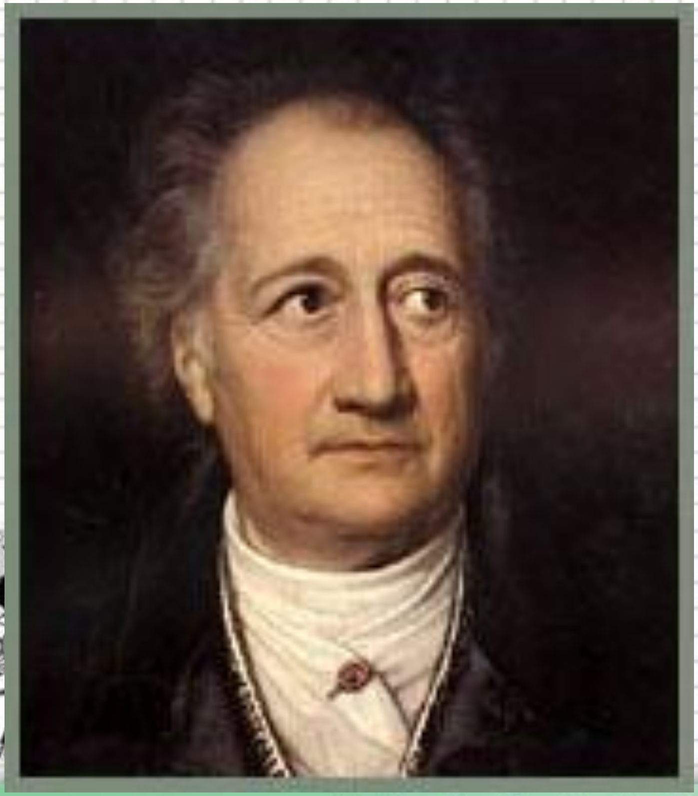
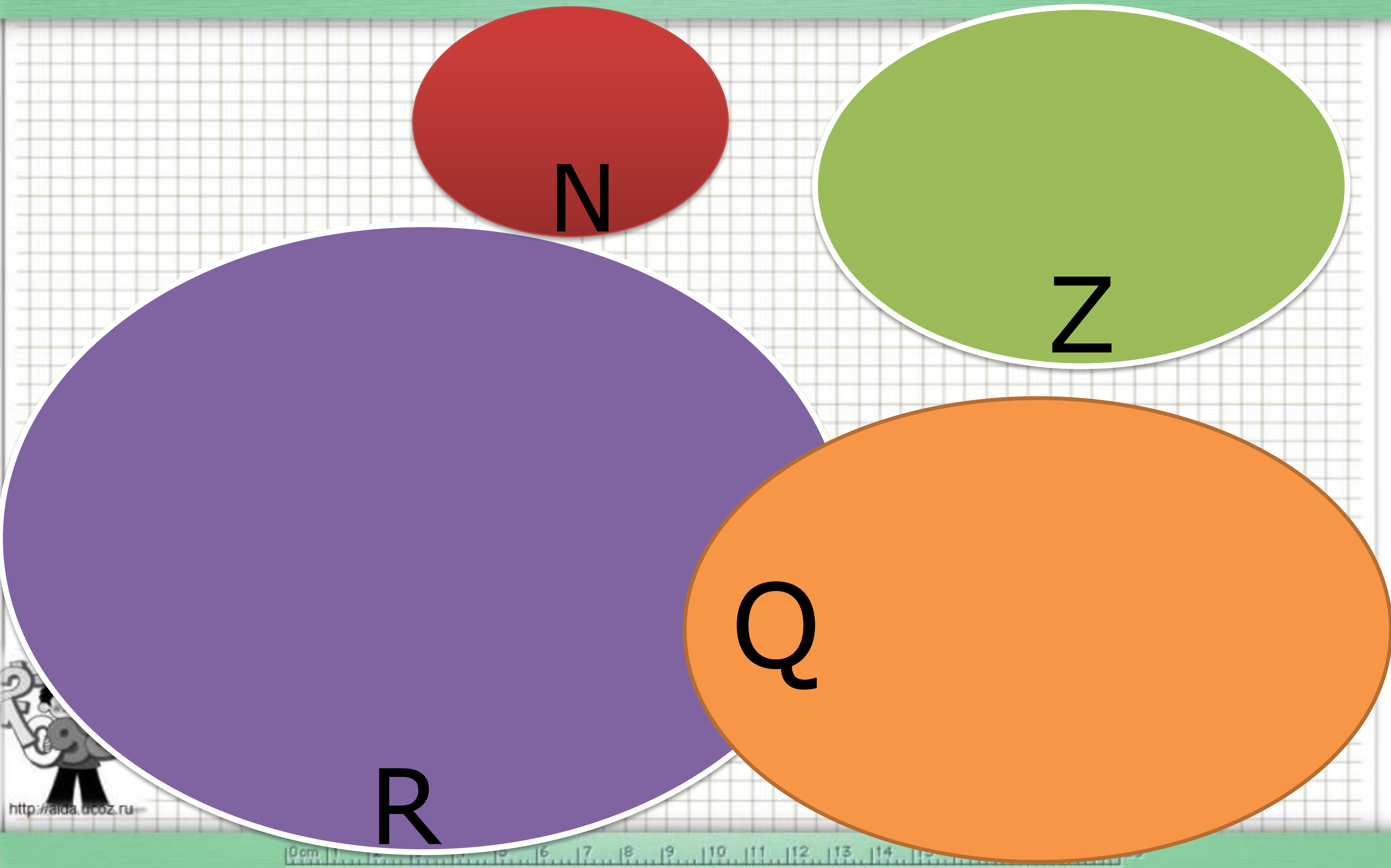
Числа не управляют миром, но показывают, как управляется мир



И. Гёте

Числовые множества



$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2}$$

$$x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 \cancel{=} -4$$

Нет решения в IR

Решите уравнения:

- Вариант I
- Вариант II

$x^2 + 1 = 0$

$x^2 + 9 = 0$

Решения нет

во множестве действительных чисел!!!!!

$x^2 = -1$

i – мнимая едини

$$i^2 = -1$$

$$x^2 = i^2 \Rightarrow x = i$$

$$z = a + bi$$

действительная часть

мнимая часть

a,b – любые действительные числа

Если $a = 0$, то число $i\,b$ называется чисто мнимым.

Если $b = 0$, то получается действительное число a.

Множество комплексных чисел

$z_1 = 3 + 2i$

$z_2 = -2 + i$

$z_3 = 1 - 2i$

C

СУММА

$z_1 = a_1 + b_1 i$

$z_2 = a_2 + b_2 i$

$z = \quad\quad +$

$z = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$

Решите примеры:

$$Z_1 + Z_2$$

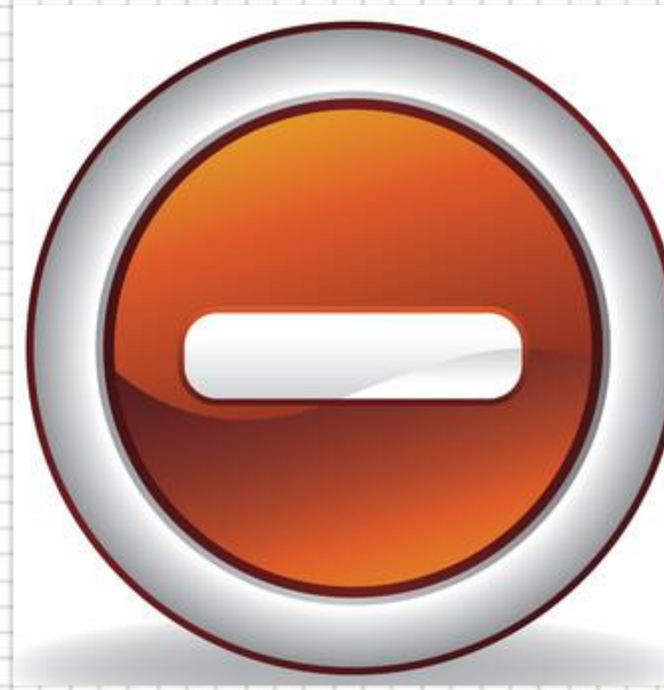
а) $Z_1 = 5+4i$ и $Z_2 = -7-9i$

б) $Z_1 = 2+3i$ и $Z_2 = -1+5i$

РАЗНОСТЬ

$$Z_1 = a_1 + b_1 i$$

$$Z_2 = a_2 + b_2 i$$



РАЗНОСТЬ

$z_1 = a_1 + b_1 i$

$z_2 = a_2 + b_2 i$

$$\mathbf{z} = \qquad - \; (\qquad)$$

$$z = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$$

Решите примеры:

$$Z_1 - Z_2$$

а) $Z_1 = 5+4i$ и $Z_2 = -7-9i$

б) $Z_1 = 2+3i$ и $Z_2 = -1+5i$

Возведение в степень

Вычислить:

а) $i^3 = (i^2) * i = -1 * i = -i$

б) $i^5 = \; i^5 = i^2 * i^3 = -1 * (-i) = i$

Самостоятельная работа

Для комплексных чисел z_1 и z_2 найдите их сумму z_1 + z_2 и разность z_1 - z_2, если:

z_1 = 1+i, **z_2 = -1+2i;**

Ответ:

$$z_1 + z_2 = 2$$

$$z_1 - z_1 = 2 - i$$

Произведение

Произведением комплексных чисел является комплексное число:

$$z_1 = a + bi, z_2 = c + di$$

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi)(c + di) =$$

$$= ac + bci + adi + bdi^2 =$$

$$= (ac - bd) + (bc + ad)i$$

Сопряженные числа

Если у комплексного числа сохранить действительную часть и поменять знак у мнимой части, то получится комплексное число, сопряженное данному, которое обозначается

$z = a + bi$ комплексное число;

$\bar{z} = a - bi$ сопряженное число.

Деление

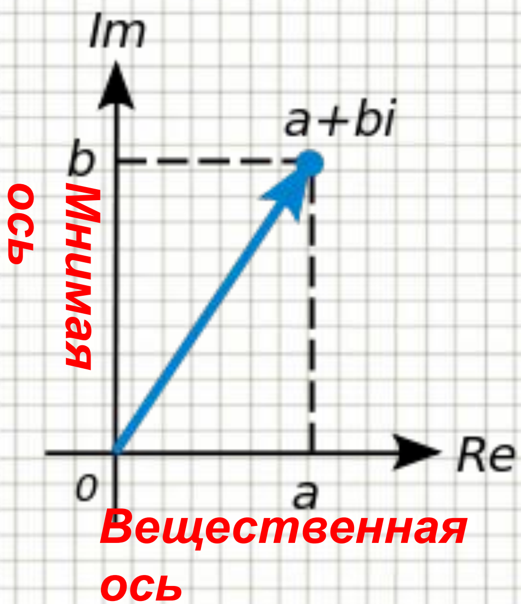
Для того, чтобы разделить два комплексных числа, нужно делимое и делитель умножить на число, сопряженное делителю, т.е.

$$\frac{a+bi}{c+di}=\frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}=$$

$$=\frac{ac+bci-adi-bdi^2}{c^2-(di)^2}=$$

$$=\frac{(ac+bd)+(bc-ad)i}{c^2+d^2}$$

Геометрическое изображение комплексных чисел.

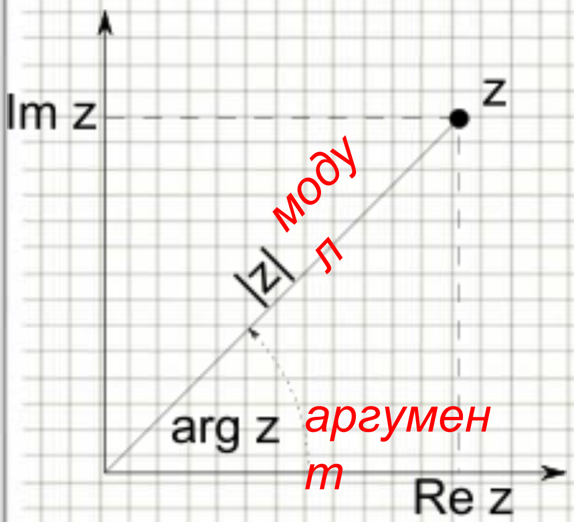


Рассмотрим плоскость с прямоугольной системой координат. Каждому комплексному числу сопоставим точку плоскости с координатами (а также радиус-вектор, соединяющий начало координат с этой точкой).

Такая плоскость называется **комплексной.**

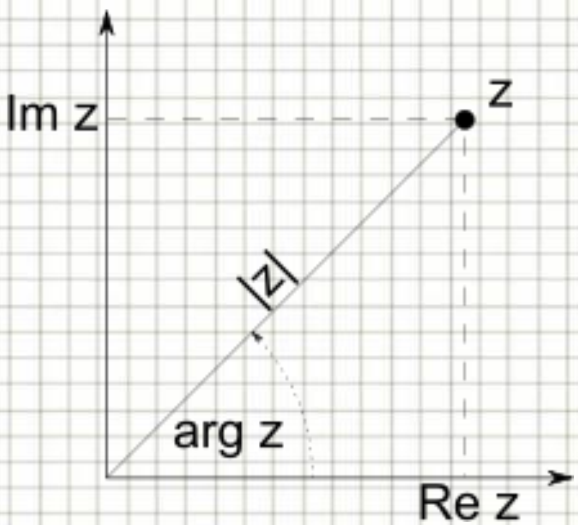
Действительная часть числа на ней занимает горизонтальную ось, мнимая часть изображается на вертикальной оси; по этой причине горизонтальная и вертикальная оси называются соответственно *вещественной* и *мнимой* осями.

Геометрическое изображение комплексных чисел.



Часто бывает удобно рассматривать на комплексной плоскости также полярную систему координат, в которой координатами точки являются расстояние до начала координат (*модуль*) и угол радиус-вектора точки (показанного синей стрелкой на рисунке) с горизонтальной осью (*аргумент*).

Геометрическое изображение комплексных чисел.

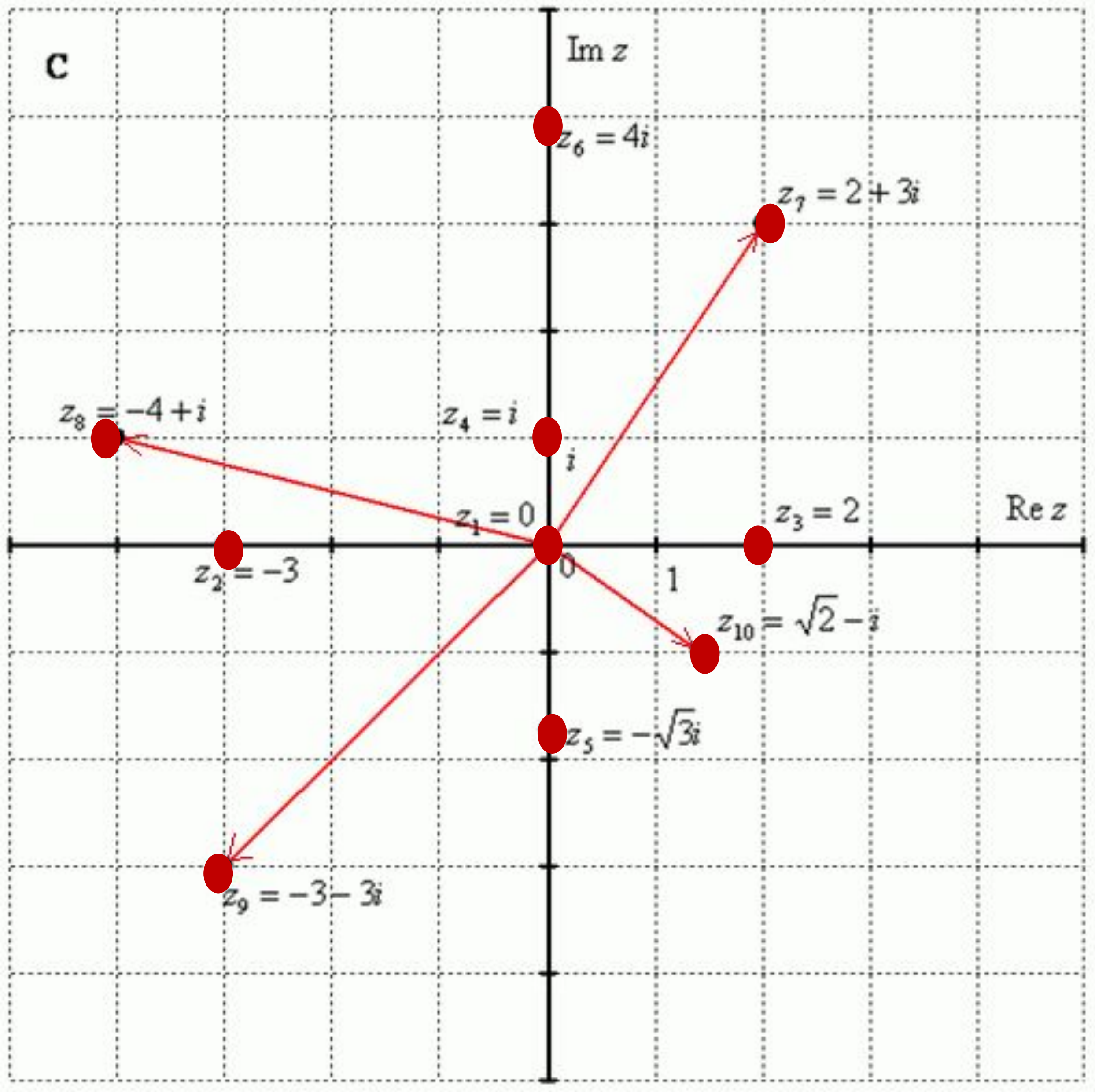


Модулем (абсолютной величиной) комплексного числа называется длина радиус-вектора соответствующей точки комплексной плоскости (или, что то же, расстояние между точкой комплексной плоскости, соответствующей этому числу, и началом координат).

Модуль комплексного числа z обозначается |z| и определяется выражением

$$\boxed{|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{a^2 + b^2}\,.}$$

Построим на комплексной плоскости следующие комплексные числа:

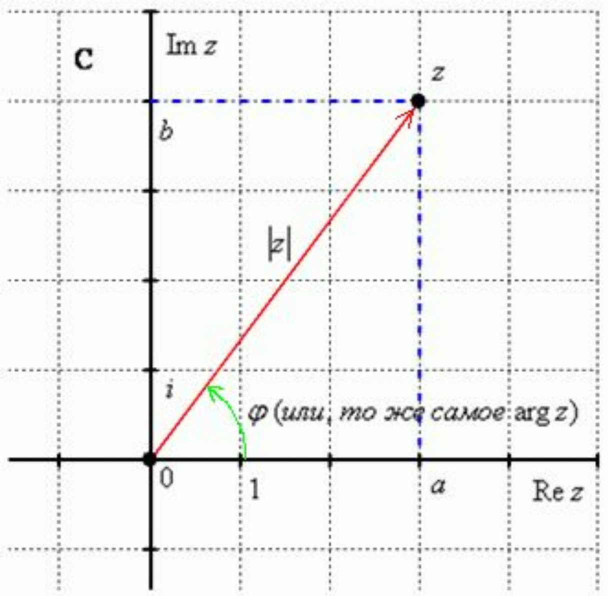


Модулем комплексного числа z называется расстояние от начала координат до соответствующей точки комплексной плоскости. Попросту говоря, модуль – это длина радиус-вектора, который на чертеже обозначен красным цветом.

Модуль комплексного числа стандартно обозначают: $|z|$ или r.

По теореме Пифагора легко вывести формулу для нахождения модуля комплексного числа: .

Аргументом комплексного числа z называется угол
жду положительной полуосью действительной оси и
диус- вектором, проведенным из начала координат к
тствующей точке. Аргумент не определён для
венного числа: .$z = 0$.



гумент комплексного числа z стандартно обозначают:
или arg Z.