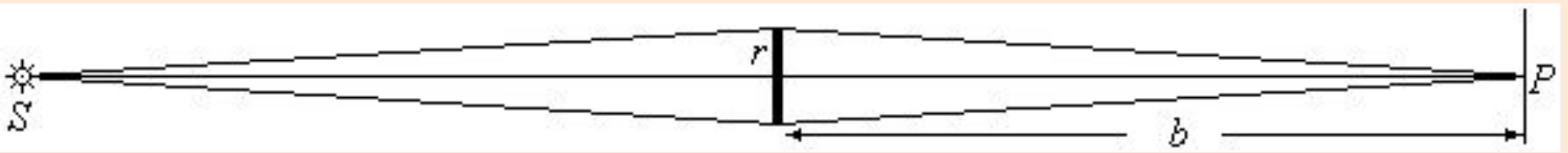


ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

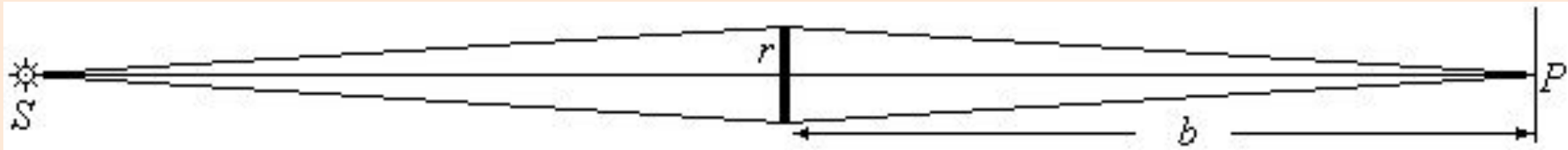
Дифракцией света называется совокупность явлений наблюдаемых при распространении света в средах, включающих в себя неоднородности, из-за наличия которых наблюдается отклонение в распространении от законов геометрической оптики. Частным случаем проявления дифракции света является огибание световыми волнами препятствий и проникновение света в область геометрической тени.



Наблюдение дифракции осуществляется по следующей схеме: На пути световой волны, распространяющейся от некоторого источника, помещается непрозрачная преграда, закрывающая часть волновой поверхности световой волны. За преградой располагается экран, на котором возникает дифракционная картина.



Различают два вида дифракции. Если источник света S и точка наблюдения P расположены от препятствия настолько далеко, что лучи падающие на препятствие, и лучи идущие в точку P образуют практически параллельные пучки, говорят о дифракции в параллельных лучах или о дифракции Фраунгофера. В противном случае говорят о дифракции Френеля.



Критерий вида дифракции:

$$\frac{r^2}{b\lambda} \begin{cases} \ll 1 & \text{Фраунгофера} \\ \approx 1 & \text{Френеля} \\ \gg 1 & \text{геометрическая} \end{cases}$$

r – линейный размер препятствия,

b – расстояние от препятствия до экрана

Впервые объяснения по распространению света и дифракционным явлениям попытался дать Гюйгенс и Френель.



Френель Огюст Жан
(1788 - 1827)

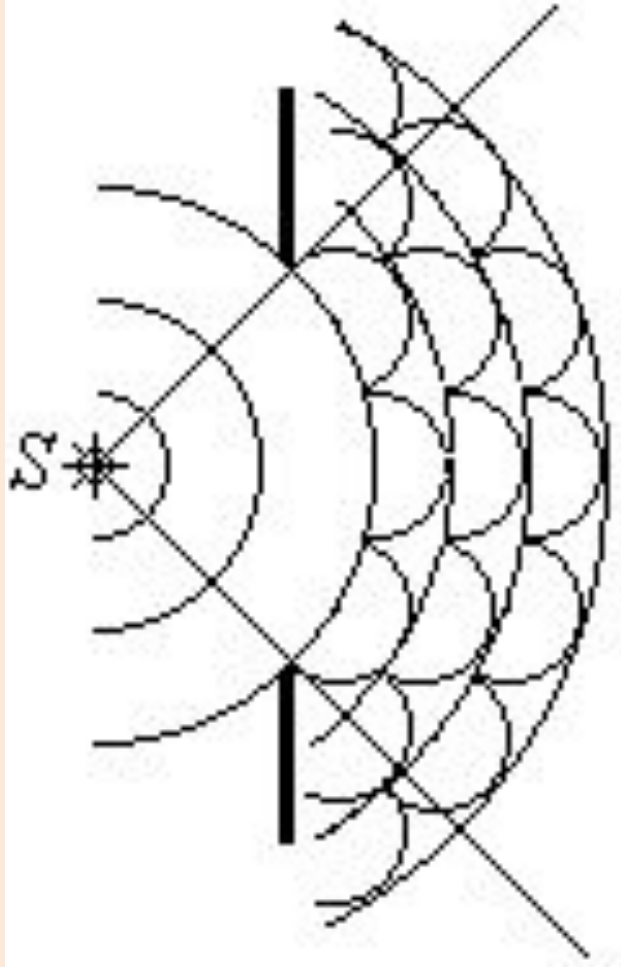
**французский физик, член
Парижской академии наук.**



Фраунгофер Йозеф
(1787- 1826)

**немецкий физик,
профессор Мюнхенского**

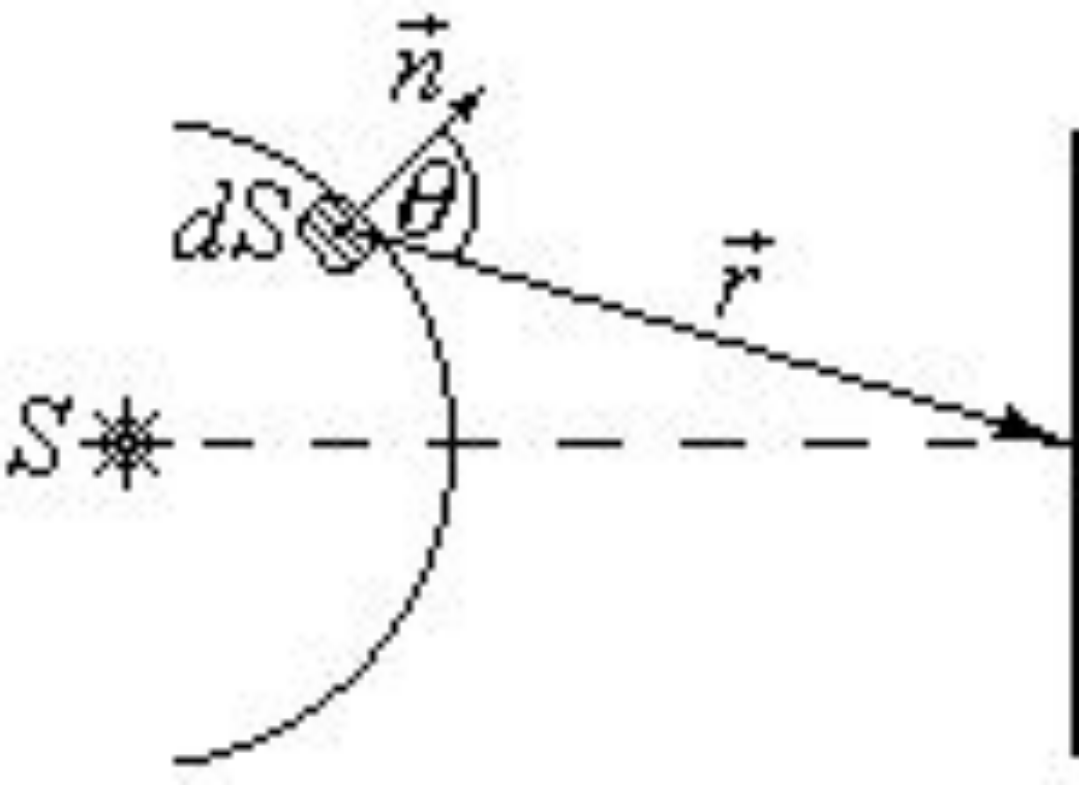
Принцип Гюйгенса - Френеля



Каждая точка фронта волны является источником вторичных волн, огибающая которых образует новый фронт волны.

Принцип Гюйгенса развил далее Френель, введя поло-

жение о когерентности и интерференции этих вторичных волн.



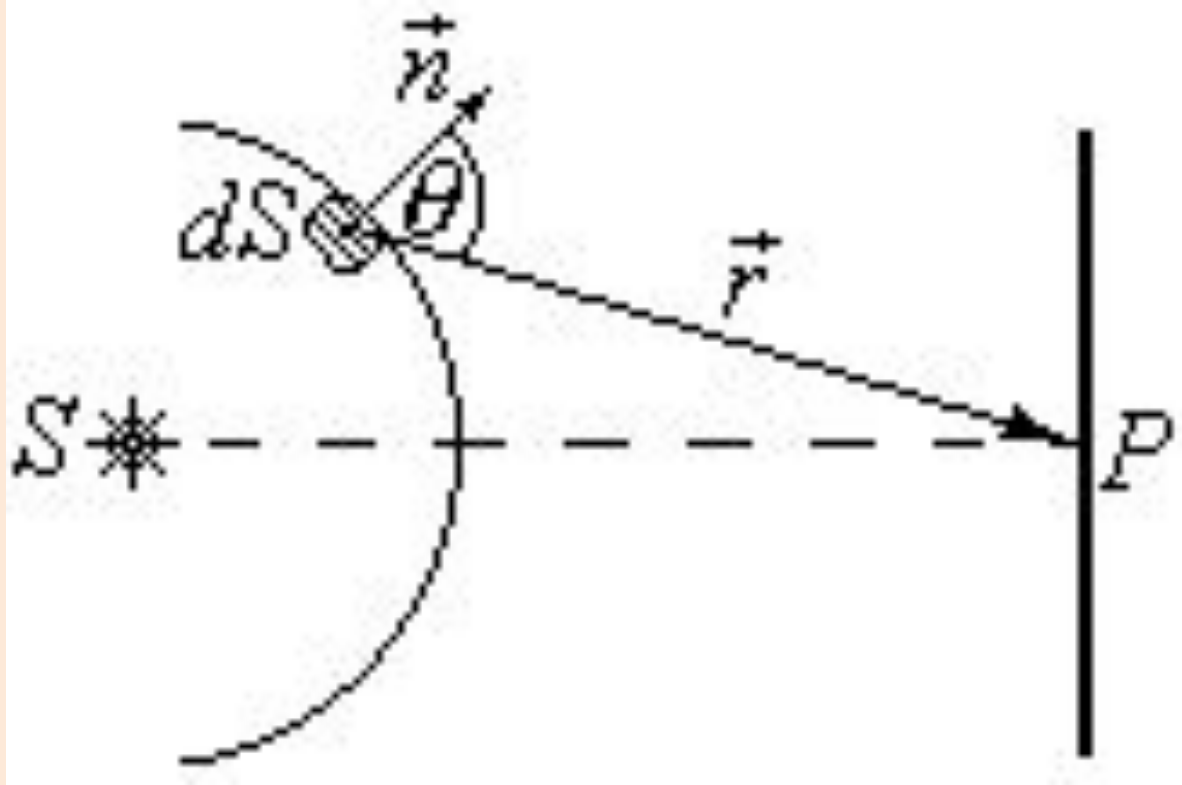
от каждого участка dS волновой поверхности в точку наблюдения P , лежащую перед этой поверхностью приходит колебание

$$dE = K \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) \quad a_0 - \text{определяется}$$

амплитудой светового колебания в том

месте, где находится dS . При $\theta = 0$ K —

максимален, при $\theta \geq \frac{\pi}{2}$ — $K = 0$.



$$E = \int_S K(\theta) \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) \cdot dS$$

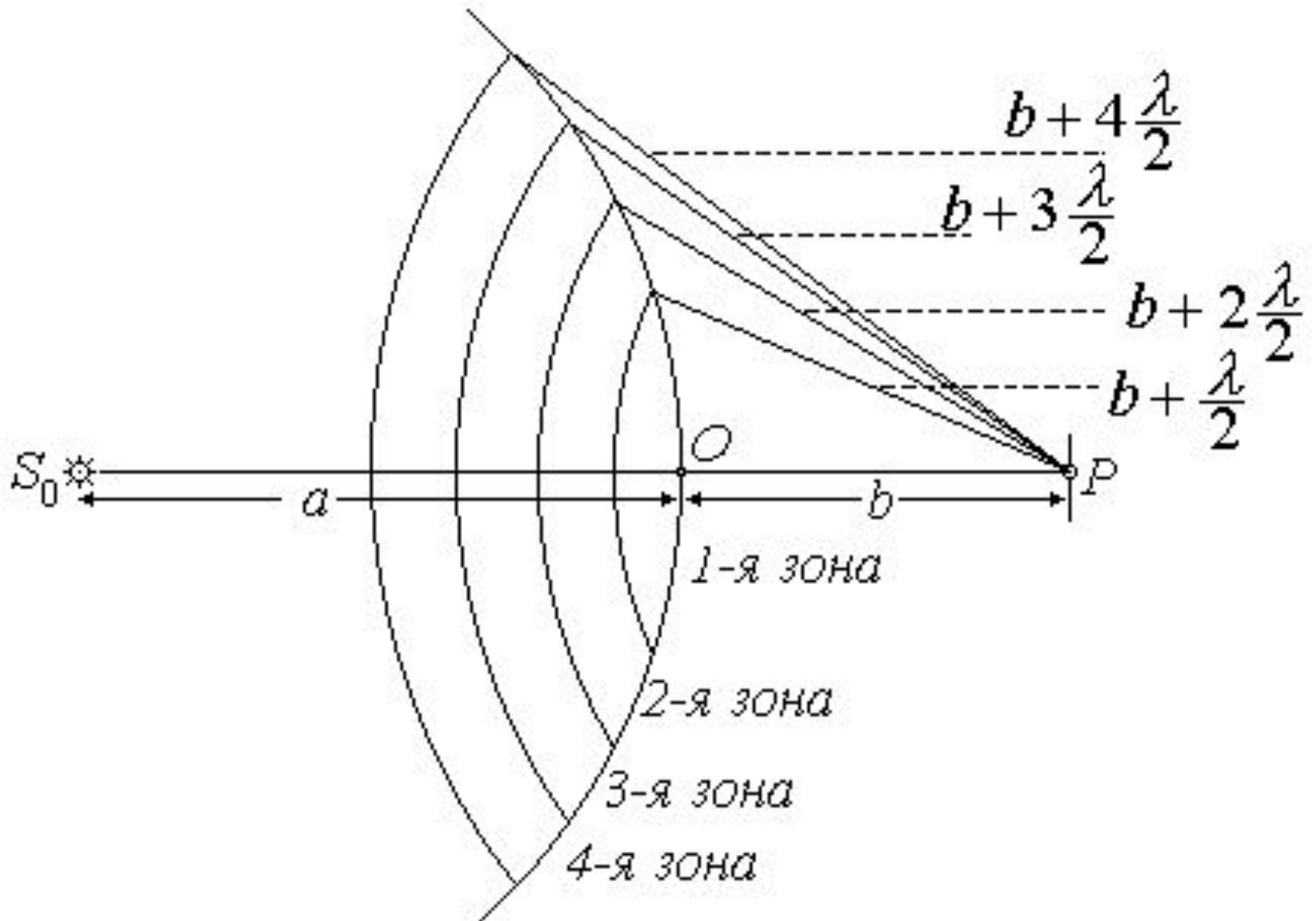
Зоны Френеля

как показал Френель, волновую поверхность надо разбивать не произвольно, а по зонам, что упрощает расчет амплитуды результирующего колебания. Поверхность разбивается на кольцевые зоны Френеля.

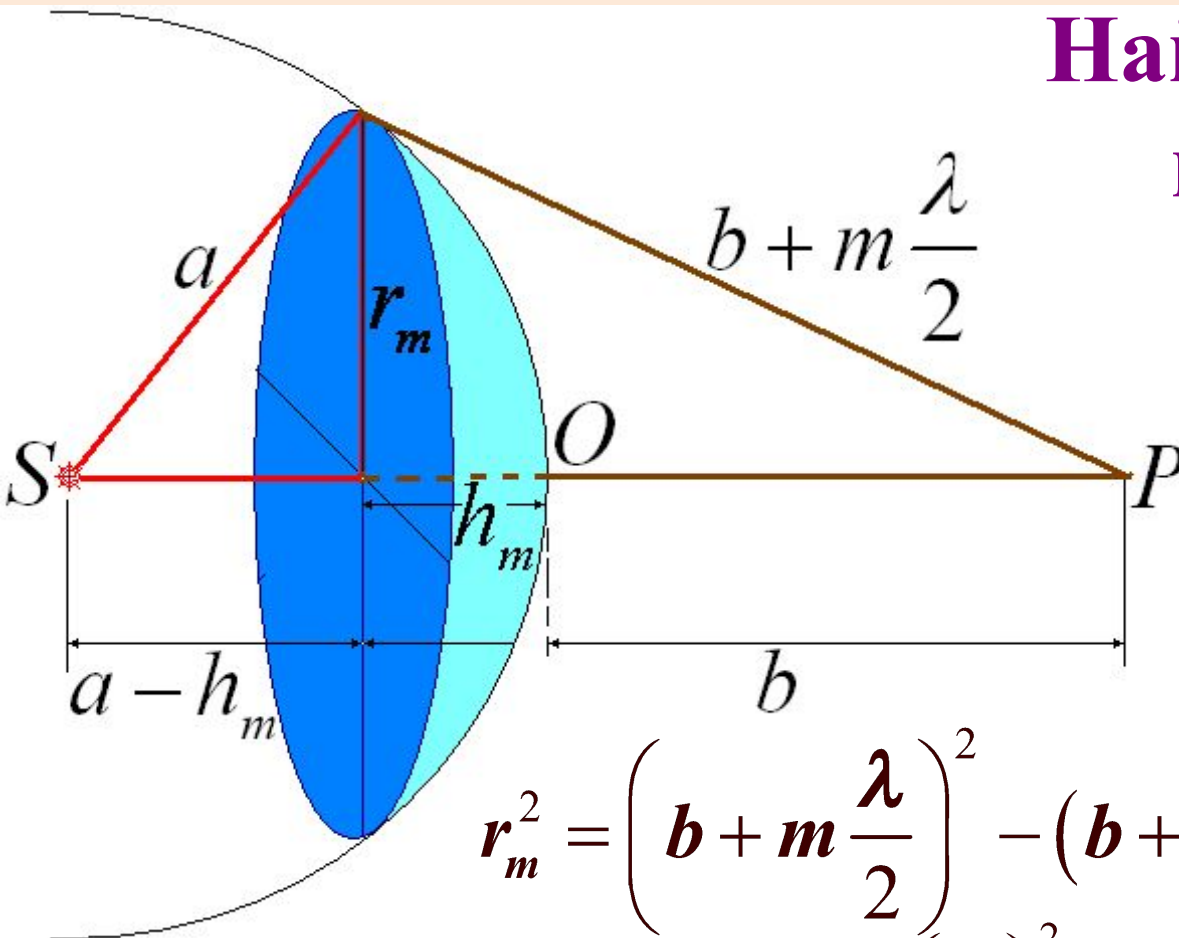
Зоны Френеля

Для построения зон проводятся сферы радиусами $b + m \frac{\lambda}{2}$ ($m = 1, 2, 3 \dots$). В этом случае, колебания, возбуждаемые в точке P двумя соседними зонами, противоположны по фазе, так как разность хода от сходственных точек этих зон до точки P равна $\frac{\lambda}{2}$ и эти колебания будут гасить друг друга.

Зоны Френеля



Найдем радиусы и площади зон Френеля



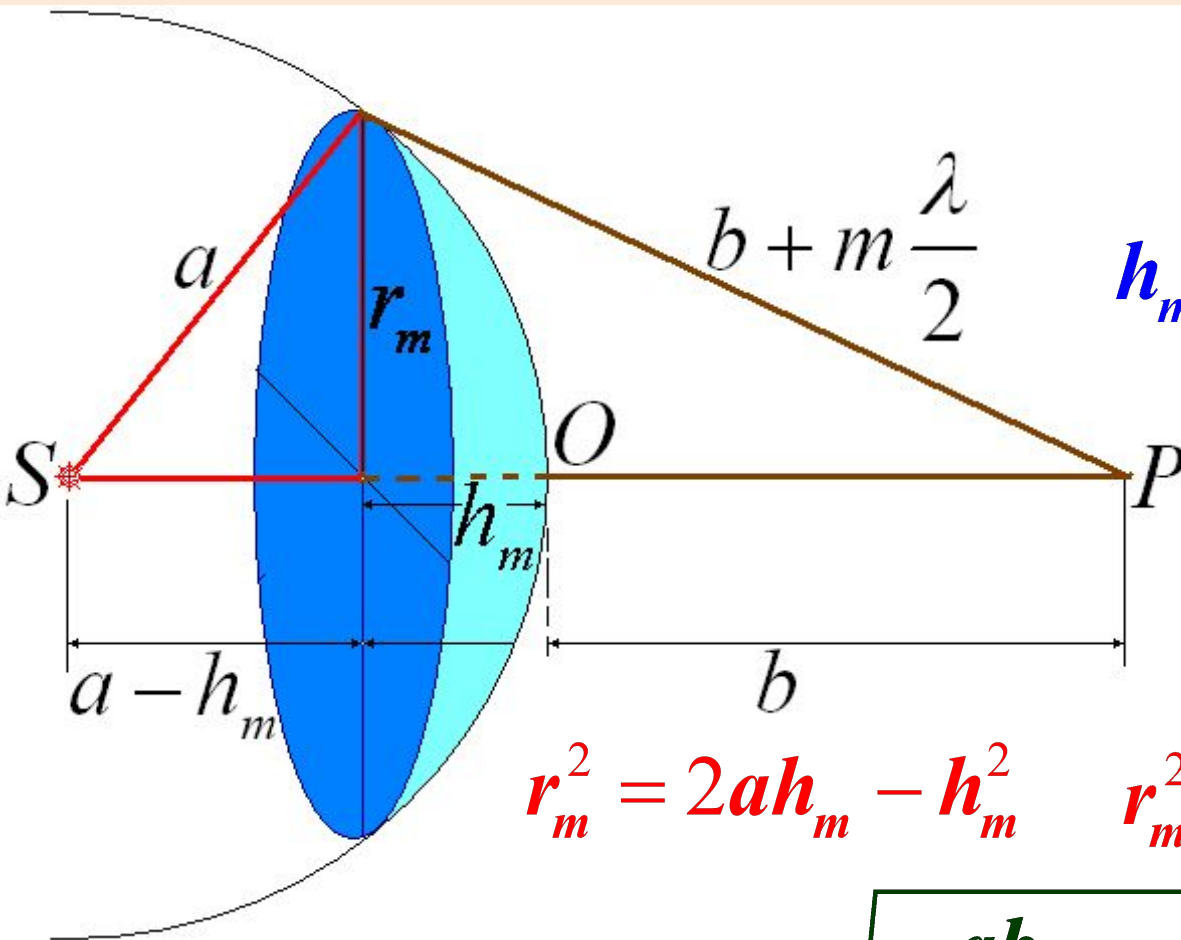
$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2$$

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2$$

$$r_m^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2} \right)^2 - (b + h_m)^2$$

$$r_m^2 = bm\lambda + m^2 \left(\frac{\lambda}{2} \right)^2 - 2bh_m - h_m^2$$

$$2ah_m - \cancel{h_m^2} = bm\lambda + m^2 \left(\frac{\lambda}{2} \right)^2 - 2bh_m - \cancel{h_m^2}$$



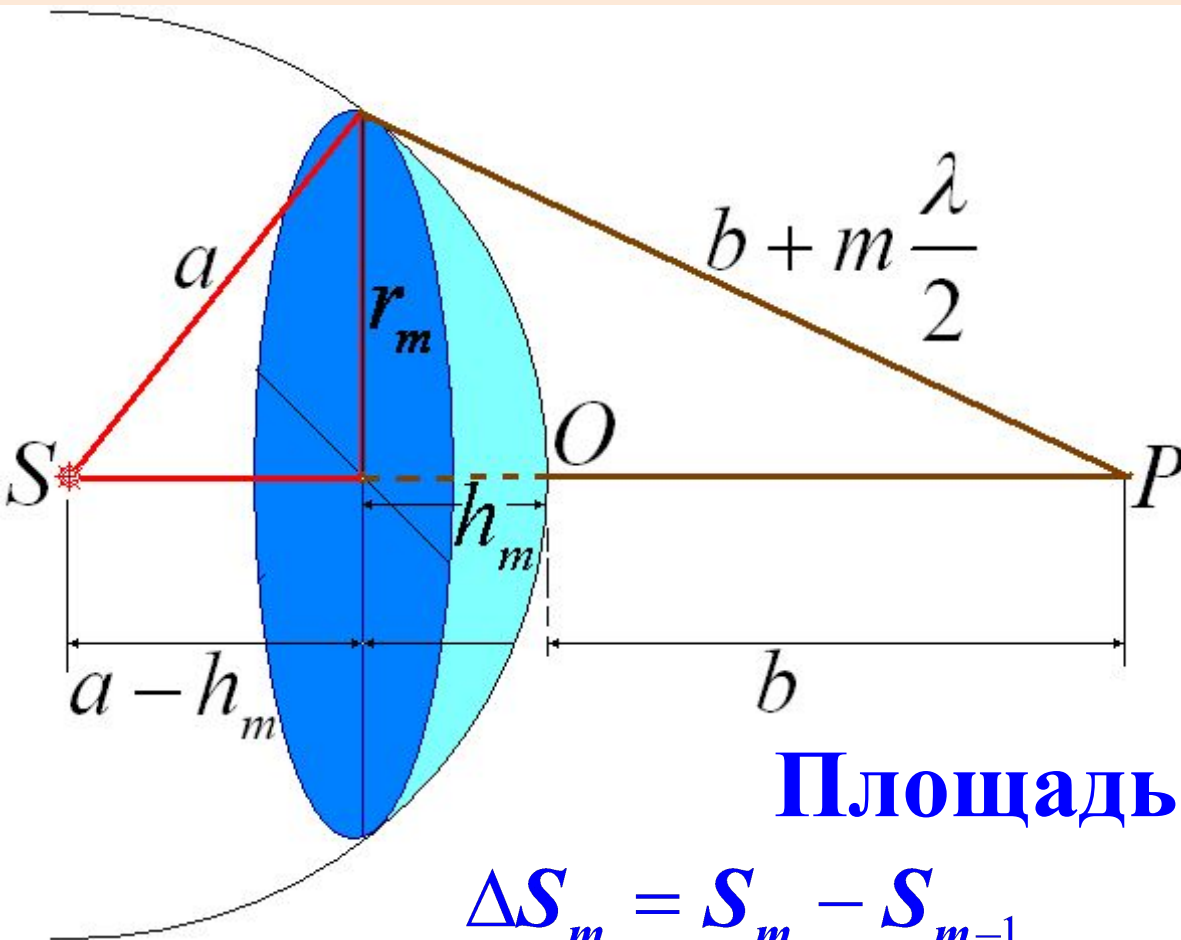
$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2 \left(\frac{\lambda}{2} \right)^2}{2(a+b)}$$

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}$$

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2 \quad r_m^2 = 2ah_m \left(1 - \frac{h_m}{2a} \right)$$

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{(a+b)} m\lambda}$$

Если $a \rightarrow \infty$, то $r_m = \sqrt{bm\lambda}$



$$h_m = \frac{b m \lambda}{2(a + b)}$$

Площадь сегмента

$$S = 2\pi R h$$

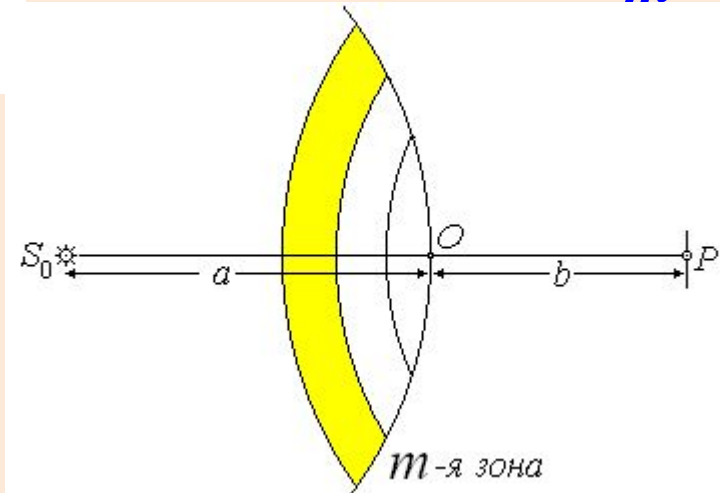
$$S_m = \frac{\pi a b m \lambda}{a + b}$$

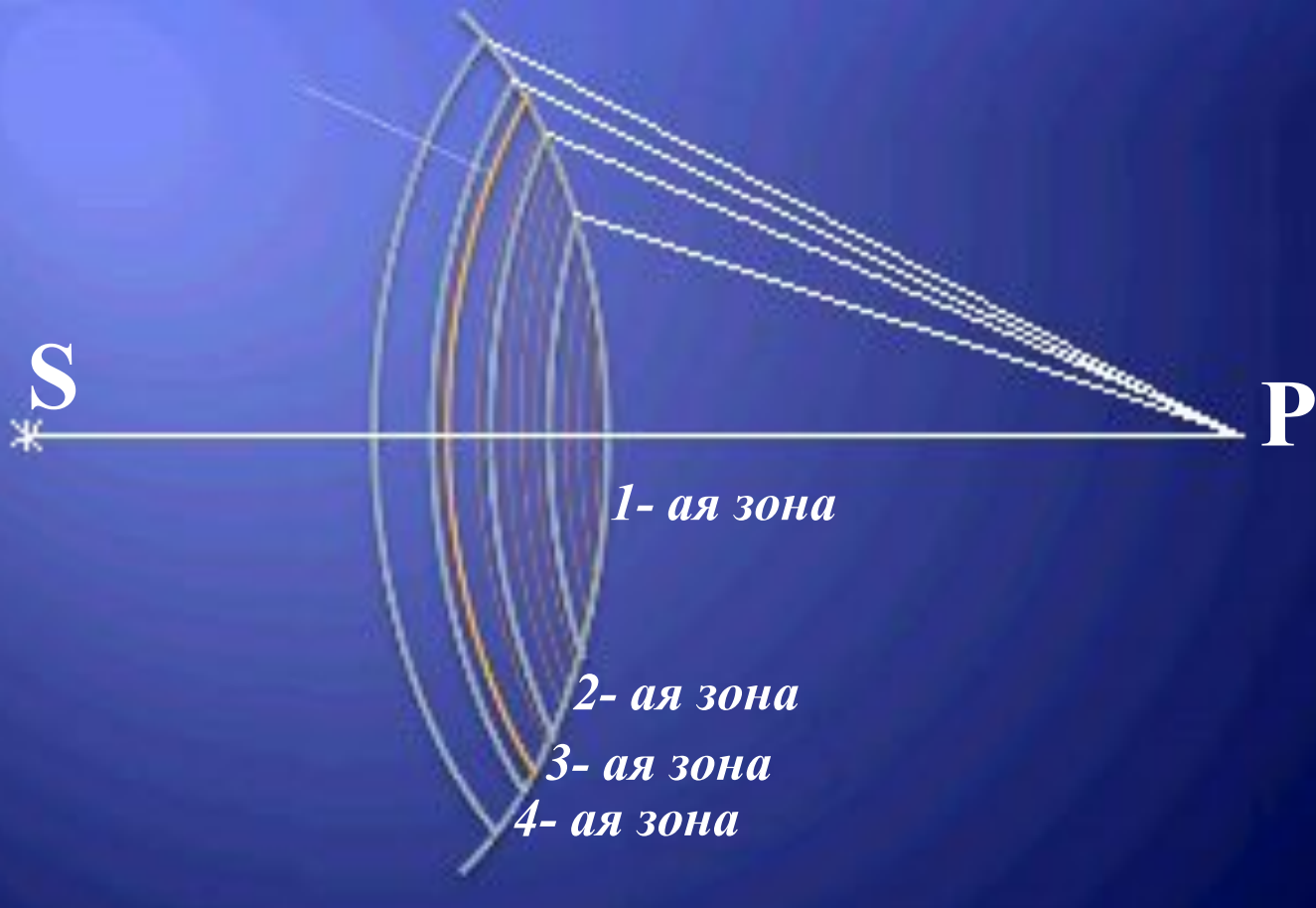
Площадь m -ой зоны ΔS_m

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1}$$

$$\Delta S_m = \frac{\pi a b \lambda}{a + b}$$

Площади зон одинаковы

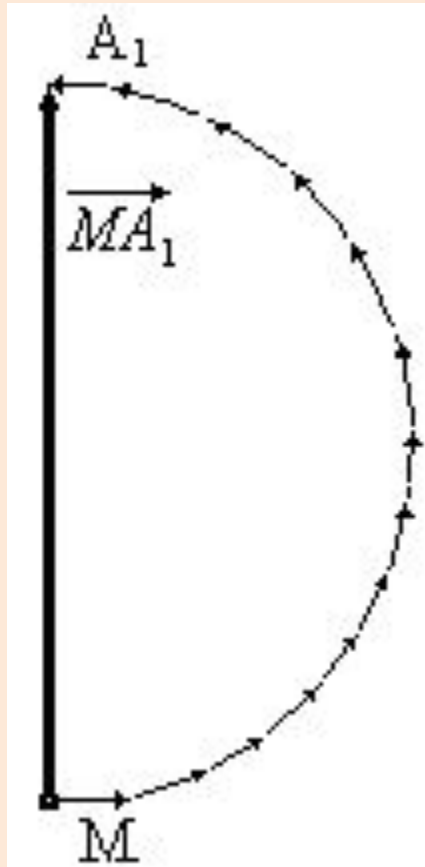




Для нахождения амплитуды результирующего колебания в точке P воспользуемся методом векторных диаграмм.

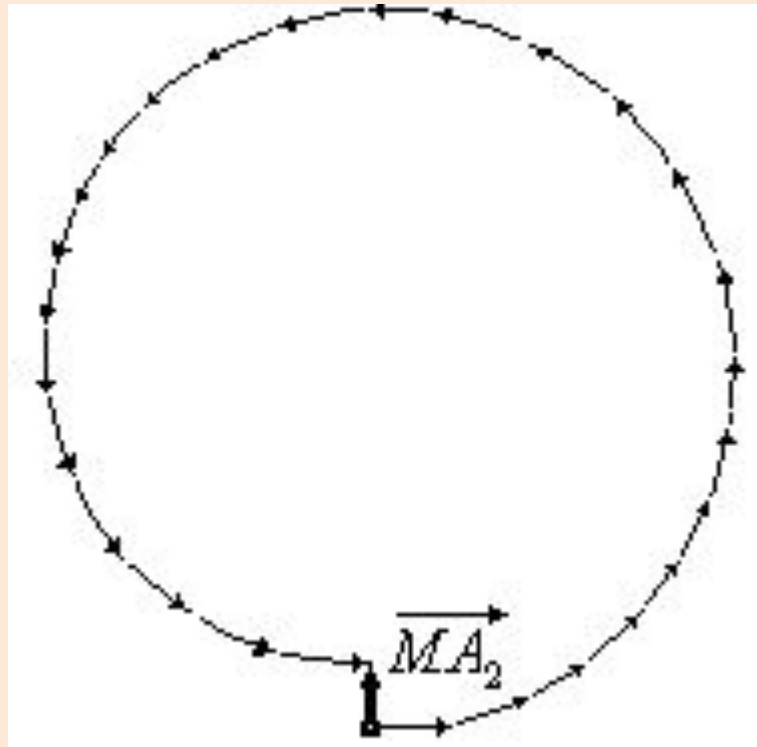
Для этого каждую зону Френеля разобьём еще на более мелкие кольцевые участки, в пределах каждого из которых фазу колебаний считаем постоянной, а при переходе от одного участка к другому считаем, что фаза изменяется скачком.

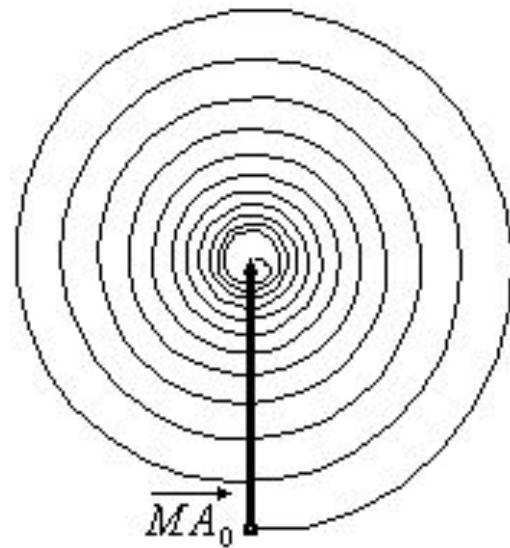
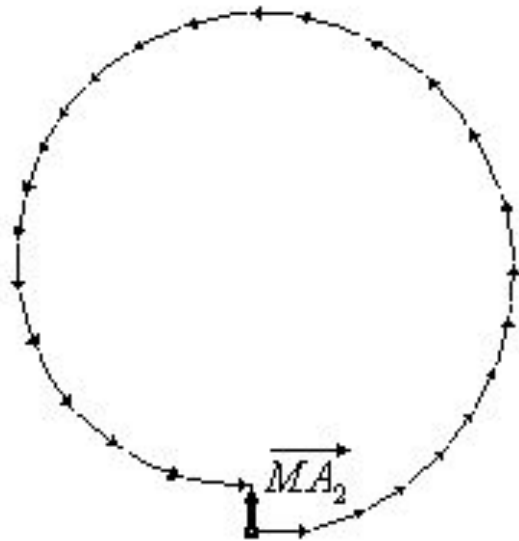
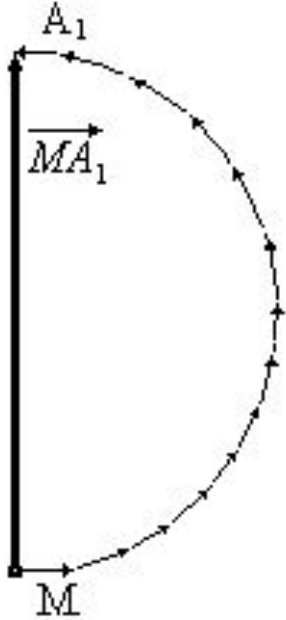
Векторная диаграмма, изображающая действие первой зоны, представится ломанной MA_1 или вектором $\overrightarrow{MA_1}$



Действие двух соседних зон Френеля
изобразится аналогично вектором
и т. д.

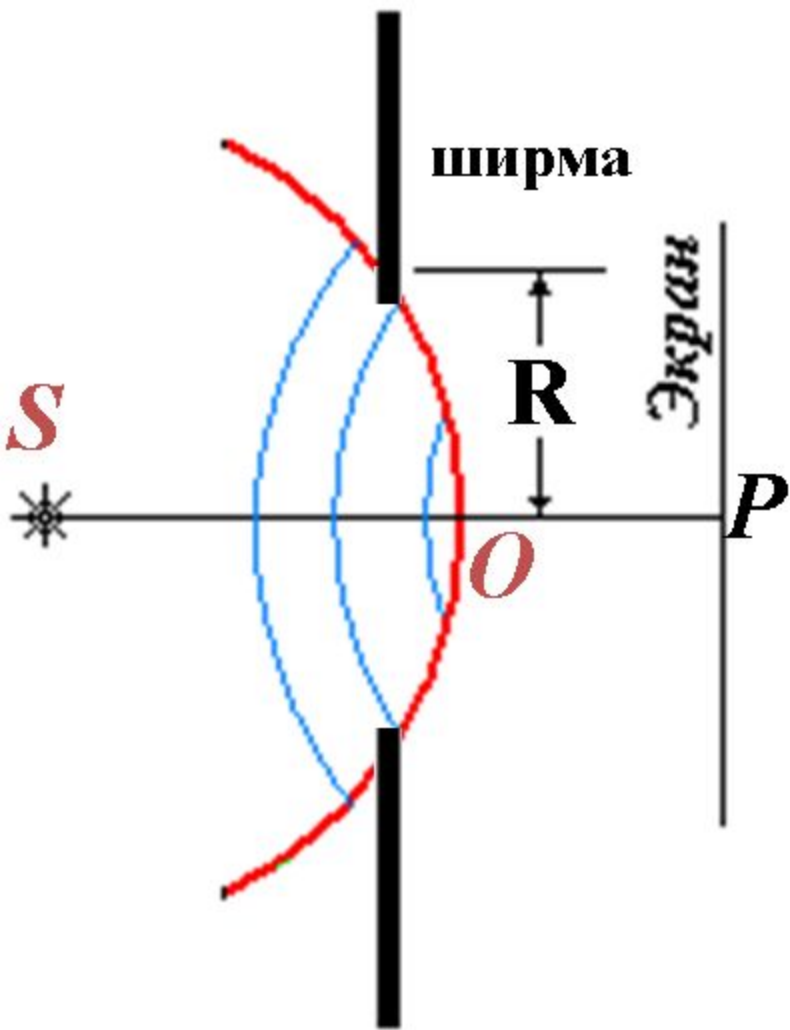
$\overline{MA_2}$





Амплитуда, создаваемая открытой целиком волновой поверхностью, определится вектором $\overline{MA_0}$, очевидно, равна половине амплитуды, создаваемой одной центральной зоной $A_0 = \frac{A_1}{2}$, $I_0 = \frac{1}{4} I_1$.

Весь фронт волны создает в т. Р интенсивность в 4 раза меньшую, чем одна



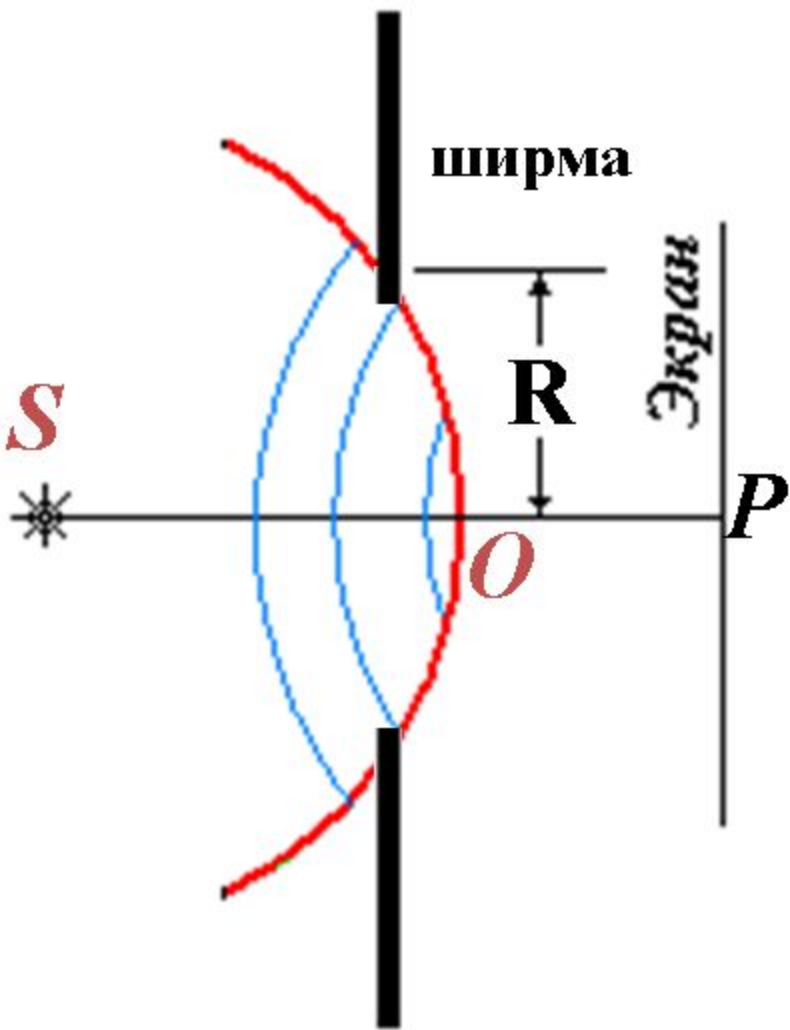
дифракция Френеля на круглом отверстии

Поставим на пути световой волны ширму с круглым отверстием радиуса R .

Определим число зон Френеля, укладывающихся в отверстии ширмы.

$$R = r_m = \sqrt{\frac{ab}{(a+b)} m \lambda}$$

$$m = \frac{R^2}{\lambda} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right)$$



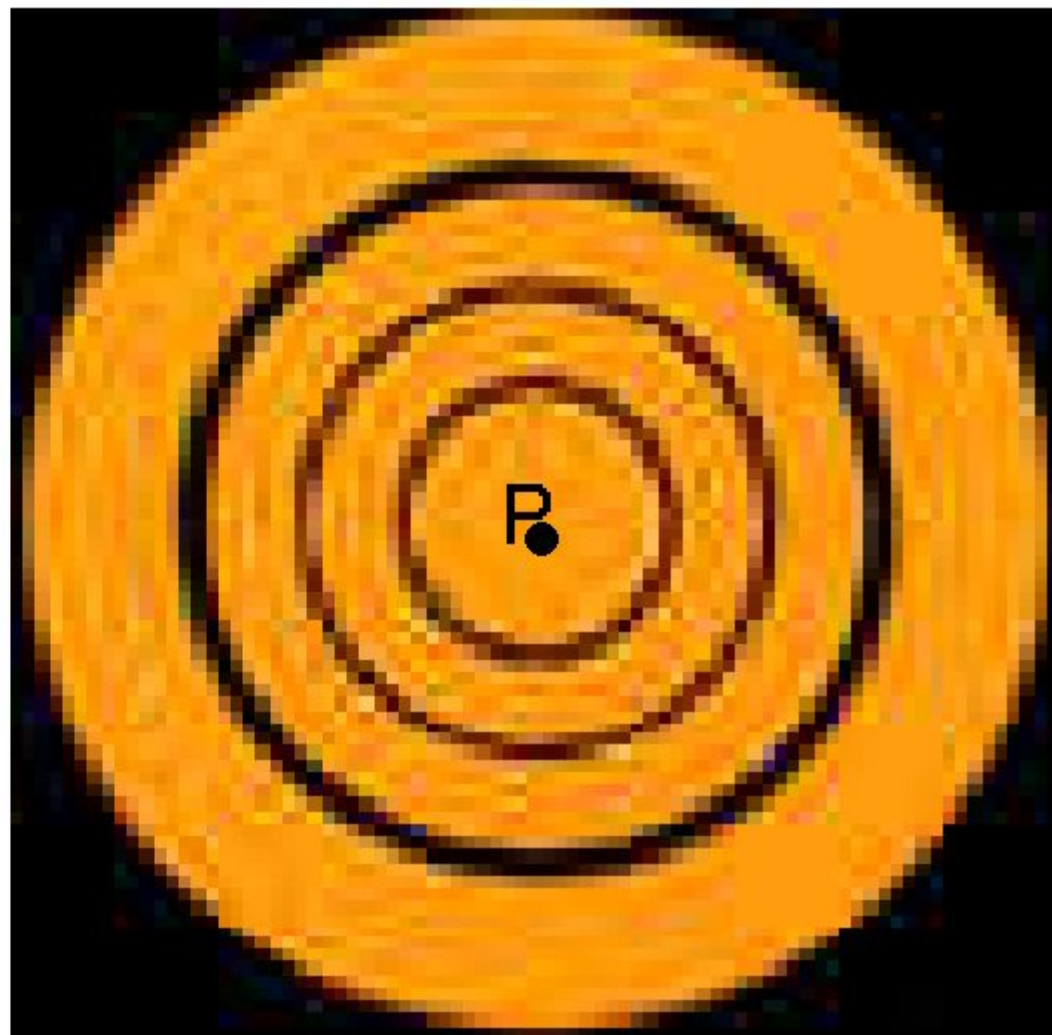
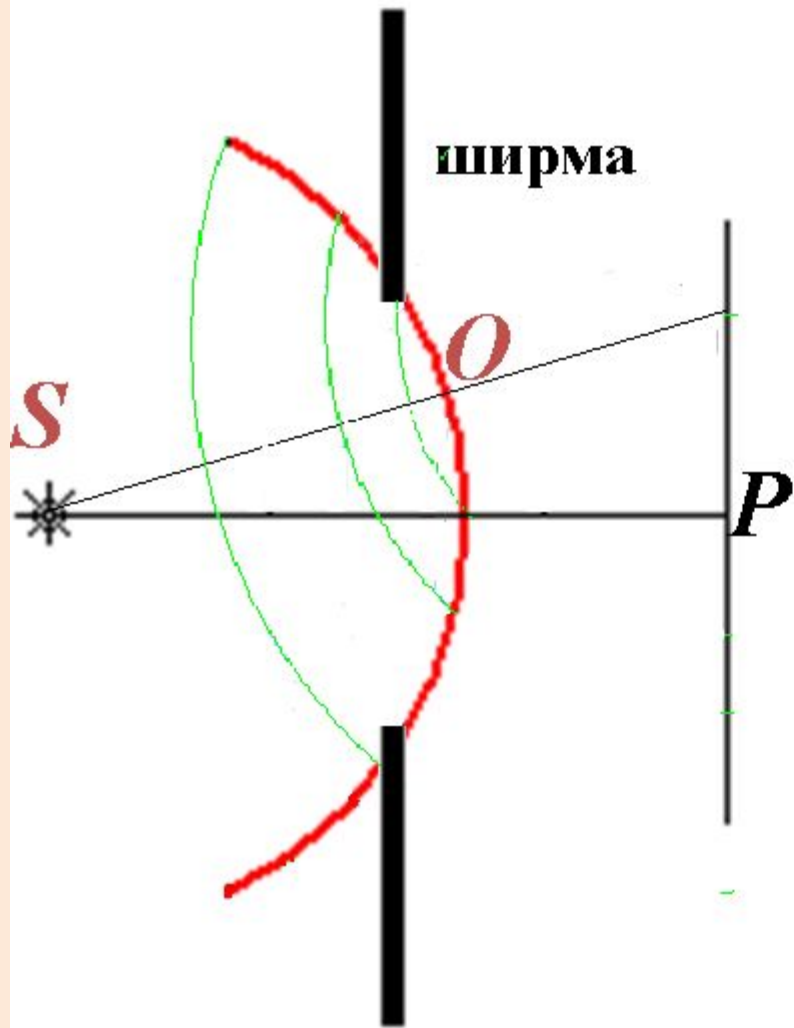
$$m = \frac{R^2}{\lambda} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right)$$

Если падает плоская волна (параллельный пучок света) $a \rightarrow \infty$, тогда

$$m = \frac{R^2}{\lambda b}$$

Если отверстие открывает чётное число зон Френеля, то в точке P будет наблюдаться **МИНИМУМ**,

При нечетном числе зон в точке P будет максимум, так как колебания одной зоны останутся непогашенными.





Нечётное "m"



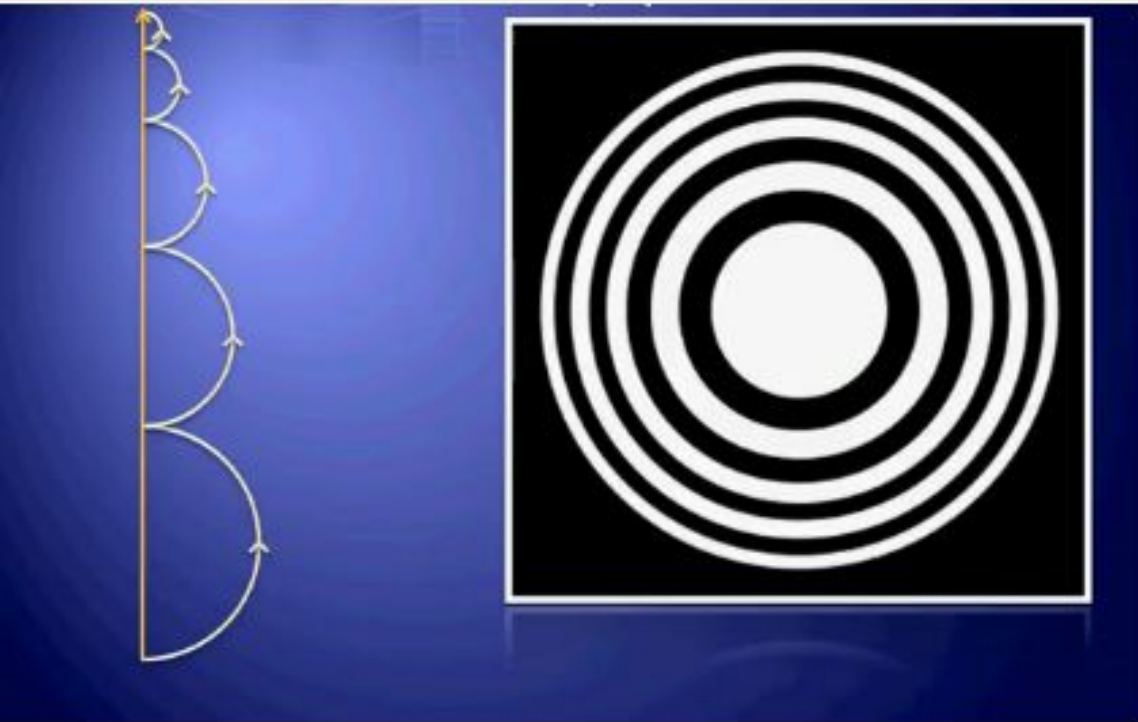
Чётное "m"

Видеоклип [«Дифракция на круглом отверстии»](#)

Дифракция света на прямоугольном и круглом отверстиях.



Зонные пластинки

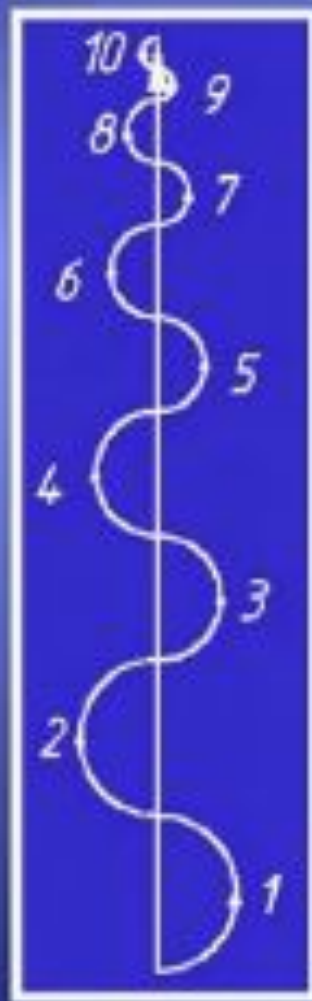


Если на пути световых волн поставить пластинку, которая перекрывает все четные

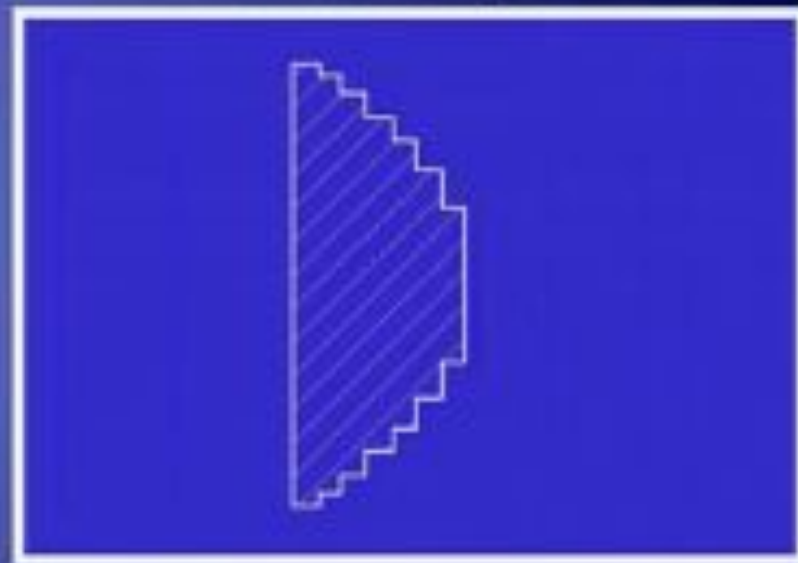
зоны, то интенсивность света в точке Р резко возрастает. Амплитуда в этой точке равна сумме амплитуд от нечетных зон:

$A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$ Такая пластинка называется зонной.

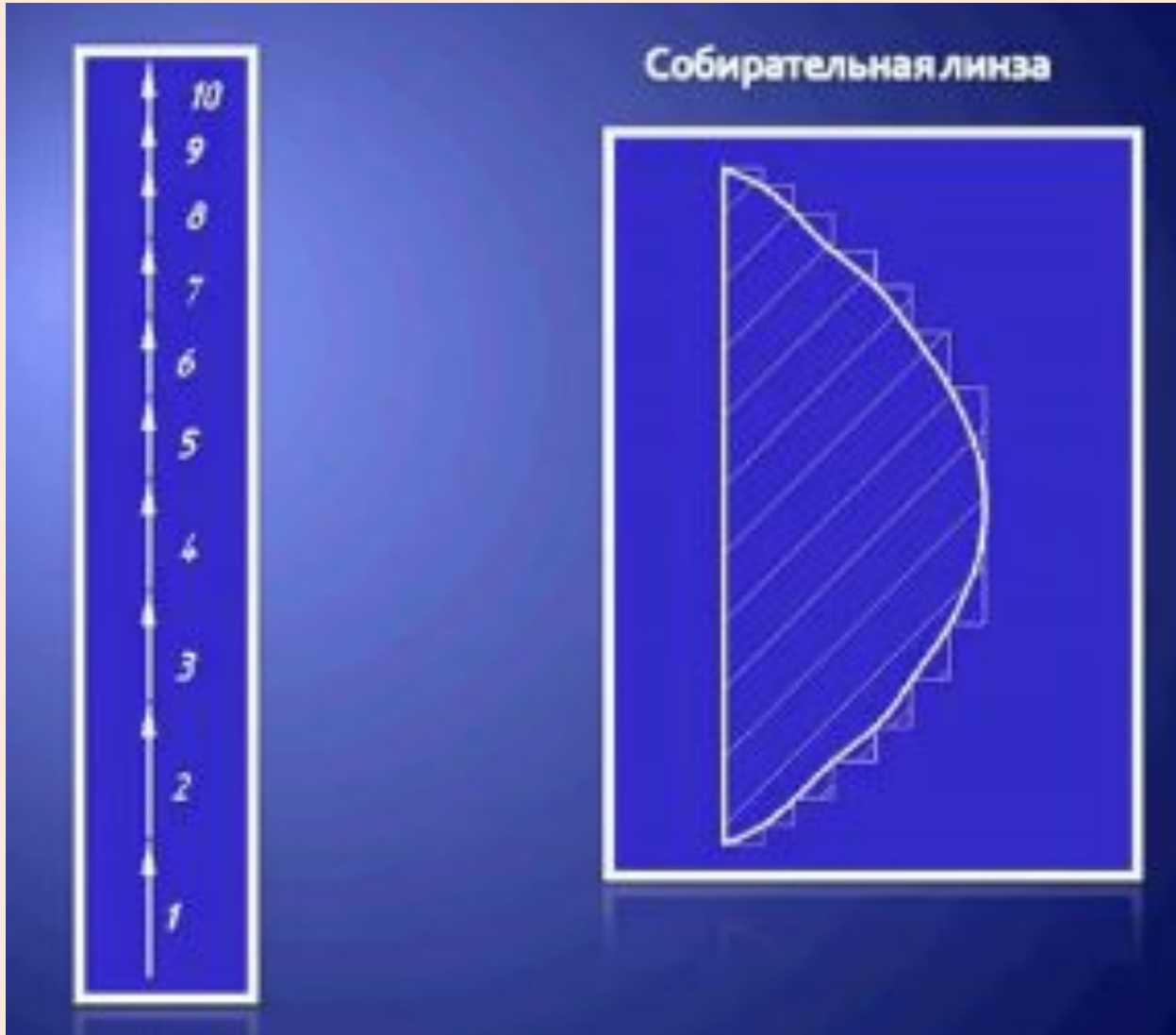
Фазовая зонная пластинка



Пластинки, изменяющие на π фазу света, приходящего от зон четного номера



Чтобы спрямить векторную диаграмму, пластинки заменяют линзами.



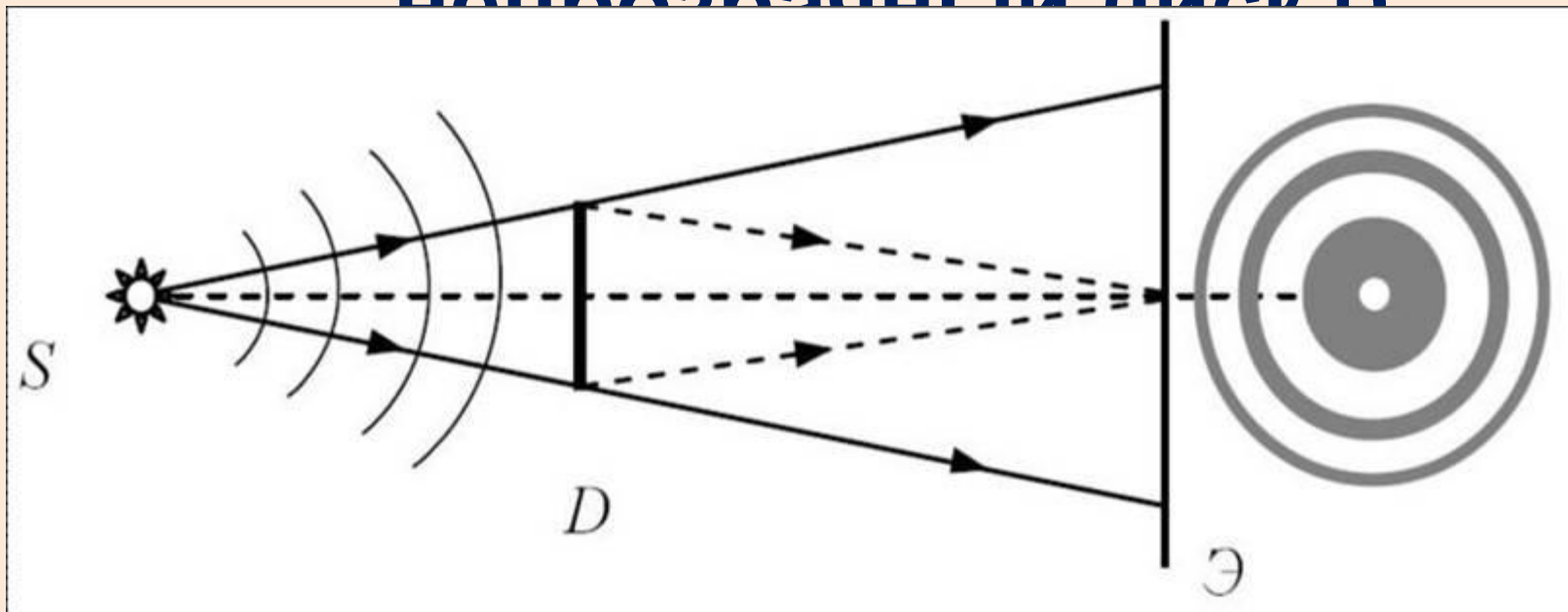
Линзы Френеля в маяке

Линза Френеля



Дифракция Френеля на диске

Точечный источник посылает световую волну на круглый непрозрачный диск D

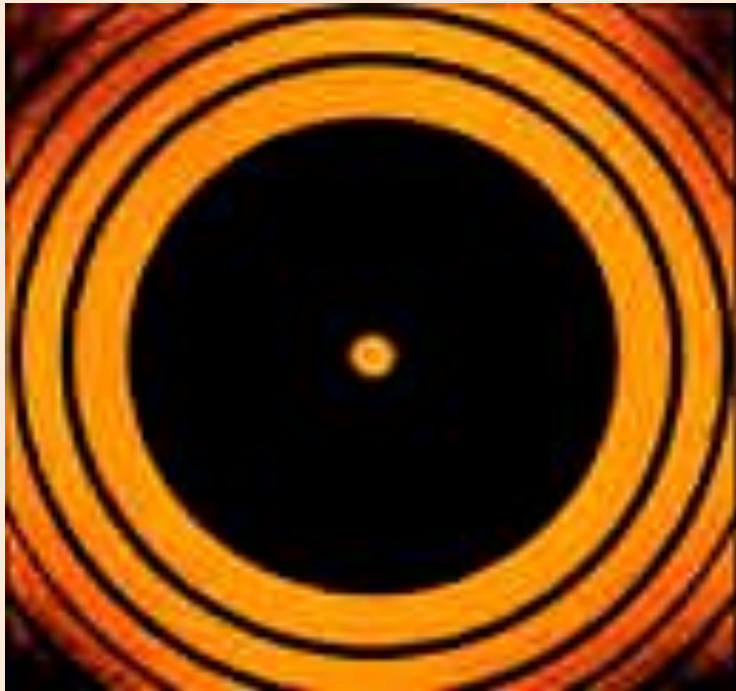
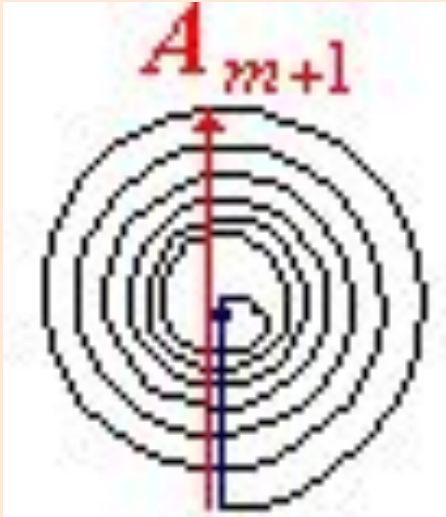


закрывающий первые m зон Френеля.

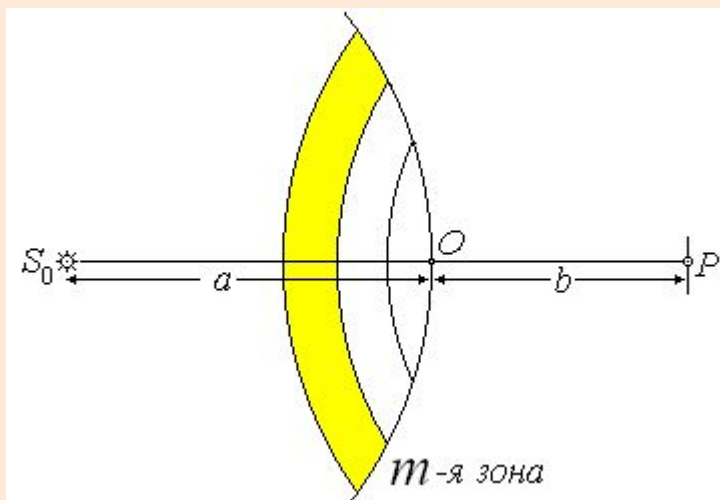
Если закрыть m первых зон Френеля, то

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}.$$

В центре экрана всегда будет светлое пятно от $m+1$ -й, $m+2$ -ой, и т. д. зон.

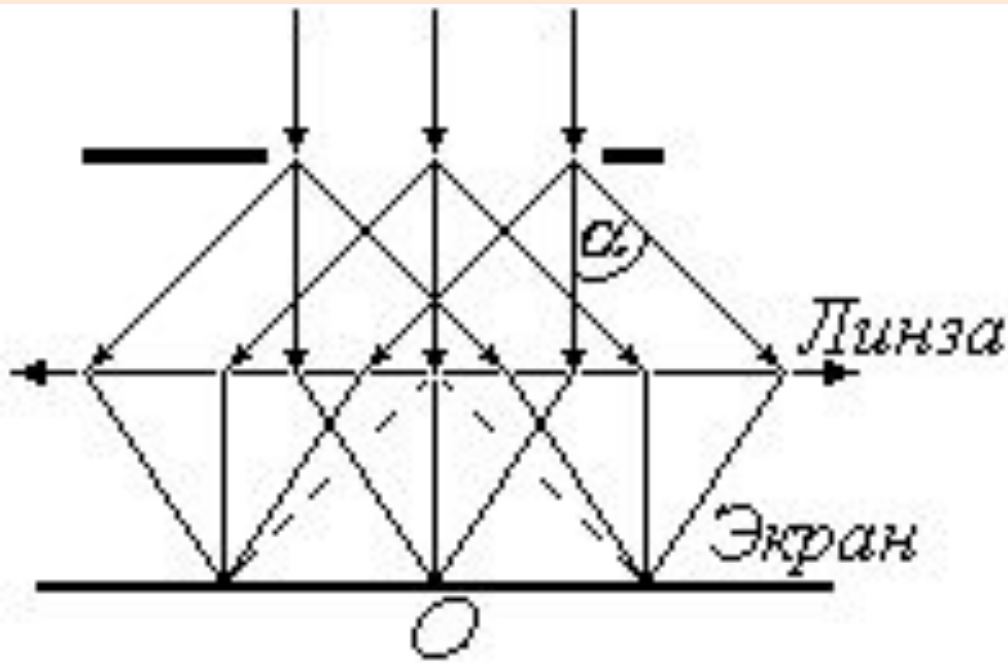


Это пятно называют пятном Пуассона.



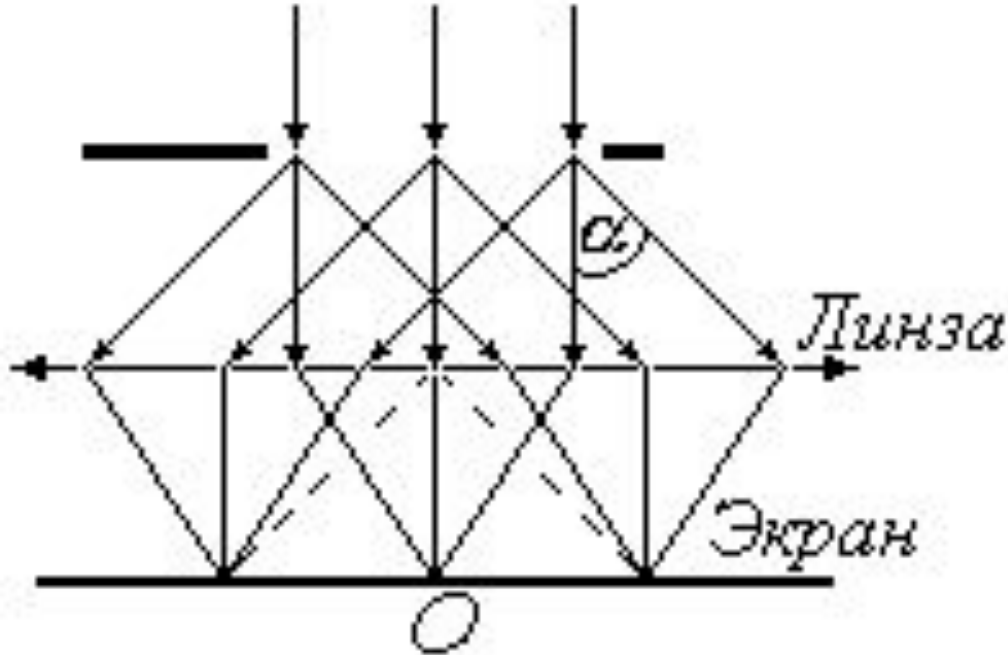
Дифр

Дифракция Фраунгофера на щели



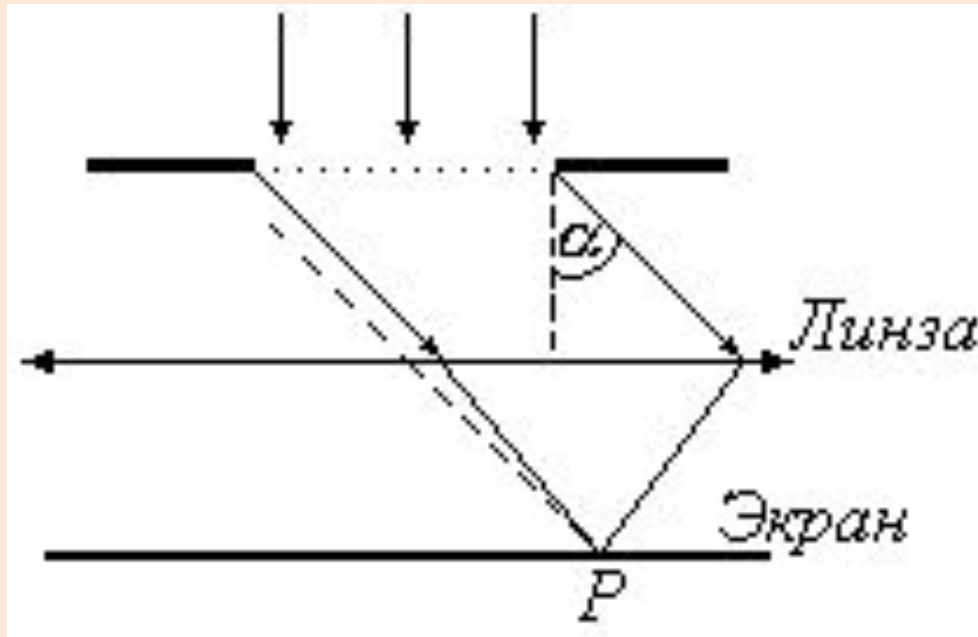
каждая точка волновой поверхности является источником вторичных волн. Колебания во всех точках поверхности щели возбуждаются волной в одной фазе, и от

каждой точки будут распространяться вторичные волны по всевозможным различным направлениям.

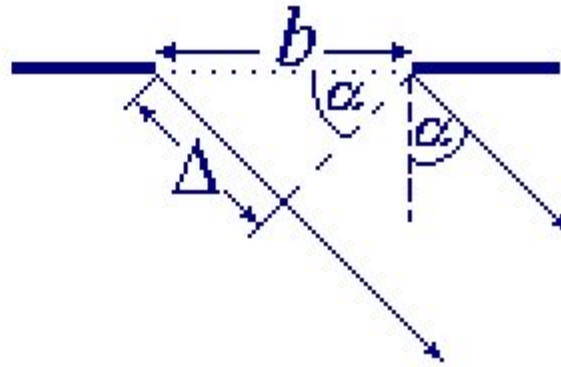
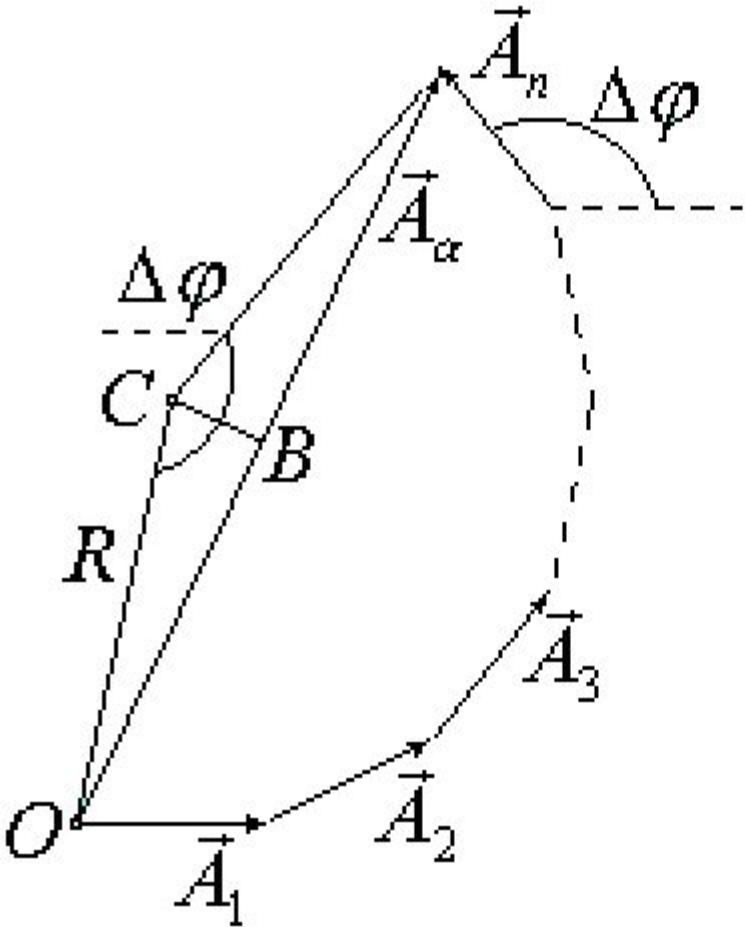


Угол между нормалью к поверхности щели и направлением одного из параллельного вторичного излучения называется углом дифракции α .

Угол дифракции изменяется в пределах $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$. Параллельные лучи вторичного излучения собираются линзой в фокальной плоскости. Каждому углу дифракции на экране будет соответствовать узкая, параллельная щели полоса.



Щель разбивается на очень большое число одинаковых, узких полосок параллельных ребру щели, так чтобы колебания в точке P , вызываемые вторичными волнами от всех точек одной полоски, имели почти одинаковую фазу.

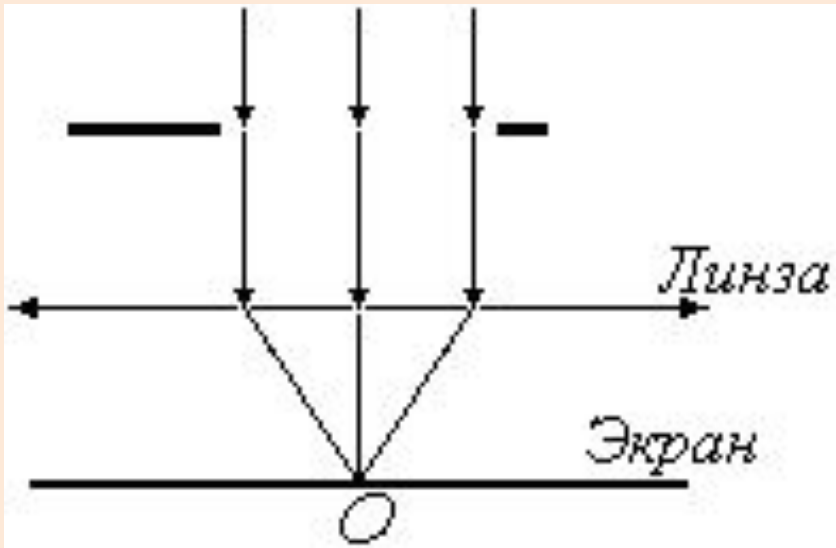


$$\Delta = b \sin \alpha$$

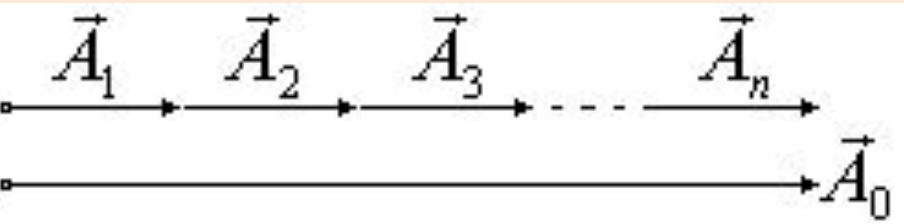
$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \alpha; \quad \frac{\Delta \varphi}{2} = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha$$

Из тр-ка
OCB

$$\frac{A_\alpha}{2} = R \sin \frac{\Delta \varphi}{2}; \quad A_\alpha = 2R \sin \frac{\Delta \varphi}{2}$$



Сумма модулей векторов $A_1 + A_2 + \dots + A_n = A_0$ представляет собой амплитуду колебаний при угле дифракции $\alpha = 0$



С другой стороны эта сумма представляет собой длину дуги диаграммы $A_0 = R\Delta\varphi$

$$R = \frac{A_0}{\Delta\varphi}; \quad A_\alpha = 2 \frac{A_0}{\Delta\varphi} \sin \frac{\Delta\varphi}{2}; \quad A_\alpha = A_0 \frac{\sin(\Delta\varphi/2)}{\Delta\varphi/2}$$

$$A_{\alpha} = A_0 \frac{\sin(\Delta\varphi/2)}{\Delta\varphi/2}$$

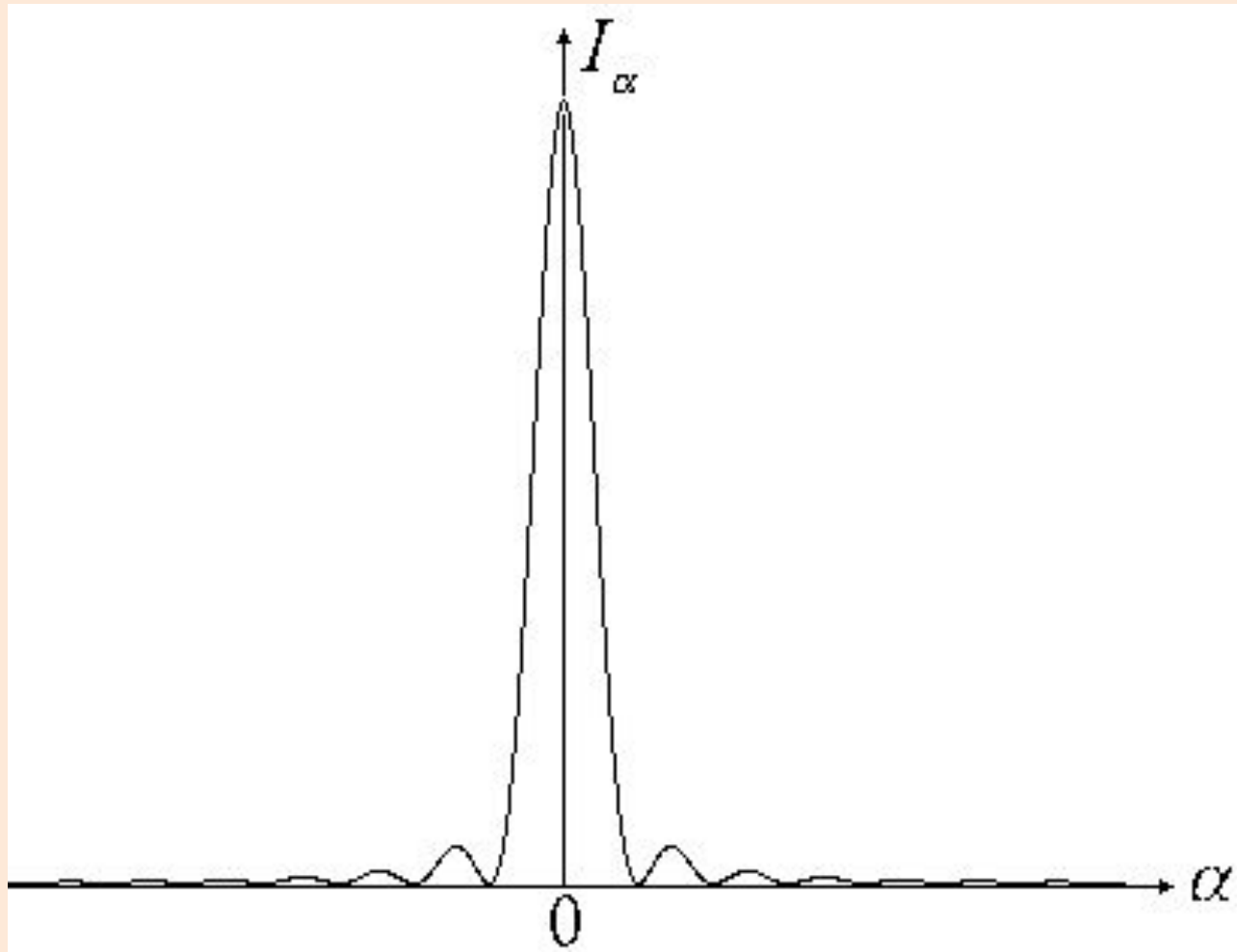
Учитывая, что $I \propto A^2$

$$I_{\alpha} = I_0 \frac{\sin^2(\Delta\varphi/2)}{(\Delta\varphi/2)^2}$$

Так как $\frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha$, то

$$I_{\alpha} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha\right)^2}$$

График зависимости интенсивности света I_α от угла дифракции α представлен на рисунке.



Углы дифракции, которым соответствуют минимумы, и максимумы интенсивности

$$A_{\alpha} = A_0 \frac{\sin(\Delta\varphi/2)}{\Delta\varphi/2} \quad I = 0 \text{ если } \begin{cases} \sin(\Delta\varphi/2) = 0 \\ \Delta\varphi/2 \neq 0 \end{cases}$$

То есть когда $\Delta\varphi/2 = \pm m\pi$, где $m = 1, 2, 3\dots$

Учитывая, что $\frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha$, получим

Условие минимума $\frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha = \pm m \pi$;

$$\boxed{b \sin \alpha = \pm m \lambda}, \quad \text{где } m = 1, 2, 3\dots$$

Если $m = 0$ возникает центральный максимум при угле дифракции $\alpha = 0$.

Другие максимумы возникают при выполнении условия

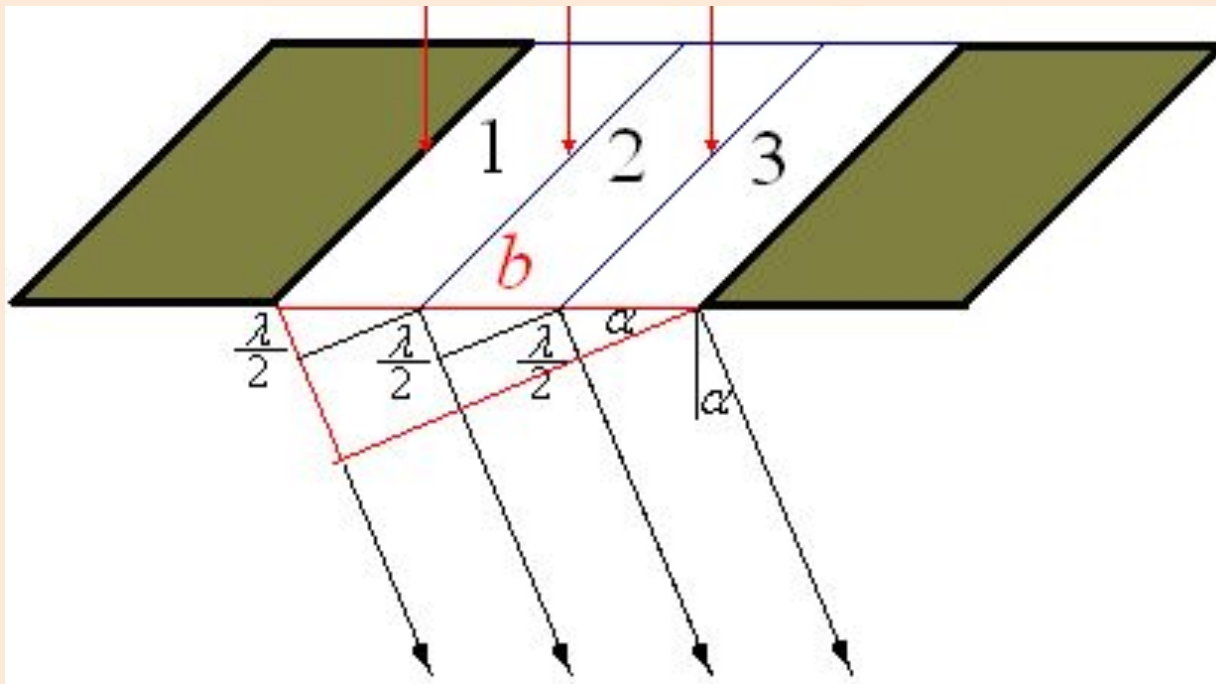
$$\Delta\varphi/2 = \pm(2m - 1)\frac{\pi}{2}, \quad \text{где } m = 1, 2, 3\dots$$

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha, \quad \text{тогда} \quad \frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha = \pm(2m - 1)\frac{\pi}{2}$$

То есть другие максимумы возникают при выполнении условия

$$b \sin \alpha = \pm(2m - 1)\frac{\lambda}{2},$$

где $m = 1, 2, 3\dots$



**Разобьем щель на зоны Френеля.
Разность хода лучей, идущих от краев
каждой зоны равна $\lambda/2$. Тогда**

$$b \sin \varphi = \pm k \frac{\lambda}{2}$$

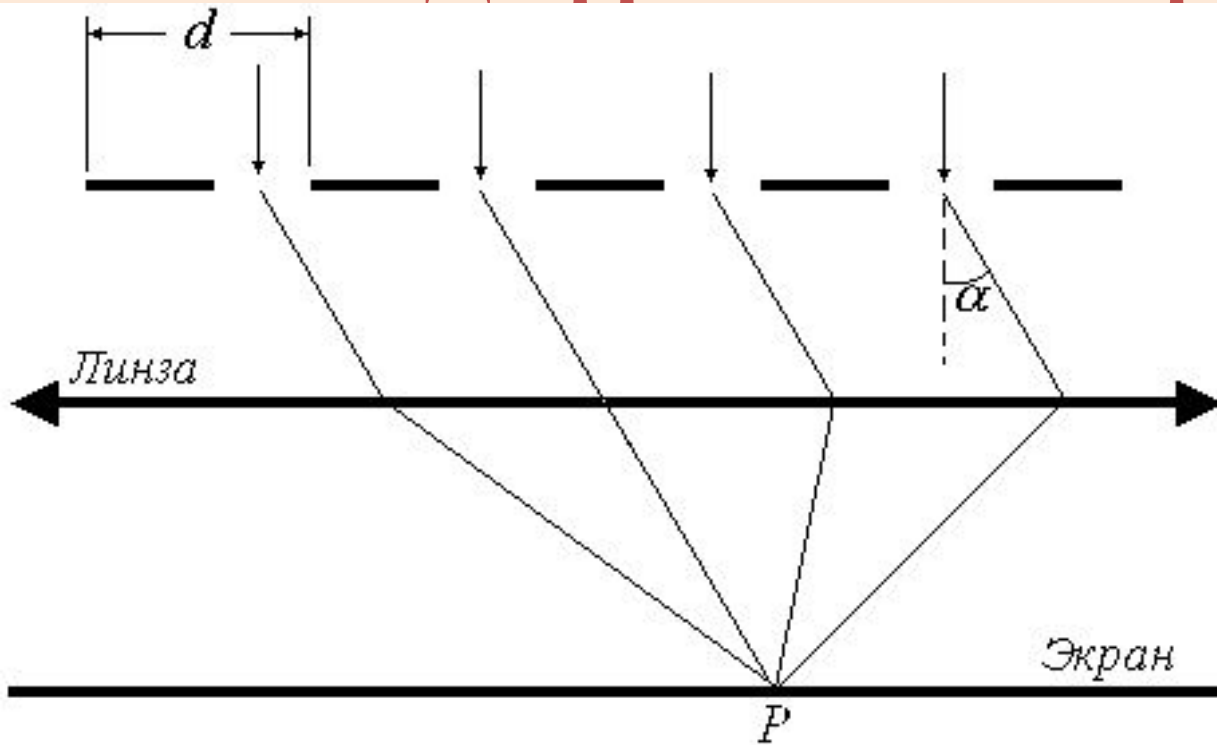
- При четном числе зон ($k=2m$) они попарно гасят друг друга. Получим условие минимума:

$$b \sin \varphi = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3...$$

- При нечетном $k = 2m - 1$ колебания одной из зон не будут погашены, получим условие максимума:

$$b \sin \varphi = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3...$$

Дифракционная решётка

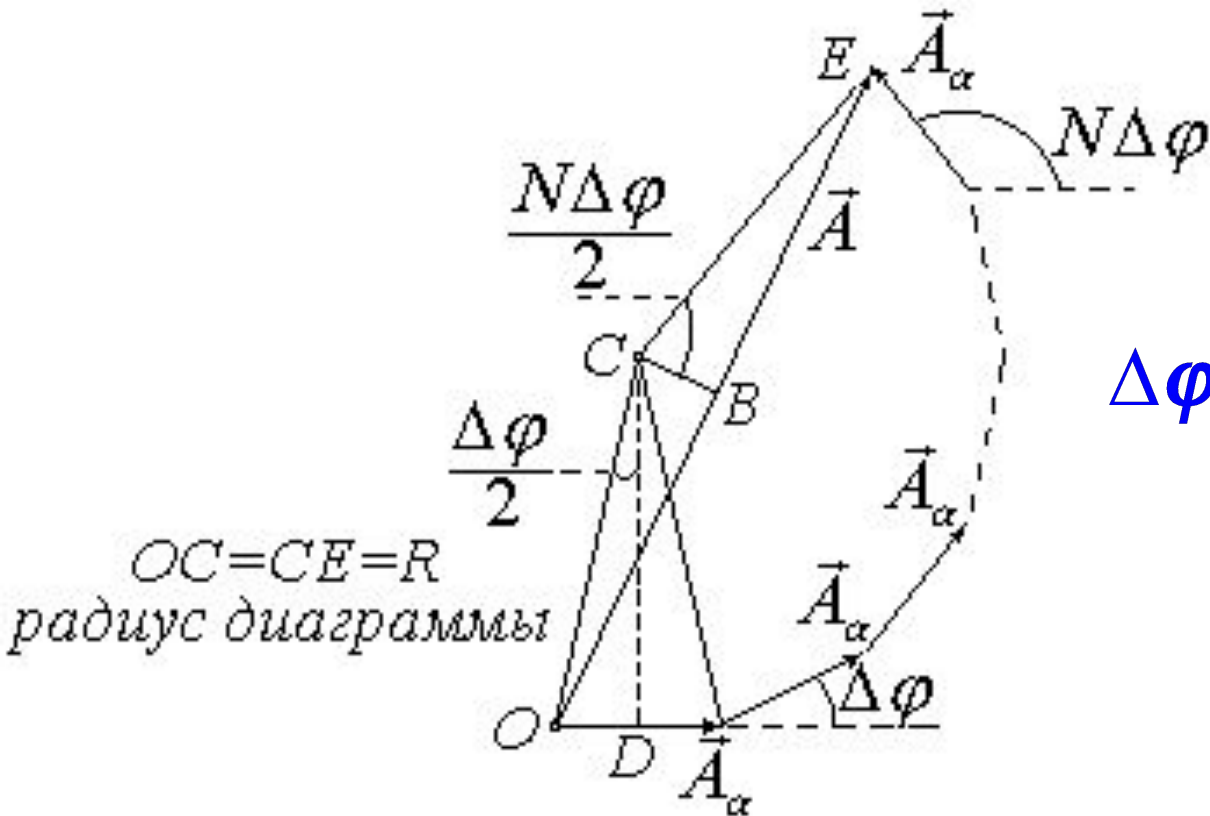


Величина
 $d = a + b$
называется
постоянной,
или периодом
дифракцион-
ной решётки,

где a — ширина непрозрачного промежутка, b — ширина щели

При углах дифракции соответствующим нулевым интенсивностям при дифракции на одной щели наблюдаются главные минимумы дифракционной решётки. .

$$\boxed{b \sin \alpha = \pm m \lambda}, \quad \text{где } m = 1, 2, 3 \dots$$



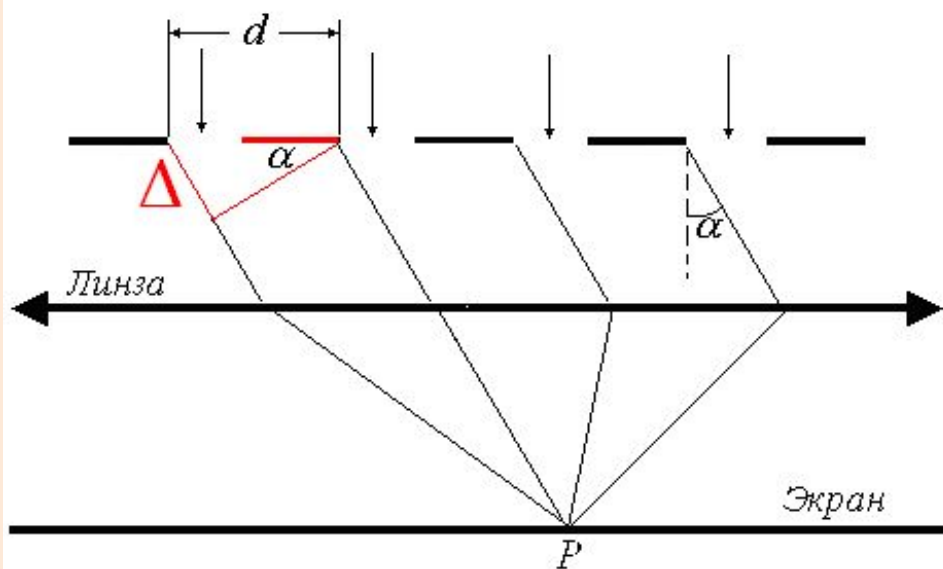
$$\Delta = d \sin \alpha$$

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \alpha$$

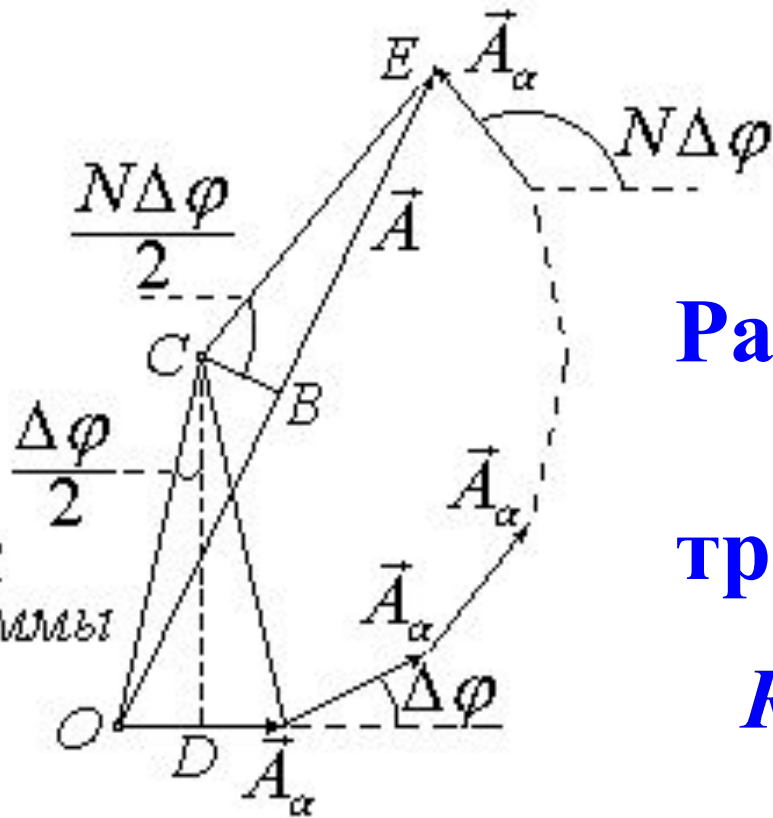
$$\frac{\Delta \varphi}{2} = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \alpha$$

$$\frac{A}{2} = R \sin \frac{N \Delta \varphi}{2}$$

$$A = 2R \sin \frac{N \Delta \varphi}{2}$$



$$OD = \frac{A_\alpha}{2}$$



$OC = CE = R$
радиус диаграммы

$$A = 2R \sin \frac{N\Delta\varphi}{2}$$

**Радиус диаграммы
определим из
треугольника OCD**

$$R = \frac{A_\alpha}{2 \sin(\Delta\varphi/2)}$$

$$A = A_\alpha \frac{\sin(N\Delta\varphi/2)}{\sin(\Delta\varphi/2)}$$

$$I = I_\alpha \frac{\sin^2(N\Delta\varphi/2)}{\sin^2(\Delta\varphi/2)}$$

$$I = I_{\alpha} \frac{\sin^2(N\Delta\varphi/2)}{\sin^2(\Delta\varphi/2)}$$

УЧИТЫВАЯ, ЧТО

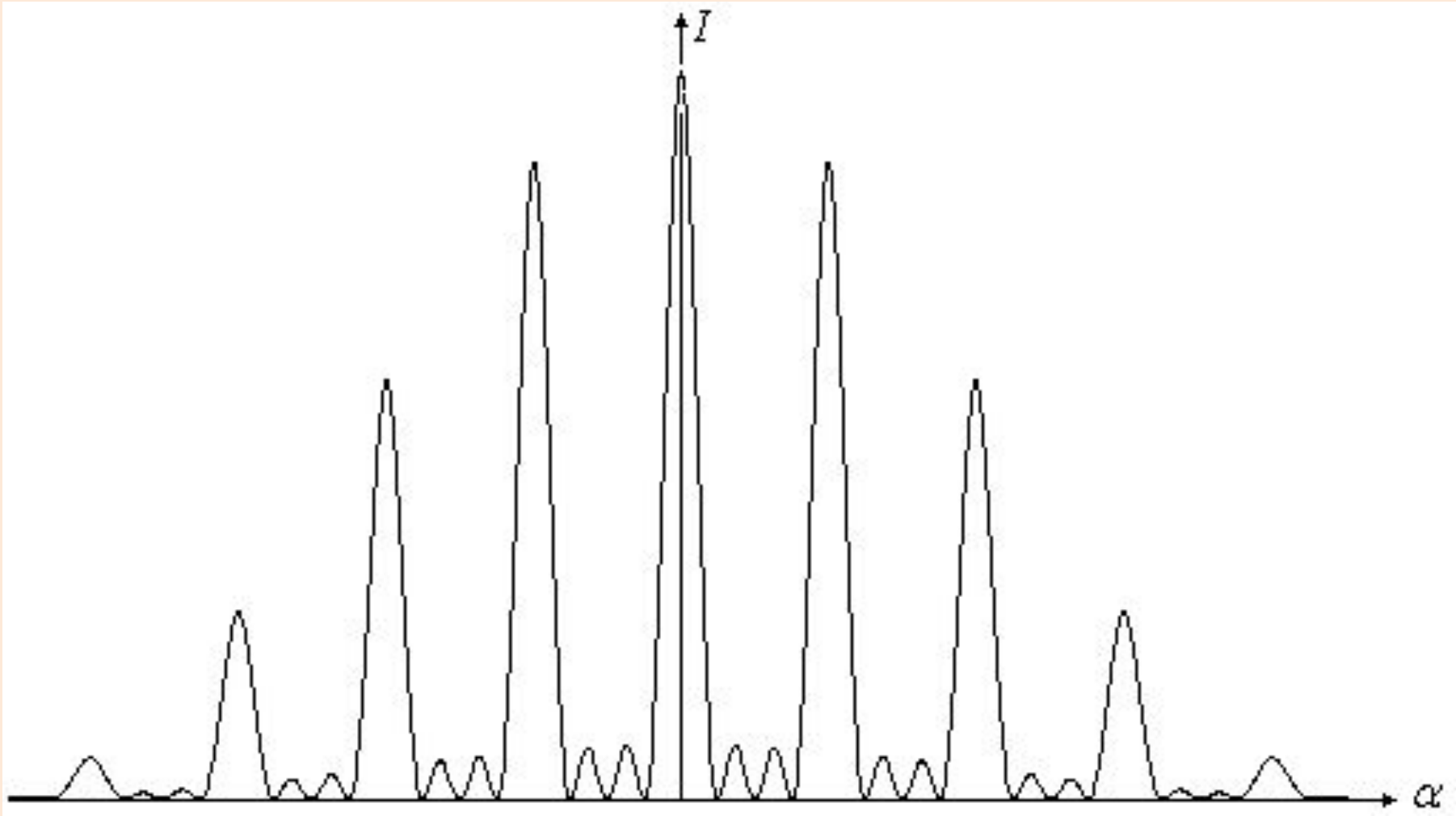
$$I_{\alpha} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha\right)^2},$$

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \alpha,$$

ПОЛУЧИМ

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(N \frac{\pi}{\lambda} d \sin \alpha\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin \alpha\right)}$$

Приведем график интенсивности I от угла дифракции α для дифракционной решётки, состоящей из 4-х щелей.



Для анализа максимумов и минимумов
используем соотношение

$$I = I_{\alpha} \frac{\sin^2(N\Delta\varphi/2)}{\sin^2(\Delta\varphi/2)} \quad \text{Когда} \quad \Delta\varphi/2 = \pm m\pi$$

интенсивность принимает максимальное
значение $I = NI_{\alpha}$, $\Delta\varphi = \pm 2m\pi$ (колебания от
всех щелей приходят в одной фазе)

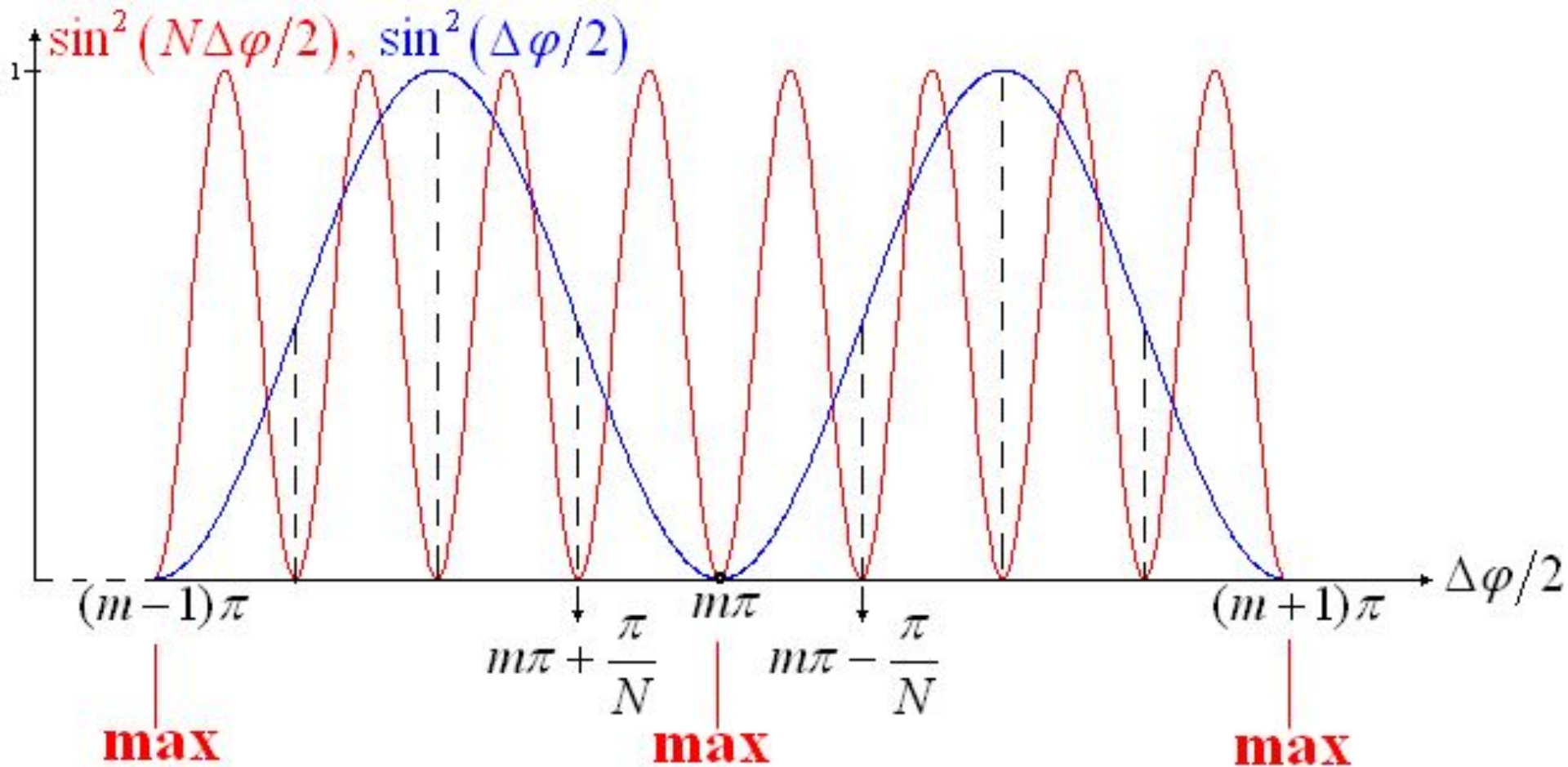
Учитывая, что $\frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \alpha$, и $\Delta\varphi/2 = \pm m\pi$

Получим условия максимумов $\frac{\pi}{\lambda} d \sin \alpha = \pm m \pi$,
 $d \sin \alpha = \pm m \lambda$, где $m = 0, 1, 2, 3 \dots$

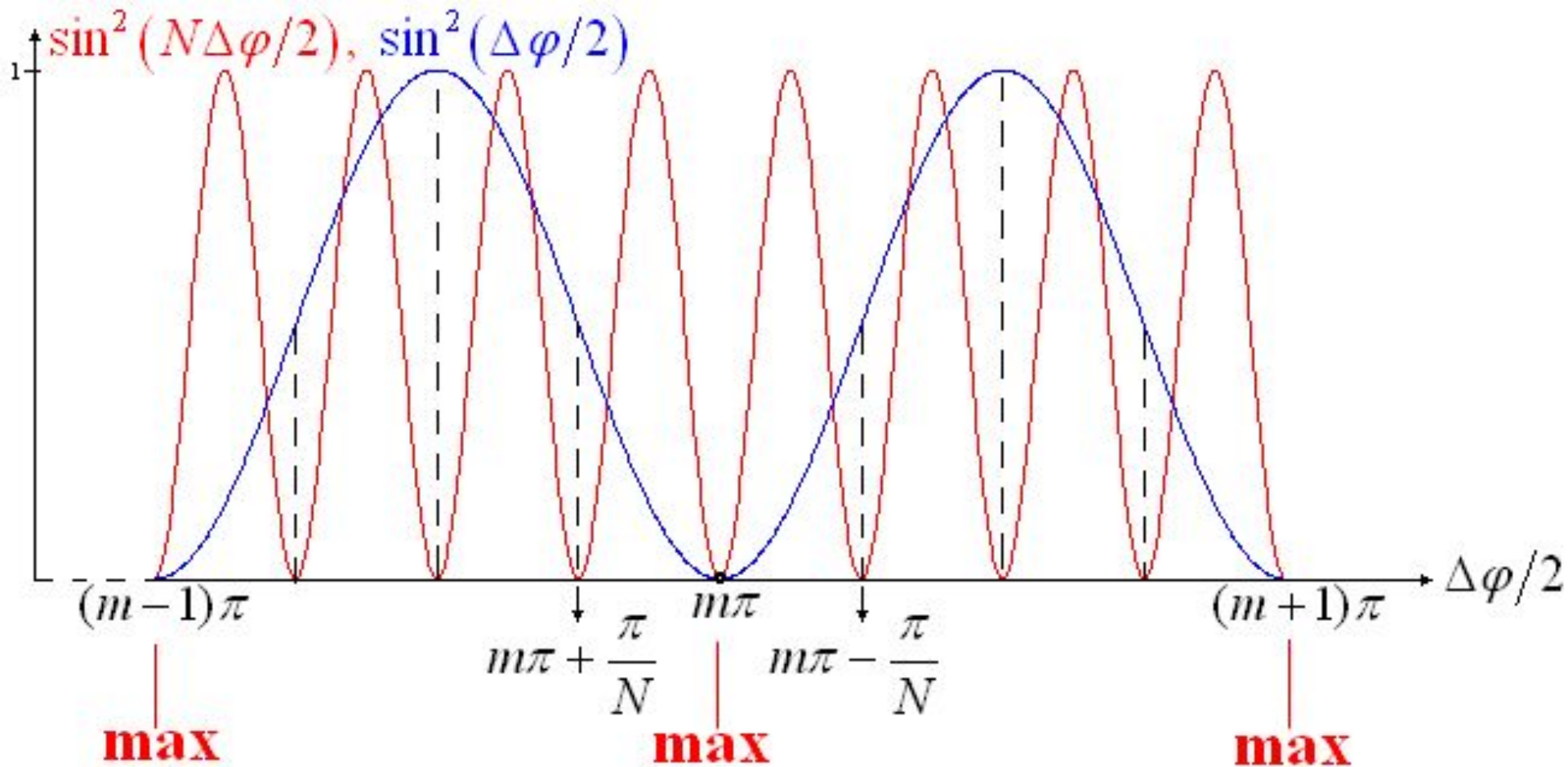
Между главными максимумами находятся
N-1 дополнительных минимумов и N-2
дополнительных максимумов — малой
интенсивности.

$$I = I_{\alpha} \frac{\sin^2(N\Delta\varphi/2)}{\sin^2(\Delta\varphi/2)}$$

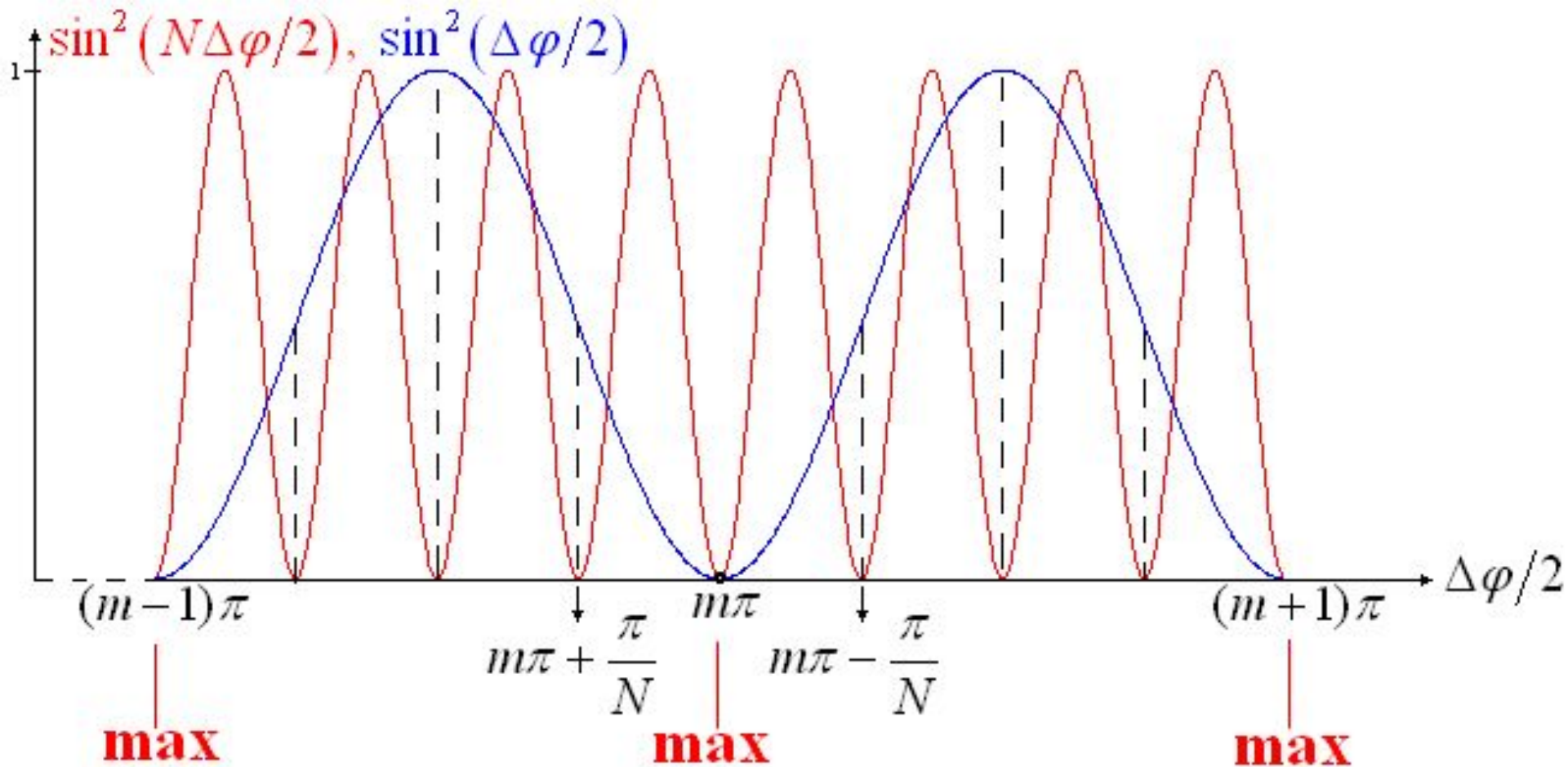
построим графики числителя $\sin^2(N\Delta\varphi/2)$
и знаменателя $\sin^2(\Delta\varphi/2)$ интенсивности в
зависимости от величины $\Delta\varphi/2$.



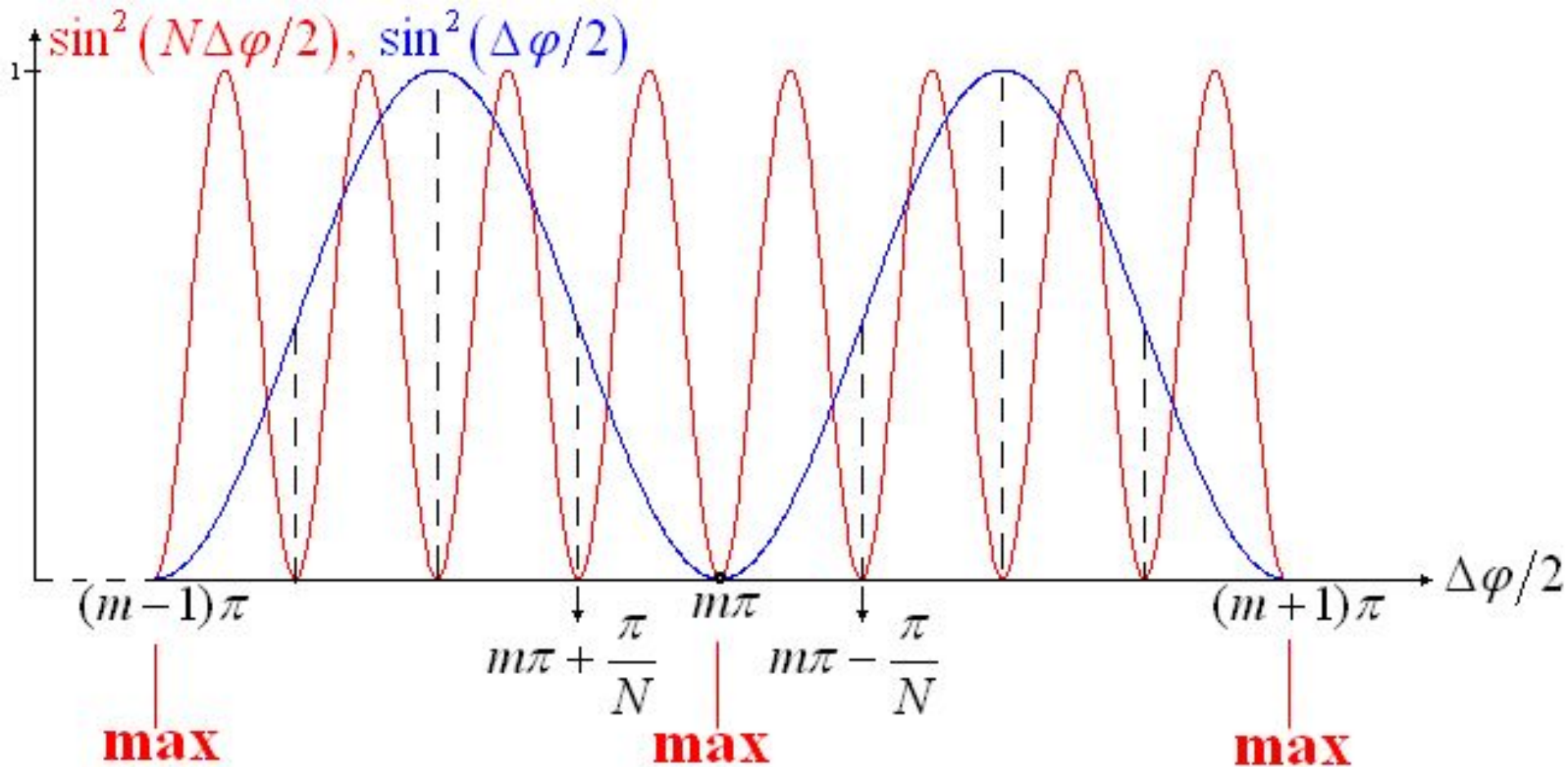
В одной волне знаменателя укладывается N волн числителя. На этом рисунке показаны точки соответствующие главным максимумам



Дополнительным минимумам будут соответствовать те точки, для которых числитель будет равен нулю, а знаменатель не равен нулю.



Таких точек между главными максимумами
 будет $N-1$. Интервал между этими точками
 равен $\frac{\pi}{N}$



Тогда дополнительные минимумы найдутся из условия

$$\Delta\varphi/2 = m\pi \pm \frac{k'}{N}\pi$$

где $k' = 1, 2, 3, \dots (N-1)$

$$\Delta\varphi/2 = m\pi \pm \frac{k'}{N}\pi$$

Учитывая, что $\frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi}{\lambda}d \sin \alpha$ найдём углы

дифракции соответствующие дополнительным

минимумам дифракционной решётки

$$\frac{\pi}{\lambda}d \sin \alpha = \left(m \pm \frac{k'}{N} \right) \pi, \text{ или}$$

$$d \sin \alpha = \left(m \pm \frac{k'}{N} \right) \lambda \quad \text{где } k' = 1, 2, 3, \dots (N-1)$$

Параметры дифракционной решётки.

Угловой дисперсией называется величина

$$D = \frac{\delta\alpha}{\delta\lambda}$$

где $\delta\alpha$ — угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимся по длине волны на $\delta\lambda$

$d \sin \alpha = m\lambda$ продифференцируем

$d \cos \alpha \cdot \delta\alpha = m\delta\lambda$ Тогда $D = \frac{m}{d \cos \alpha}$

Линейной дисперсией называют величину

$$D_{\text{лин}} = \frac{\delta l}{\delta \lambda}$$

где δl — линейное расстояние на экране между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta \lambda$. При небольших углах α можно положить

$$\delta l = F \delta \alpha \quad \text{Тогда} \quad D_{\text{лин}} = FD$$

Разрешающей силой спектрального прибора называют безразмерную величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

где $\delta\lambda$ — минимальная разность длин волн двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются раздельно.

Разрешающая сила дифракционной решётки пропорциональна порядку спектра m и числу щелей N , т. е.

$$R = mN$$

Разрешающая способность объектива:

$$R = \frac{1}{\varphi_{\min}} = \frac{D}{1,22\lambda}$$

D – диаметр объектива

φ_{\min} – минимальное угловое

расстояние между двумя точками,

которые видны раздельно

Глаз действует как объектив. Роль D играет диаметр зрачка глаза $d_{зр}$.

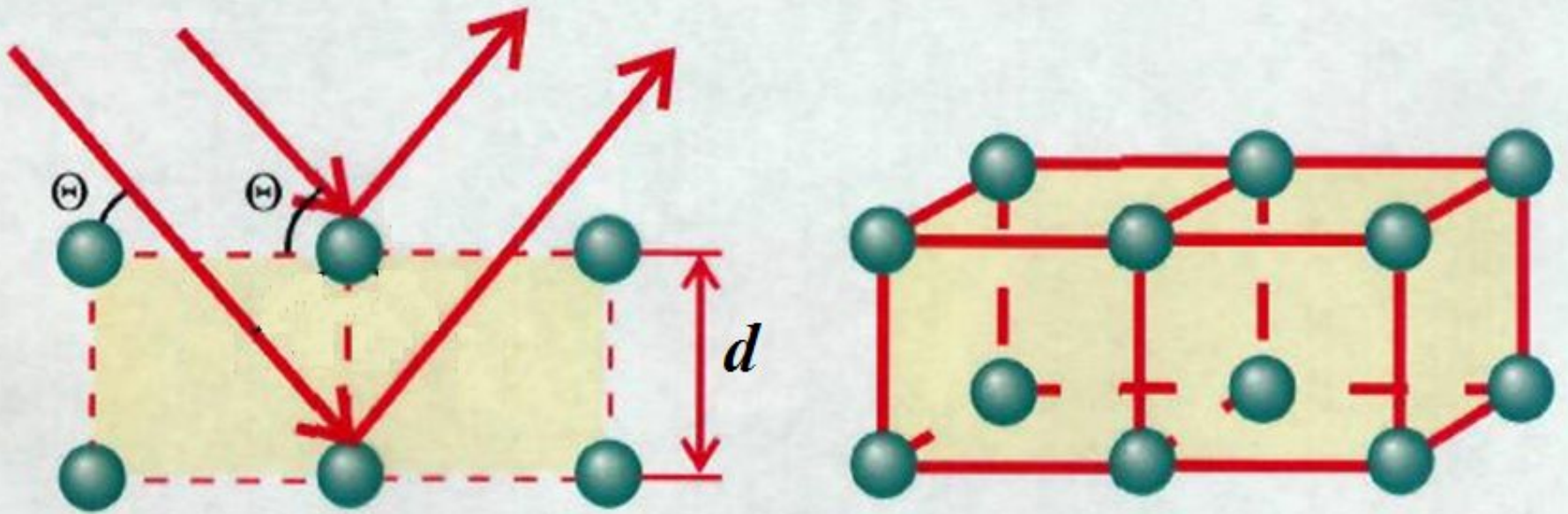
Полагая $d_{зр} = 3$ мм, $\lambda = 550$ нм, получим предельное угловое разрешение глаза:

$$\varphi_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{d_{зр}} = 47'' \approx 1'$$

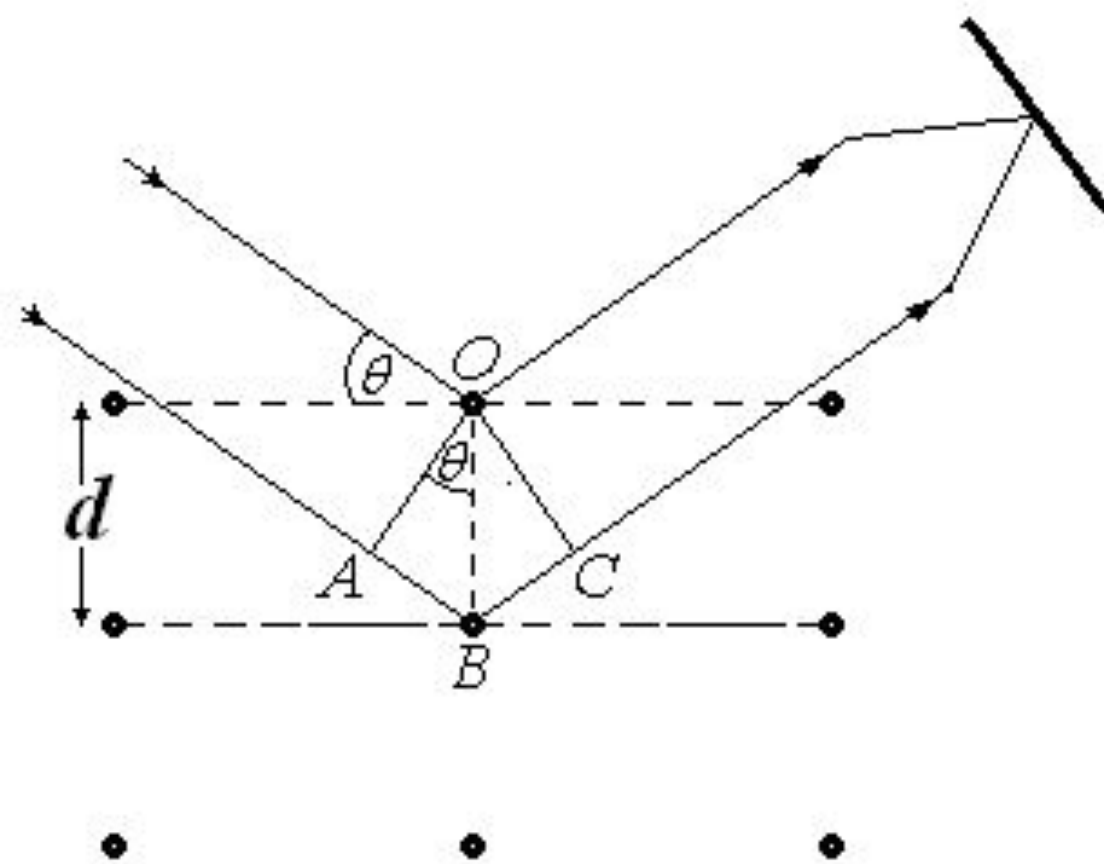
Дифракция рентгеновских лучей

**Роль дифракционной
решетки могут играть
кристаллы.**

**Дифракцию на кристаллах
наблюдают в рентгеновских
лучах, т.к. нужна маленькая λ .**



d – межатомное расстояние
 θ – угол скольжения



из треугольника
OAB

$$\Delta = AB + BC = 2AB$$

$$\Delta = 2d \sin \theta$$

условие максимума

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 1, 2, \dots$$

получили формулу Вульфа – Брэга.

Применение рентгеновской дифракции:

1) Рентгеноструктурный анализ.

По известным λ и θ находят межатомные расстояния и определяют кристаллическую структуру.

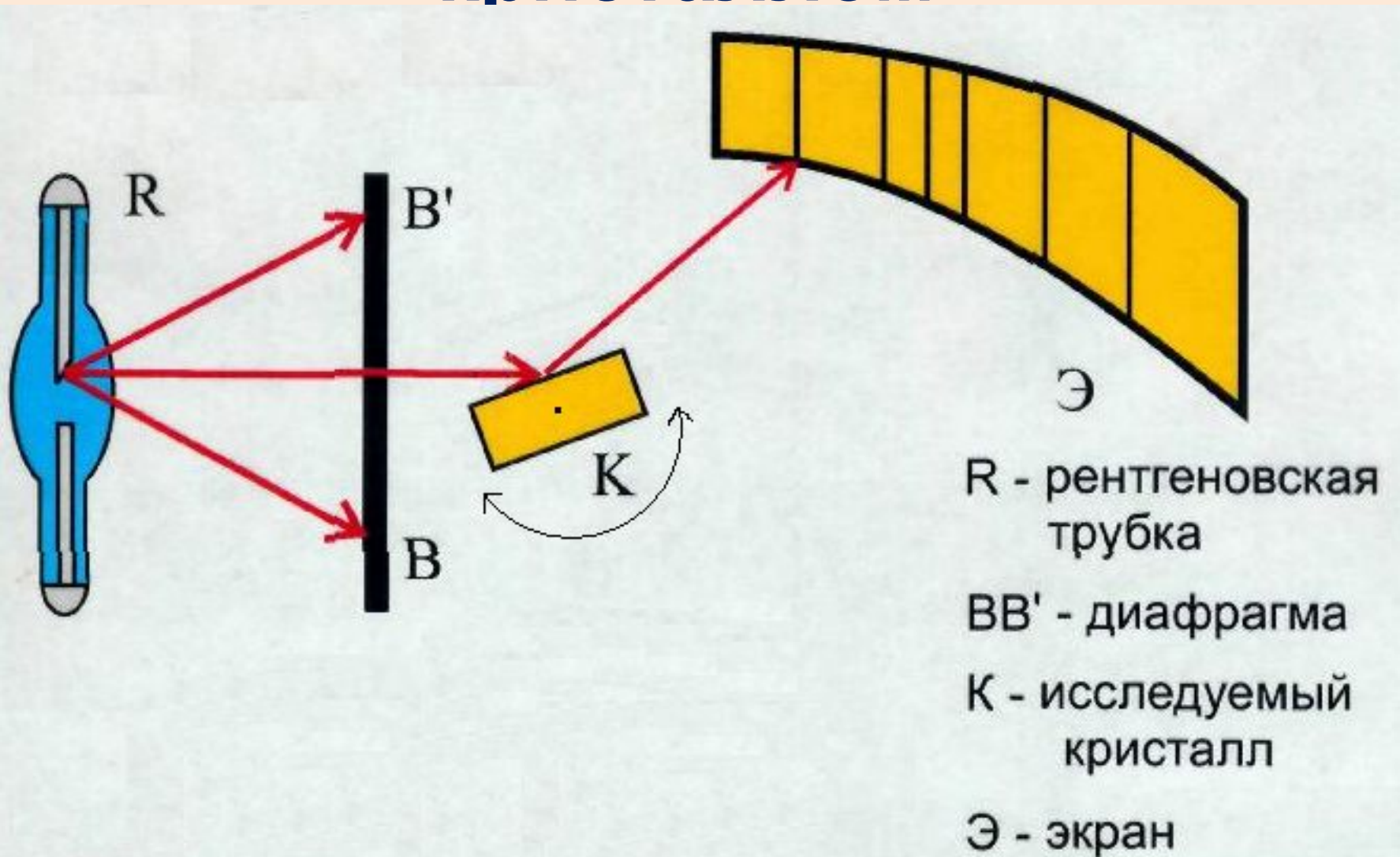
2) Рентгеновская спектроскопия.

По известным d и θ находят длину волны.

3) Электронография и нейтронография.

Последняя позволяет определить магнитную структуру вещества.

Схема рентгеновского спектрографа с вращающимся кристаллом



Голография

**Позволяет по
дифракционной картине
голограммы полностью
восстановить объемное
изображение предмета.**