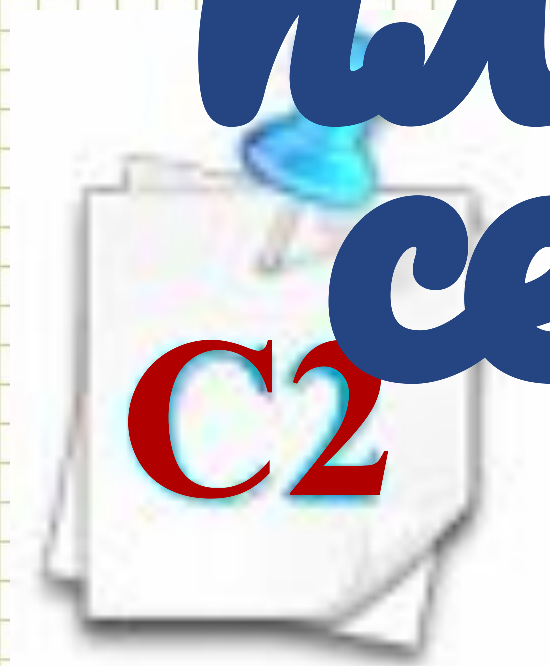
# Нахожде площади сечения



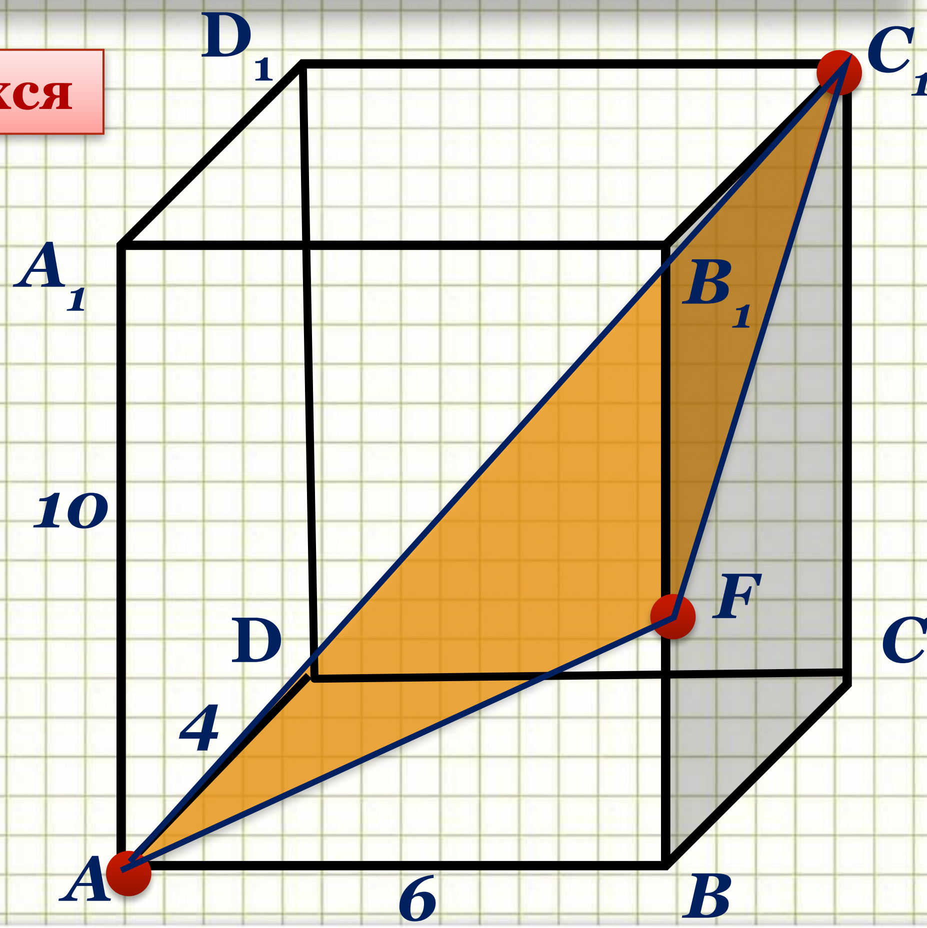
**С2**

Учитель математики МБОУ
СОШ № 25 г. Крымска Е.В. Малая

# Задача №1:

В прямоугольном параллелепипеде АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$ известны ребра АВ = 6, АД = 4 АА$_1$ = 10. Точка F принадлежит ребру ВВ$_1$ и делит его в отношении 2 : 3, считая от (·) В. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки А, F и С$_1$.

**Стандартная ошибка учащихся**

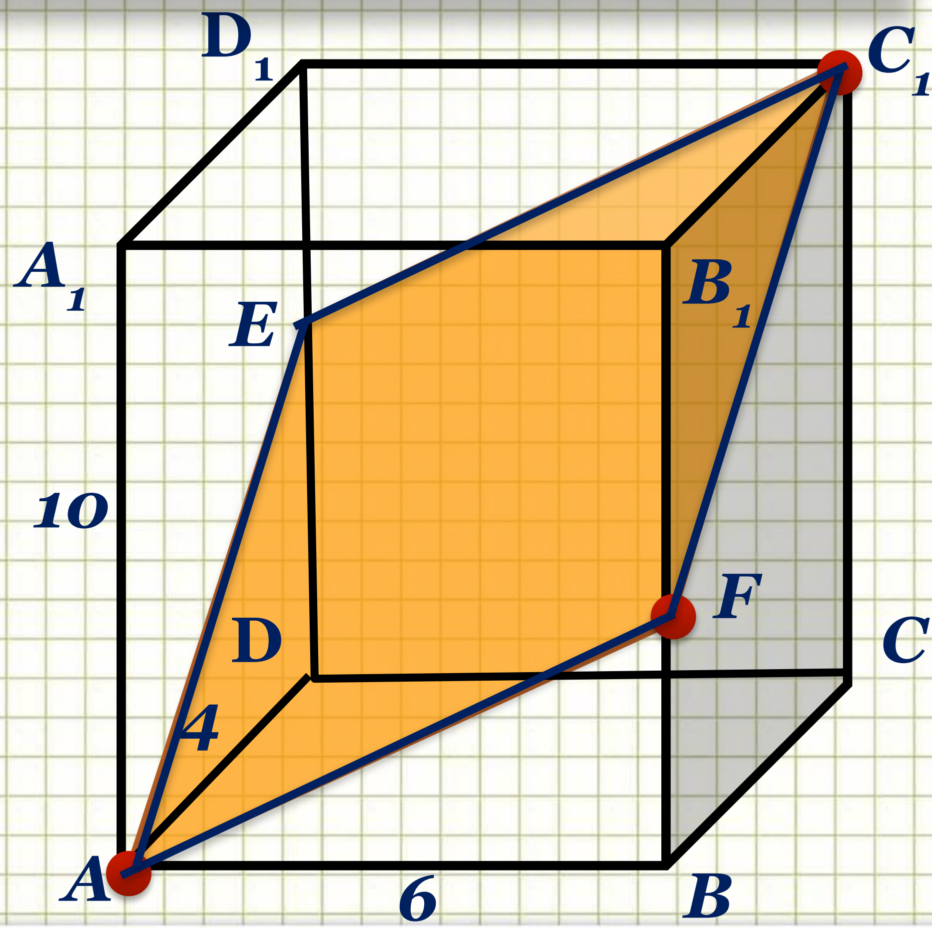


# Задача №1:

В прямоугольном параллелепипеде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ известны ребра АВ = 6, АД = 4 $АА_1$ = 10. Точка F принадлежит ребру $ВВ_1$ и делит его в отношении 2 : 3, считая от (·) В. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки А, F и $С_1$.

**Отрезок С1Е || AF,**
**AE || FC1**

**Искомое сечение AFC1E - параллелограмм**



**Из ΔABF:**

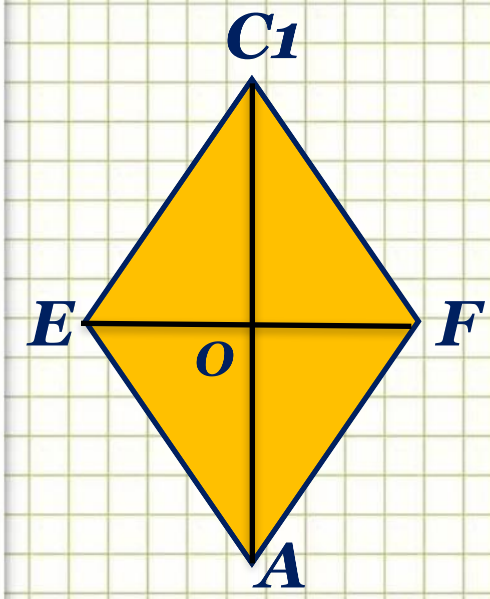
$$AF=\sqrt{AB^2+BF^2}=2\sqrt{13}$$

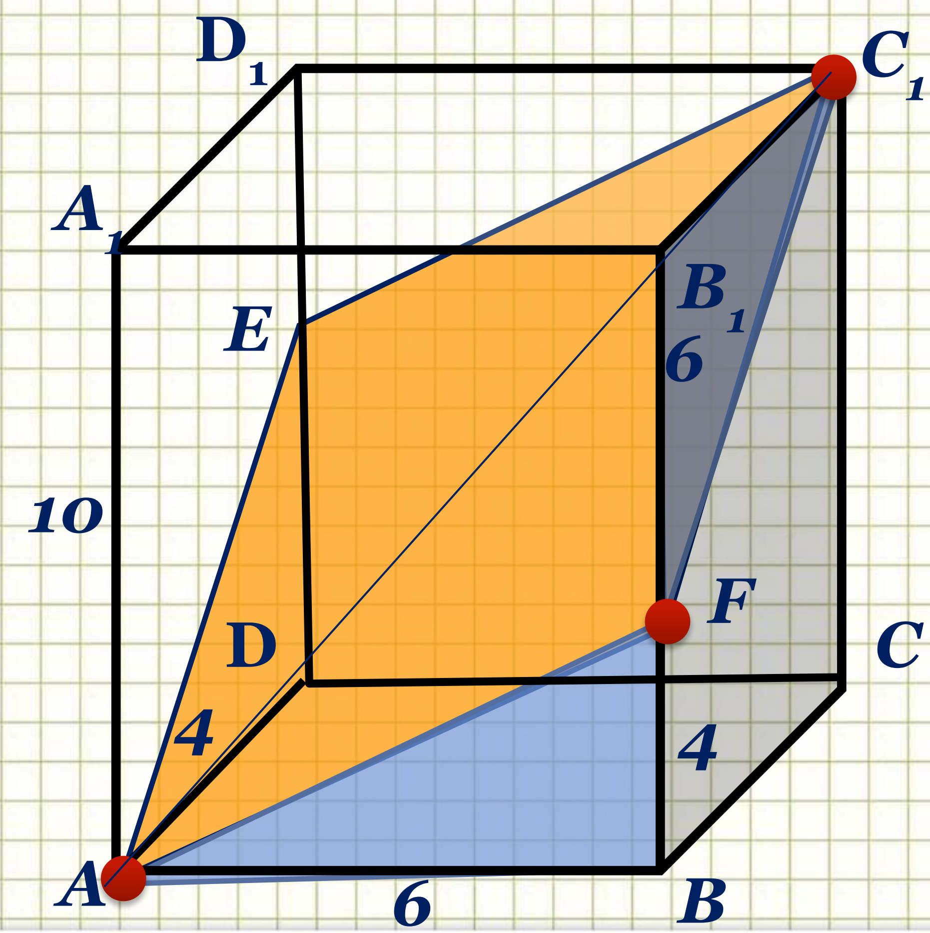
**Из $\Delta C_1B_1F$:**

$$C_1F=\sqrt{C_1B_1^{\,2}+B_1F^2}=2\sqrt{13}$$

**Значит, сечение AFC1E – ромб с диагональю**

$$AC_1=\sqrt{AB^2+BC^2+CC_1^{\,2}}=2\sqrt{38}$$




$$EF=\sqrt{AF^2-\frac{AC_1^{\,2}}{4}}=2\sqrt{14}$$

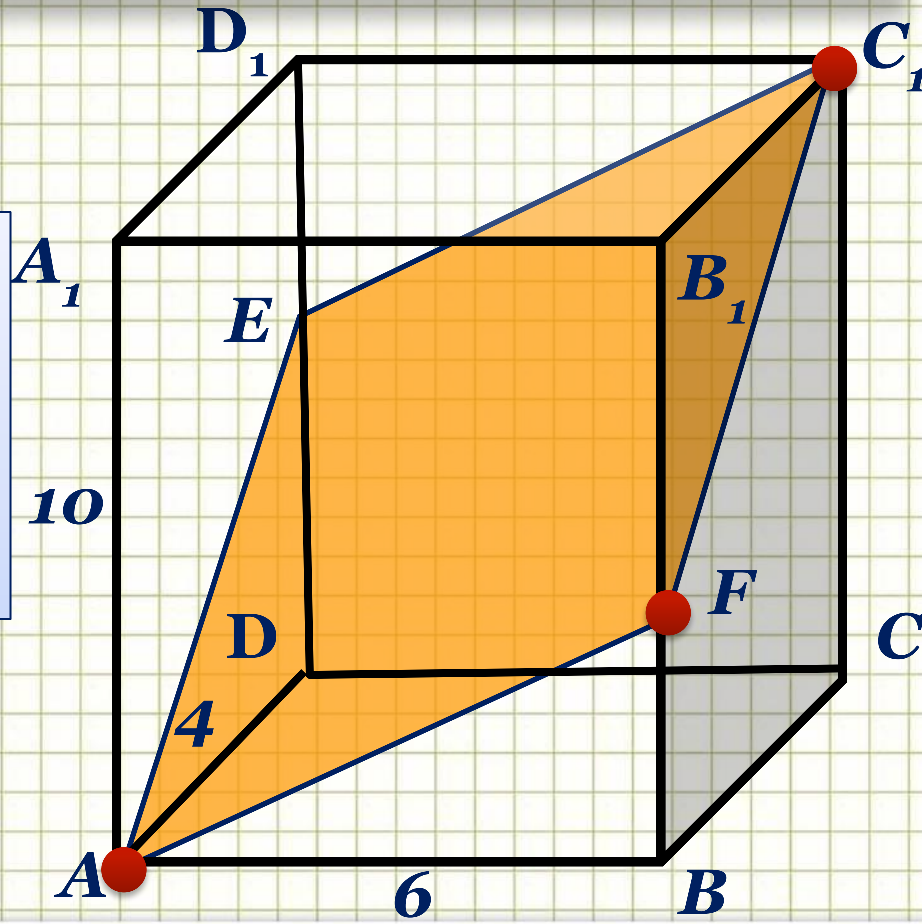
$$S=\frac{1}{2}AC_1\cdot EF=4\sqrt{133}$$

# Задача №1:

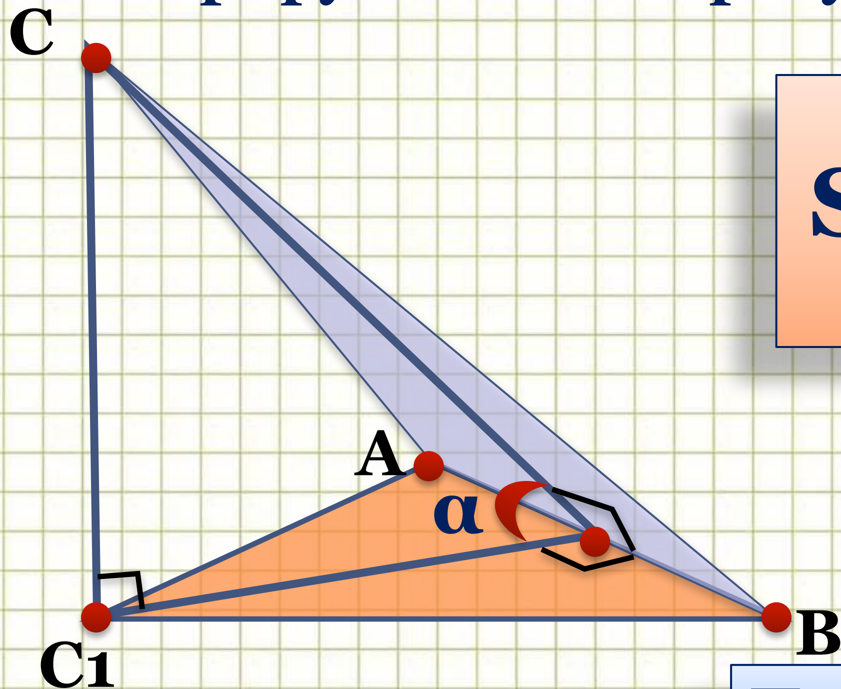
В прямоугольном параллелепипеде АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$ известны ребра АВ = 6, АД = 4 АА$_1$ = 10. Точка F принадлежит ребру ВВ$_1$ и делит его в отношении 2 : 3, считая от (·) В. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки А, F и С$_1$.

## 2 способ

Площадь ортогональной проекции многоугольника равна произведению площади этого многоугольника на косинус угла между плоскостями



## Нахождение площади многоугольника через площадь его ортогональной проекции легко иллюстрируется таким рисунком:




$$S_{ABC} = \frac{S_{ABC_1}}{\cos\alpha}$$

**План решения такой:**

1) Строим сечение.

2) Находим его ортогональную проекцию на плоскость основания.

3) Находим площадь ортогональной проекции.

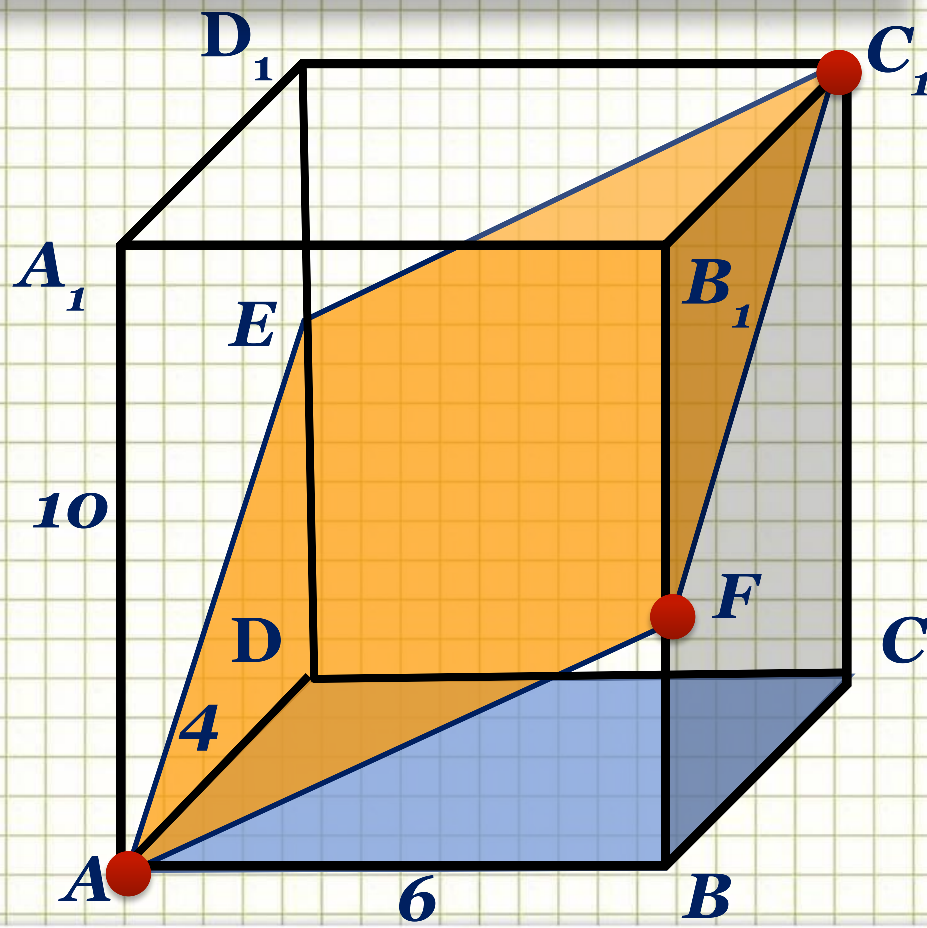
4) Находим площадь сечения.

# Задача №1:

В прямоугольном параллелепипеде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ известны ребра АВ = 6, АД = 4 $АА_1$ = 10. Точка F принадлежит ребру $ВВ_1$ и делит его в отношении 2 : 3, считая от (·) В. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки А, F и $С_1$.

$$S_{AFC1E} = \frac{S_{ABCД}}{\cos\alpha}$$

Угол α между плоскостями равен углу между прямыми, перпендикулярным и к этим плоскостям



**Угол α между плоскостями равен *углу между ненулевыми векторами*, *перпендикулярными к этим плоскостям, т.е. между векторами нормалей***

*Уравнение плоскости* $AFC_1E: 4x + 9y - 6z = 0$

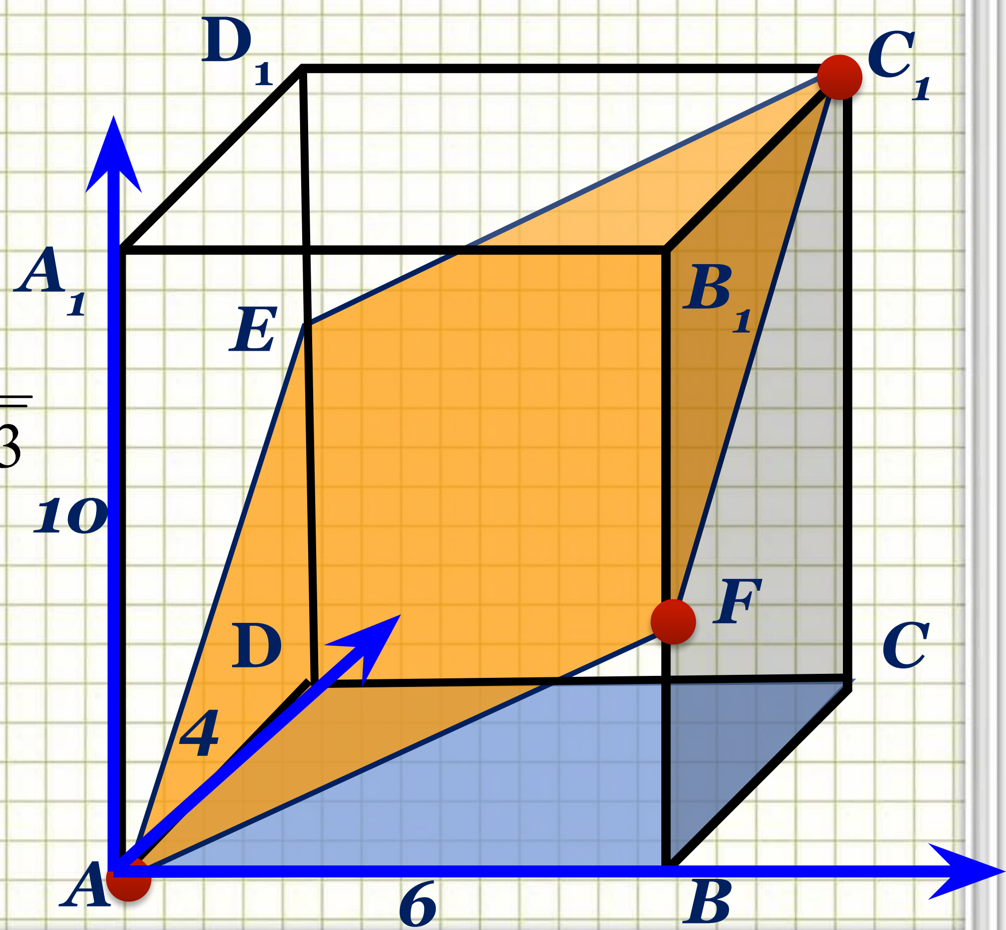
*вектор нормали* $\vec{n}(4;9;-6)$ $\quad |\vec{n}| = \sqrt{16+81+36} = \sqrt{133}$

*вектор нормали* $\overrightarrow{ДД_1}(0;0;10)$

*к плоскости АВСД* $\quad |\overrightarrow{ДД_1}| = 10$

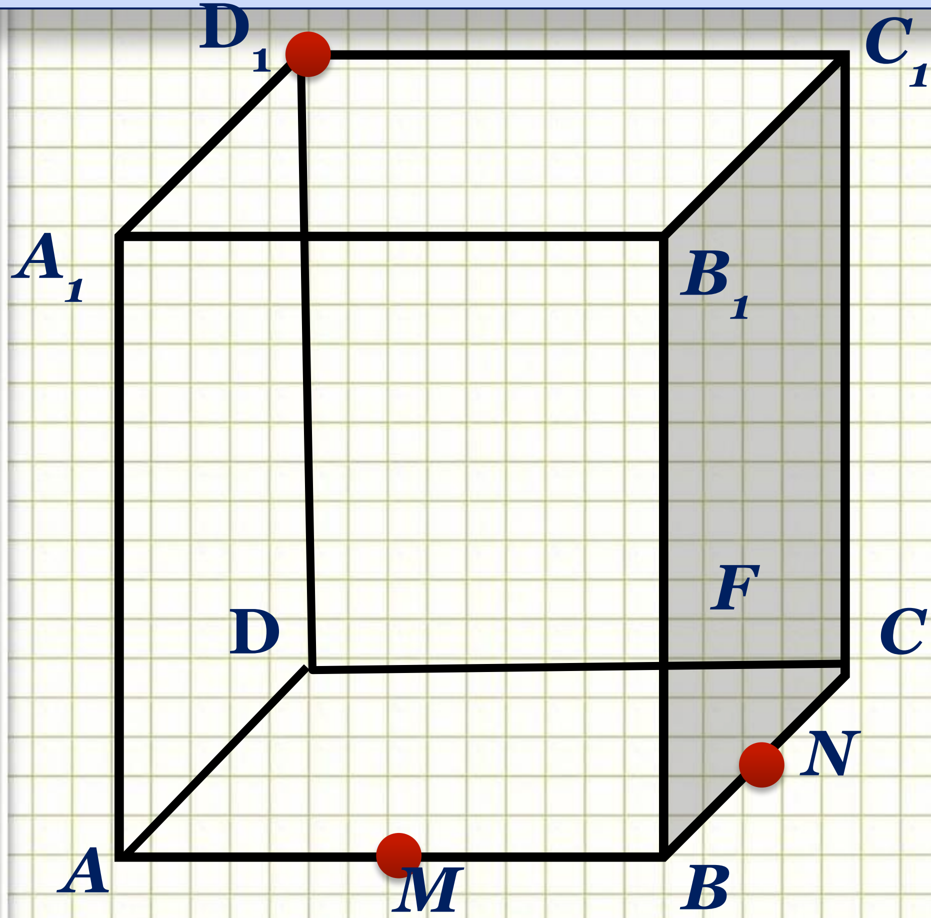
$$\cos\alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{ДД_1}|}{|\vec{n}| \cdot |\overrightarrow{ДД_1}|} \qquad \cos\alpha = \frac{6}{\sqrt{133}}$$

$$S_{AFC_1E} = \frac{S_{ABCD}}{\cos\alpha} = 4\sqrt{133}$$



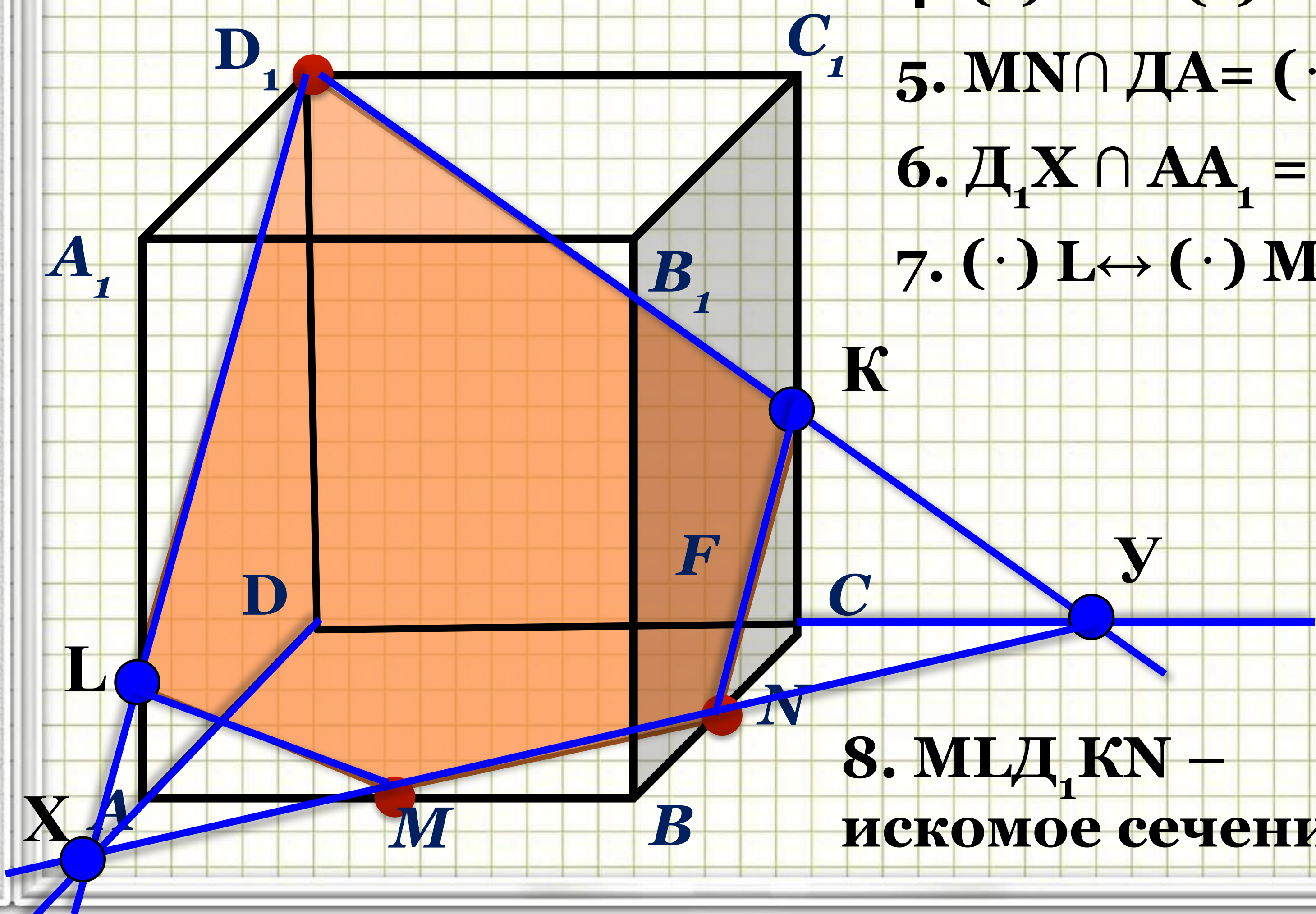
# Задача №2:

В прямоугольном параллелепипеде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ известны ребра АВ = 16, ВС = 12, $АА_1$ = 20. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через вершину $Д_1$ и середины ребер АВ и ВС. Найдите площадь полученного сечения.



# Построение:

1. (·) M↔ (·) N.
2. MN∩ ДС= (·)У
3. $Д_1У \cap СС_1$ = (·)К
4. (·) N↔ (·) К,
5. MN∩ ДА= (·)Х
6. $Д_1Х \cap АА_1$ = (·)L
7. (·) L↔ (·) M,



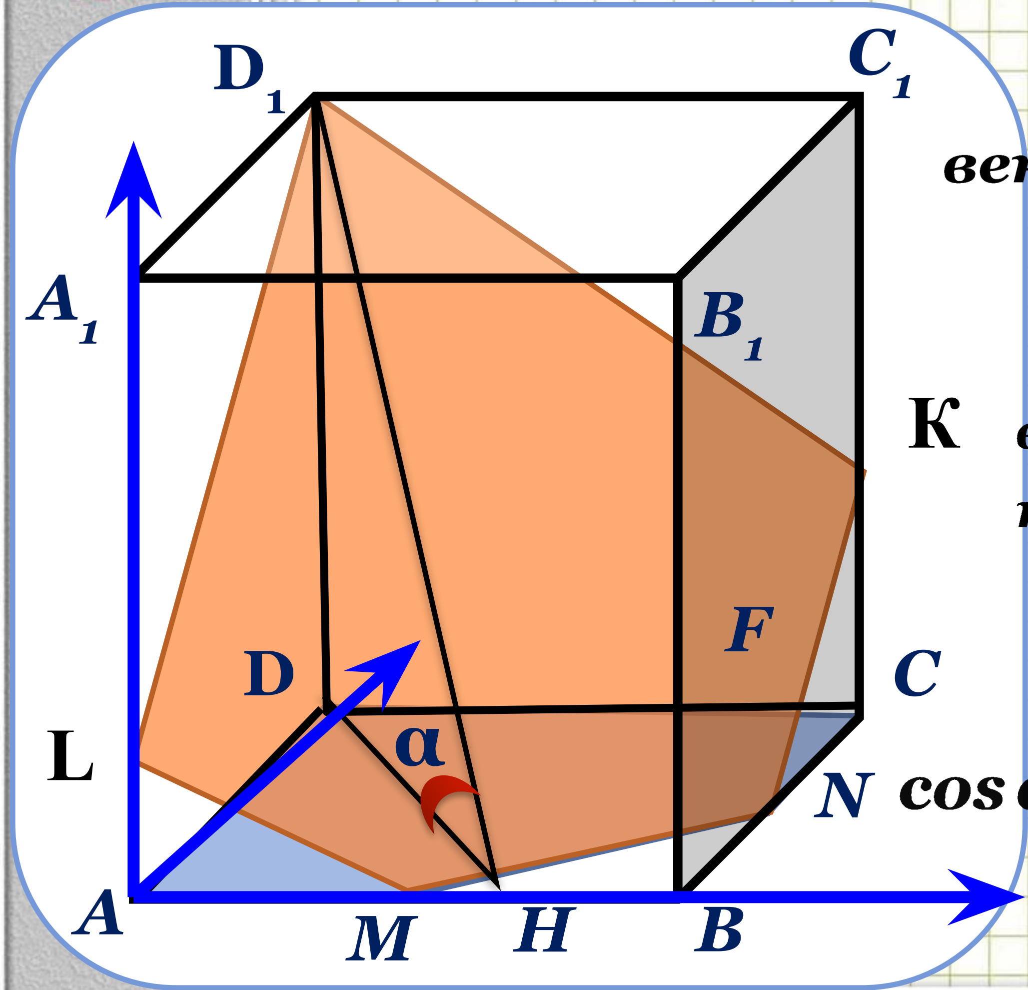

8. $MLД_1KN$ – искомое сечение

# Вычисление угла:

**Найдем косинус угла между плоскостями:**

**Составим уравнение плоскости сечения:**

**15x – 20y + 18z – 120=0**




*вектор нормали* $\vec{n}(15;-20;18)$

$$|\vec{n}| = \sqrt{949}$$

*вектор нормали* $\vec{ДД_1}(0;0;20)$ *к плоскости АВСД*

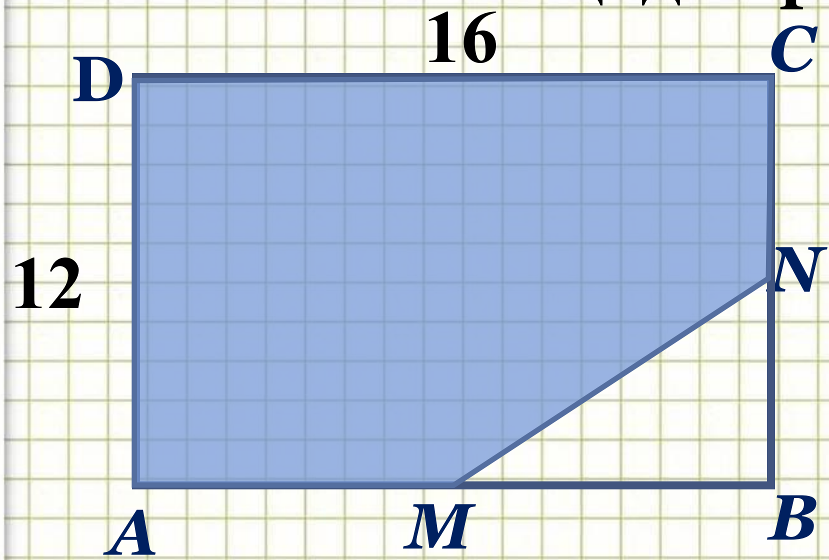
$$|\vec{ДД_1}| = 20$$

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{n}\cdot\vec{ДД_1}|}{|\vec{n}|\cdot|\vec{ДД_1}|}$$

$$\cos\alpha = \frac{18}{\sqrt{949}}$$

# Вычисление площади:

**Вычислим площадь проекции:**




$$S_{сеч} = S_{ABCД} - S_{\Delta MBN}$$

$$S_{сеч} = 168$$

$$\cos\alpha = \frac{18}{\sqrt{949}}$$

$$S_{сечения} = \frac{S_{проекции}}{\cos\alpha}$$

$$\boxed{S_{сеч} = \frac{28\sqrt{949}}{3}}$$