

МАТЕМАТИКА

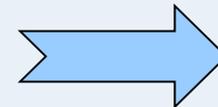
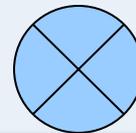




ЗАДАНИЕ №11 - 1

РЕШЕНИЕ

- Смешав 25 % и 95 % растворы кислоты и добавив 20 кг чистой воды, получили 40 % раствор кислоты. Если бы вместо 20 кг воды добавили 20 кг 30 % раствора той же кислоты, то получили бы 50 % раствор кислоты. Сколько килограммов 25 % раствора использовали для получения смеси?

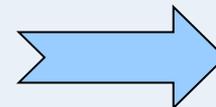
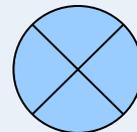




ЗАДАНИЕ №11 - 2

РЕШЕНИЕ

- Имеется два сплава. Первый содержит 15% никеля, второй — 45% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 24 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была больше массы второго?

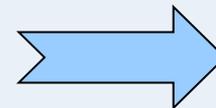
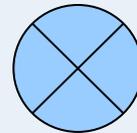




ЗАДАНИЕ №11 - 3

РЕШЕНИЕ

- От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 153 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 8 часов после этого следом за ним со скоростью на 8 км/ч большей отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно.
- Ответ дайте в км/ч.

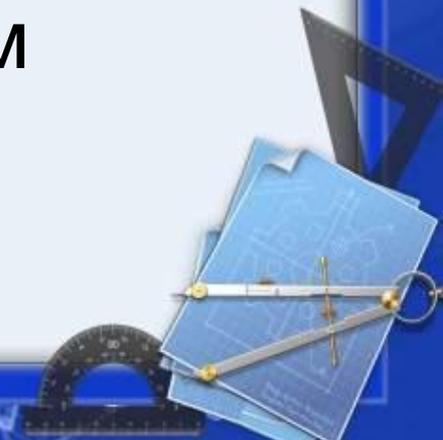
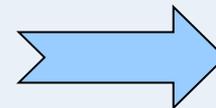
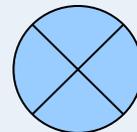




ЗАДАНИЕ №11 - 4

РЕШЕНИЕ

- Первая труба пропускает на 8 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 180 литров она заполняет на 8 минут дольше, чем вторая труба?

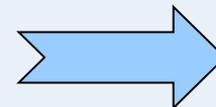
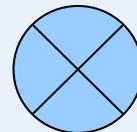




ЗАДАНИЕ №11 - 5

РЕШЕНИЕ

- Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 54 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

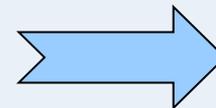
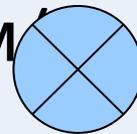




ЗАДАНИЕ №11 - 6

РЕШЕНИЕ

- Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 68 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 6 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 15 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 60 минут? Ответ дайте в км

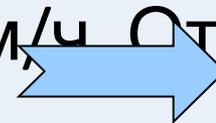
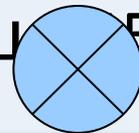




ЗАДАНИЕ №11 - 7

РЕШЕНИЕ

- Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 12 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 72 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 5 км/ч. Ответ дайте в километрах в час.

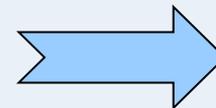
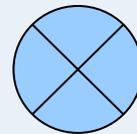




ЗАДАНИЕ №11 - 8

РЕШЕНИЕ

Путешественник переплыл океан на яхте со средней скоростью 26 км/ч. Обрато он летел на самолёте со скоростью 312 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в километрах в час.

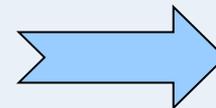
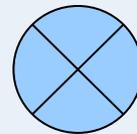




ЗАДАНИЕ №11 - 9

РЕШЕНИЕ

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 ч меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в километрах в час.

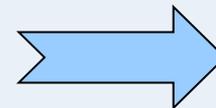
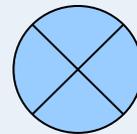




ЗАДАНИЕ №11 - 10

РЕШЕНИЕ

Коля и Митя выполняют одинаковый тест. Коля отвечает за час на 12 вопросов теста, а Митя — на 21. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Коля закончил свой тест позже Мити на 105 минут. Сколько вопросов содержит тест?

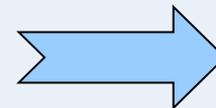
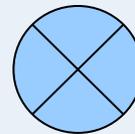




ЗАДАНИЕ №11 - 11

РЕШЕНИЕ

Игорь и Паша красят забор за 18 часов.
Паша и Володя красят этот же забор за
24 часа, а Володя и Игорь — за 36 часов.
За сколько часов мальчики покрасят
забор, работая втроём?





ЗАДАНИЕ №11 - 12

РЕШЕНИЕ

По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 80 км/ч и 50 км/ч . Длина товарного поезда равна 1200 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 3 минутам. Ответ дайте в метрах.





РЕШЕНИЕ №11-1

x кг – масса 25% раствора, y кг – масса 95% раствора, $0,25x + 0,95y$ – суммарная масса, $0,4 \cdot (x + y + 20)$ – 40% раствор.

Так как масса кислоты после добавления остается прежней, то имеем уравнение $0,25x + 0,95y = 0,4 \cdot (x + y + 20)$

Аналогично $0,25x + 0,95y + 0,3 \cdot 20 = 0,5 \cdot (x + y + 20)$. Решаем систему

$$\begin{cases} 0,25x + 0,95y - 0,4x - 0,4y = 8 \\ 0,25x + 0,95y - 0,5x - 0,5y = 10 - 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -0,15x + 0,55y = 8 \\ -0,25x + 0,45y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15x - 55y = -800 \quad | : 5 \\ 25x - 45y = -400 \quad | : 5 \end{cases}$$

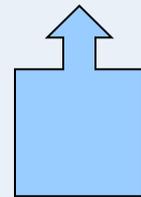
$$\begin{cases} 3x - 11y = -160 \\ 5x - 9y = -80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -27x + 99y = 160 \cdot 9 \\ 55x - 99y = -880 \end{cases}$$

$$28x = 560$$

$$x = 20$$

Ответ : 20





РЕШЕНИЕ №11 - 2

- Пусть x кг – масса первого сплава, а y кг – масса второго сплава. Тогда, масса никеля в первом сплаве равна $0,15x$, а масса никеля во втором сплаве – $0,45y$. Сказано, что из этих двух сплавов можно получить третий массой 24 кг с 20% никелем, то есть масса никеля в третьем сплаве равна $0,2 \cdot 24 = 4,8$.
Получаем уравнение: $x + y = 24$ При этом:
Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} 0,15x + 0,45y = 4,8 \\ x + y = 24 \end{cases} \quad \begin{cases} 15x + 45 \cdot (24 - x) = 480 \\ 15x + 1080 - 45x = 480 \end{cases}$$

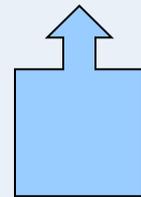
$$\begin{cases} 15x + 45y = 480 \\ x + y = 24 \end{cases} \quad \begin{cases} -30x = -600 \\ x = 20 \end{cases}$$

$$y = 24 - x$$

$$y = 24 - 20 = 4$$

$$x - y = 20 - 4 = 16$$

Ответ: 16





РЕШЕНИЕ №11 - 3

- x км/ч – скорость первого, тогда $(x + 8)$ км/ч – второго. Вместе прошли 153 км.
 $t_1 = \frac{153}{x}$ ч – затратил первый теплоход, а $t_2 = \frac{153}{x+8}$ ч – второй. $t_1 - t_2 = 8$ или

$$\frac{153}{x} - \frac{153}{x+8} = 8$$

$$153 \cdot (x+8) - 153x - 8 \cdot (x^2 + 8x) = 0$$

$$153x + 153 \cdot 8 - 153x - 8x^2 - 64x = 0$$

$$8x^2 + 64x - 153 \cdot 8 = 0$$

$$x^2 + 8x - 153 = 0$$

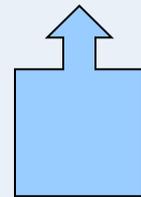
Решаем квадратное уравнение,

получим

$$x_1 = -17$$

$$x_2 = 9$$

Ответ: 9





РЕШЕНИЕ №11-4

- Пропускную способность первой трубы обозначим через x . Тогда вторая труба будет пропускать $x + 8$ литров воды. Время заполнения объема в 180 литров первой трубы составляет $\frac{180}{x}$, а тот же объем для второй трубы $\frac{180}{x+8}$

По условию задачи сказано, что вторая труба заполняет данный объем на 8 минут быстрее первой. Получаем уравнение

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+8} = 8$$

$$180(x+8) - 180x - 8(x^2 + 8x) = 0$$

$$180x + 180 \cdot 8 - 180x - 8x^2 - 64x = 0$$

$$8x^2 + 64x - 180 \cdot 8 = 0$$

$$x^2 + 8x - 180 = 0$$

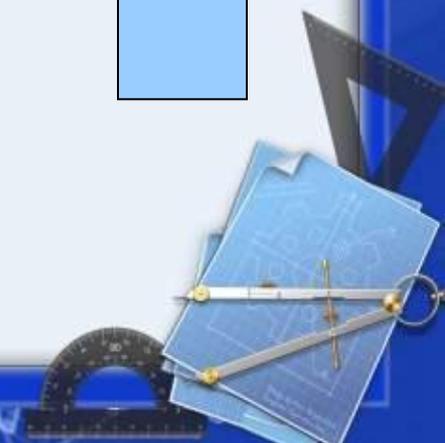
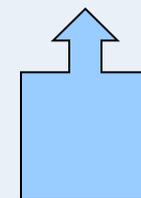
Решаем квадратное уравнение,

получим

$$x_1 = 10$$

$$x_2 = -18$$

Ответ: 10





РЕШЕНИЕ №11-5

Сухого вещества изюма в 54 килограммах равно $54 \cdot (1 - 0,05) = 54 \cdot 0,95$

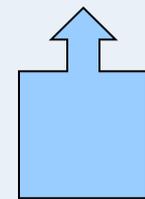
Объем винограда обозначим через X . Тогда сухого вещества винограда будет $x \cdot (1 - 0,9) = x \cdot 0,1$

Сухого вещества винограда и изюма должны быть равны, т.е. получаем уравнение

$$x \cdot 0,1 = 54 \cdot 0,95$$

$$x = \frac{54 \cdot 0,95}{0,1} = 513$$

Ответ: 513.





РЕШЕНИЕ №11-6

- Пусть x - скорость первого гонщика, а y - скорость второго гонщика. Они оба проехали 68 кругов по 6 км каждый круг, т.е. расстояние 408 км. Время первого гонщика составило $\frac{408}{x}$, а время второго $\frac{408}{y}$. Известно, что

первый гонщик пришел на 15 минут раньше второго, т.е. на $\frac{1}{4}$ часа быстрее, получаем уравнение

Также в задаче сказано, что первый гонщик впервые обогнал на круг (на 6 км) второго через 60 минут (1 час), следовательно,

Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{408}{y} - \frac{408}{x} = \frac{1}{4} & \frac{408}{y} - \frac{408}{6+y} = \frac{1}{4} \\ x - y = 6 \\ x = 6 + y \end{cases}$$
$$\frac{2448 + 408y - 408y}{6y + y^2} = \frac{1}{4}$$

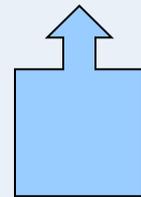
$$6y + y^2 = 9792$$

$$y^2 + 6y - 9792 = 0$$

$$y_1 = \frac{-6 + \sqrt{39204}}{2} = \frac{-6 + 198}{2} = 96$$

$$y_2 = \frac{-6 - \sqrt{39204}}{2} = \frac{-6 - 198}{2} = -102$$

Ответ: 96





РЕШЕНИЕ №11-7

- Обозначим через x скорость первого автомобиля. Через S половину пути между пунктами А и В. Тогда время в пути первого автомобиля будет равно $\frac{S}{x}$. Второй автомобиль первую половину пути ехал со

скоростью на 12 км/ч меньше первого, т.е. со скоростью $x - 12$, а вторую половину пути со скоростью 72 км/ч. Следовательно, второй автомобиль затратил на весь путь время $\frac{S}{x-12} + \frac{S}{72}$

Известно, что оба автомобиля приехали в пункт В одновременно, т.е. на весь путь затратили одно и то же время. Получим уравнение:

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{x-12} + \frac{1}{72}$$

$$2(72x - 72 \cdot 12) = 72x + x^2 - 12x$$

$$-x^2 + 84x - 144 \cdot 12 = 0$$

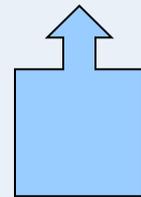
$$x^2 - 84x + 1728 = 0$$

$$x_1 = 36$$

$$x_2 = 48$$

По условию задачи сказано, что скорость первого автомобиля больше 45 км/ч, следовательно, она равна 48 км/ч.

Ответ: 48.





РЕШЕНИЕ №11-8

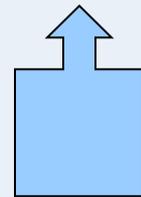
1-й способ. Средняя скорость будет равна, если весь путь разделить на время.

$$\frac{\frac{2S}{\frac{S}{26} + \frac{S}{312}}}{\frac{2S}{26S + 312S}} = \frac{2S}{338S} \cdot 8112 = 48$$

2-й способ. Средняя скорость вычисляется по формуле

$$v = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} \qquad v = \frac{2 \cdot 26 \cdot 312}{26 + 312} = 48$$

Ответ: 48





РЕШЕНИЕ №11-9

- Пусть скорость моторной лодки в неподвижной воде равна x км/ч. Тогда скорость лодки против течения будет равна $(x - 2)$ км/ч. Расстояние в 77 км лодка преодолит с такой скоростью за $\frac{77}{x-2}$ часа. На обратном пути лодка шла по течению, следовательно, со скоростью $(x + 2)$ км/ч и прошла 77 км за $\frac{77}{x+2}$ часа.

В задаче сказано, что на обратный путь было потрачено на 4 часа меньше, получаем уравнение

$$\frac{77}{x-2} - \frac{77}{x+2} = 4$$

$$77(x+2) - 77(x-2) - 4(x^2 - 4) = 0$$

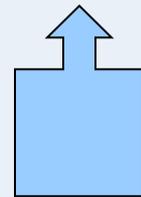
$$77x + 154 - 77x + 154 - 4x^2 + 16 = 0$$

$$4x^2 = 324$$

$$x^2 = 81$$

$$x = \pm 9$$

Ответ: 9





РЕШЕНИЕ №11-10

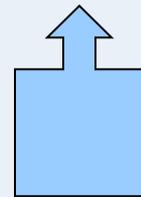
- Пусть в тесте x вопросов. Тогда общее время ответа Коли на все вопросы $\frac{x}{12}$ часов, а общее время ответа Мити $\frac{x}{21}$ часов. Известно, что Коля отвечал на тест на 105 минут ($7/4$ часа) дольше Мити. Имеем уравнение $\frac{x}{12} - \frac{x}{21} = \frac{7}{4}$

$$x \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{21} \right) = \frac{7}{4}$$

$$x \frac{1}{28} = \frac{7}{4}$$

$$x = \frac{7}{4} \cdot 28 = 49$$

Ответ: 49.





РЕШЕНИЕ №11-11

- Пусть за x часов красит забор Игорь, за y часов - Паша, а за z часов Володя. Весь забор условно примем за одну целую часть, т.е. за 1. В задаче сказано, что Игорь и Паша вместе красят забор за 18 часов, т.е. можем записать уравнение

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18}$$

Аналогично для Паши и Володи $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{24}$

и Володи и Игоря $\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{36}$

Получаем систему из трех уравнений

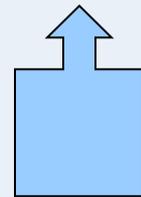
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{36} \end{cases}$$

$$\frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{16}{x} + \frac{16}{y} + \frac{16}{z} = 1$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{16}$$

Ответ: 16.





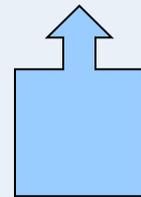
РЕШЕНИЕ №11-12

Скорость обгона пассажирским поездом товарного составляет $80-50=30$ км/ч. Товарный поезд имеет длину 1200 метров или 1,2 км. В задаче сказано, что пассажирский поезд прошел мимо товарного за 3 минуты (за $1/20$ часа) со скоростью 30 км/ч. То есть была пройдена вся длина товарного поезда и еще длина самого пассажирского поезда. Обозначим через x длину пассажирского поезда, тогда расстояние равное $x + 1,2$ было пройдено за $1/20$ часа со скоростью 30 км/ч. Получаем уравнение

$$(x+1,2) : \frac{1}{20} = 30$$

$$x+1,2 = 30 : 20 = 1,5$$

$$x = 1,5 - 1,2 = 0,3$$



То есть длина пассажирского поезда равна 0,3 км или 300 метров.

Ответ: 300

