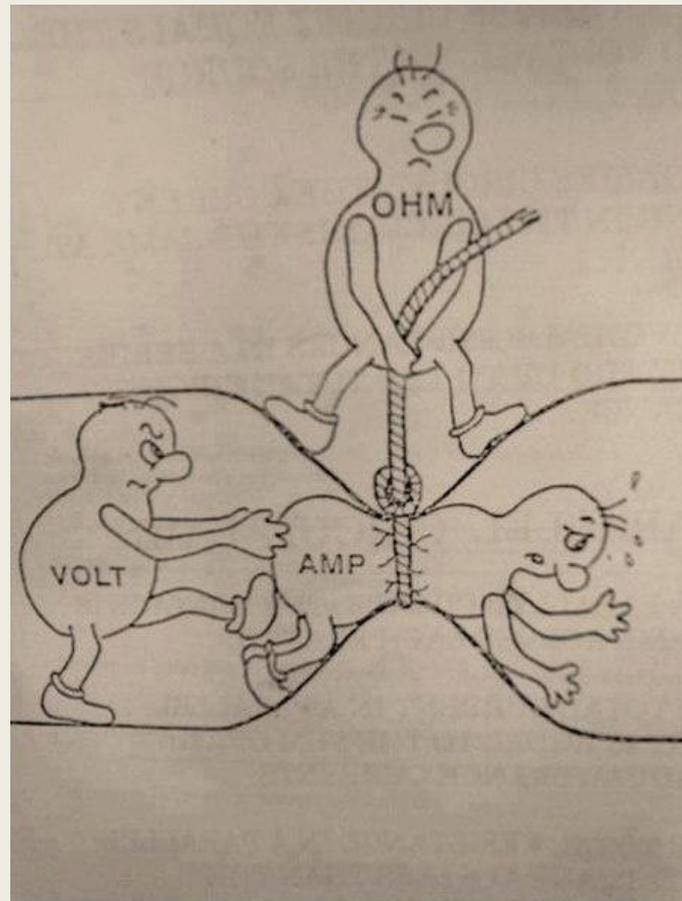


# Постоянный электрический ток



# Электрический ток

- это любое упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов

За направление тока принимают направление движения *положительных зарядов*.

## Сила тока

- скалярная величина, характеризующая скорость переноса заряда через выделенную поверхность:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

## Постоянный ток ( $I = \text{const}$ )

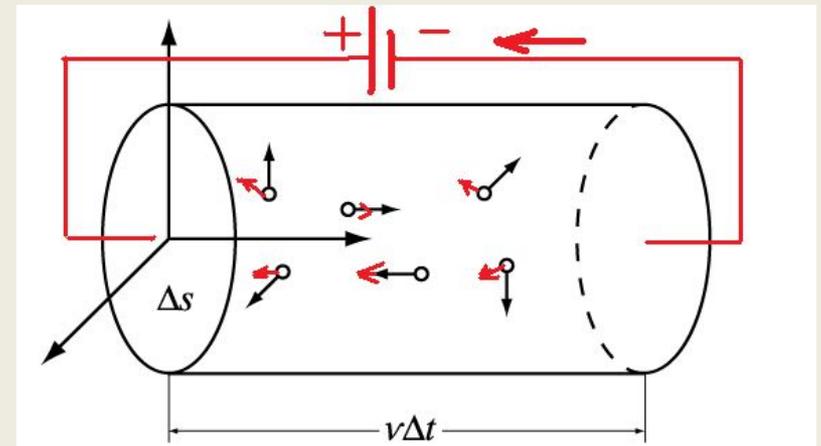
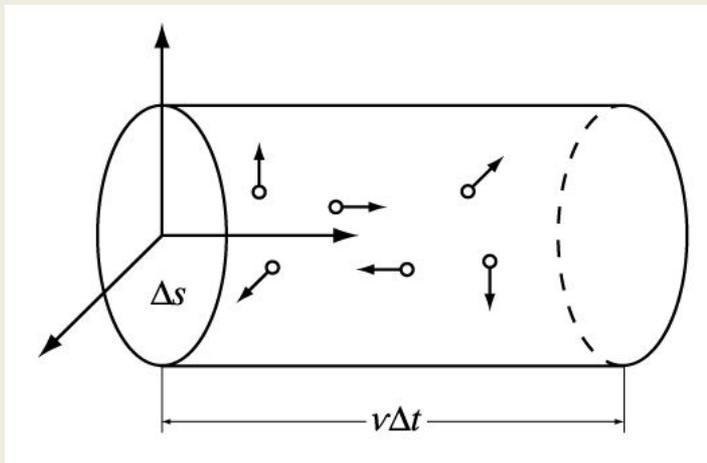
– ток, сила и направление которого не меняются со временем

$$I = \frac{Q}{t}$$

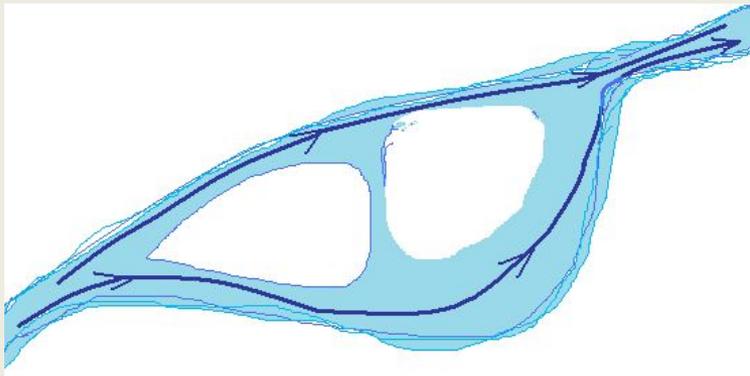
# Условие возникновения и существования электрического

## Необходимо:

- наличие свободных носителей , способных перемещаться упорядоченно;
- наличие электрического поля, энергия которого каким- то образом восполняясь, расходовалась бы на упорядоченное движение.



На рис. носители заряда - электроны



В общем случае распределение носителей тока в проводящей среде неоднородно. На рис. пример: голубое поле-проводник, синие линии-линии тока.

**Ток** - интегральная характеристика движения зарядов.

Введем дифференциальную характеристику движения зарядов – **плотность тока**.

**Плотность тока** – количественная характеристика направленного движения носителей в окрестности данной точки проводящей среды.

# Плотность тока

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}} = \frac{dQ}{dS_{\perp} dt}$$

- Численно равна силе тока, проходящего через единичную площадку, перпендикулярную направлению тока.

**Единица плотности тока - А/м<sup>2</sup>**

За время  $dt$  через поперечное сечение проводника  $S$  переносится заряд  $dQ = enV = en\langle U \rangle S dt$

( $n$  концентрация,  $e$ - заряд носителей тока,  $\langle v \rangle$  - скорость их дрейфа)

Сила тока,

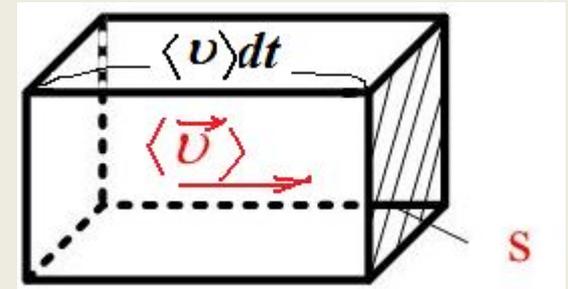
$$I = \frac{dQ}{dt}$$

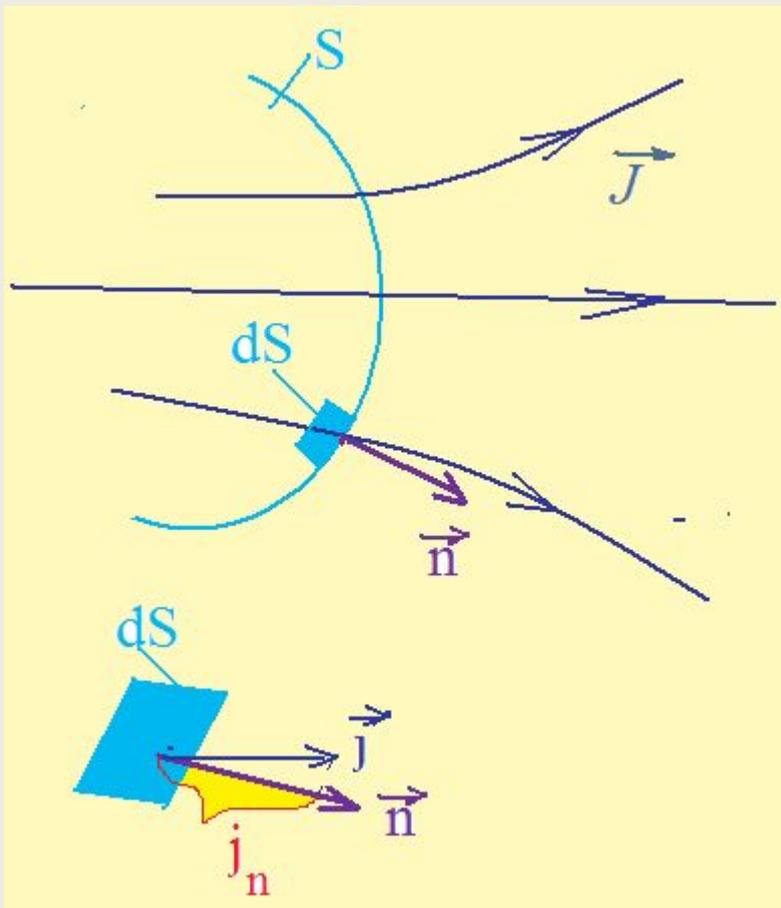
$$I = en\langle U \rangle S,$$

а плотность тока  $j = ne\langle U \rangle$ .

Плотность тока  $j = ne\langle U \rangle$  - вектор, его направление совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов.

**Положительные заряды перемещаются в сторону**





$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}} \longrightarrow j_n = \frac{dI}{dS}$$

$$dI = j_n dS$$

Связь между плотностью тока и силой тока

$$I = \int_S j_n dS$$

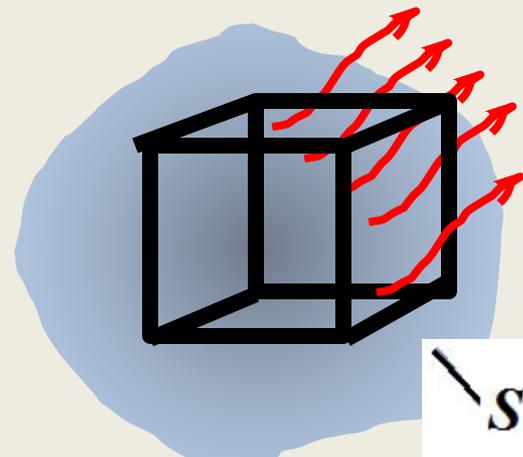
Сила тока  $I$  через произвольную поверхность  $S$  - это поток вектора плотности тока  $\vec{j}$  через эту поверхность

# Уравнение непрерывности

Рассмотрим замкнутую поверхность  $S$ .

Положительный заряд, уходящий в единицу времени через поверхность  $S$  наружу есть  $\oint_S j_n dS$ .

$$I = \oint_S j_n dS = \frac{dq}{dt} = \frac{q_{\text{вых}} - q_{\text{вх}}}{dt}$$



Положительный заряд, находящийся в момент времени  $t$  внутри замкнутой поверхности  $S$ :  $q := q_{\text{вх}} - q_{\text{вых}}$

По закону сохранения заряда изменение положительного заряда, заключенного внутри замкнутой поверхности :

$$-\frac{dq}{dt} = \oint_S j_n dS$$

(1.1)

Это соотношение называется **уравнением непрерывности** (интегральная форма).

# Сторонние силы.

Если в цепи на носители тока действуют только силы электростатического поля, то происходит протекание тока от точек с большим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом. Это приводит к выравниванию потенциалов во всех точках цепи и исчезновению электростатического поля .

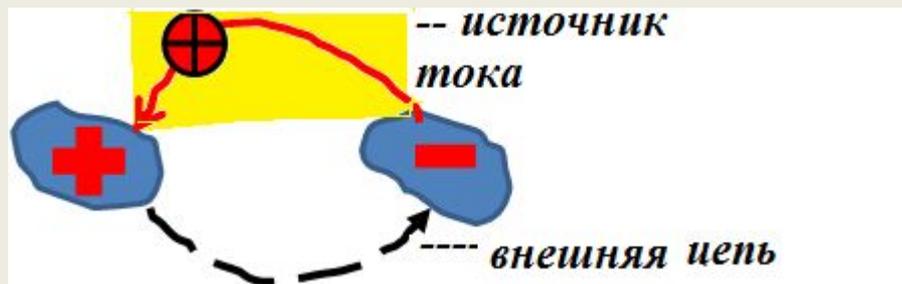
Для существования постоянного тока в цепи необходимо наличие устройства (***источника тока***), создающего и поддерживающего разность потенциалов за счет ***сил неэлектростатического происхождения (сторонние силы)***.

***Природа сторонних сил:*** в гальванических элементах они возникают за счет энергии химических реакций; в генераторе - за счет механической энергии вращения ротора генератора; при фотоэффекте - за счет действия световых волн.

Количественная характеристика  
сторонних сил - напряженность  
поля сторонних сил  
(сила, действующая на единичный  
положительный заряд).

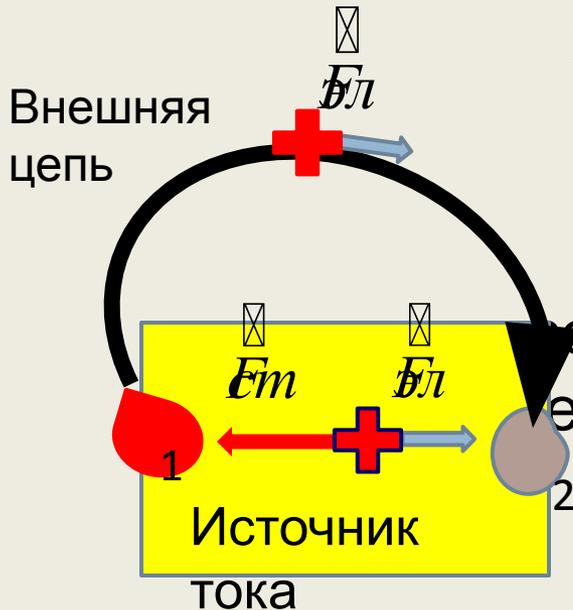
$$\vec{E}_{ст} = \frac{F_{ст}}{Q}$$

**Роль источника тока в электрической цепи  
такая же, как роль насоса для перекачивания  
жидкости.**



**Под действием поля сторонних сил  
электрические заряды движутся внутри источника  
тока против сил электростатического поля,  
благодаря чему на концах цепи поддерживается  
разность потенциалов и в цепи течет постоянный**

# Электродвижущая сила (ЭДС).



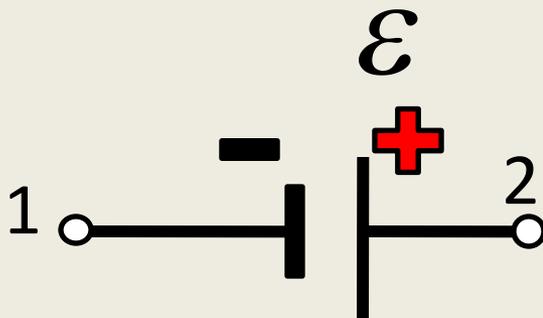
ЭДС на участке цепи - это работа, совершаемая сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда  $Q$  на этом участке.

Работа сторонних сил по перемещению заряда на замкнутом участке цепи:

$$A_{cm} = \oint F_{cm} dl = Q \cdot \oint E_{cm} dl$$

То есть на замкнутом участке цепи ЭДС определяется как циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил :

$$\mathcal{E} = \frac{A_{cm}}{Q} = \oint E_{cm} dl$$



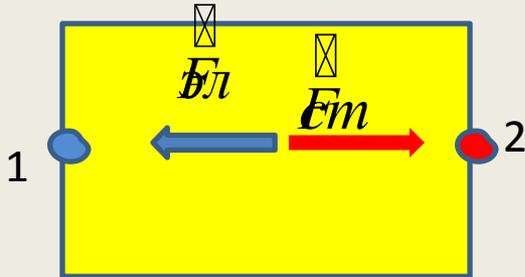
ЭДС на участке 1-2 :

$$\mathcal{E} = \int_1^2 \vec{E}_m \cdot d\vec{l}$$

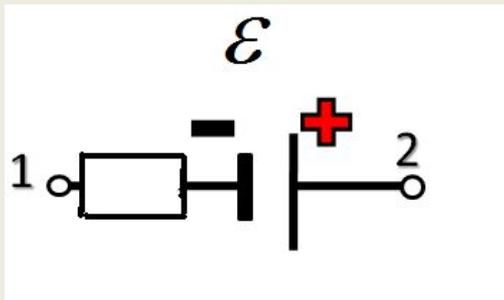
**Работа сторонних сил компенсирует потери энергии носителями заряда при их движении по цепи**

Если на заряд действуют как сторонние силы, так и силы электростатического поля, то результирующая сила:

$$\vec{F} = \vec{F}_{cm} + \vec{F}_{\varnothing} = Q(\vec{E}_{cm} + \vec{E}_{\text{ЭЛ}})$$



Работа этих сил на участке 1-2



$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} dl = \int_1^2 Q(\vec{E}_{cm} + \vec{E}) dl$$

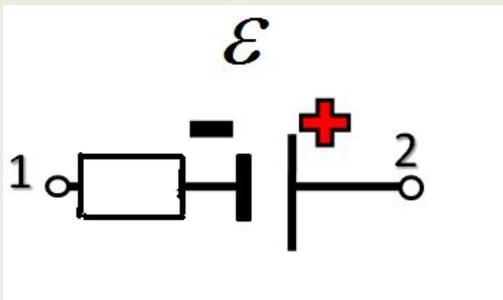
$$= \int_1^2 Q \vec{E}_{cm} dl + \int_1^2 Q \vec{E} dl$$

$$= Q\mathcal{E} + Q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

# Напряжение.

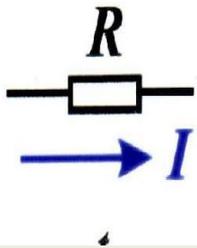
Напряжение на участке 1-2 определяется работой, совершаемой полем **электростатических и сторонних сил** при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи.

$$U = \frac{A_{12}}{q} = \mathcal{E} + (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (1.4)$$



Выражение (1.4) называется законом Ома для неоднородного участка цепи (т.е. содержащего источник тока) 1-2.

# Закон Ома для однородного участка цепи (не содержащего источника тока) в интегральной форме:



*Сила тока прямо пропорциональна напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению проводника*

$$I = \frac{U}{R}$$

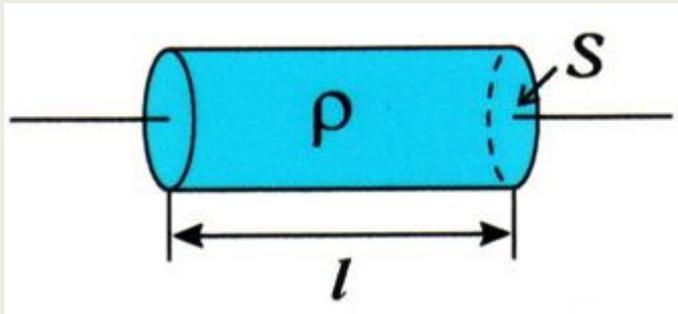


# Сопротивление проводников

$R$  - величина, характеризующая сопротивление проводника электрическому току (зависит от размеров, формы и материала проводника).

***Единица измерения 1 Ом = 1В/А.***

Для однородного линейного проводника длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$  сопротивление

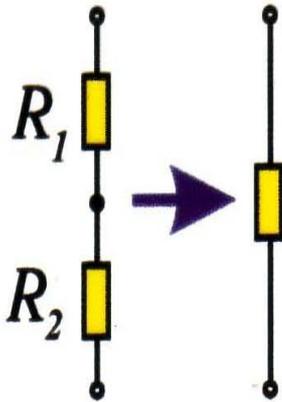


$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$\rho$  - удельное сопротивление (Ом·м)

## Соединение сопротивлений

### Последовательное

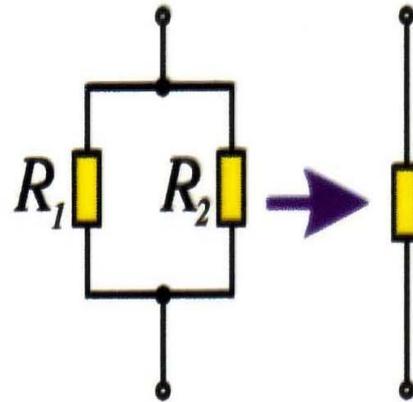


$$R = R_1 + R_2$$

$$I_1 = I_2$$

$$U = U_1 + U_2$$

### Параллельное



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

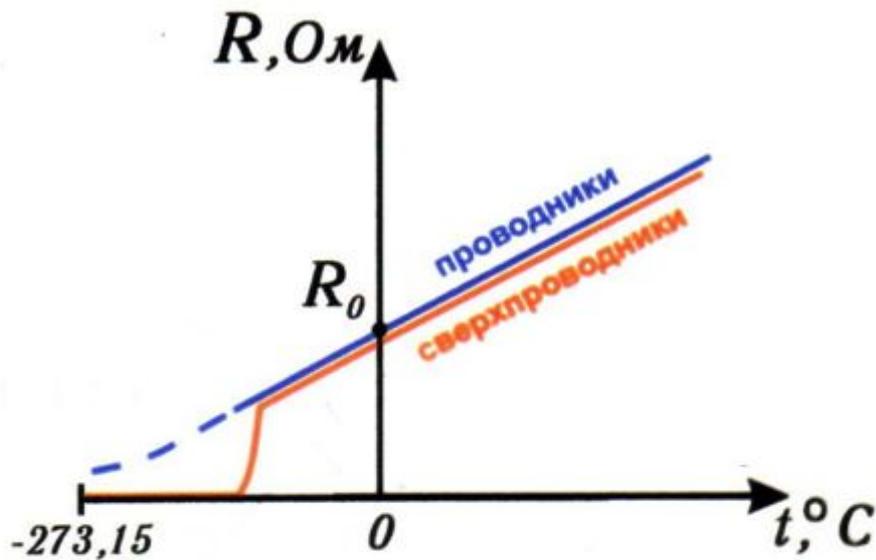
$$U_1 = U_2$$

$$I = I_1 + I_2$$

Сопротивление и удельное сопротивление зависят от температуры. Для металлов:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$$

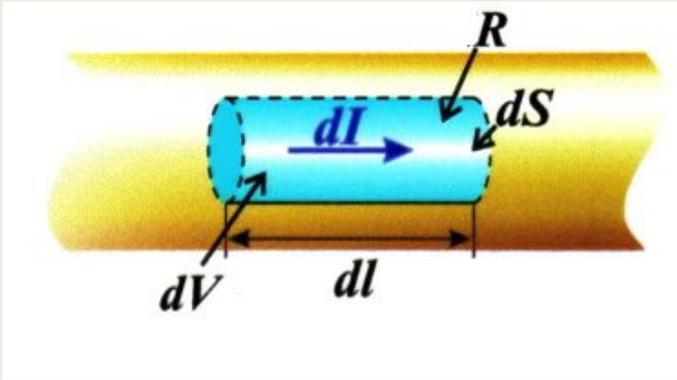
$$R = R_0 (1 + \alpha t)$$



$\alpha$  - температурный коэффициент сопротивления ( $^\circ\text{C}^{-1}$ )

Графическая зависимость сопротивления от температуры для металлов дана на рис.

# Закон Ома для однородного участка цепи в дифференциальной форме



Найдем связь между векторами  $\vec{j}$  и  $\vec{E}$  в изотропном проводнике ( $\vec{j} \uparrow \vec{E}$ ). Выделим в окрестности некоторой точки проводника цилиндрический объем с  $\vec{j}$  образующей,  $dI = j dS$ .  $dU = Edl$ ,  $R = \rho \frac{dl}{dS}$  (1-3)

Подставим в закон Ома  $dI = \frac{dU}{R}$  выражения (1-3):

$$j dS = \frac{dS}{\rho dl} E dl \quad \rightarrow \quad j = \frac{1}{\rho} E$$

Перейдем от удельного сопротивления к удельной электропроводности:  $\frac{1}{\rho} = \gamma$

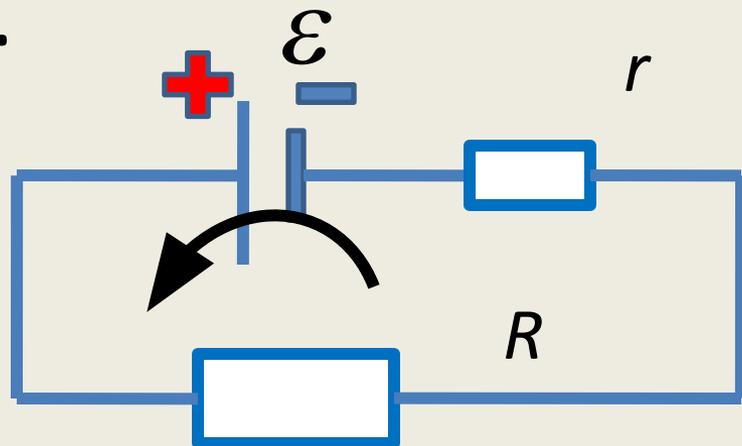
$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

**Закон Ома в дифференциальной форме связывает плотность тока в любой точке с напряженностью**

## Закон Ома для замкнутой цепи.

Сила тока в замкнутой цепи равна отношению ЭДС источника тока к суммарному сопротивлению всей цепи.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$



$R$ - внешнее сопротивление,  $r$ - внутреннее сопротивление

Напряжение во внешней цепи равно

$$U = IR = \mathcal{E} - Ir$$

# Закон Джоуля - Ленца

За время  $dt$  через сечение проводника переносится заряд

$$dq = Idt$$

Если к концам проводника приложено напряжение  $U$ , то **работа тока**

$$\begin{aligned} dA &= Udq = IUdt = \\ &= \frac{U^2}{R} dt = I^2 R dt \end{aligned}$$

Если в проводнике не происходит химических реакций и он не перемещается в магнитном поле, то вся работа тока идет на выделение тепла  $Q$  по закону сохранения энергии

$$dQ = dA$$

$$dQ = UI dt = \frac{U^2}{R} dt = I^2 R dt$$

**Мощность тока**

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R$$

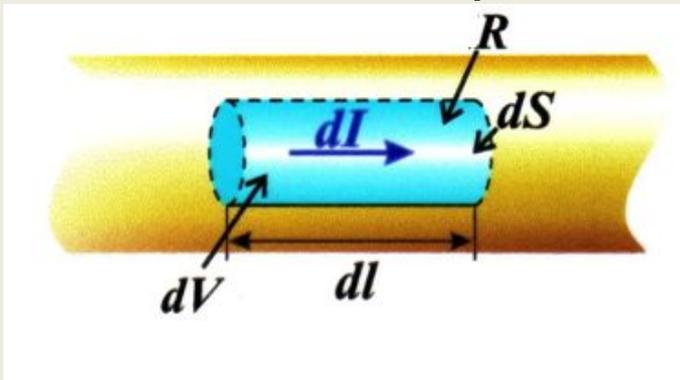
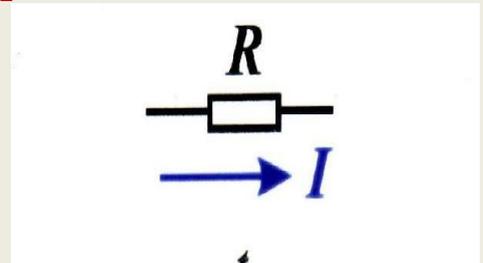
# Схема передачи и распределения электроэнергии



Электрическая энергия обладает рядом преимуществ перед другими видами энергии: её сравнительно легко передавать на большие расстояния и распределять по различным потребителям.

# Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме

Выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем (ось цилиндра совпадает с направлением тока )



$$dV = dS \cdot dl$$

$$R = \rho \frac{dl}{dS}$$

По закону Джоуля – Ленца за время  $dt$  в этом объеме выделится теплота

$$\begin{aligned} dQ &= I^2 R dt = (j dS)^2 \frac{\rho dl}{dS} dt = \\ &= \rho j^2 dl dS dt = \rho j^2 dV dt \end{aligned}$$

Количество теплоты , выделяющееся в результате прохождения тока в единицу времени в единице объема проводника, называется **удельной тепловой мощностью тока**

$$dw = \frac{dQ}{dtdV} \quad w = \rho j^2$$

Используя дифференциальную форму записи закона Ома, получим закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме

$$j = \gamma E = \frac{1}{\rho} E$$

$$w = jE = \gamma E^2$$

# Правила Кирхгофа для разветвленных

**Первое** правило Кирхгофа. **Цепей** Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле равна нулю.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

**Второе** правило Кирхгофа - относится к любому выделенному в разветвленной цепи замкнутому контуру..  
**Алгебраическая сумма напряжений на однородных участках контура равна алгебраической сумме ЭДС, встречающихся в этом контуре**

$$\sum_{k=1}^N I_k R_k = \sum_{k=1}^M \mathcal{E}_k$$

2-й закон Кирхгофа – это закон сохранения энергии.  
Покажем это.

$$\sum_{k=1}^N I_k R_k = \sum_{k=1}^M \mathcal{E}_k \quad (1.5)$$

Умножим (1.5) на заряд  $q$

:

Слева стоит  $q \sum_{k=1}^N I_k R_k = q \sum_{k=1}^N U_k$  - суммарная энергия, затрачиваемая

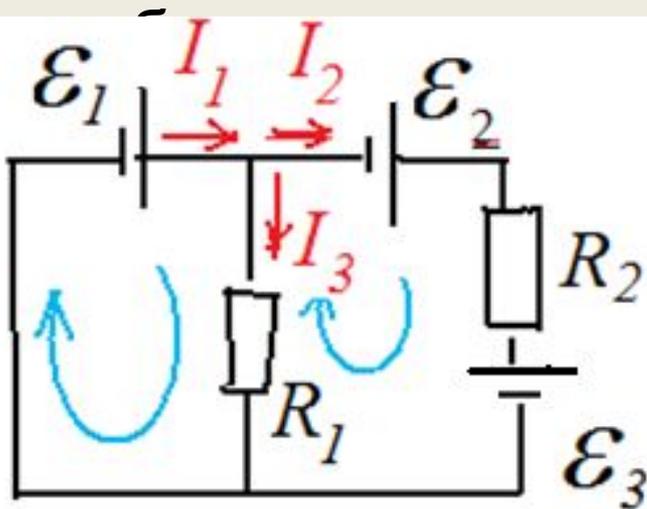
зарядом на протекание тока через сопротивления в контуре;  
Справа стоит  $q \sum_{k=1}^N \mathcal{E}_k = \sum_{k=1}^N A_{\text{ст}k}$  - сумма работ сторонних сил при

перемещению заряда по замкнутому контуру.

**Т. о., суммарная энергия, затраченная зарядом на преодоление сопротивления в контуре, равна энергии, полученной этим зарядом от источников ЭДС в этом контуре.**

При применении правил Кирхгофа для решения задач необходимо:

1. Выбрать направление токов на всех участках цепи
2. Выбрать направление обхода контура, при этом  $I \cdot R$  положительны, если направление обхода совпадает с направлением тока, ЭДС положительны, если действуют по выбранному направлению обхода.
3. Число составленных уравнений должно



неизвестных величин

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\varepsilon_1 = I_3 R_1$$

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_3 = I_2 R_2 - I_3 R_1$$

# Классическая электронная теория электропроводности металлов

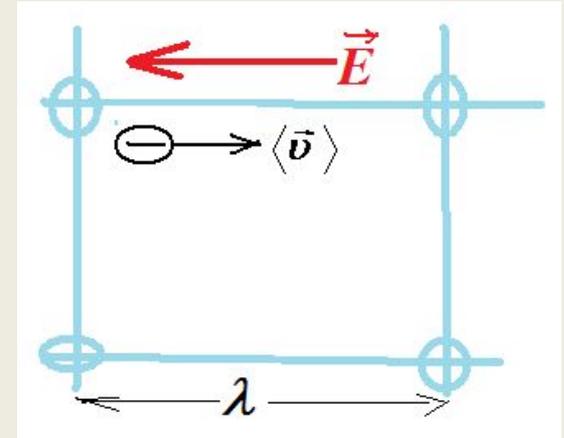
- Основные представления, обобщающие опытные данные:
  1. В металлах существуют свободные электроны.
  2. Эти свободные электроны ведут себя подобно молекулам идеального газа. Электронный газ находится в равновесном состоянии.
  3. **В отсутствии электрического поля** электроны **упруго** взаимодействуют, в основном, не между собой, а с ионами кристаллической решетки. При этом энергия решетки не передается.
    - Среднее время свободного пробега  $\tau = \frac{\lambda}{U}$
    - $\lambda$  = длина свободного пробега.
    - $U$  = скорость теплового движения.
    - При наложении электрического поля появляется направленное движение электронов – дрейф.

$$\vec{j} = en \langle \vec{v} \rangle \quad \langle \vec{v} \rangle \text{ - средняя дрейфовая скорость}$$

$$\langle v \rangle \ll U$$

При столкновениях с кристаллической решеткой электрон передает ей ту часть кинетической энергии, которая обусловлена дрейфом, и выделяется тепло.

Дрейфовая скорость электронов между столкновениями меняется от 0 до  $v_{max}$ .



**Вывод дифференциальных форм законов Ома и Джоуля-Ленца на основе этой теории.**

$$ma = eE$$

$$v_{max} = a\tau = \frac{eE}{m} \cdot \tau$$

$$\vec{j} = en \langle \vec{v} \rangle$$

$$\langle v \rangle = \frac{v_{max}}{2}$$

$$j = \frac{ne^2 E}{2m} \tau$$

$$\boxed{\vec{j} = \gamma \vec{E}}$$

$$\gamma = \frac{ne^2 \tau}{2m}$$

- В конце свободного пробега часть кинетической энергии электронов, обусловленная дрейфом, в результате неупругого соударения с ионом решетки переходит в тепловую энергию

$$W_{max} = \frac{m v_{max}^2}{2}$$

$$v_{max} = a \tau = \frac{e E}{m} \cdot \tau$$

$$P_{уд} = W_{max} n \frac{1}{\tau}$$

где  $\frac{1}{\tau} = \nu$  - частота соударений одного электрона с решеткой

$$P_{уд} = \frac{m v_{max}^2}{2} \cdot n \cdot \frac{1}{\tau} = \frac{m e^2 E^2 \tau^2}{2 m^2} n \cdot \frac{1}{\tau} = \frac{n e^2 \tau}{2 m} E^2$$

$$P_{уд} = \gamma E^2$$

$$\gamma = \frac{n e^2 \tau}{2 m}$$

**Недостатки классической теории электропроводности:** она неправильно объясняет зависимость сопротивления проводников от температуры.

Согласно теории,

$$\gamma \sim \tau \approx \frac{\lambda}{u} \approx \frac{\lambda}{\sqrt{T}}, \quad \text{т.к. } U = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m}}$$

т.е.  $\rho = \frac{1}{\gamma} \sim \sqrt{T} \approx a + b\sqrt{t}$

Эксперимент дает:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$$