

Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой.  
Бертран Рассел.



# ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ





# ОТНОШЕНИЯ

«Отношение - взаимная связь разных величин, предметов, действий.»

Ожегов С.И.



# Задача.

«Полина прочитала 19 страниц книги, ей осталось прочитать 25 страниц».

Ответьте на вопросы:

- 1) Во сколько раз общее количество страниц в книге больше количества прочитанных страниц?
- 2) Какую часть составляет количество оставшихся непрочитанных страниц от общего количества страниц в книге?
- 3) Во сколько раз общее количество страниц в книге больше количества оставшихся непрочитанных страниц?
- 4) Во сколько раз количество прочитанных страниц в книге меньше количества оставшихся непрочитанных страниц?

## Отношение двух чисел — это их частное.

Переведи с русского языка на математический (или наоборот)

Отношение числа  $a$   
к числу  $b$  равно  $9$

$$a:b = 9$$

$$\frac{a}{b} = 9$$

Отношение числа  $66$   
к числу  $11$  равно  $6$

$$66:11 = 6$$

$$\frac{66}{11} = 6$$

Отношение числа  $11$   
к числу  $66$  равно

$$11:66 = \frac{1}{6}$$

$$\frac{11}{66}$$

# Что показывает отношение двух чисел?

**66:11**

$$\frac{66}{11} = 6$$

**11:66**

$$\frac{11}{66} = \frac{1}{6}$$

***Отношение двух чисел показывает***

*во сколько раз первое  
число больше второго*

*какую часть первое число  
составляет от второго*

$$\frac{a}{b} \text{ и } \frac{b}{a}$$

*взаимно обратные отношения*

**Задача.** Найдите отношения величин:

• 1 кг к 200г       $1000\text{г} : 200\text{г} = 5$

• 2 см к 2м       $2\text{см} : 200\text{см} = 0,01$

• 6 мин к 1 ч       $6\text{ мин} : 60\text{мин} = 0,1$

Сократите дробь

$$\frac{15}{24} =$$

Такая запись называется  
пропорцией

$$\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

**а относится к b как c относится к d  
тогда и только тогда, когда  $ad=bc$**

**Задача.**

Прочитайте.

$$\frac{25}{20} = \frac{5}{4}$$

25 относится к 20  
как 5 относится к 4

$$\frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

15 относится к 40  
как 3 относится к 8

**Равенство отношений подчиняется «перекрестному» правилу.**

**Проверь!**

# Задача.

Найди пары равных отношений, применив «перекрестное» правило.

$$1) \frac{7}{3} = \frac{14}{6}$$

$$3) \frac{4}{9} = \frac{20}{45}$$

$$4) \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

$$2) \frac{7}{50} = \frac{4}{30}$$



# пропорция

«Пропорция-соразмерность.

- 1) Определённое соотношение частей между собой.
- 2) 2) В математике равенство двух отношений.»

Ожегов С. И.





**Определение :**

**Равенство двух отношений называется пропорцией.**

$$a : b = c : d$$

**$a, d$  — крайние члены пропорции;  $b, c$  — средние члены пропорции**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

**Основное свойство пропорции:**

**«В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних членов пропорции».**

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Крайние члены  
пропорции

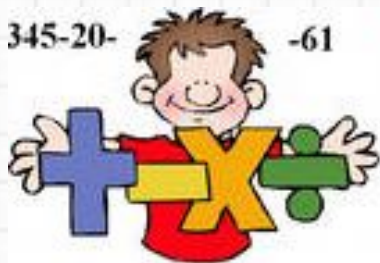
$$20 : 5 = 8 : 2$$

Средние  
члены  
пропорции

пропорции

$$\frac{20}{5} \neq \frac{8}{2}$$

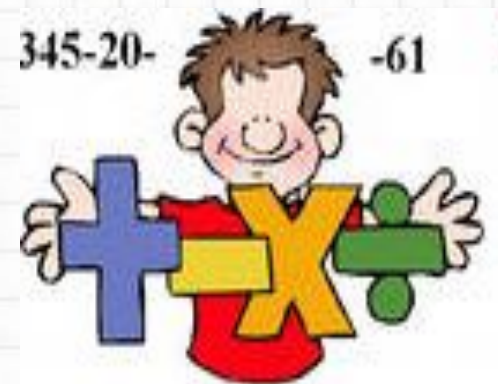
$$20 \times 2 = 8 \times 5$$



- а) Прочитай пропорцию:
  - 1)  $18 : 6 = 24 : 8$
  - 2)  $36 : 9 = 50 : 10$
  - 3)  $6,3 : 0,9 = 2,8 : 0,4$
  - 4)  $30 : 5 = 42 : 7$
  
- б) Назовите крайние и средние члены пропорции.
  
- в) Верно ли составлены пропорции?

# Задача.

Верна ли пропорция ?



$$40 : 8 = 65 : 13$$

верно, так как  
 $40 : 8 = 5$  и  $65 : 13 = 5$

$$2,7 : 9 = 2 : 5$$

неверно, так как  
 $2,7 : 9 = 0,3$ , а  $2 : 5 = 0,4$

$$a : b = c : d \Leftrightarrow ad = bc$$

– Выразим из полученного равенства  $a$ .

$$a = \frac{bc}{d}$$

– Выразим из полученного равенства  $d$ .

$$d = \frac{bc}{a}$$



*Чтобы найти крайний член пропорции, надо произведение её средних членов разделить на второй крайний член.*

– Выразим из полученного равенства  $c$ .

$$c = \frac{ad}{b}$$

– Выразим из полученного равенства  $b$ .



*Чтобы найти средний член пропорции, надо произведение её крайних членов разделить на второй средний член.*

$$b = \frac{ad}{c}$$



Найти значение X:

$$X:3=4:6$$

$$5:X=2:6$$

$$7:3=X:18$$

$$\frac{X}{2,5} = \frac{2}{10}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{X}{15}$$

$$\frac{X}{6} = \frac{1}{2}$$

## Решить уравнения:

$$\frac{x}{4\frac{1}{6}} = \frac{2}{5\frac{5}{9}};$$

$$x = \frac{2}{5} \cdot 4\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{9}$$

$$x = \frac{2 \cdot 25 \cdot 9}{5 \cdot 6 \cdot 5}$$

$$x = 3$$

Ответ. X=3

$$\frac{18}{x} = \frac{2}{3};$$

$$x = \frac{18 \cdot 3}{2}$$

$$x = \frac{9 \cdot 3}{1}$$

$$x = 27$$

Ответ. X=27

$$\frac{56}{21} = \frac{8}{x}$$

$$x = \frac{21 \cdot 8}{56}$$

$$x = 3$$

Ответ. X=3

# У п р а ж н е н и я

**№1.** Составьте, если можно, пропорции из следующих отношений:

**а)** 20:4 и 60:12; **б)** 6,3:0,9 и 2,8:0,4; **в)** 0,25:5 и 0,3:6.

**№2.** Составьте, если можно, пропорции из четырёх данных чисел:

**а)** 100; 80; 4; 5; **б)** 5; 10; 9; 4,5; **в)** 45; 15; 8; 75.

**№3.** Найдите неизвестный член пропорции

**а)**  $x:30=54:40$ ;      **б)**  $21:a=36:12$ ;      **в)**  $1,2:0,9=0,2:y$ ;

**г)**  $\frac{3,5}{2,1} = \frac{b}{4,5}$ ;      **д)**  $\frac{x}{3,6} = 1,75 : 7$ ;      **е)**  $\frac{0,25}{1,4} = \frac{0,75}{c}$

К тесту



# Задача.

Вырази отношение  
в процентах:

1) 9 к 20;

$$(9:20)100\%=45\%$$

2) 0,32 к 8;

$$(0,32:8)100\%=4\%$$

3) 12 мин к 1ч.

$$(12:60)100\%=20\%$$

# Вопросы для самоконтроля.

1) Отношение  $m:n$  - это

**частное от деления  $m$  на  $n$ .**

2) Если  $m > n$ , то отношение  $m:n$  показывает,

**во сколько раз  $m$  больше  $n$ .**

3) Если  $m < n$ , то отношение  $m:n$  показывает,

**какую часть  $m$  составляет от  $n$ .**

4) Процентное отношение  $m:n$  - это

**отношение  $m$  к  $n$ , выраженное в процентах;  
оно равно частному от деления, умноженному  
на 100%**

# Вопросы для контроля .

1. Дайте определение пропорции.

Пропорция – это равенство двух отношений

2. Прочитайте основное свойство пропорции

Произведение крайних членов верной пропорции равно произведению ее средних членов,  $ad=bc$

3. Даны равенства. Все ли эти равенства являются пропорциями?

а)  $5,3 \cdot 2 = 10,6 : 1$

в)  $18 : 6 = 3 : 10$

б)  $7,2 : 2 = 3 + 0,5$

г)  $6 : 3 = 10 : 5$

Пропорция: Г)

4) Дайте определение прямой и обратной пропорциональности

Две величины называют прямо пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

Две величины называют обратно пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз

## Указать вид пропорциональной зависимости:

Съеденное варенье из банки (г)	100	200	300	400
Оставшееся варенье в банке (г)				300

$S$	$v$	$t$
?	50 км/ч	2 ч
?	50 км/ч	3 ч

**Какова зависимость пути от времени?**

$S$	$v$	$t$
100 км	?	2 ч
200 км	?	2 ч

**Какова зависимость пути от скорости?**



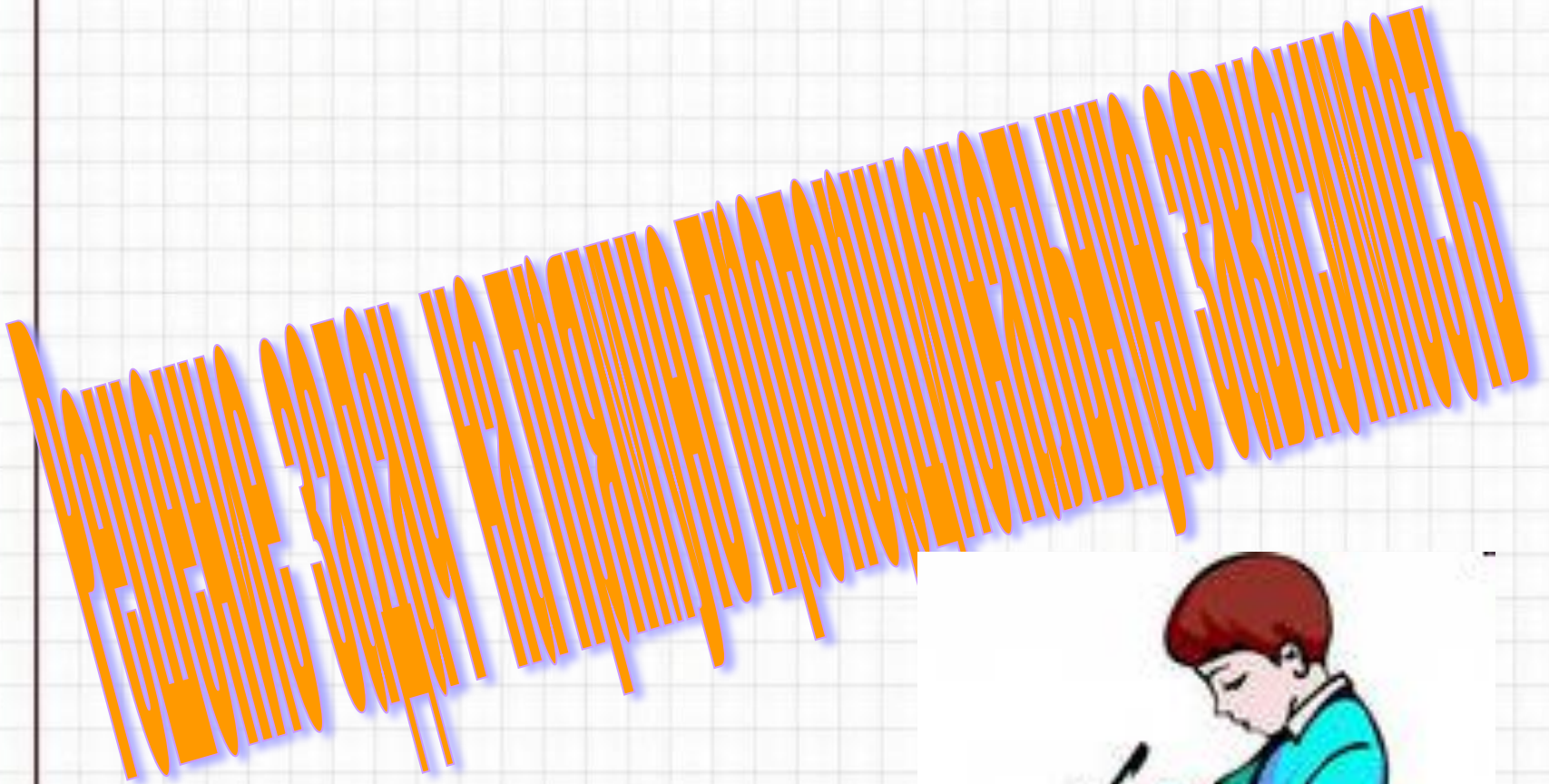
*Сближение теории с практикой  
дает самые благотворные  
результаты, и не одна только  
практика от этого выигрывает,  
сами науки развиваются под  
влиянием ее.*

*(Л.Л. Чебышев)*

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ПРОПОРЦИИ**









**Задача.** При выпечке хлеба из килограмма ржаной муки пекарь получает 1,4 кг хлеба. Сколько килограммов муки расходуется на выпечку 21 ц хлеба?

***Решение.*** Пусть  $x$  кг муки расходуется на выпечку 21 ц хлеба.

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 1 \text{ кг} - 1,4 \text{ кг} & \downarrow \\ & X \text{ кг} - 2100 \text{ кг} & \downarrow \end{array}$$

$$1 : x = 1,4 : 2100$$

$$x = 2100 \cdot 1 : 1,4$$

$$X = 1500$$

1500 кг = 15 ц муки расходуется на выпечку 21 ц хлеба

·  
Ответ: 15 ц.



**Задача.** В сахарной свекле содержится 18,5 % сахара. Сколько сахара содержится в 50 т сахарной свеклы?

**Решение.** Пусть  $x$  т сахара содержится в 50 т сахарной свеклы.

$$\begin{array}{ccc} 50 \text{ т} - 100\% & & \downarrow \\ \downarrow & & \downarrow \\ x \text{ т} - 18,5\% & & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 50 : x &= 100 : 18,5 \\ X &= 50 \cdot 18,5 : 100 \\ x &= 9,25. \end{aligned}$$

9,25т сахара содержится в 50 кг сахарной свёклы

Ответ: 9,25 т.

**Задача.** В 2,5 кг сиропа содержится 1,2 кг сахара. Сколько сахара содержится в 3 кг такого же сиропа?

**Решение.** Пусть  $x$  кг сахара содержится в 3-х кг сиропа.

Сироп	Сахар
2,5 кг	– 1,2 кг
3 кг	– $x$ кг

$$2,5 : 3 = 1,2 : x$$

$$x = 3 \cdot 1,2 : 2,5$$

$$x = 1,44$$

В 3 кг сиропа содержится 1,44кг сахара.

Ответ: 1,44 кг.



**Задача. Книга в переплете стоит 1200 рублей. Сколько процентов цена переплета составляет от цены книги в переплете, если книга без переплета стоит 900 рублей?**

**Решение.**  $1200 - 900 = 300$  (руб.) - стоимость переплета.

Пусть  $x$  % составляет цена переплета от цены книги.

Цена	Проценты
1200 руб. – 100 %	
300 руб. – $x$ %	

Составим пропорцию:

$$1200 : 300 = 100 : x$$

$$x = 300 \cdot 100 : 1200$$

$$x = 25$$

Ответ. 25 % составляет цена переплета.





**Определите процент  
всхожести семян гороха,  
если из 200 горошин  
взошло 170 штук.**

**Решение**

Пусть  $x$  % взошло

<b>Горошин</b>		<b>%</b>	
200	-	100%	↓
170	-	$X$ %	↓

Составим пропорцию:

$$200:170=100:x$$

По основному свойству пропорции имеем

$$X = 170 \cdot 100 : 200$$

$$X = 85$$

85 % - всхожесть семян

Ответ. 85%



**В школе 585 учащихся. Из них за II четверть не успевают 22 ученика. Вычислите процент успеваемости.**

**Решение.**

Ученики		Проценты
585 чел.	-	100 %
22 чел.	-	X %

**Решение:**

**Составим пропорцию:**

$$585 : 22 = 100 : x$$

**По основному свойству пропорции имеем:**

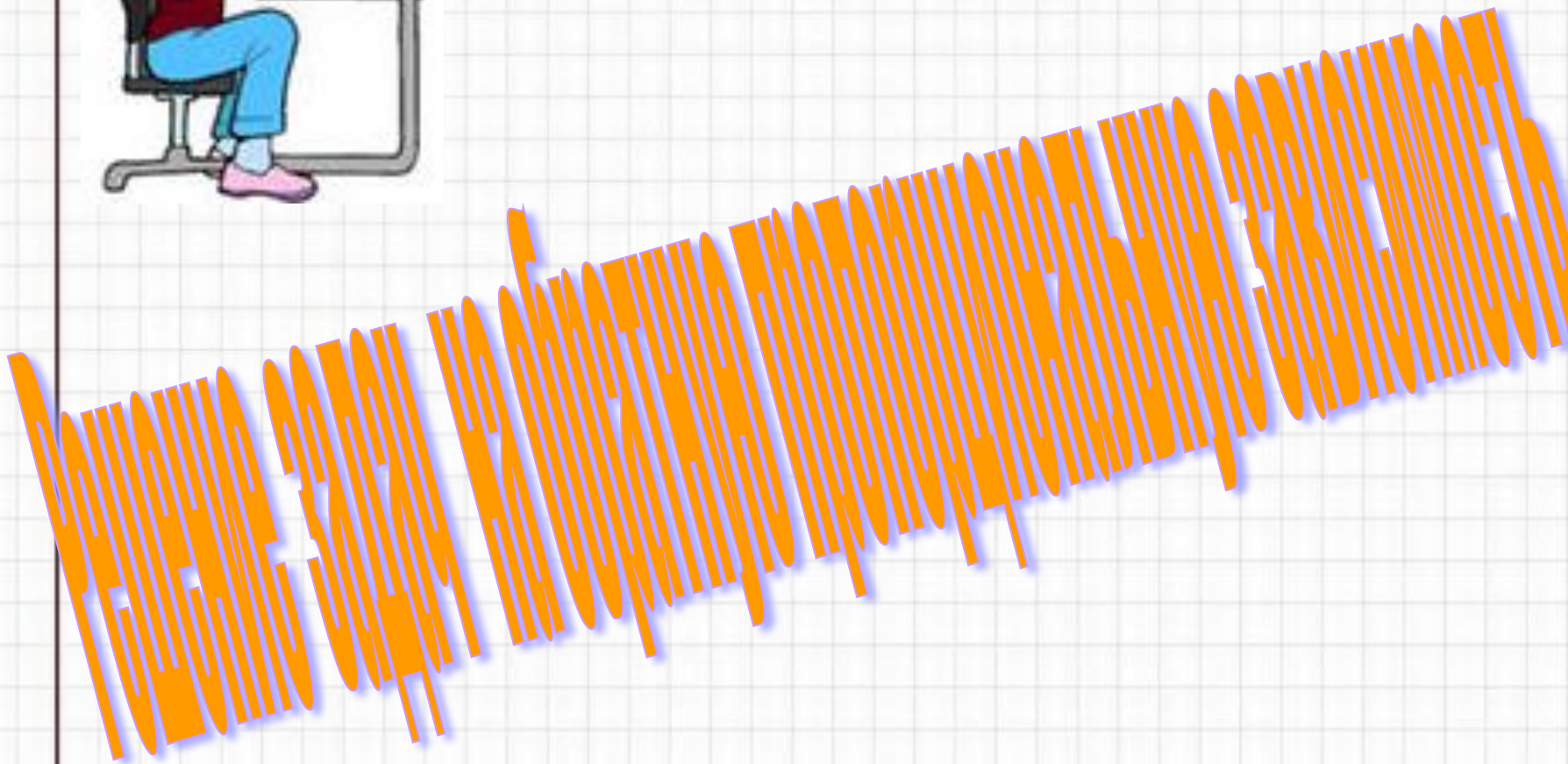
$$X = 22 \cdot 100 : 585$$

$$X = 3,76$$

**3,76 = 4 (%) - всех учеников не успевают.**

**100 - 4 = 96 (%) – учеников успевают.**

**Ответ. 96 %**







**Задача. Для перевозки зерна автомашине грузоподъемностью 6 т надо сделать 10 рейсов. Сколько придется сделать рейсов автомашине, грузоподъемность которой на 2 т меньше, чтобы перевезти этот груз?**

**Решение.**

1)  $6 - 2 = 4$  (т) – грузоподъемность 2-й машины.

↓ 6 т – 10 рейсов ↑  
4 т – x рейсов

$$6 : 4 = x : 10$$

$$x = 6 \cdot 10 : 4$$

$$x = 15.$$

Ответ: 15 рейсов сделает 2-я машина.



**Задача.** Пять каменщиков могут закончить работу за 9 дней . Инженер попросил ускорить работу и для этого добавил еще 10 каменщиков. За какое время они закончат работу, считая, что все каменщики будут работать с одинаковой производительностью?

***Решение.*** Пусть за  $x$  дней каменщики закончат работу.

↓ 5 кам. - 9 дн. ↑  
↓ 15 кам -  $x$  дн. ↑

$$5 : 15 = x : 9$$

$$x = 3.$$

Ответ: 3 дня.



**Задача.** В школе 2 медсестры могут сделать вакцинацию за 3 дня. Сколько нужно времени, чтобы 3 медсестры выполнили ту же работу?

**Решение:** Пусть  $x$  дней потребуется 3 медсестрам

↓	2 медсестры	---	3 дня	↑
	3 медсестры	---	$x$ дней	

Составим пропорцию:

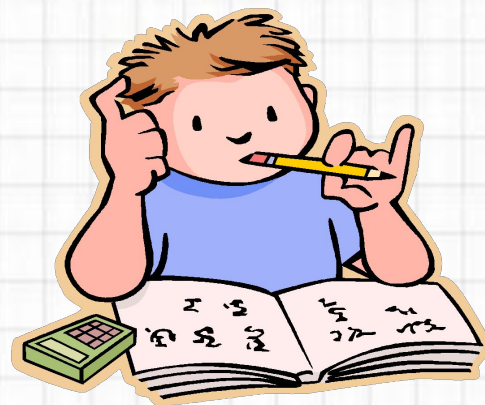
$$3 : 2 = 3 : x$$

$$x = 2 \cdot 3 : 3$$

$$x = 2$$

Ответ: за 2 дня

# УВАЖИТЕЛЬНОСТЬ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ



Далее 



1) Для отопления здания школы заготовлено угля на 180 дней при норме расхода 0,6т угля в день. На сколько дней хватит этого запаса, если его расходовать ежедневно по 0,5т?

**ОТВЕТ: на 216 дней**



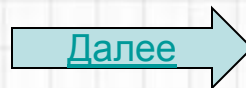
2) На участке дороги бетонные плиты длиной 6м заменили новыми длиной 8м. Сколько нужно новых плит для замены 240 старых ?

**ОТВЕТ: 180 плит**



3) Мама положила на счет в банке 6000 рублей. Сколько денег будет у неё на счёте через год, если банк выплачивает 2,5% годовых?

**ОТВЕТ: 6150  
рублей**



4) 12 рабочих выполняют работу за 2 часа. За сколько часов выполнят эту работу 6 рабочих.



**ОТВЕТ: за 4 часа.**

5) Самосвал с грузоподъемностью 4 т перевозит 40 т зерна за несколько рейсов. Сколько тонн зерна перевезет за столько же рейсов машина, если грузоподъемность 2 т?

**ОТВЕТ: за 20 рейсов**



б) два комбайна «Дон» убирают за определенное время урожай с поля площадью 32 га. С поля какой площади уборут за то же время урожай 6 комбайнов «Дон».

7) 12 см<sup>3</sup> стали весят 96 г. Сколько граммов весит 24 см<sup>3</sup> ста.

**ОТВЕТ: 96**



**ОТВЕТ: 192 г.**

Далее