технологический университет
Институт информационных технологий и безопасности
Кафедра компьютерных технологий и информационной безопасности

Учебная дисциплина

Электротехника и электроника

Лекция № 2

Методы расчета сложных линейных цепей постоянного тока

Учебные вопросы:

1. Принцип и метод наложения (суперпозиции)
2. Метод контурных токов
3. Метод узловых потенциалов.
4. Метод эквивалентного генератора

Литература:

1. Зевеке Г.В., Ионкин А.В., Страков С.В. Основы теории цепей: *Учебник для вузов*, - М.: Энергоатомиздат, 1999 г, с. 21 –32.

2. Бакалов В.П., Игнатов А.Н., Крук Б.И. Основы теории электрических цепей и электроники: *Учебник для вузов*, - М.: Радио и связь, 1999 г, с. 24 –34.

3. Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника: *Учебник для вузов*, - М.: Высшая школа, 2003 г, с. 21 –31.

1. Принцип и метод наложения (суперпозиции)

воздействие → **Электрическая цепь** → реакция

$X(t)=\sum x_к(t)$ $\qquad$ $Y(t)=\sum y_к(t)$

Если рассматривать напряжения и токи источников как *задающие воздействия*, а напряжения и токи в отдельных ветвях цепи как *реакцию (отклик)* на эти воздействия, то принцип наложения может быть сформулирован так: *реакция линейной электрической цепи на сумму воздействий равна сумме реакций от каждого воздействия в отдельности.*

Метод наложения (суперпозиции) используется для нахождения реакции в линейной цепи, находящейся как под воздействием нескольких источников электрической энергии, так и при сложном произвольном воздействии одного источника.

$$I=\sum_{k=1}^{n} I_k$$

n – общее число источников

$$U=\sum_{k=1}^{n} U_k$$

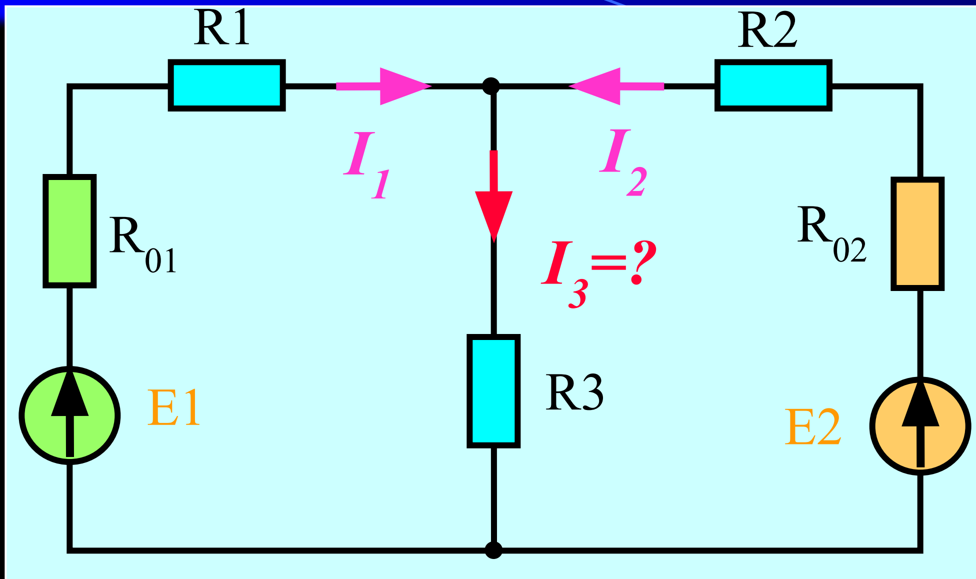
Методика анализа ЭЦ методом наложения

1. Произвольно выбрать направления всех токов в ветвях исходной схемы и пронумеровать все независимые источники целыми числами *1,2 … n*;
2. Положить равными нулю все источники ЭДС, кроме первого. При этом все независимые источники, ЭДС которых равна нулю, заменить короткозамкнутыми отрезками, а независимые источники тока – отключить (заменить разрывом цепи). Если независимые источники имеют внутренние сопротивления, то эти сопротивления должны остаться на своих местах в схеме.
3. В полученной схеме с одним независимым источником любым методом, например «методом эквивалентного преобразования схем» рассчитать все частичные токи I_k^1;
4. Аналогичным образом рассчитать все частичные токи I_k^2 только от второго источника (все остальные источники положить равными нулю). Затем только от третьего I_k^3 и так далее до I_k^n;
5. Вычислить истинные токи во всех ветвях исходной электрической схемы как алгебраическую сумму всех частных токов

$$\boxed{I_k = I_k^1 + I_k^2 + \ldots + I_k^n}$$

Частный ток берется со знаком «плюс», если он совпадает по направлению с истинным током, и «минус», если не совпадает.

Применение метода наложения для анализа и расчета электрической цепи



Дано: R1= 17 Ом, R_{01}= 3 Ом, R2= 9 Ом, R_{02} = 1 Ом, R3= 40 Ом, E1= 35 В, E2= 70 В

Необходимо найти: ток I_3

Решение: $I_3 = I_3^{(1)} + I_3^{(2)}$

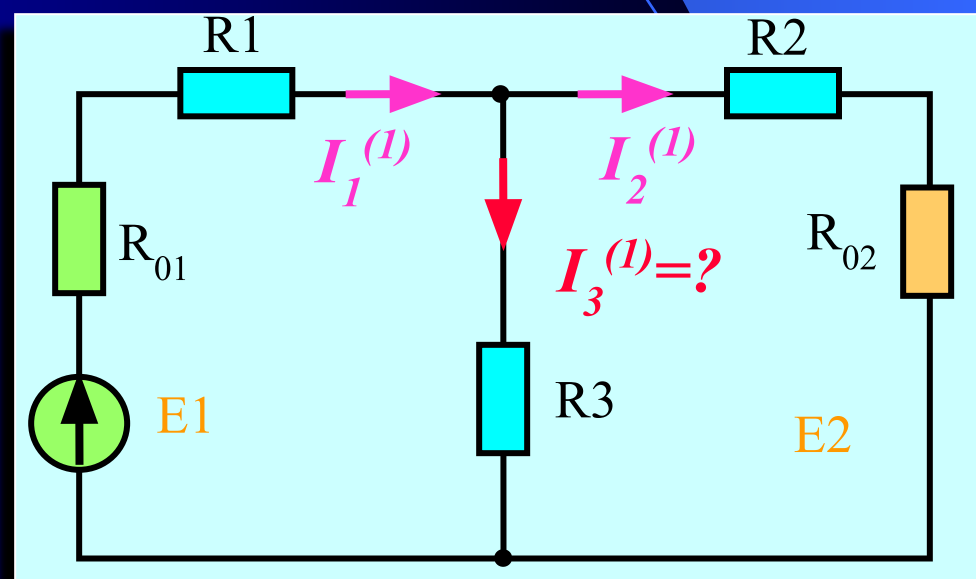
Найдем частые реакции $I_3^{(1)}$ и $I_3^{(2)}$

При закороченном источнике E2

$$I_3^{(1)} = I_1^{(1)} \frac{(R2 + R_{02})}{(R2 + R_{02} + R3)}$$

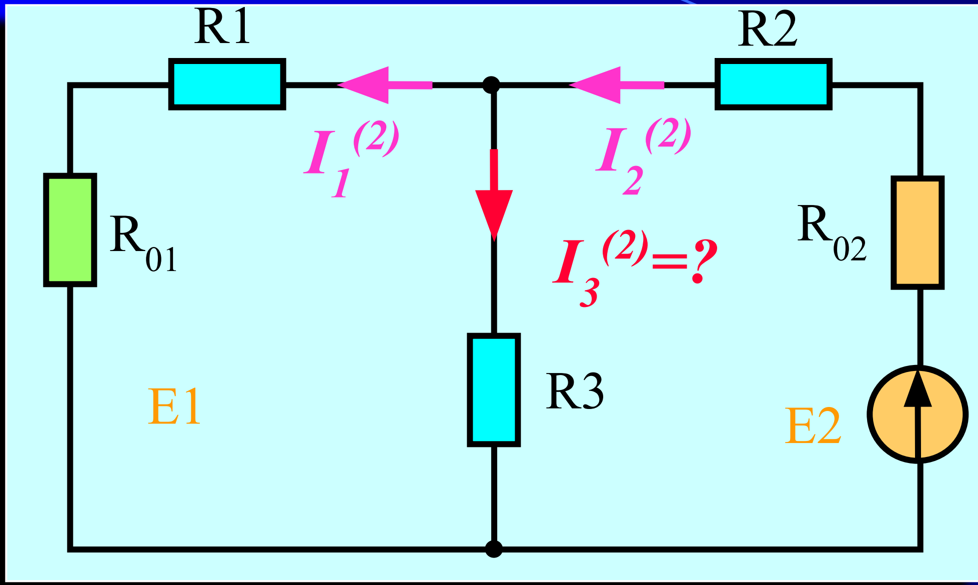
где

$$I_1^{(1)} = \frac{E1}{R1 + R_{01} + \frac{(R2 + R_{02}) \cdot R3}{R2 + R_{02} + R3}}$$



Результат расчета: $I_3^{(1)}$ = 0,25 A, $I_1^{(1)}$ = 1,25A

При закороченном источнике *E1*



$$I_3^{(2)} = I_2^{(2)} \frac{(R1+R_{01})}{(R1+R_{01}+R3)}$$

где

$$I_2^{(2)} = \frac{E2}{R2+R_{02}+\dfrac{(R1+R_{01})\cdot R3}{R1+R_{01}+R3}}$$

Результат расчета:

$I_3^{(2)}$ **= 1,0 А,** $I_2^{(2)}$ **= 3 А**

Тогда общий ток, протекающий через *резистор R3* равен

$$I_3 = I_3^{(1)} + I_3^{(2)} = 0{,}25 + 1{,}0 = 1{,}25 \text{ A}$$

Если к линейной цепи будет приложено напряжение сложной формы, то применение метода наложения позволяет разложить это воздействие на сумму простейших воздействий и найти реакцию цепи на каждое из них в отдельности с последующим наложением полученных результатов.

2. Метод контурных токов

Метод контурных токов позволяет снизить число решаемых уравнений до числа независимых контуров. В его основе лежит введение в каждый контур условного контурного тока J_{Kl} , которое обычно выбирают совпадающим с направлением обхода контура. При этом для контурного тока будут справедливы ЗТК и ЗНК.

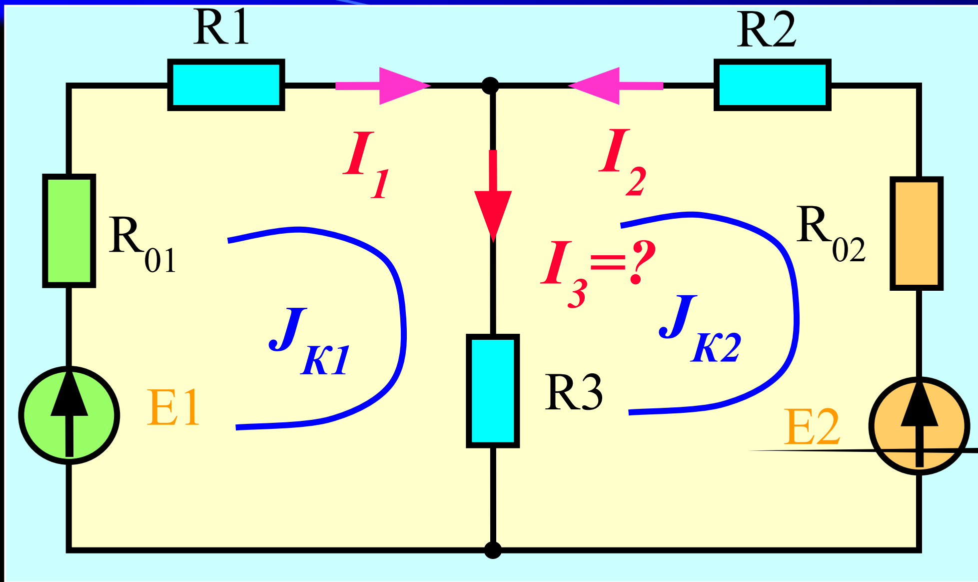
Методика анализа ЭЦ методом контурных токов

1. Произвольно выбрать направления всех токов в ветвях исходной схемы; Выбрать $K = M_{УР} = N_{В} – N_{УЗ} + 1 - N_{ИТ}$ – независимых контуров. Обозначить контурные токи J_{ki} так, чтобы каждый из них проходил через один источник тока, а оставшиеся выбирают проходящими по ветвям, не содержащим источников тока.
2. Обходя каждый контур из независимых контуров в выбранном направлении, записать уравнения по второму закону Кирхгофа (соблюдая правило знаков) и решить их относительно контурных токов

$$\begin{cases} R_{11}\cdot J_{K1}+R_{12}\cdot J_{K2}+\ldots+R_{1K}\cdot J_{KK}+\sum_{n=1}^{m}J_{0n}\cdot R_{n}=E_{11} \\ R_{K1}\cdot J_{K1}+R_{K2}\cdot J_{K2}+\ldots+R_{KK}\cdot J_{KK}+\sum_{n=1}^{m}J_{0n}\cdot R_{n}=E_{KK} \end{cases}$$

$\boldsymbol{R_{nn}}$ – сумма сопротивлений всех ветвей контура n, т.е. собственное сопротивление контура *n*; $\boldsymbol{R_{ns}}$ – общее сопротивление контура *n* и *s* , записывается со знаком «плюс», если контурный ток $\boldsymbol{I_{nn}}$ совпадает по направлению с контурным током $\boldsymbol{I_{ss}}$, если нет – со знаком «минус». $\boldsymbol{E_{nn}}$ – алгебраическая сумма ЭДС контура ***nn***. ЭДС записывается со знаком «плюс», если контурный ток $\boldsymbol{I_{nn}}$ совпадает по направлению с направлением ЭДС, иначе со знаком «минус».

3. Вычислить истинные токи во всех ветвях, используя первый закон Кирхгофа, *как алгебраическую сумму контурных токов,* протекающих по данной ветви



1. Введем контурные токи J_{K1} и J_{K2} (***направление по часовой стрелке***).

2. Запишем уравнения по второму закону Кирхгофа

$$\begin{cases}(R_1+R_{01}+R_3)\cdot J_{K1}-R_3\cdot J_{K2}=E1\\ -R_3\cdot J_{K1}+(R_2+R_{02}+R_3)\cdot J_{K2}=-E2\end{cases}$$

$$\begin{cases}60\cdot J_{K1}-40\cdot J_{K2}=35\\ -40\cdot J_{K1}+50\cdot J_{K2}=-70\end{cases}$$

Определители системы:

$$\Delta_R=\begin{vmatrix}60 & -40\\ -40 & 50\end{vmatrix}=60\cdot 50-(-40)\cdot(-40)=1400$$

Контурные токи

$$J_{K1}=\frac{\Delta J_{K1}}{\Delta R}=\frac{-1050}{1400}=-0{,}75A$$

$$\Delta_{J_{K1}}=\begin{vmatrix}35 & -40\\ -70 & 50\end{vmatrix}=35\cdot 50-(-70)\cdot(-40)=-1050$$

$$J_{K2}=\frac{\Delta J_{K2}}{\Delta R}=\frac{-2800}{1400}=-2{,}0A$$

$$\Delta_{J_{K2}}=\begin{vmatrix}60 & 35\\ -40 & -70\end{vmatrix}=60\cdot(-70)-(35)\cdot(-40)=-2800$$

$$I_3=I_{K1}-I_{K2}=-0{,}75-(-2{,}0)=1{,}25A$$

$$I_1=I_{K1}=-0{,}75A$$

$$I_2=-I_{K2}=2{,}0A$$

3. Метод узловых потенциалов

Метод узловых потенциалов является наиболее общим и широко применяется для расчета электрических цепей, в частности в различных программах автоматизированного проектирования электронных схем.

Метод узловых потенциалов базируется на первом законе Кирхгофа и обобщенном законе Ома. Он позволяет снизить число решаемых уравнений до величины $N_{УР} = N_{УЗ} – 1 - N_{ИТ}$.

В основе этого метода лежит расчет напряжений в ***($N_{УЗ}$ – 1 - $N_{ИТ}$)*** – *м* узле электрической цепи относительно ***базисного узла***. После этого на основании закона Ома находятся токи токи или напряжения на соответствующих ветвях.

Методика анализа ЭЦ методом узловых потенциалов (узловых напряжений)

1. **Произвольно выбрать направления всех токов в ветвях исходной схемы;**
2. Положить равным нулю потенциал какого-либо узла ЭЦ; Определить количество уравнений $N_{УР} = N_{УЗ} - N_{ИТ} –1$, $N_{ИТ}$ – число ветвей, содержащих только идеальные источники тока.

3. Решить систему уравнений относительно потенциалов узлов;

$$\begin{cases} G_{11}\cdot U_{У1}+G_{12}\cdot U_{У2}+\ldots+G_{1K}\cdot U_{УК}=\sum_{n=1}^{m}E_n\cdot G_n+\sum_{k=1}^{l}J_{0k} \\ G_{K1}\cdot U_{У1}+G_{K2}\cdot U_{У2}+\ldots+G_{KK}\cdot U_{УК}+\sum_{n=1}^{m}E_n\cdot G_n+\sum_{k=1}^{l}J_{0k} \end{cases}$$

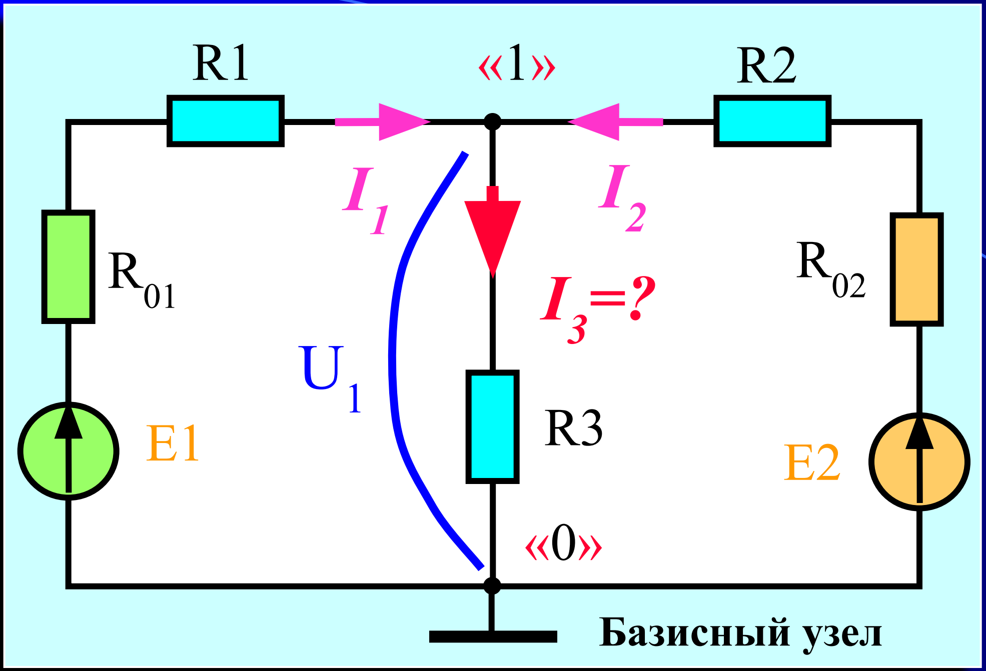
где G_{SS} - алгебраическая сумма проводимостей ветвей, присоединенных к узлу S, не содержащих источники тока;

G_{SQ} - алгебраическая сумма проводимостей ветвей, непосредственно соединяющих узел S с узлом Q;

$\sum E_S G_S$ - алгебраическая сумма произведений ЭДС ветвей, примыкающих к узлу S, на их проводимости; Это произведение берется со знаком «плюс», если ЭДС направлена к узлу S, в противном случае – «минус»;

$\sum J_{0S}$ - алгебраическая сумма источников тока, присоединенных к к узлу S. Ток J берется со знаком «плюс», если он направлен к узлу S, иначе «минус»

4. ***Вычислить необходимые токи из обобщенного закона Ома или первого закона Кирхгофа.***



На основании первого закона Кирхгофа применительно к узлу 1:

$$I_3 = I_1 + I_2$$

$$\frac{U_1}{R3} = \frac{E1 - U_1}{R1 + R_{01}} + \frac{E2 - U_1}{R2 + R_{02}}$$

$$\frac{U_1}{R3} + \frac{U_1}{R1 + R_{01}} + \frac{U_1}{R2 + R_{02}} = \frac{E1}{R1 + R_{01}} + \frac{E2}{R2 + R_{02}}$$

$$G_3 = \frac{1}{R3} \qquad G_{10} = \frac{1}{R1 + R_{01}} \qquad G_{20} = \frac{1}{R2 + R_{02}}$$

Уравнение для узлового напряжения U_1

$$U_1 \cdot (G_{10} + G_{20} + G_3) = E1 \cdot G_{10} + E2 \cdot G_{20}$$

$$U_1 = \frac{E1 \cdot G_{10} + E2 \cdot G_{20}}{G_{10} + G_{20} + G_3}$$

Результаты расчета:

$$U_1 = \frac{35 \cdot 0{,}05 + 70 \cdot 0{,}1}{0{,}05 + 0{,}1 + 0{,}025} = \frac{1{,}75 + 7}{0{,}175} = \frac{8{,}75}{0{,}175} = 50B$$

$$I_3 = \frac{U_1}{R3} = \frac{50}{40} = 1{,}25A$$

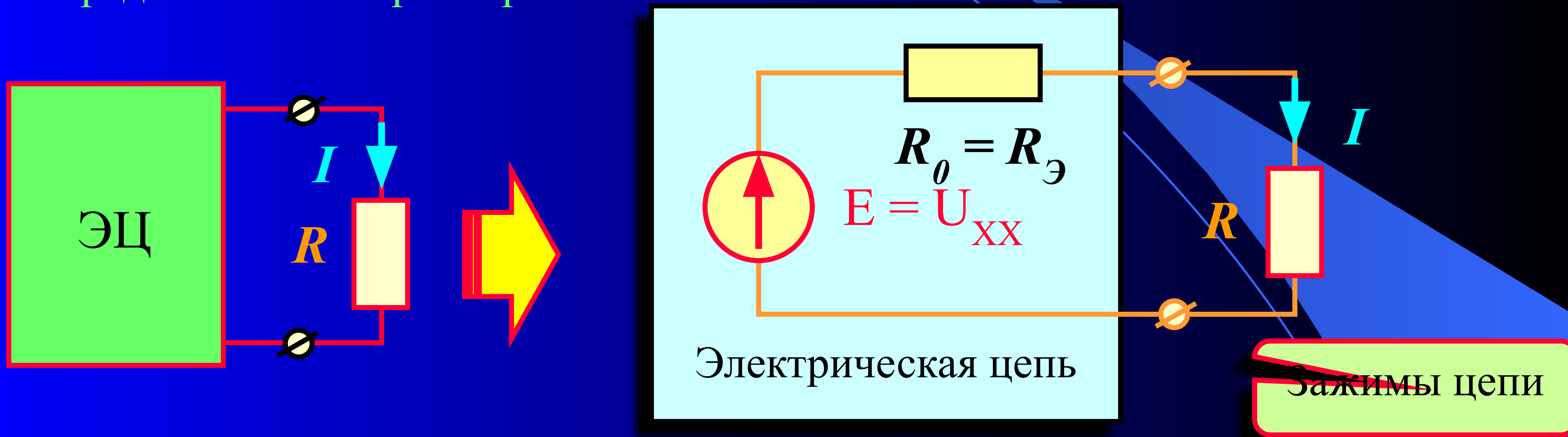
$$I_1 = \frac{E1 - U_1}{R1 + R_{01}} = -0{,}75A$$

$$I_2 = \frac{E2 - U_1}{R2 + R_{02}} = 2{,}0A$$

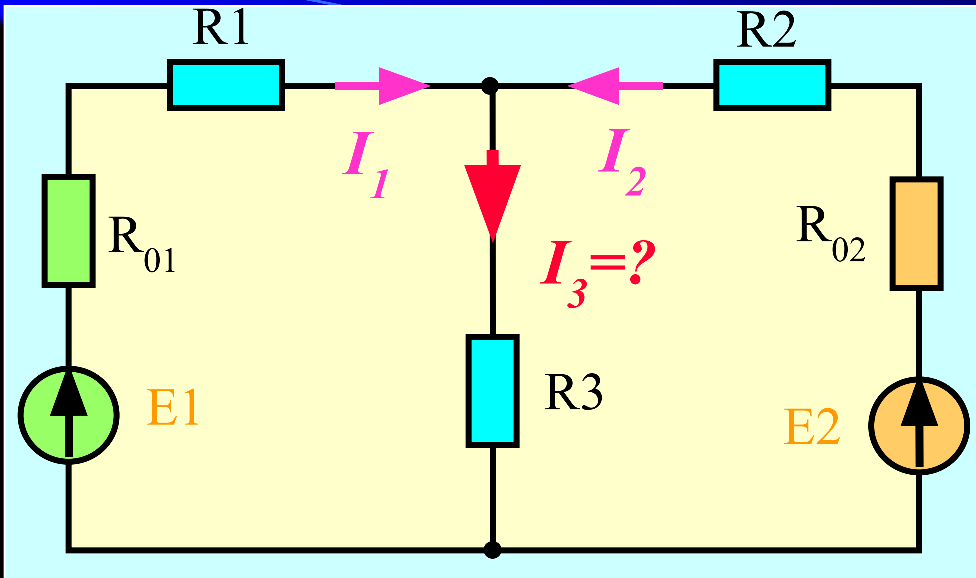
4. Метод эквивалентного генератора

Метод эквивалентного генератора используется в случае, когда необходимо найти ток, напряжение или мощность в одной ветви электрической цепи.

При таком подходе остальная часть электрической цепи к которой подключена данная ветвь рассматривается в виде двухполюсника с определенными параметрами.



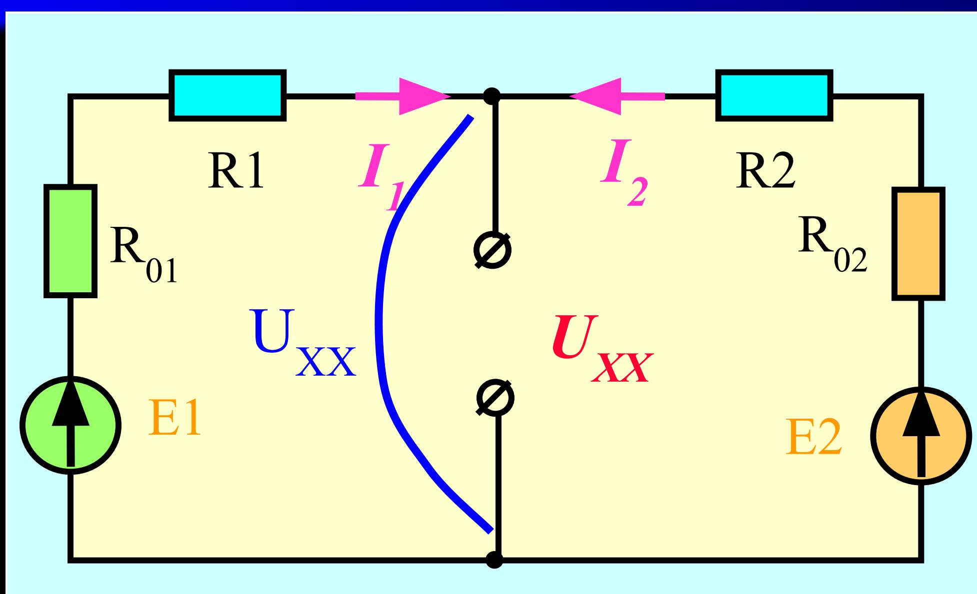
Метод эквивалентного источника напряжения (*теорема Тевенина*): Ток в любой ветви линейной электрической цепи не изменится, если активный двухполюсник, к которому подключена данная ветвь, заменить эквивалентным источником (генератором) напряжения с задающим напряжением, равным напряжению холостого хода на зажимах разомкнутой ветви, и внутренним сопротивлением, равным эквивалентному входному сопротивлению пассивного двухполюсника со стороны разомкнутой ветви.



Дано: R1= 17 Ом, R_{01}= 3 Ом, R2= 9 Ом, R_{02} = 1 Ом, R3= 40 Ом, E1= 35 В, E2= 70 В

Необходимо найти: **ток** I_3

1. Разомкнем цепь с ***R3*** и определим напряжение холостого хода - U_{XX}



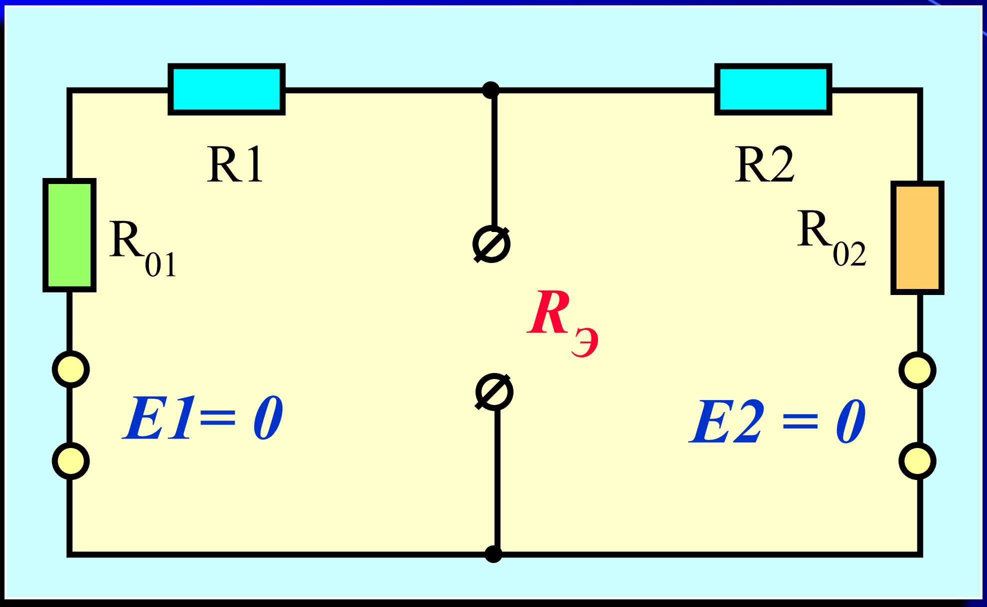
$$U_{XX} = \frac{E1 \cdot G_{10} + E2 \cdot G_{20}}{G_{10} + G_{20}}$$

$$G_{10} = \frac{1}{R1 + R_{01}}$$

$$G_{20} = \frac{1}{R2 + R_{02}}$$

$$U_{XX} = 58{,}3 B$$

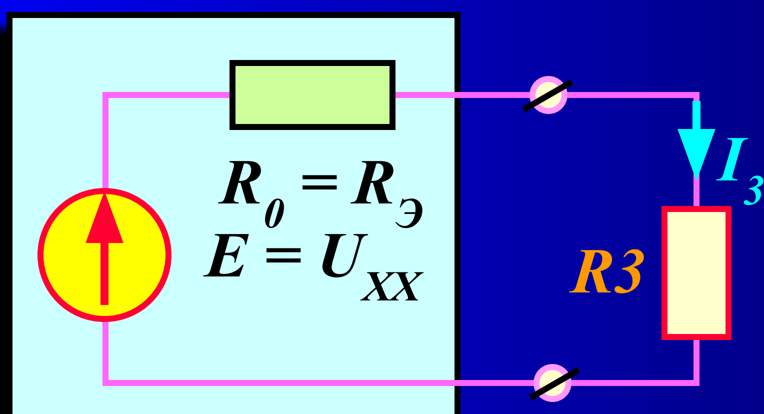
2. Определим эквивалентное сопротивление $R_Э$ (источники ЭДС заменяются короткозамкнутыми отрезками, а источники тока – разрывом цепи)



$$R_Э=\frac{(R1+R_{01})\cdot(R2+R_{02})}{R1+R_{01}+R2+R_{02}}$$

$$R_Э=\frac{20\cdot 10}{20+10}=\frac{200}{30}=6,66 Ом$$

Эквивалентная схема для расчета ЭЦ имеет вид



$$I_3=\frac{U_{XX}}{R_Э+R_3}$$

$$I_3=\frac{58,3}{6,66+40}=1,25 A$$

Задание на самостоятельную работу

Литература:

1. Зевеке Г.В., Ионкин А.В., Страков С.В. *Основы теории цепей*: *Учебник для вузов*, - М.: Энергоатомиздат, 1999 г, с. 21 –32.

2. Бакалов В.П., Игнатов А.Н., Крук Б.И. *Основы теории электрических цепей и электроники*: *Учебник для вузов*, - М.: Радио и связь, 1999 г, с. 24 –34.

3. Касаткин А.С., Немцов М.В. *Электротехника*: *Учебник для вузов*, - М.: Высшая школа, 2003 г, с. 21 –31.