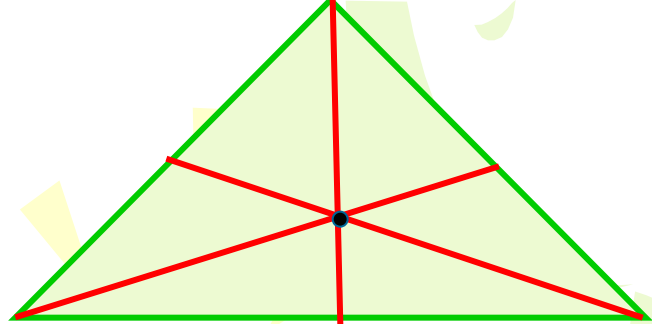
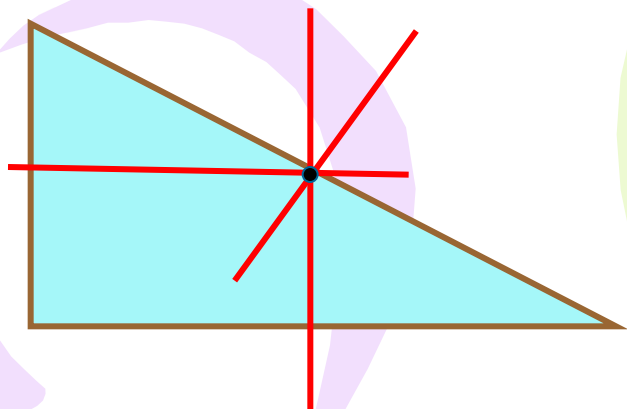


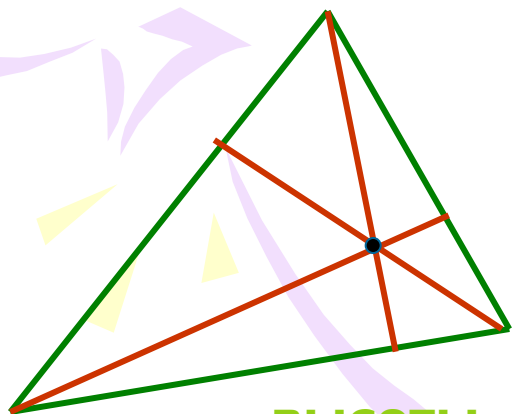
Четыре замечательные точки треугольника



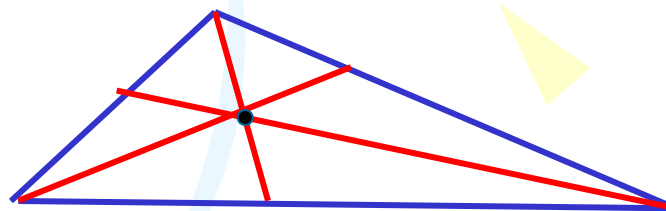
медианы



серединные перпендикуляры



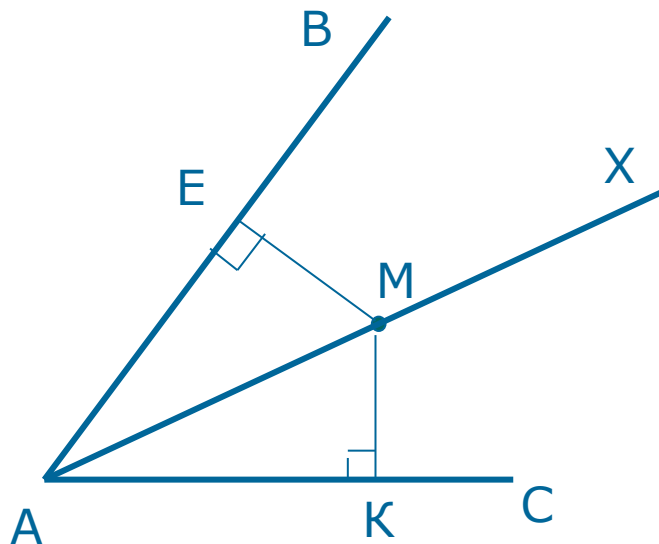
ВЫСОТЫ



биссектрисы

Свойство биссектрисы неразвёрнутого угла

Теорема 1. Каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от его сторон.

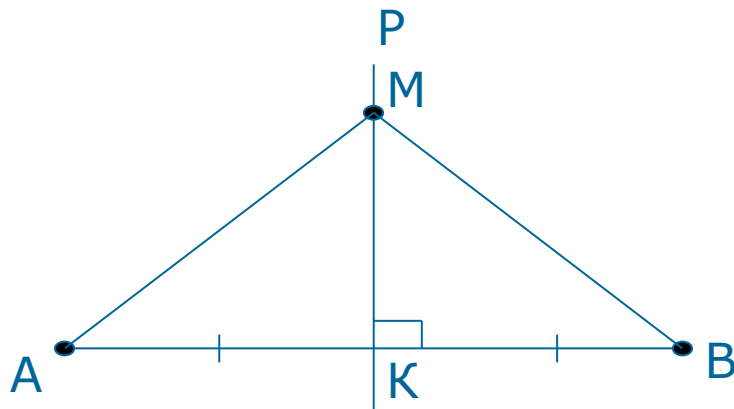


Теорема 2 (обратная). Точка, лежащая внутри неразвёрнутого угла и равноудалённая от его сторон, лежит на биссектрисе этого угла.

Обобщённая теорема: биссектриса неразвёрнутого угла – множество точек плоскости, равноудалённых от сторон этого угла.

Серединный перпендикуляр к отрезку

Теорема 1. Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от его концов.

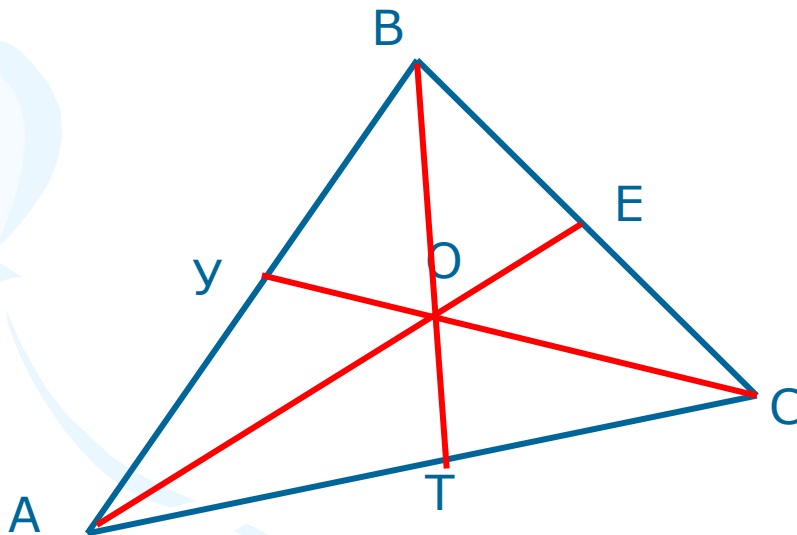


Теорема 2. Точка, равноудалённая от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.

Обобщённая теорема: серединный перпендикуляр к отрезку — множество точек плоскости, равноудалённых от его концов.

Первая замечательная точка треугольника

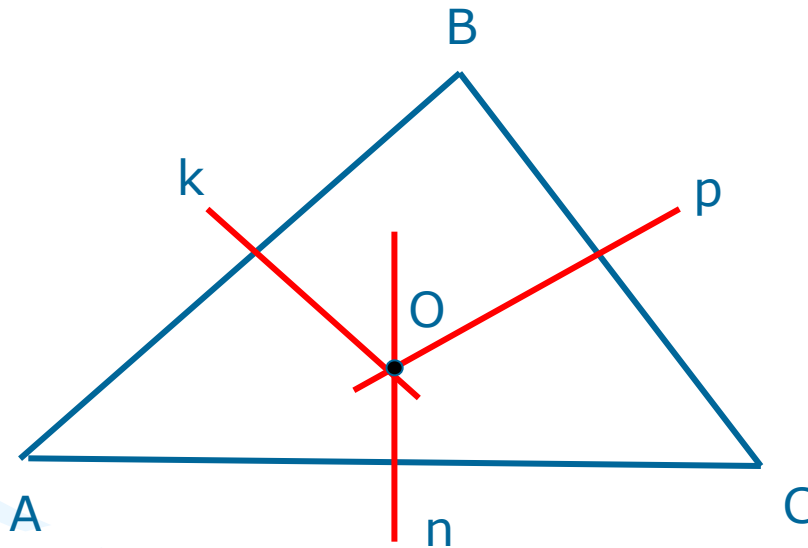
Теорема. **Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.**



Точка O – центр вписанной окружности.

Вторая замечательная точка треугольника

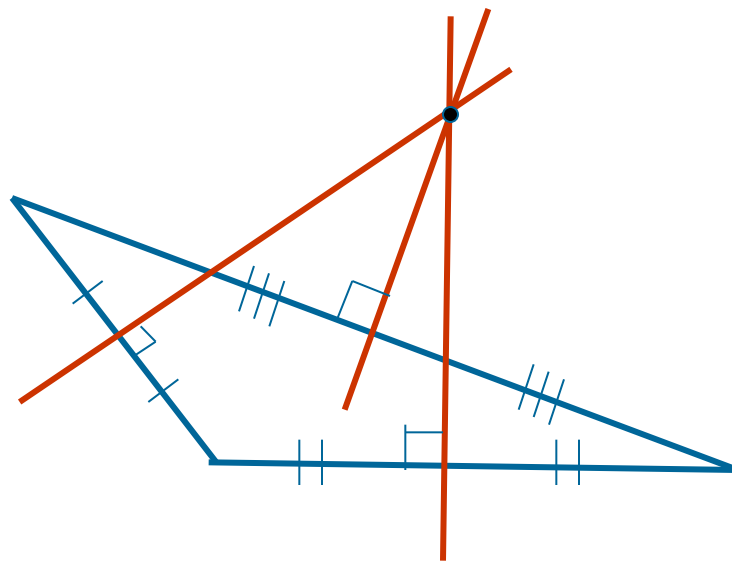
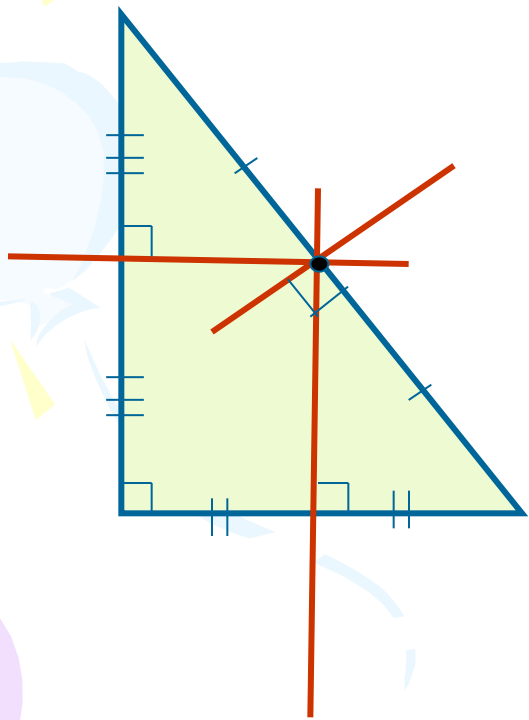
Теорема. **Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.**



Точка O – центр описанной окружности

Вторая замечательная точка треугольника (продолжение)

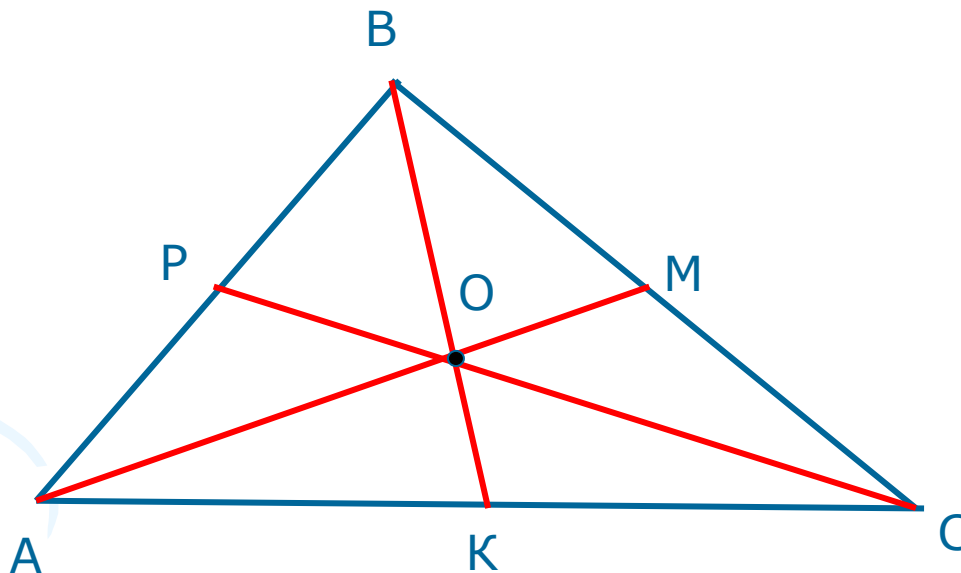
Ещё возможное расположение:



Третья замечательная точка треугольника

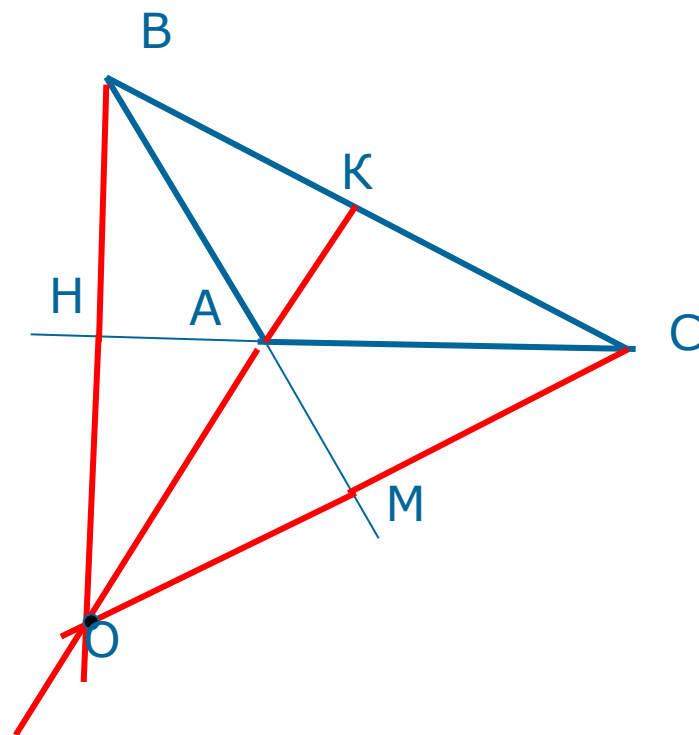
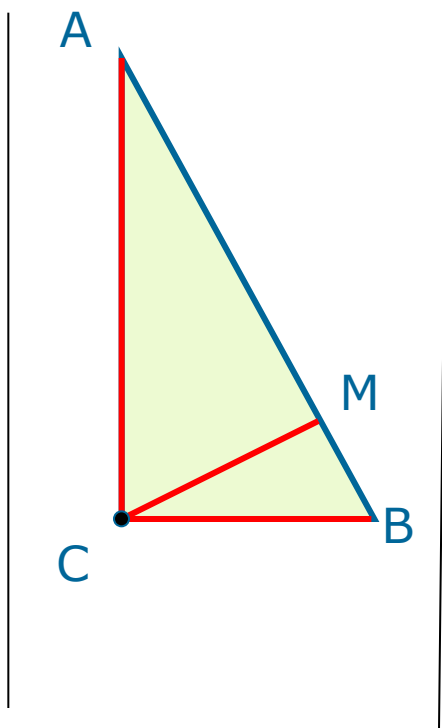
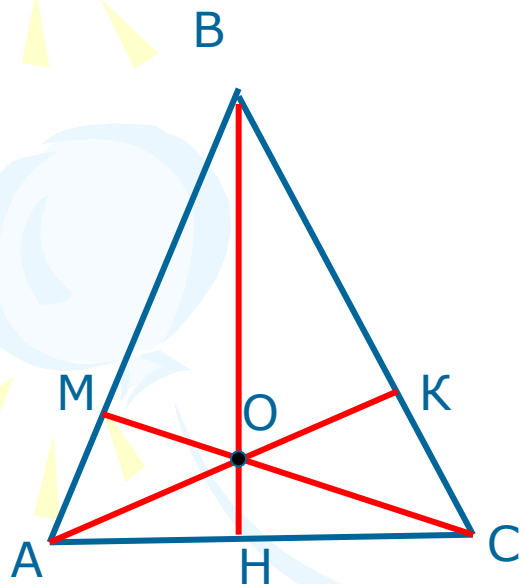
Теорема. **Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую в отношении 2: 1, считая от вершины.**

(**O** - центр тяжести треугольника – центроид)

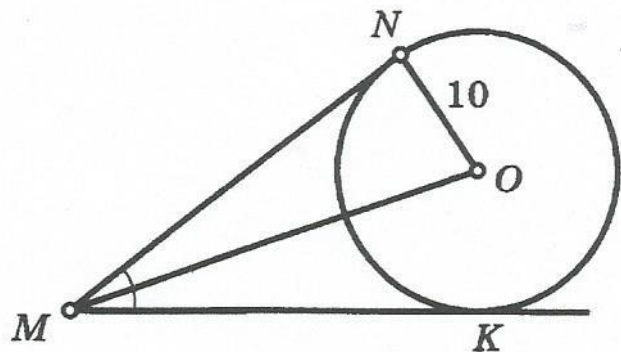


Четвёртая замечательная точка треугольника

Теорема. **Высоты треугольника или их продолжения пересекаются в одной точке (ортоцентр).**



1

 $\angle NMK = 60^\circ$, $MO = ?$ 

Решение:

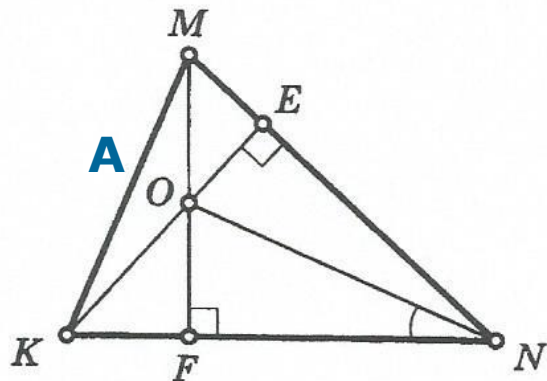
$$\angle N = 90^\circ$$

$$\angle NMK = 60^\circ \Rightarrow \angle NMO = 30^\circ$$

$$MO = 2 ON = 2 \cdot 10 = 20$$

Ответ: 20

2

 $\angle MKN = 66^\circ$, $\angle FNO = ?$ 

Решение:

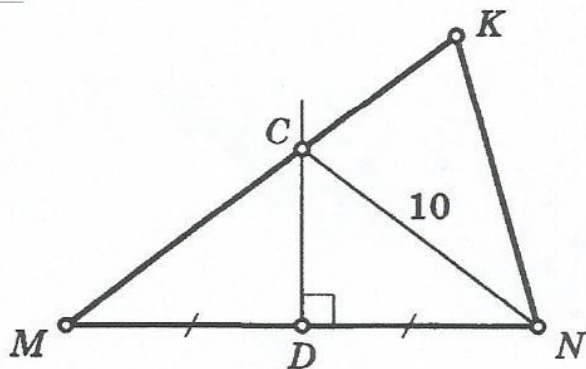
$$\angle N = 90^\circ$$

$$\angle NMK = 60^\circ \Rightarrow \angle NMO = 30^\circ$$

$$MO = 2 ON = 2 \cdot 10 = 20$$

Ответ: 20

3

 $MK = 17, CK = ?$ 

Решение:

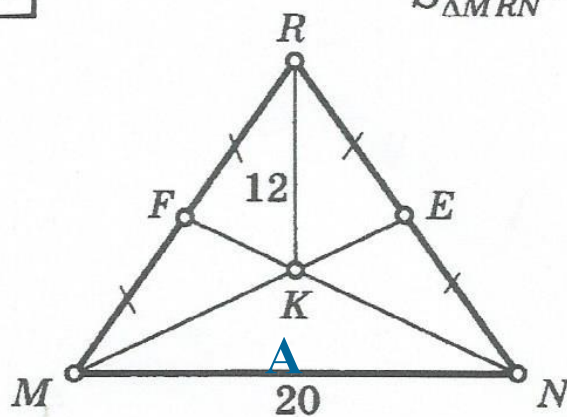
$$\angle N = 90^\circ$$

$$\angle NMK = 60^\circ \Rightarrow \angle NMO = 30^\circ$$

$$MO = 2 OM = 2 \cdot 10 = 20$$

Ответ: 20

4

 $S_{\triangle MRN} = ?$ 

Решение:

$$\angle N = 90^\circ$$

$$\angle NMK = 60^\circ \Rightarrow \angle NMO = 30^\circ$$

$$MO = 2 OM = 2 \cdot 12 = 24$$

Ответ: 20

1 вариант

2 вариант

1. Каждая точка биссектрисы неразвернутого угла равноудалена от его ...

- А) вершины В) сторон С) биссектрисы

1. Каждая точка, лежащая внутри угла и равноудаленная от сторон угла, лежит

- А) на его биссектрисе В) на его стороне С) внутри угла

2. Геометрическим местом точек плоскости, лежащих внутри неразвернутого угла и равноудаленных от сторон угла, является _____ этого угла.

- А) медиана В) биссектриса С) высота

2. Биссектрисы треугольника ...

А) пересекаются в одной точке

В) проходят через середины сторон треугольника и перпендикулярны к ним

С) делят противоположные стороны пополам

3. Прямая, проходящая через середину отрезка и перпендикулярная к нему ...

- А) медиана В) биссектриса С) высота D) серединный перпендикуляр

3. Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от его ...

- А) начала В) концов С) одного конца

4. Геометрическим местом точек плоскости, равноудаленных от концов отрезка, является ...

А) серединный перпендикуляр к этому отрезку

В) перпендикуляр к этому отрезку С) середина этого отрезка

4. Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника ...

А) пересекаются в одной точке В) перпендикулярны к ним

С) делят противоположные стороны пополам

5. Высоты треугольника ...

А) пересекаются в одной точке

В) проходят через середины сторон треугольника и перпендикулярны к ним

С) делят противоположные стороны пополам

5. «Замечательной» точкой треугольника не является ...

А) точка пересечения медиан

В) точка пересечения биссектрис

С) точка пересечения перпендикуляров к сторонам

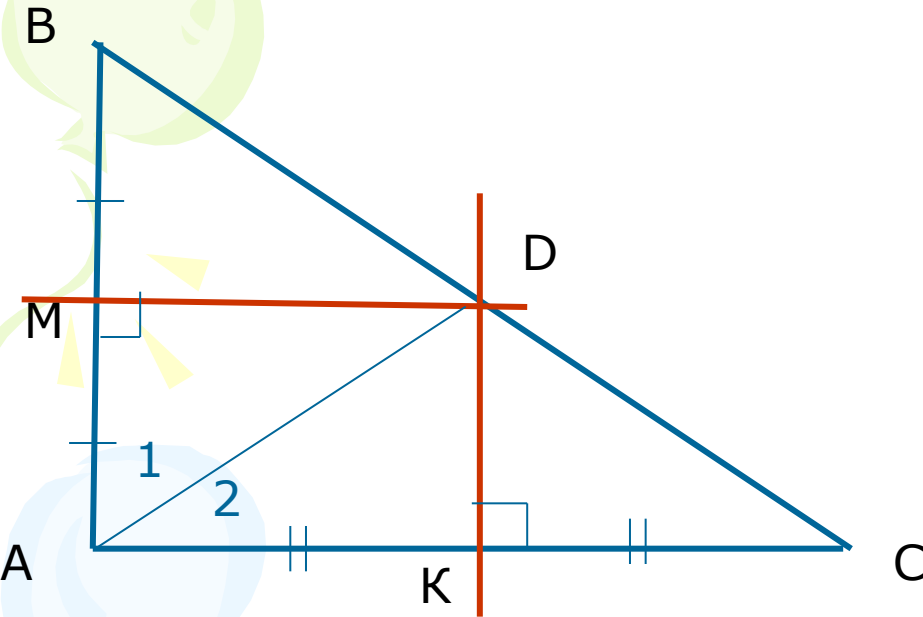
Д) точка пересечения высот

Е) точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам

Проверь!

	1	2	3	4	5
1 вариант	В	В	Д	А	А
2 вариант	А	А	В	А	С

Задача № 680.



Дано: $\triangle ABC$, $AM = BM$, $MD \perp AB$,
 $AK = KC$, $DK \perp AC$, $D \in BC$.

Доказать: D - середина BC ,
 $\angle A = \angle B + \angle C$.

Доказательство:

а)

$AM = BM$, $MD \perp AB$, $D \in BC$ по условию, значит, $BD = AD$

$AK = KC$, $DK \perp AC$, $D \in BC$ по условию, значит, $AD = DC$

} $BD = DC$,

следовательно, D – середина BC .

б) По доказанному $BD = AD$ и $AD = DC$, значит, треугольники ABD

и ACD – равнобедренные, поэтому $\angle 1 = \angle B$, $\angle 2 = \angle C$.

$\angle BAC = \angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle C$