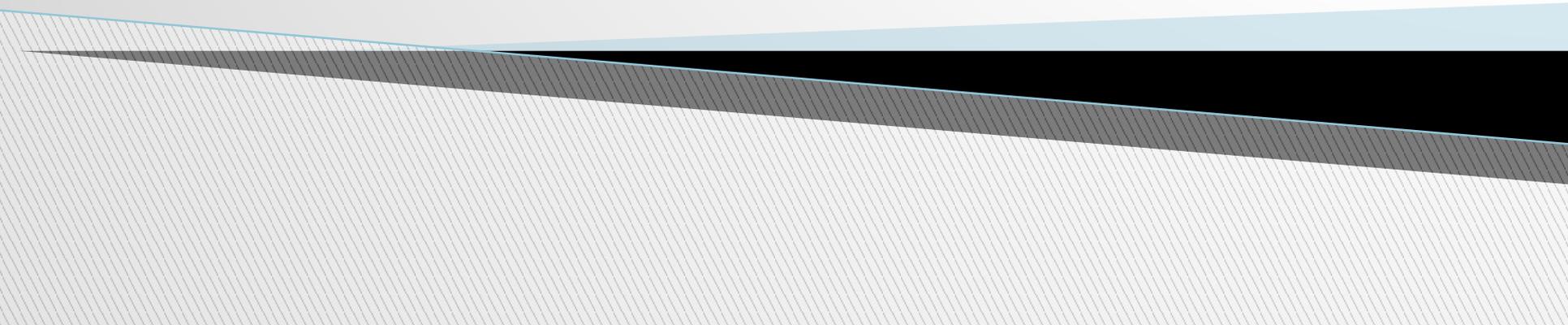


РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА СМЕСИ И СПЛАВЫ



ОСНОВНАЯ ЦЕЛЬ :

Научиться решать задачи на смеси
табличным способом.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ ПО КЛАССАМ

УМК под ред. А.Г. Мордкович	Задачи на %	Задачи на растворы	Задачи на сплавы
Алгебра 7кл.	№12.23-12.25; 14.19-14.22; 14.29; 14.33	нет	№ 14.34 ; 14.35
Алгебра 8кл.	№25.34; 25.35; 25.44	нет	№27.44; 27.45
Алгебра 9кл.	№53 (с.11); №7,8,11(с.194)	№ 7.53; 7.54 ; №12-14,16 (с.195)	№ 7.55 ; № 9, 15 (с.195)

При решении задач на проценты необходимо уметь находить процент от числа, число по его процентам, процентное отношение:

- Чтобы найти данное число процентов от числа, нужно проценты записать десятичной дробью, а затем число умножить на эту дробь.
- Чтобы найти число по данным его процентам, нужно выразить проценты в виде дроби. А затем значение процентов разделить на эту дробь.
- Чтобы найти процентное отношение двух чисел, надо отношение этих чисел умножить на 100%.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА СМЕСИ ОСНОВАНО НА СЛЕДУЮЩЕЙ ФОРМУЛЕ:

$$m_{\text{вещества}} = W_{\text{вещества}} \cdot m_{\text{смеси}}$$

где $W_{\text{вещества}}$ - процентное содержание
вещества в смеси,

ИЛИ

$$V_{\text{вещества}} = W_{\text{вещества}} \cdot V_{\text{смеси}}$$

ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УДОБНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ ТАБЛИЦУ

Смесь	Масса смеси, кг	Концентрация вещества, %	Масса вещества, кг

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Внимательно прочитать текст задачи.
2. Составить таблицу, заполняя ячейки данными из условия задачи.
3. Ввести переменные, заполнить пустые ячейки выражениями, содержащими переменные.
4. Составить уравнение по правилу : при объединении двух смесей их массы складываются. Аналогично, складываются и массы веществ, составляющих смеси.
5. Решить уравнение.
6. Выбрать ответ.

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ МАССЫ ИСХОДНЫХ РАСТВОРОВ И ИХ КОНЦЕНТРАЦИЙ

- Задача 1. В сосуд, содержащий 5 литров 12%-ого водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Раствор	Объём раствора, л	Концентрация вещества, %	Объём растворённого вещества, л
Исходный	5	12	$5 \cdot 0,12 = 0,6$
Вода	7	-	-
Новый раствор	$5+7=12$	x	$12 \cdot \frac{x}{100} = 0,12x$

$$0,12x = 0,6$$

$$x = 5$$

Ответ: 5% концентрация нового раствора.

- Задача 2. Смешали 4 литра 15%-ого водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25%-ого водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Раствор	Объём раствора, л	Концентрация вещества, %	Объём растворённого вещества, л
1	4	15	$4 \cdot 0,15 = 0,6$
2	6	25	$6 \cdot 0,25 = 1,5$
Новый раствор	$4 + 6 = 10$	x	$10 \cdot \frac{x}{100} = 0,1x$

$$0,1x = 0,6 + 1,5$$

$$x = 21$$

Ответ: 21% составляет концентрация нового раствора.

- Задача 3. У ювелира два одинаковых по массе слитка, в одном из которых 36% золота, а в другом 64%. Сколько процентов золота содержится в сплаве, полученном из этих слитков?

Сплав	Масса сплава, г	Концентрация вещества (золота), %	Масса вещества (золота), г
1	m	36	$0,36m$
2	m	64	$0,64m$
Новый сплав	$m + m = 2m$	x	$2m \cdot \frac{x}{100} = 0,02mx$

$$0.02mx = 0.36m + 0.64m$$

$$2x = 100$$

$$x = 50$$

Ответ: 50% содержится золота в новом сплаве.

- Задача 4. Смешали 30% раствор соляной кислоты с 10%-ым и получили 600г 15%-ого раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Раствор	Масса раствора, г	Концентрация вещества, %	Масса растворённого вещества, г
1	x	30	$0,3x$
2	$600 - x$	10	$0,1(600 - x)$
Новый раствор	600	15	$600 \cdot 0,15 = 90$

$$0,3x + 0,1(600 - x) = 90$$

$$0,3x + 60 - 0,1x = 90$$

$$x = 150$$

150г масса первого раствора;
600-150=450г масса второго
раствора.

Ответ: 150г, 450г.

- Задача 5. Смешав 70%-й и 60%-й растворы кислоты и добавив 2кг чистой воды, получили 50%-й раствор кислоты. Если бы вместо 2кг воды добавили 2кг 90%-ого раствора той же кислоты, то получили бы 70%-ый раствор кислоты. Сколько кг 70%-ого раствора использовали для получения смеси?

Раствор	Масса раствора, г	Концентрация вещества, %	Масса растворённого вещества, г
1	x	70	$0,7x$
2	y	60	$0,6y$
Вода	2	-	-
Новый раствор 1	$x + y + 2$	50	$0,5 \cdot (x + y + 2)$

$$0.7x + 0.6y = 0.5(x + y + 2)$$

$$7x + 6y = 5x + 5y + 10$$

$$\underline{2x + y = 10}$$

Раствор	Масса раствора, г	Концентрация вещества, %	Масса растворённого вещества, г
1	x	70	$0,7x$
2	y	60	$0,6y$
3	2	90	$2 \cdot 0,9 = 1,8$
Новый раствор 2	$x + y + 2$	70	$0,7 \cdot (x + y + 2)$

$$0,7x + 0,6y + 1,8 = 0,7 \cdot (x + y + 2)$$

$$7x + 6y + 18 = 7x + 7y + 14$$

$$y = 4$$

4кг масса 60%-ого раствора;

$$x = (10 - 4) \div 2$$

$$x = 3$$

3кг масса 70%-ого раствора.

Ответ:

3кг.

- Задача 6. Если смешать 8кг и 2кг растворов серной кислоты разной концентрации, то получим 12% раствор кислоты. При смешивании двух одинаковых масс тех же растворов получим 15% раствор. Определите первоначальную концентрацию каждого раствора.

Раствор	Масса раствора, кг	Концентрация вещества, %	Масса растворённого вещества, кг
Новый раствор 1			

$$0,08x + 0,02y = 1,2$$

$$8x + 2y = 120$$

$$4x + y = 60$$

Раствор	Масса раствора, г	Концентрация вещества, %	Масса растворённого вещества, г
Новый раствор 2			

$$0,01mx + 0,01my = 0,3m$$

$$\underline{x + y = 30}$$

$$\begin{cases} 4x + y = 60 \\ x + y = 30 \end{cases}; \begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases}$$

10% концентрация первого раствора;
20% концентрация первого раствора.

Ответ: 10%; 20%.

- Задача 7. В смеси спирта и воды спирта в 4 раза меньше, чем воды. Когда к этой смеси добавили 20 литров воды, получили смесь с процентным содержанием спирта 12%. Сколько воды в смеси было первоначально?

Раствор	Объём раствора, л	Концентрация вещества, %	Объём растворённого вещества, л
Исходный (спирт : вода=1:4)			
Вода			
Новый раствор			

$$(5x + 20) \cdot 0,12 = x$$

$$0,6x + 2,4 = x$$

$$x = 6$$

6 литров спирта было в исходном растворе;

$$4 \cdot 6 = 24$$

24 литра воды было в исходном растворе.

Ответ: 24л.

- Задача 8. Имеется два раствора кислоты. Первый раствор состоит из 1056г кислоты и 44г воды, а второй – из 756г кислоты и 1344г воды. Из этих растворов нужно получить 1500г нового раствора, содержание кислоты в котором 40%. Сколько граммов первого раствора нужно для этого взять?

Раствор	Масса раствора, г		Масса раствора, г	Концентрация вещества, %	Масса растворённого вещества, г
	кислота	вода			
	1056	44			
	756	1344			
Новый раствор					

Концентрация кислоты в первом растворе: $\frac{1056}{1056+44} \cdot 100\% = 96\%$

Концентрация кислоты во втором растворе: $\frac{756}{756+1344} \cdot 100\% = 36\%$

$$0,96x + 0,36 \cdot (1500 - x) = 600$$

$$0,96x + 540 - 0,36x = 600$$

$$x = 100$$

Ответ: 100г первого раствора нужно взять.

ЗАДАЧИ НА СПЛАВЫ

- Задача 9. Первый сплав серебра и меди содержит 70г меди, а второй сплав – 210г серебра и 90г меди. Сплавляли кусок первого сплава с куском массой 75г второго сплава и получили 300г сплава, который содержит 82% серебра. Сколько граммов серебра содержалось в первом сплаве?

Сплав	Масса сплава, г		Масса куска сплава, г	Концентрация вещества (серебра), %	Масса серебра, г
	серебро	медь			
Новый сплав					

Концентрация серебра в первом сплаве:

$$\frac{193,5}{225} \cdot 100\% = 86\%$$

Концентрация серебра во втором сплаве:

$$\frac{210}{210+90} \cdot 100\% = 70\%$$

Масса серебра во втором сплаве: $246 - 52,5 = 193,5$

$$0,86 \cdot (x + 70) = x$$

$$0,86x + 60,2 = x$$

$$x = 430$$

Ответ: 430г серебра содержалось в первом сплаве.

- Задача 10. Латунь - сплав меди и цинка. Кусок латуни содержит цинка на 80кг меньше, чем меди. Этот кусок латуни сплавляли со 120 кг меди и получили латунь, в которой 75% меди. Определите массу (в килограммах) первоначального куска латуни.

Сплав	Масса сплава, кг (медь+ цинк)	Концентрация меди, %	Масса меди, кг
Исходный			
Медь			
Новый сплав			

$$(2x + 200) \cdot 0,75 = x + 200$$

$$1,5x + 150 = x + 200$$

$$x = 100$$

100кг масса цинка в исходном сплаве;

$2 \cdot 100 + 80 = 280$ кг масса первоначального куска латуни

Ответ:

280кг.

- Задача 11. Отношение массы олова к массе свинца в куске сплава равно 2:3. Этот кусок сплавляли с куском олова весом 3 кг и получили новый сплав с процентным содержанием свинца 10%. Найдите массу олова в новом сплаве.

Сплав	Масса сплава, кг (олово + свинец)	Концентрация, %		Масса олова, кг
		ОЛОВО	СВИНЕЦ	
Исходный				
Олово				
Новый сплав				

$$(5x + 3) \cdot 0,9 = 2x + 3$$

$$4,5x + 2,7 = 2x + 3$$

$$x = 0,12$$

0,12 кг масса одной части исходного сплава;

$(5 \cdot 0,12 + 3) \cdot 0,9 = 3,24$ кг масса олова в новом сплаве.

Ответ: 3,24

кг.

- Задача 12. Сплав золота с серебром, содержащий 80г золота, сплавил со 100г чистого золота. В результате содержание золота в сплаве повысилось по сравнению с первоначальным на 20%. Сколько граммов серебра в сплаве?

Сплав	Масса сплава, г	Концентрация золота, %	Масса золота, г
Исходный			
Золото			
Новый сплав			

$$\frac{180}{x + 100} - \frac{80}{x} = \frac{20}{100}$$

$$\frac{9}{x + 100} - \frac{4}{x} = \frac{1}{100}$$

$$x = 200$$

200г масса исходного сплава;

200 – 80 = 120 г масса серебра в исходном сплаве.

Ответ: 120г.

**ЗАДАЧИ НА ИЗМЕНЕНИЕ
КОНЦЕНТРАЦИИ
(ПРОЦЕССЫ СУШКИ,
ВЫПАРИВАНИЯ)**

- Задача 13. Свежие грибы содержат 92% воды, а сухие 8%. Сколько получится сухих грибов из 23 кг свежих?

Грибы	Масса, кг	Концентрация, %		Масса сухого остатка («не воды»), кг
		ВОДЫ	«НЕ ВОДЫ»	
Свежие				
Сухие				

$$\frac{1,84}{x} = \frac{92}{100}$$

$$x = 2$$

Ответ: 2кг сухих грибов получится из 23кг свежих.

- Задача 14. Сколько кг воды нужно выпарить из 2 тонн целлюлозной массы, содержащей 85% воды, чтобы получить массу с 75% содержанием воды?

Целлюлозная масса	Масса, кг	Концентрация, %		Масса сухого остатка («не воды»), кг
		воды	«не воды»	
Исходная масса		85		
Масса после выпаривания				

$$\frac{300}{x} = \frac{25}{100}$$
$$x = 1200$$

1200кг масса целлюлозы после выпаривания;
2000 – 1200 = 800кг воды нужно выпарить

Ответ: 800кг.

- Задача 15. Только что добытый каменный уголь содержит 2% воды, а после двухнедельного пребывания на воздухе он содержит 12% воды. На сколько кг увеличилась масса добытой тонны угля после того, как уголь две недели пролежал на воздухе?

Уголь	Масса, кг	Концентрация, %		Масса сухого вещества («не воды»), кг
		воды	«не воды»	
Только добытый				
После лёжки				

$$\frac{980}{x} = \frac{88}{100}$$

$$x = 1114$$

1114кг масса угля после лёжки;

1114-1000=114кг на столько увеличилась масса добытой тонны угля.

Ответ:
114кг.

- Задача 16. Огурцы содержат 99% воды. В магазин привезли 1960 кг свежих огурцов. Но в результате неправильного хранения содержание воды в огурцах понизилось до 98%. Сколько кг огурцов поступило в продажу?

Огурцы	Масса, кг	Концентрация, %		Масса сухого вещества («не воды»), кг
		воды	«не воды»	
Свежие				
После хранения				

$$19,6 : x = 2 : 100$$

$$x = 980$$

980 кг огурцов поступило в продажу после хранения.

Ответ:

980 кг.

ЗАДАЧИ НА СООТНОШЕНИЯ КОМПОНЕНТОВ

- Задача17. Имеются два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 30%, а во втором 55% золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% золота?

Сплав	Масса сплава, г	Концентрация золота, %	Масса золота, г
I			
II			
Новый сплав			

$$(x + y) \cdot 0,4 = 0,3x + 0,55y$$

$$0,1x = 0,15y$$

$$x : y = 3 : 2$$

Ответ: Сплавы нужно взять в отношении 3:2.

- Задача 18. В двух различных сплавах золото и серебро относятся соответственно как 1:2 и 2:3 (по массе). Сколько граммов каждого сплава нужно взять, чтобы после совместной переплавки получить 19г нового сплава, в котором золото и серебро находятся в отношении 7:12?

Сплав	Соотношение компонентов	Масса сплава, г	Масса компонентов в сплаве, г	
	золото: серебро		золото	серебро
I	1:2			
II	2:3			
Новый сплав	7:12			

$$\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{2}{5}y = 7 \\ \frac{2}{3}x + \frac{3}{5}y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 6y = 105 \\ 10x + 9y = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 \\ y = 10 \end{cases}$$

9г первого и 10г второго сплава нужно
взять.

**Ответ: 9г;
10г.**

- Задача 19. Ювелирное изделие состоит из серебра и золота. В начале года серебро дорожает на 5%, а золото на 20% по сравнению с предыдущим годом, в результате чего стоимость ювелирного изделия увеличивается на 15%. Какую часть ювелирного изделия составляет золото, если в предыдущем году 1г золота стоил в 18 раз дороже 1г серебра? (Ответ записать в виде десятичной дроби)

	Стоимость 1грамма		Стоимость в изделии		Стоимость изделия
	серебро	золото	серебро	золото	
Было					
Стало					

Пусть в изделии отношение серебро : золото составляет $x : y$ соответственно.

$$(mx + 18my) \cdot 1,15 = 1,05mx + 21,6my$$

$$1,15x + 20,7y = 1,05x + 21,6y$$

$$0,1x = 0,9y$$

$$x : y = 9 : 1$$

Ювелирное изделие состоит из десяти частей сплава серебра и золота. На золото приходится одна часть.

Ответ: 0,1

- Задача 20. Имеются два слитка золота и серебра. В первом отношении золота и серебра равно 1:2. во втором 2:3. Если сплавить $\frac{1}{3}$ первоначального слитка и $\frac{5}{6}$ второго, то в полученном слитке будет столько золота, сколько в первом было серебра.

Если же $\frac{2}{3}$ первого слитка сплавить с половиной второго, то в полученном слитке серебра будет на 1кг больше, чем было золота во втором слитке. Сколько золота в каждом слитке?

Сплав	Соотношение компонентов	Масса сплава	Масса компонентов в сплаве	
	золото: серебро		золото	серебро
I	1:2			
II	2:3			

Сплав	Соотношение компонентов	Масса сплава	Масса компонентов в сплаве	
	золото: серебро		золото	серебро
I	1:2			
II	2:3			

$$1) \frac{1}{3}I + \frac{5}{6}II = \frac{2}{3}x$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}x + \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{5}y = \frac{2}{3}x$$

$$\frac{1}{9}x + \frac{1}{3}y = \frac{2}{3}x$$

$$2) \frac{2}{3}I + \frac{1}{2}II - \frac{2}{5}y = 1$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y - \frac{2}{5}y = 1$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}x + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}y - \frac{2}{5}y = 1$$

$$\frac{4}{9}x - \frac{1}{10}y = 1$$

$$\begin{cases} \frac{1}{9}x + \frac{1}{3}y = \frac{2}{3}x \\ \frac{4}{9}x - \frac{1}{10}y = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x + 3y = 6x \\ 40x - 9y = 90 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 3,6 \\ y = 6 \end{cases}$$

3,6кг масса первого слитка ; 6кг масса второго слитка.

$$\frac{1}{3}x = \frac{1}{3} \cdot 3,6 = 1,2$$

1,2кг масса золота в первом слитке.

$$\frac{2}{5}y = \frac{2}{5} \cdot 6 = 2,4$$

2,4кг масса золота во втором слитке.

Ответ: Масса золота во втором слитке больше, чем в первом.

ЗАДАЧИ НА РАЗБАВЛЕНИЕ

- Задача 21. В колбе было 800г 80%-ого спирта. Провизор отлил из колбы 200г этого спирта и затем добавил в неё столько же воды. Определите концентрацию (в %) полученного спирта.

Раствор	Масса раствора, г	Концентрация вещества, %	Масса растворённого вещества, г
Было			
Отлил раствор			
Добавил воду			
Новый раствор			

$$8x=640-160$$

$$8x=480$$

$$x=60$$

Ответ: 60% концентрация полученного спирта.

- Задача 22. Из сосуда, доверху наполненного 99% раствором кислоты, отлили 3,5 литра жидкости и долили 3,5 литра 51%-ого раствора этой же кислоты. После этого в сосуде получился 89% раствор кислоты. Сколько литров раствора вмещает сосуд?

Раствор	Объём раствора, л	Концентрация вещества, %	Объём растворённого вещества, л
Было			
Отлили исх. раствор			
Добавили раствор			
Новый раствор			

$$0,89x = 0,99x - 3,465 + 1,785$$

$$0,1x = 1,68$$

$$x = 16,8$$

Ответ: 16,8л раствора вмещает сосуд.

- Задача 23. Сосуд ёмкостью 8л наполнен воздухом, содержащим 16% кислорода. Из этого сосуда выпускают некоторое количество воздуха и впускают такое же количество азота, после чего опять выпускают такое же, как и в первый раз, количество смеси и опять дополняют таким же количеством азота. В новой смеси оказалось кислорода 9%. Определите, по скольку литров выпускалось каждый раз из сосуда.

Раствор	Объём, л	Концентрация кислорода, %	Объём кислорода, л
Было			
Выпустили исх. воздух			
Впустили азот			
Новая воздушная смесь 1			
Выпустили новую смесь 1			
Впустили азот			
Новая воздушная смесь 2			

$$1,28 - 0,16x - x \cdot \frac{1,28 - 0,16x}{8} = 0,72$$

$$0,16x + (0,16 - 0,02x)x = 0,56$$

$$0,32x - 0,02x^2 - 0,56 = 0$$

$$x^2 - 16x + 28 = 0$$

$x_1 = 14$ - не удовлетворяет условию задачи;

$$x_2 = 2$$

2л воздушной смеси выпускалось каждый раз.

Ответ:

2л.

- Задача 24. Из бака, наполненного спиртом, вылили часть спирта и долили водой, потом из бака вылили столько же литров смеси. После этого в баке осталось 49 литров чистого спирта. Сколько литров спирта вылили в первый раз и сколько во второй, если вместимость бака 64 литра?

Раствор	Объём раствора, л	Концентрация вещества, %	Объём спирта, л
Было			
Отлили спирт			
Добавили воду			
Новый раствор 1			
Вылили новый раствор 1			
Новый раствор 2			

$$(64 - x) \cdot \frac{(64 - x)}{64} = 49$$

$$(64 - x)^2 = 64 \cdot 49$$

$x_1 = 120$ – не удовлетворяет условию задачи;

$$x_2 = 8$$

8л спирта вылили первый раз;

$$x \cdot \frac{64 - x}{64} = 8 \cdot \frac{64 - 8}{64} = 7$$

7л спирта вылили второй раз.

**Ответ:8л;
7л.**

**СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!**