Тригонометр ия

Тригономе́трия (от греч. τρίγονο (треугольник) и греч. μετρειν (измерять),

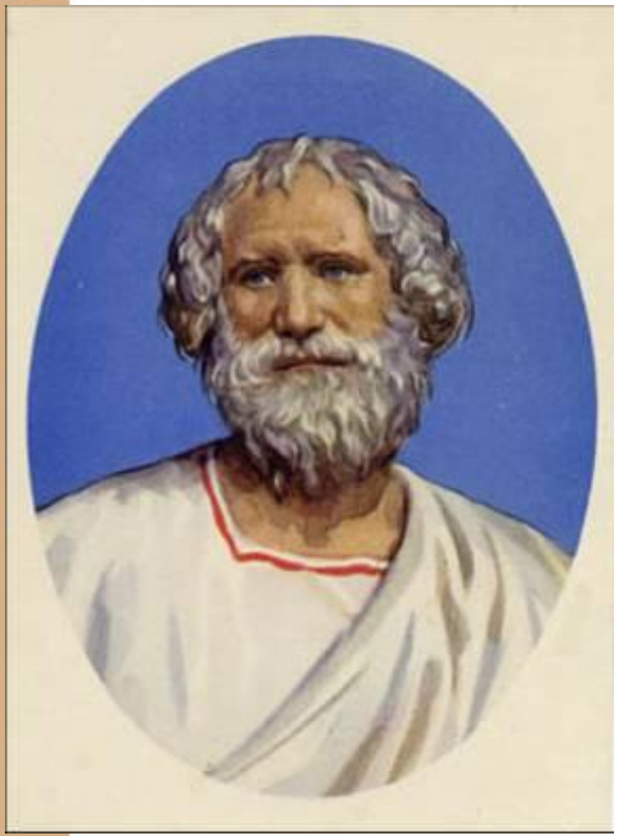
то есть измерение треугольников) — раздел математики,

в котором изучаются тригонометрические функции и их приложения к геометрии.

Данный термин впервые появился в 1595 г. как название книги немецкого математика Бартоломеуса Питискуса (Bartholomäus Pitiscus, 1561—1613),

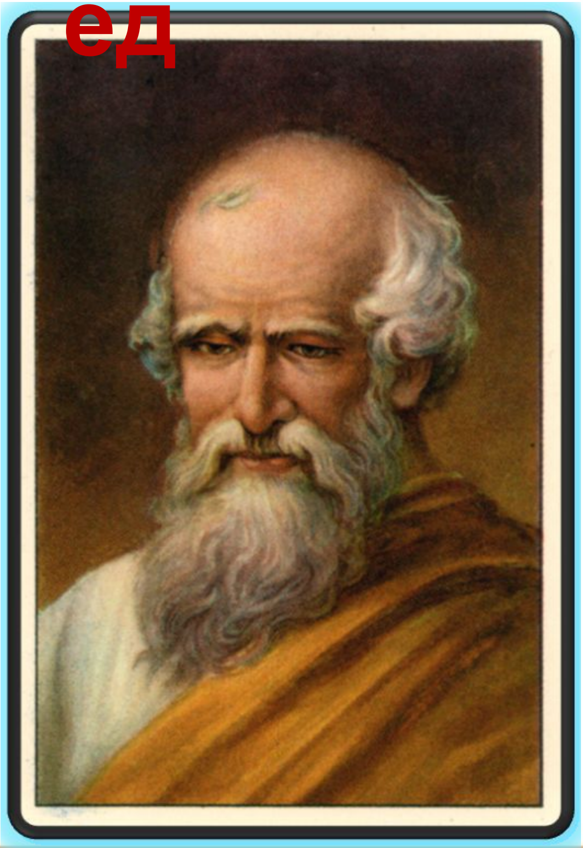
а сама наука ещё в глубокой древности использовалась для расчётов в астрономии, геодезии и архитектуре.

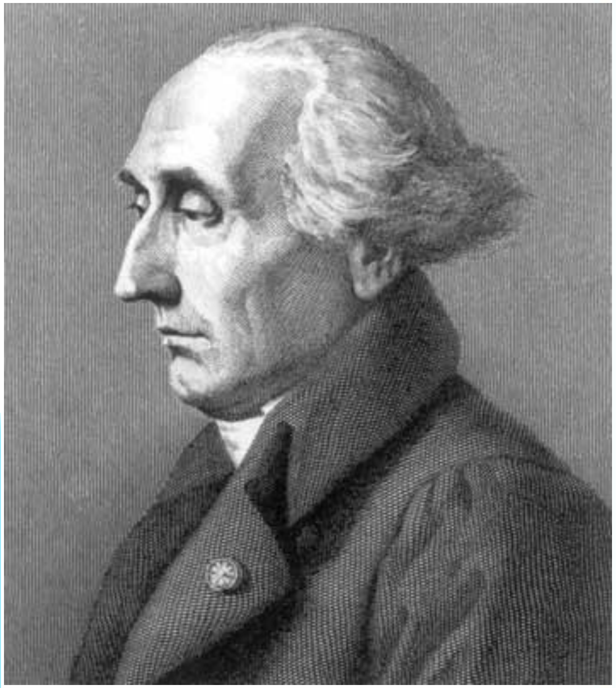
Эти ученые внесли свой вклад в развитие тригонометрии



Фал
ес

Архим
ед





Жозеф
Луи
Лагранж

Тригонометрия возникла и развивалась в древности как один из разделов астрономии, как ее вычислительный аппарат, отвечающий практическим нуждам человека. С ее помощью можно определить расстояние до недоступных предметов и существенно упрощать процесс геодезической съемки местности для составления географических карт.

Общепринятые понятия тригонометрии, а также обозначения и определения тригонометрических функций сформировались в процессе долгого исторического развития.

Тригонометрические сведения были известны древним вавилонянам и египтянам, но основы этой науки заложены в Древней Греции, встречающиеся уже в III веке до н.э.

в работах великих математиков – Евклида, Архимеда, Апполония Пергского. Древнегреческие астрономы успешно решали вопросы из тригонометрии, связанные с астрономией.

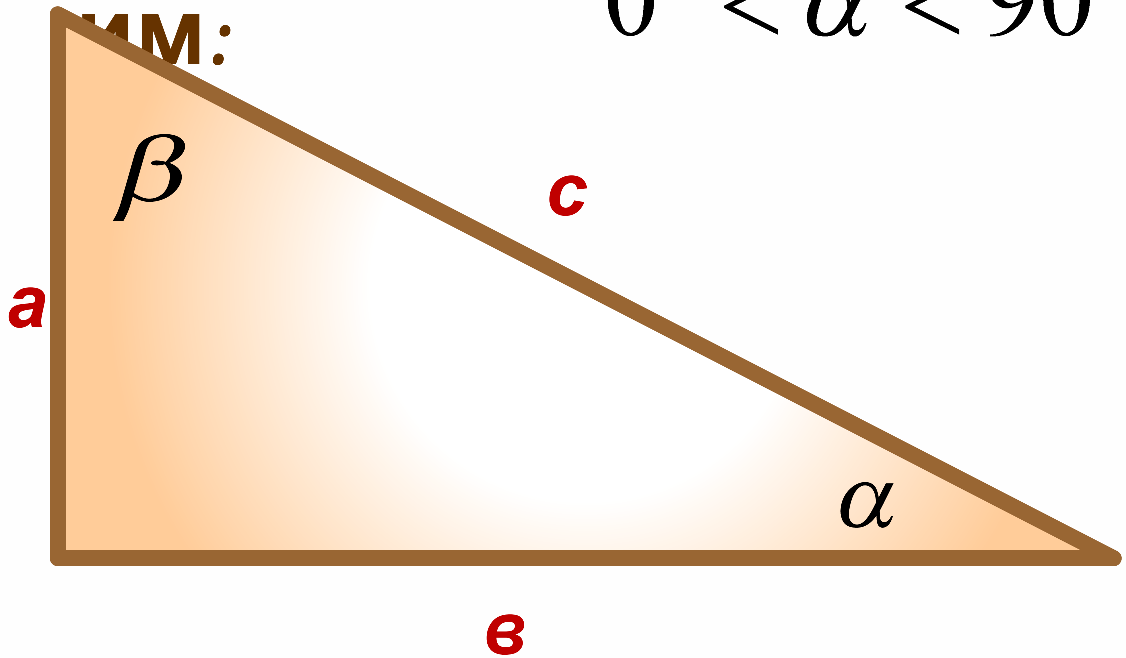
<u>Тригонометрия</u> – математическая дисциплина, изучающая зависимость между сторонами и углами треугольника.

Тригонометрические вычисления применяются практически во всех областях геометрии, физики и инженерного дела, при измерении расстояний до недалёких звёзд в астрономии, между ориентирами в географии, при контроле системы навигации, в теории музыки, акустике, оптике, электронике, теории вероятностей, статистике, биологии, медицине (включая ультразвуковое исследование (УЗИ) и компьютерную томографию), фармацевтике, химии, сейсмологии, метеорологии, океанологии, картографии, архитектуре, экономике, электронной технике, машиностроении, компьютерной графике.

Синус, косинус , тангенс и котангенс угла

Вспомним:

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$



$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

Синус острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Косинус — отношение прилежащего катета к гипотенузе.

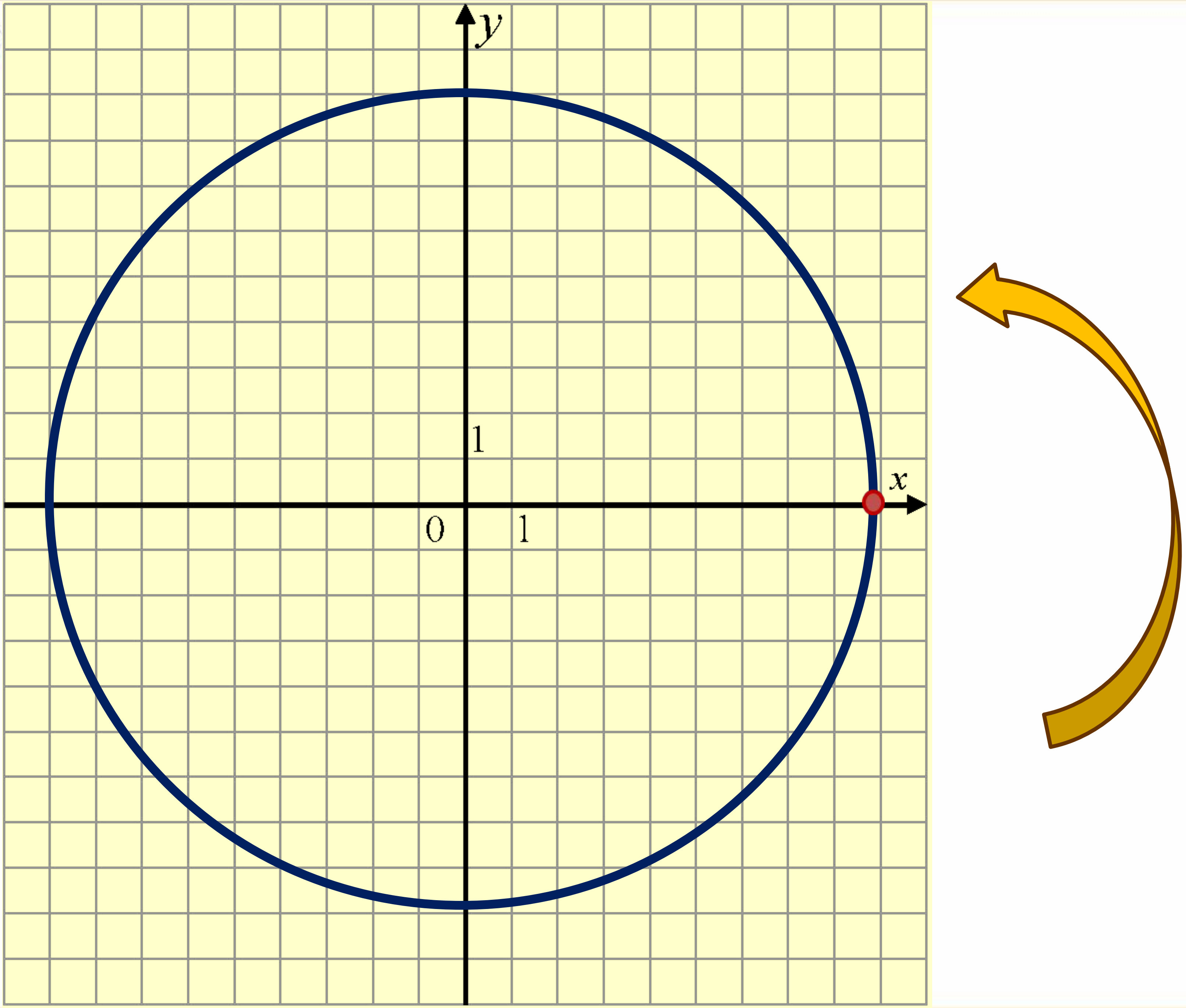
Тангенс — отношение противолежащего

В $XVIII$ веке Леонард Эйлер дал современные, более общие определения, расширив область определения этих функций на всю числовую ось.

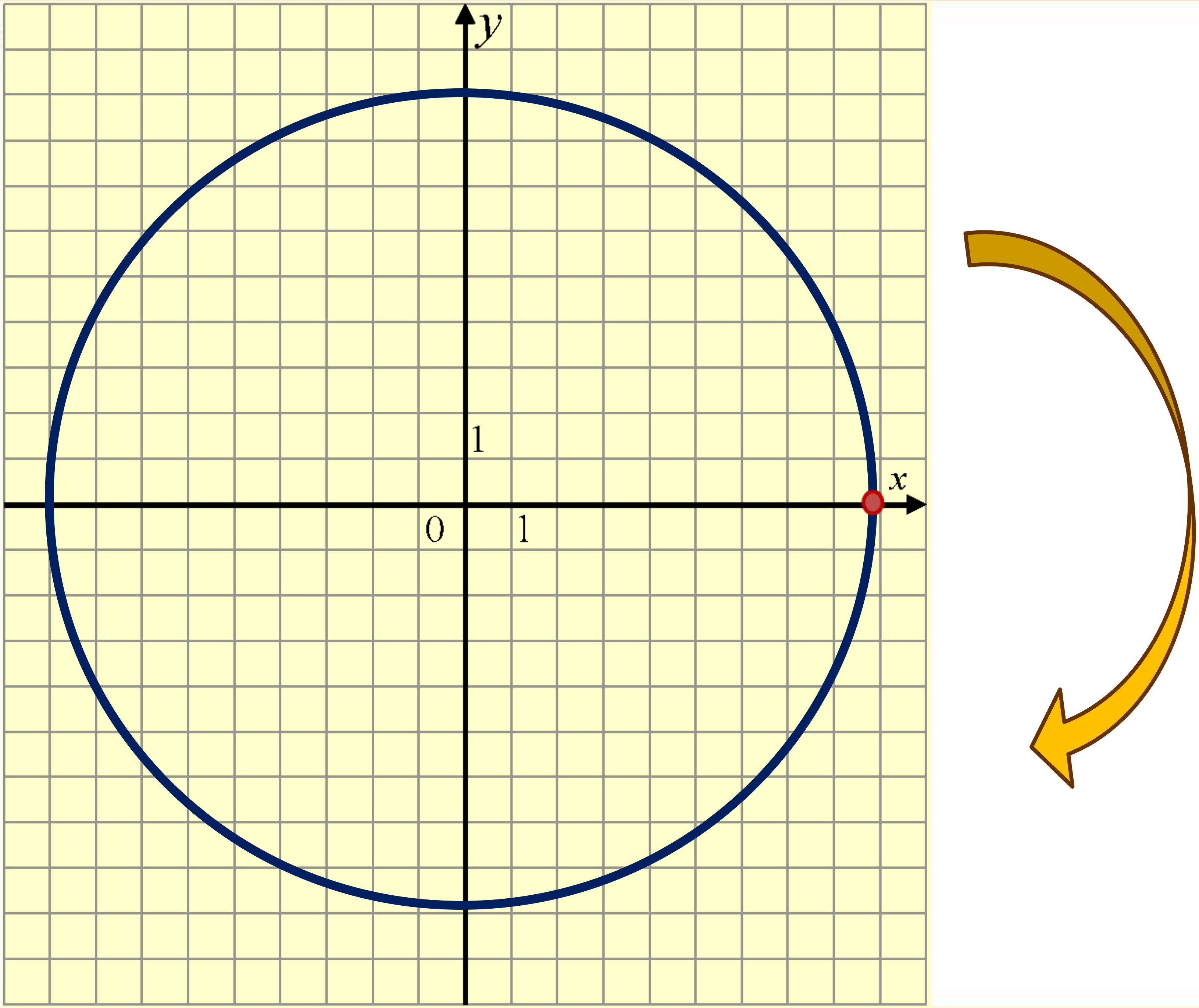
$$\alpha - \text{угол поворота}$$

$$-\infty < \alpha < +\infty$$

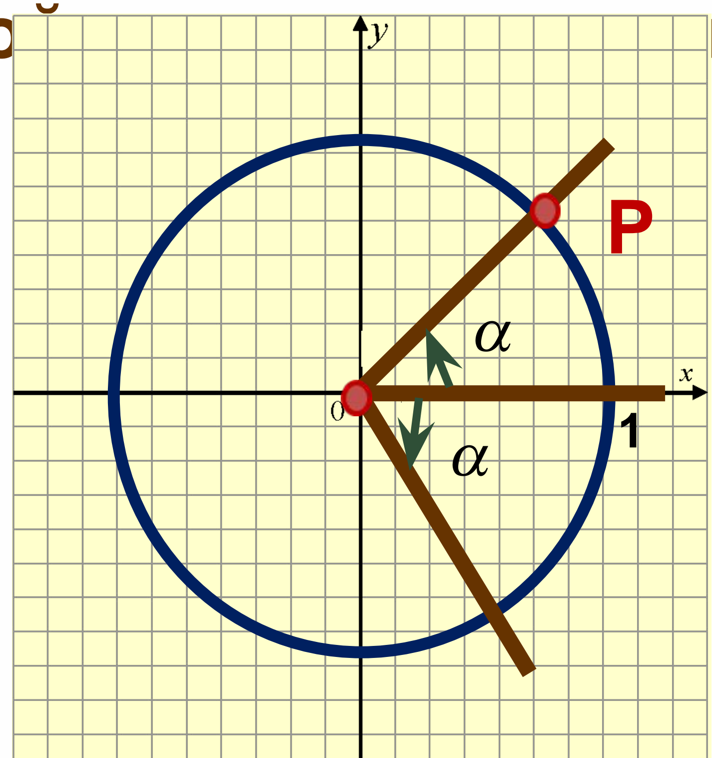
$$\alpha \in R$$



y
x
1
0
1

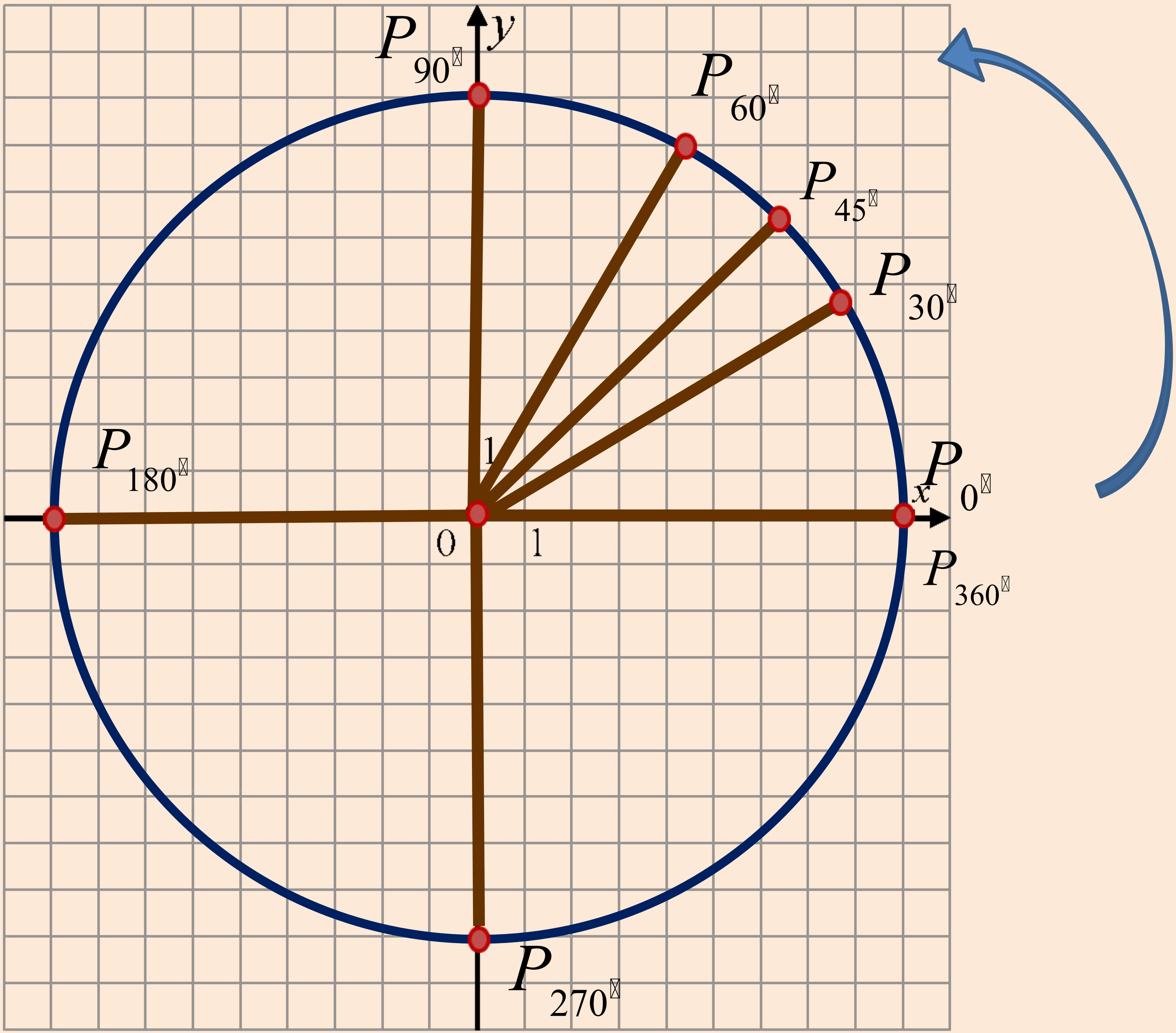

y
x
1
0
1

Рассмотрим в прямоугольной системе координат окружность единичного радиуса и отложим от горизонтальной оси угол (если величина угла положительна, то откладываем против часовой стрелки, иначе по часовой стрелке). Точку пересечения построенно… …кружностью обозначим



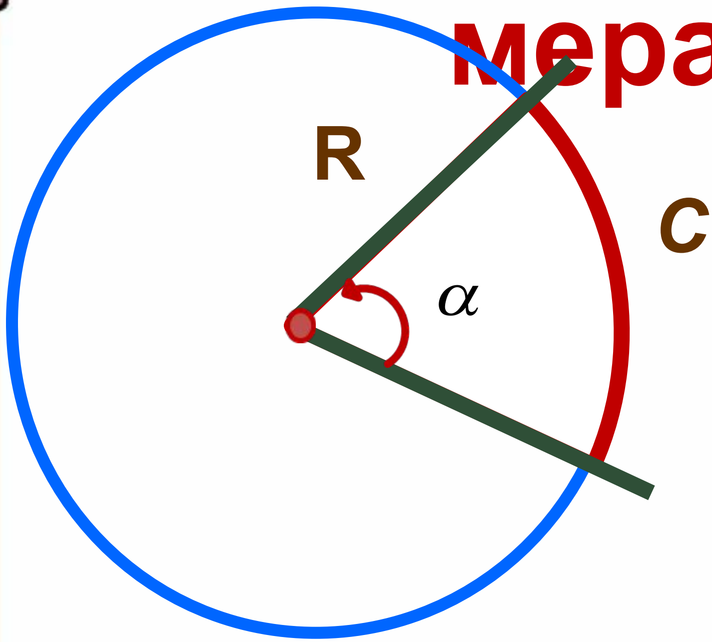
$$\alpha > 0$$

$$\alpha < 0$$



y
x
P_{90}
P_{60}
P_{45}
P_{30}
P_{0}
P_{360}
P_{180}
P_{270}
0
1
1

Радианная мера угла



α – центральный угол

R – радиус

С

Если R = C, то центральный угол равен одному радиану

Радианной мерой угла называется отношение длины соответствующей дуги к радиусу окружности

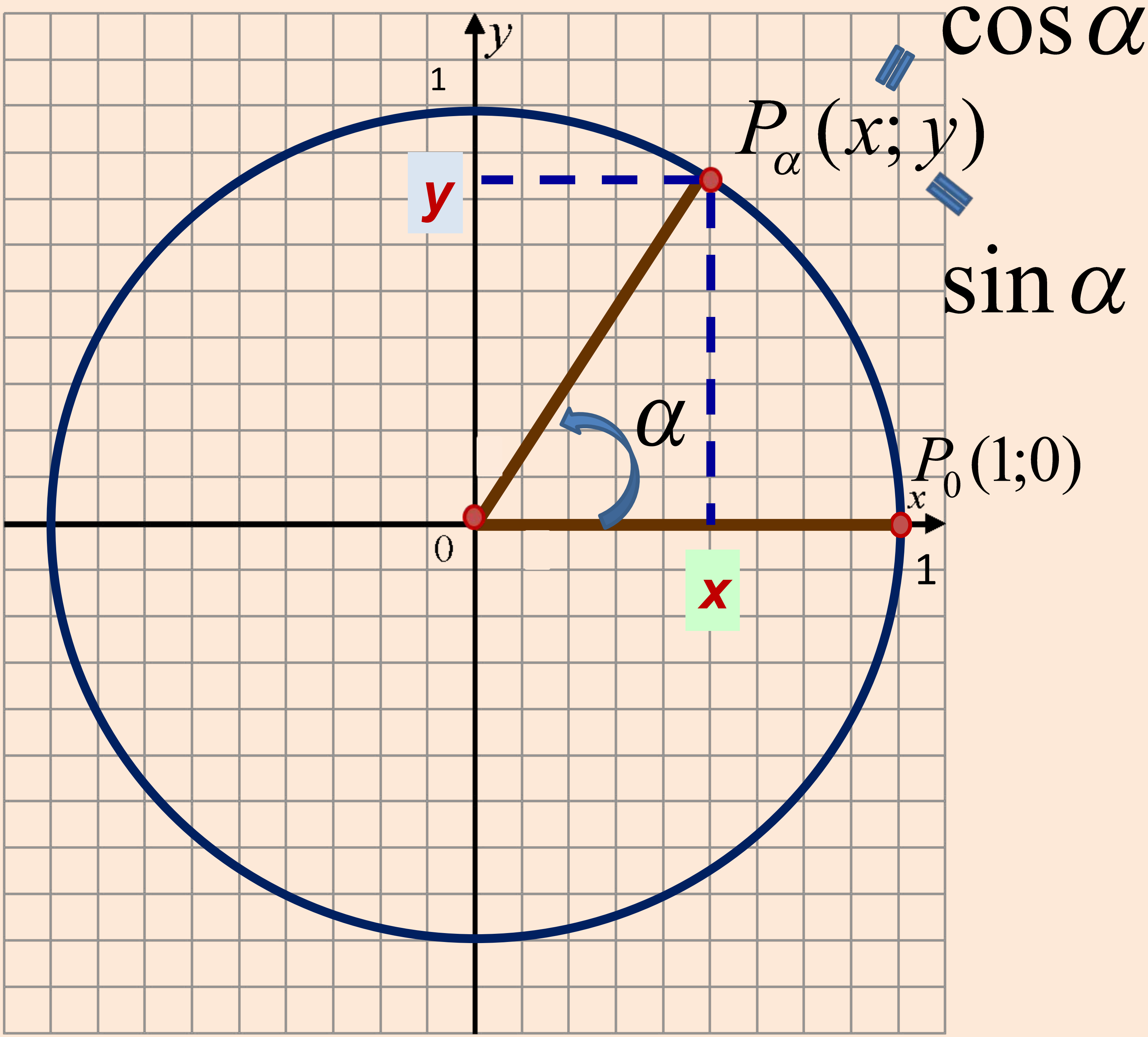
$$1\,рад \approx 57^{\circ}$$

$$\alpha = \frac{n \cdot \pi}{180} \qquad n^{\circ} = \frac{\alpha \cdot 180^{\circ}}{\pi}$$

$$n = 60^{\circ} \qquad \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha = \frac{60 \cdot \pi}{180} = \frac{\pi}{3} \qquad n^{\circ} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 180^{\circ}}{\pi} = \frac{\pi \cdot 180^{\circ}}{4 \cdot \pi} = \frac{180^{\circ}}{4} = 45^{\circ}$$

$$60^{\circ} = \frac{\pi}{3} \qquad \frac{\pi}{4} = 45^{\circ}$$



cos α
$P_\alpha(x; y)$
sin α
y
1
α
$P_0(1;0)$
x
0
1
x
y

Синус угла определяется как ордината точки P_α

Косинус — абсцисса точки P_α

Тангенс – отношение ординаты к абсциссе точки P_α

Котангенс – отношение абсциссы к P_α

$$\sin\alpha = y$$

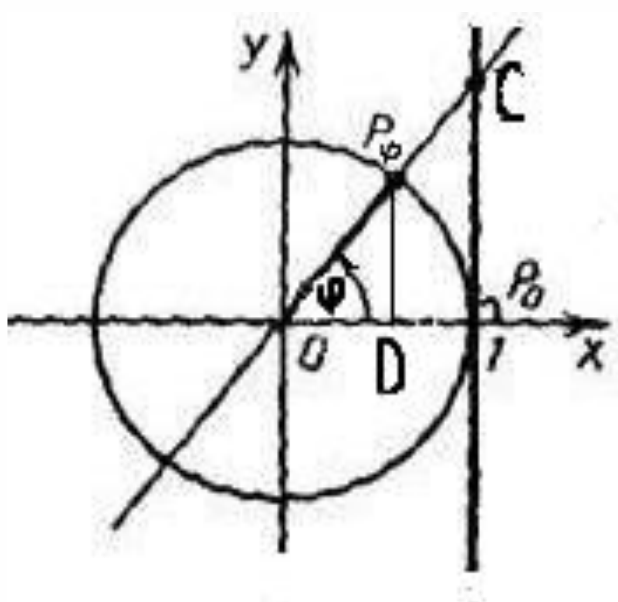
$$\cos\alpha = x$$

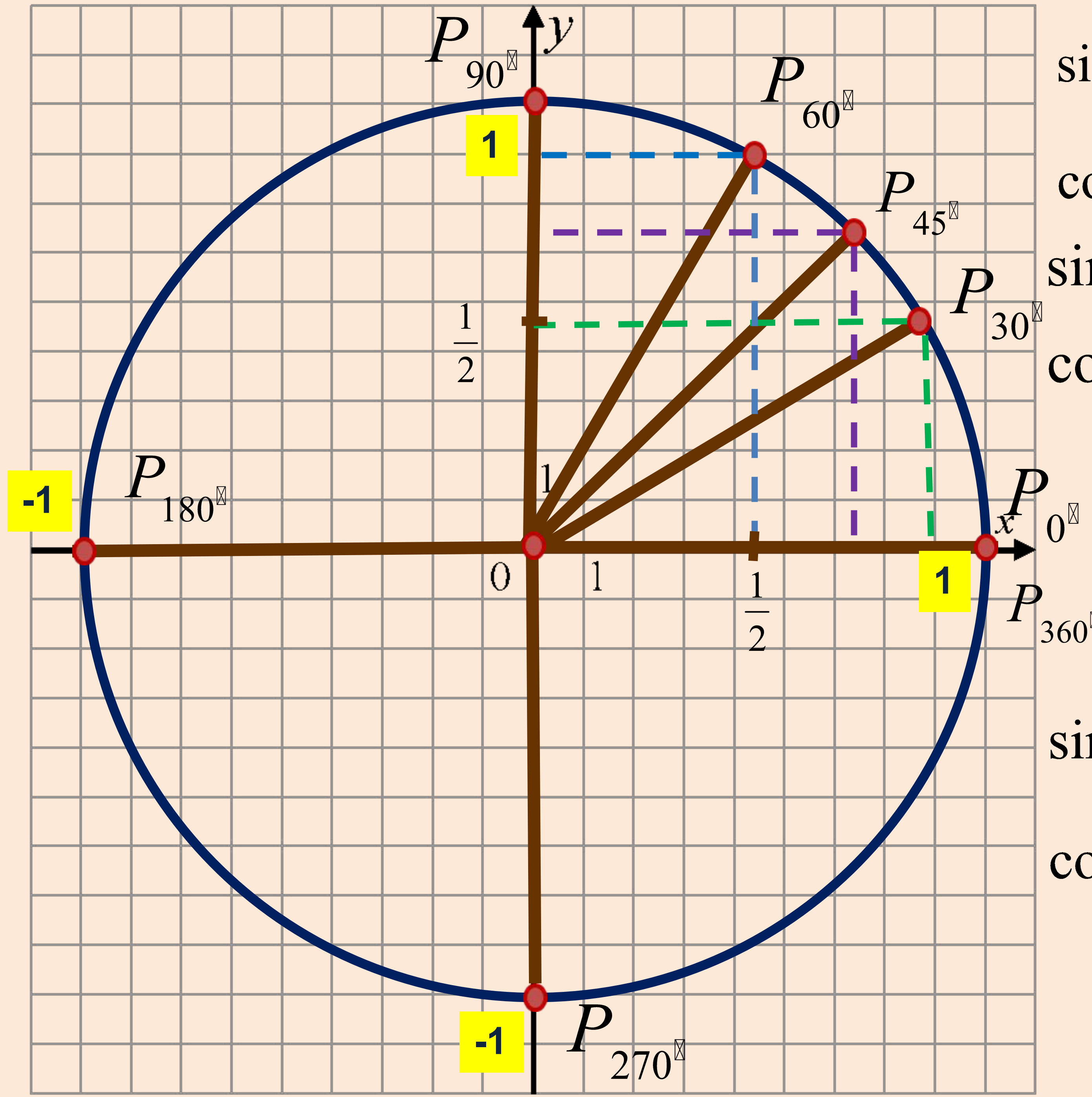
$$tg\alpha = \frac{y}{x}$$

$$ctg\alpha = \frac{x}{y}$$

- В курсе геометрии вы познакомились с тангенсом острого угла, равным частному синуса и косинуса этого угла:
- **$\mathrm{tg}\,\varphi = \sin\varphi / \cos\varphi$**
- С помощью этого равенства можно определить тангенс любого угла φ, косинус которого отличен от нуля.
- *Тангенсом угла назывется частное синуса к косинусу этого угла.*
- *Для углов, косинусы которых равны 0, т. е. углов вила* $\pi/2 + \pi n$ (n – любое число), тангенс не существует.

- На рисунке к единичной окружности в точке P_0 проведена касательная; P_φ – конечная точка поворота на угол φ; C – точка пересечения касательной и прямой OP_φ.
- Ордината точки C равна тангенсу угла **φ**





$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ \approx 0,9$$

$$\sin 45^\circ \approx 0,7$$

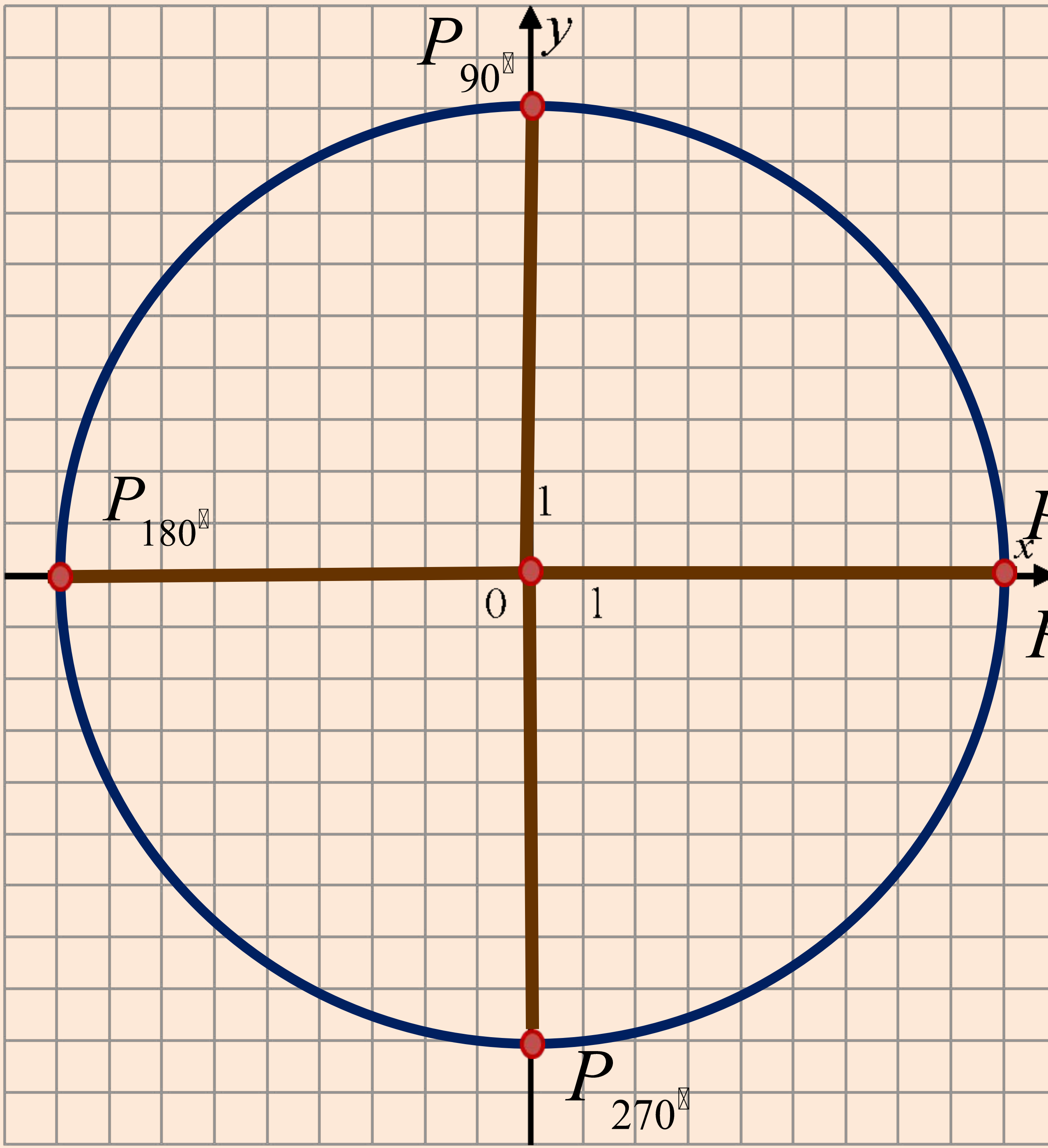
$$\cos 45^\circ \approx 0,7$$

$$\sin 60^\circ \approx 0,9$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

Запомни

	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg\alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$ctg\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$



P_{0°**(1; 0)**

P_{90°**(0; 1)**

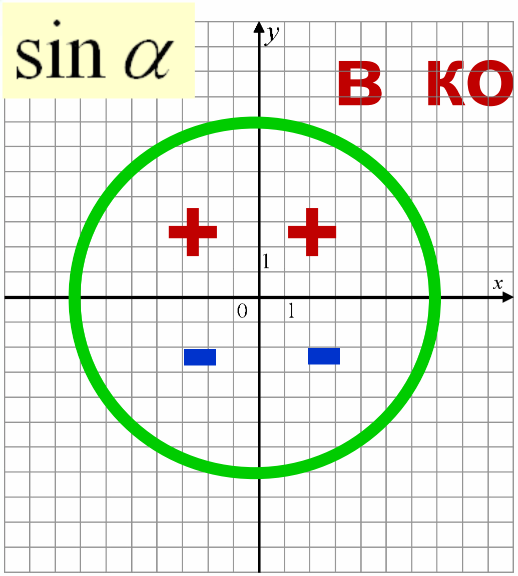
P_{180°**(-1; 0)**

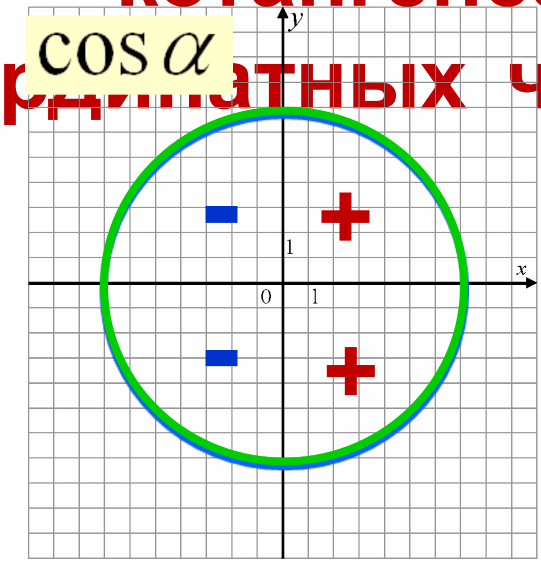
P_{270°**(0;-1)**

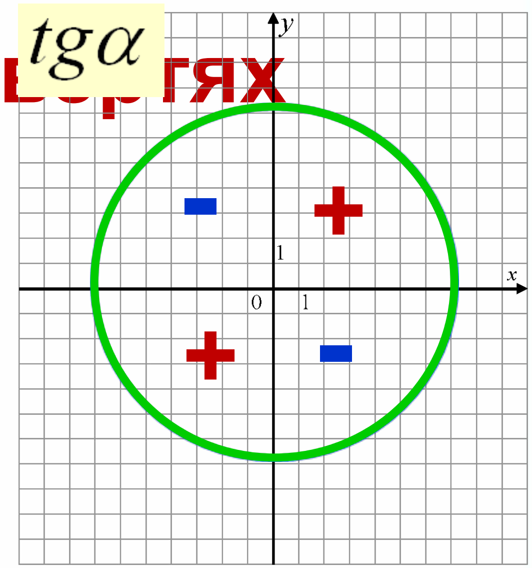
Провер

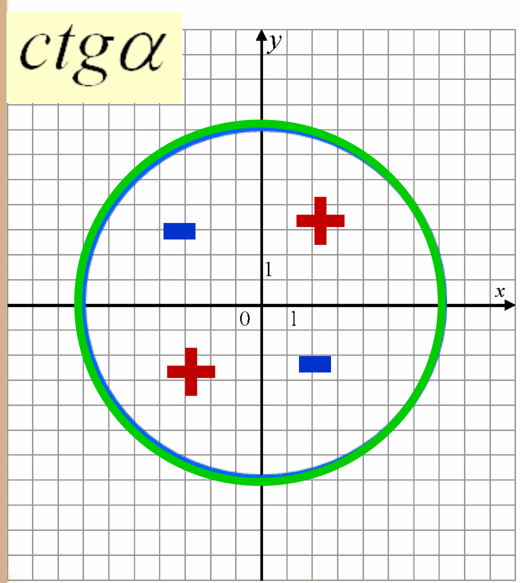
	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$	0	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	0	-1	0	1
$tg\alpha$	0	-	0	-	0
$ctg\alpha$	-	0	-	0	-

Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса в координатных четвертях









$$\sin 68^\circ > 0$$

$$\sin 153^\circ > 0$$

$$\sin 249^\circ < 0$$

$$\sin 315^\circ < 0$$

$$\cos 76^\circ > 0$$

$$\cos 236^\circ < 0$$

$$tg 127^\circ < 0$$

$$ctg 195^\circ > 0$$