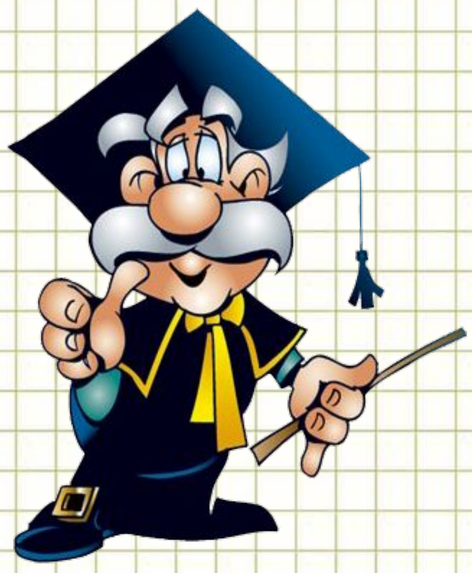
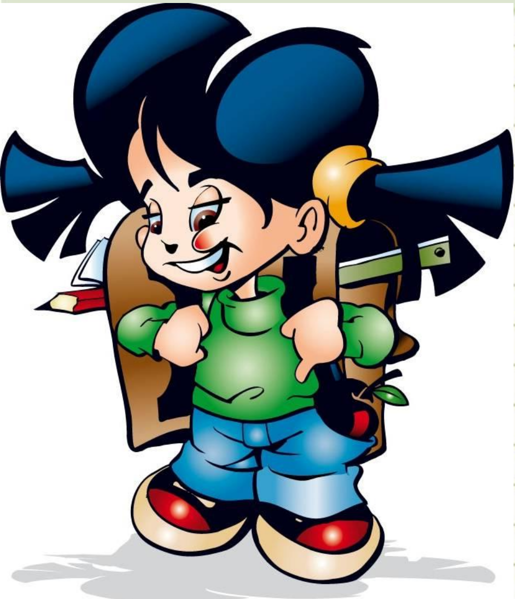
Перестановки.





Определение

Произведение подряд идущих первых n натуральных чисел обозначают n! и называют «эн факториал»:

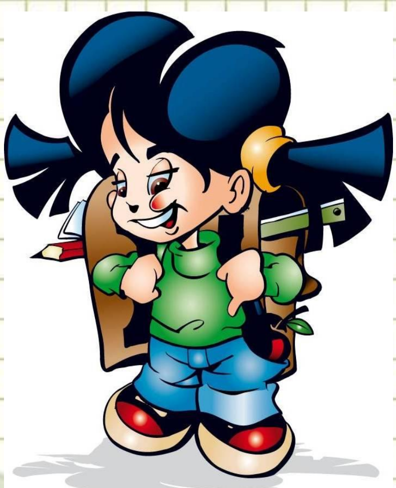
$$n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-2)\cdot (n-1)\cdot n$$

Факториал .

Произведение n натуральных чисел от 1 до n обозначают n!:

$$1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n = n!$$

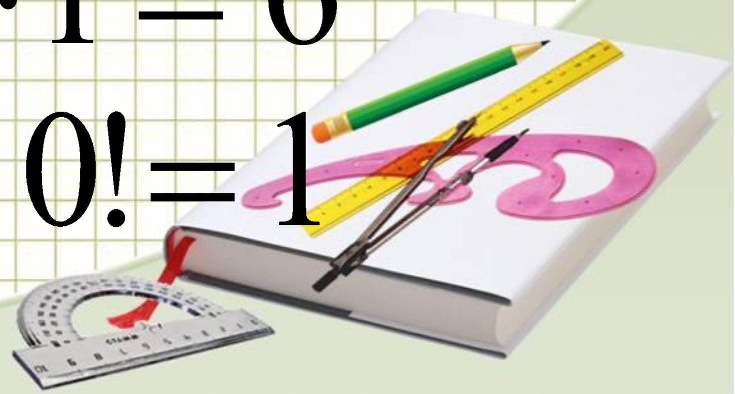
Например :

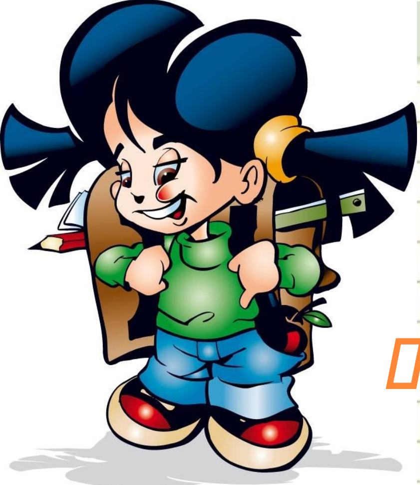


$$2! = 2\cdot 1 = 2$$

$$3! = 3\cdot 2\cdot 1 = 6$$

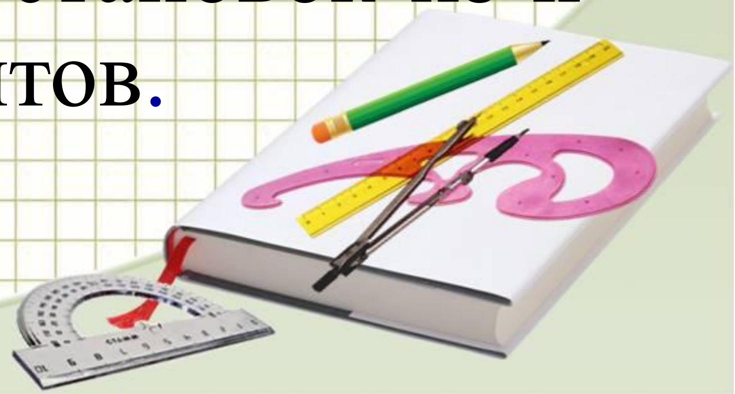
$$1! = 1 \quad и \quad 0! = 1$$





Теорема 1

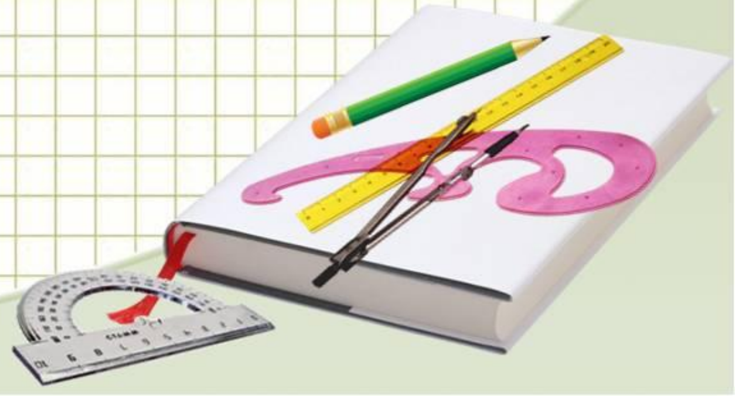
- **n различных элементов можно расставить по одному на n различных мест ровно n! способами.**
- Записывают в виде краткой формулы: $P_n = n!$
- P_n -это число перестановок из n различных элементов.



Число перестановок из n элементов

Чтобы найти количество перестановок из трех элементов, можно не выписывать их, а воспользоваться **комбинаторным правилом умножения.**

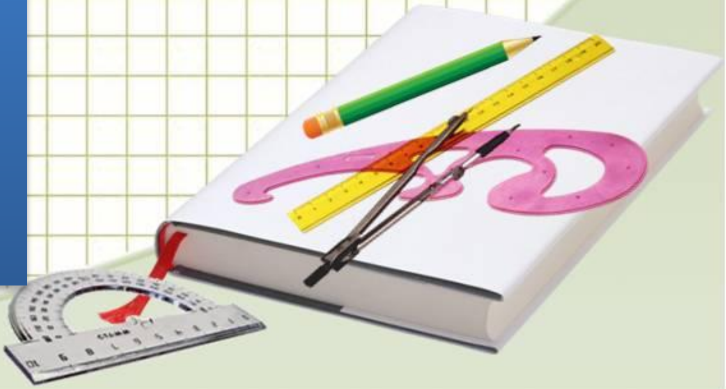
$$P_3 = 6$$



На первое место можно поставить любой из трех элементов.

Для каждого выбора первого элемента существует две возможности выбора второго элемента из оставшихся двух элементов.

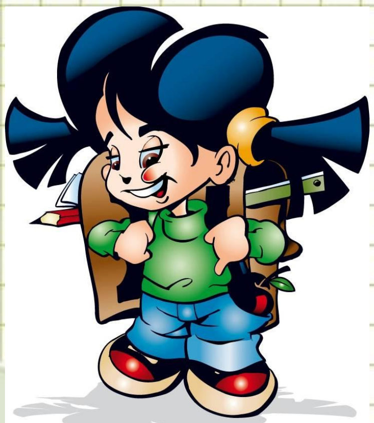
Для каждого выбора первых двух элементов остается единственная возможность выбора третьего элемента.



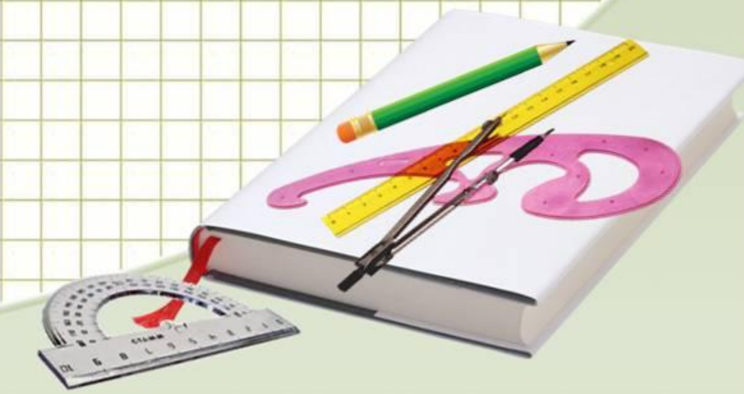
Сколько различных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр 0, 1, 2, 3?

Из цифр 0, 1, 2, 3 можно получить из P_4 перестановок.

Надо исключить те перестановки, которые начинаются с 0, так как натуральное число не может начинаться с цифры нуль.



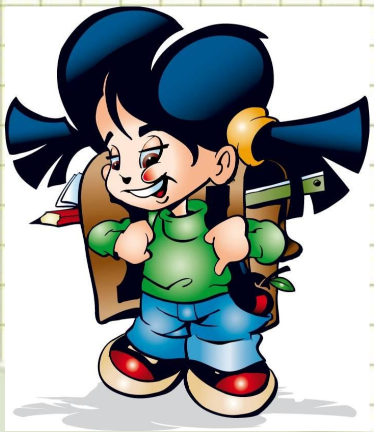
$$P_4 - P_3 = 4! - 3! = 18.$$



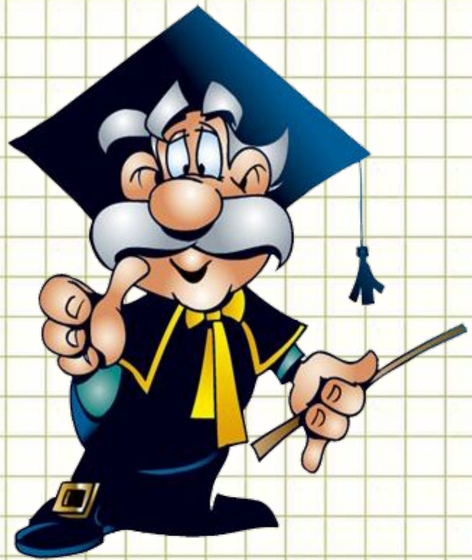
Имеется 9 тарелок, из них 4 – красные. Сколькими способами можно расставить эти тарелки, чтобы все красные тарелки стояли рядом?

Будем рассматривать красные тарелки, как одну тарелку.

$$P_6 \cdot P_4 = 6! \cdot 4! = 17280.$$



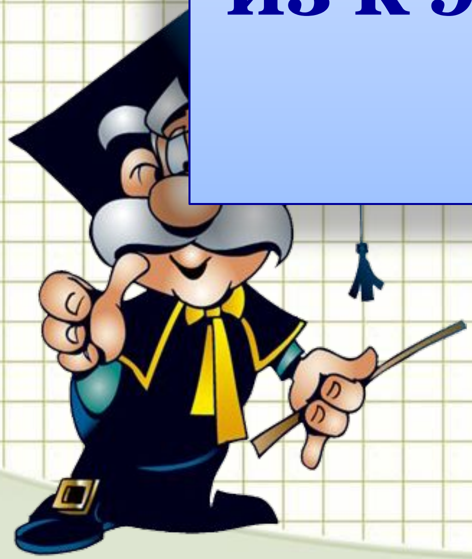
Размещение



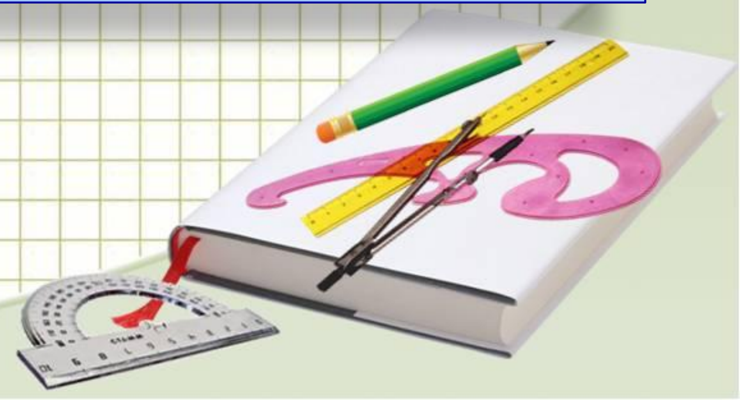
x_1, x_2, x_3

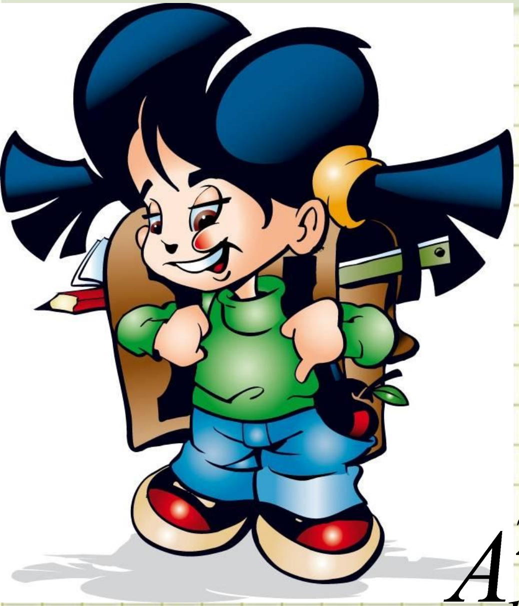
Назовите все пары элементов, составленные из них:

Размещением из n элементов $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ по k называют любой упорядоченный набор из k элементов, составленный из n элементов.



$$A_n^k$$



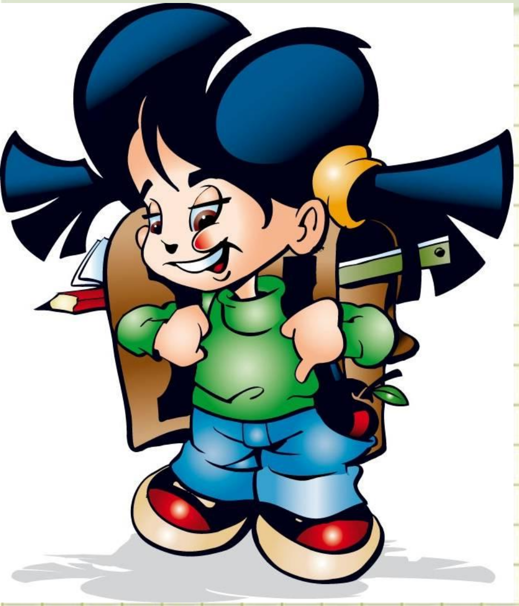


Размещение .

$$A_n^1 = n$$

$$A_n^2 = n(n-1) \qquad A_3^2 = 3 \cdot 2 = 6$$

$$A_n^k = n(n-1)(n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$$



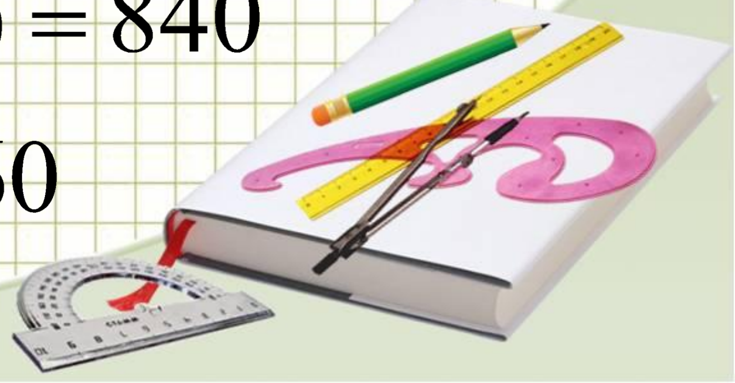
Пример :

Сколькими способами можно распределить два билета на разные кинофильмы между семью друзьями?

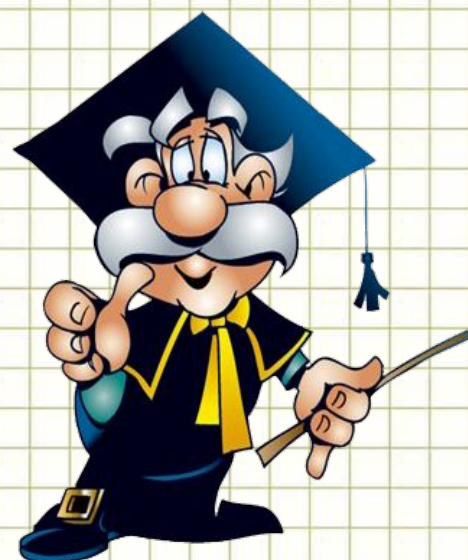
$$A_7^2 = 7 \cdot (7-1) = 7 \cdot 6 = 42$$

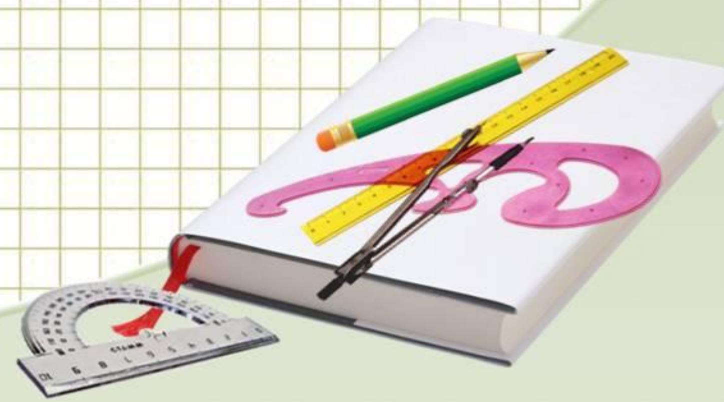
$$A_7^4 = 7 \cdot (7-1)(7-2)(7-3) = 840$$

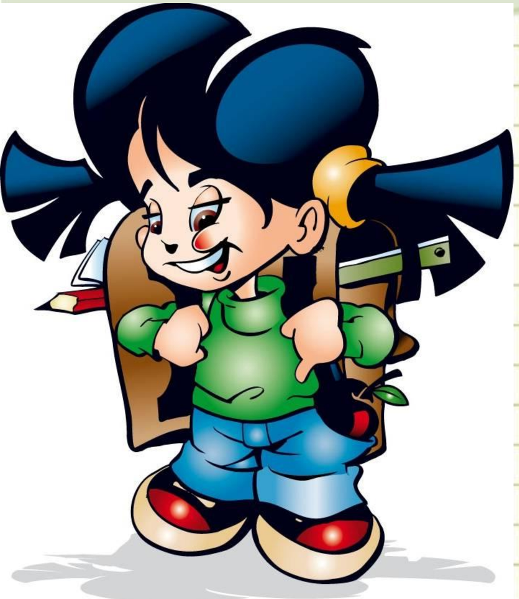
$$A_5^3 = 5 \cdot (5-1)(5-2) = 60$$



Сочетание



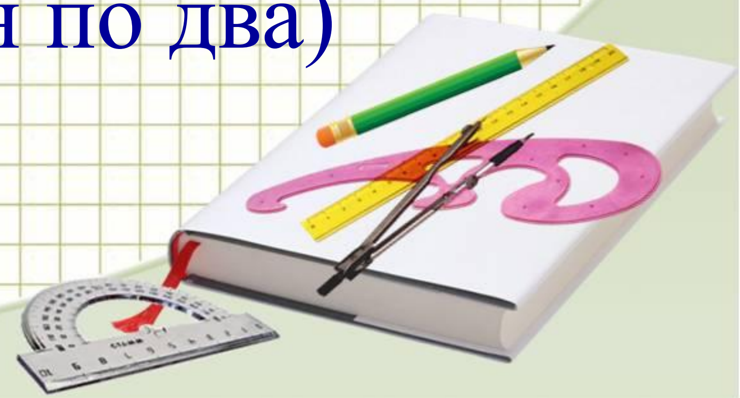


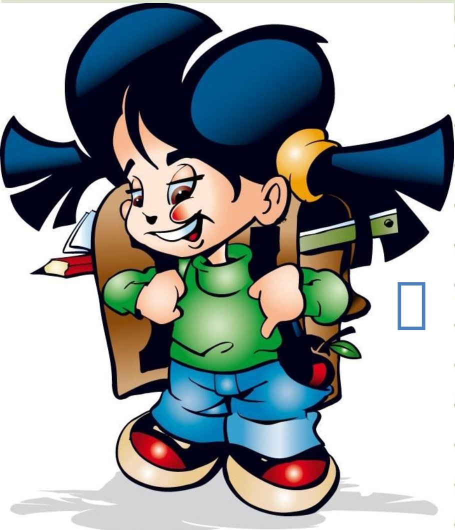


Определение

число всех выборов двух элементов *без учета их порядка* из *n* данных элементов называют числом сочетаний из n элементов по 2 и обозначают

$\boxed{C_n^2}$ (цэ из эн по два)





Теорема 2

- (*о выборе двух элементов*). Если множество состоит из n элементов и требуется выбрать два элемента без учета их порядка, то такой выбор можно произвести

n(n-1)/2 способами.

$$C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$$