Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции:

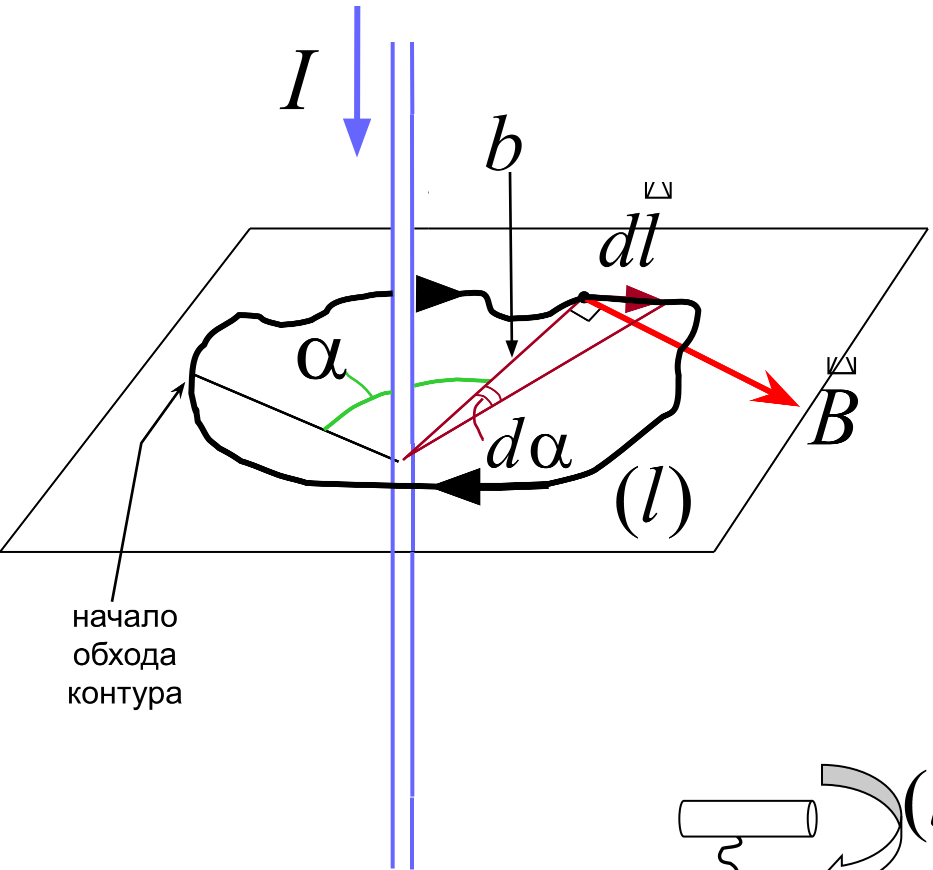
Циркуляция вектора магнитной индукции по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную

$$\oint_l \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$

где $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции:

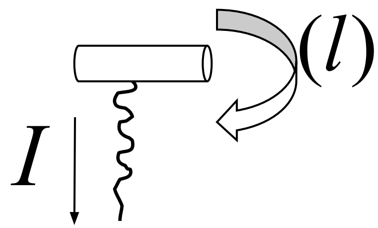
$$\oint_l \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$



Докажем для частного случая :

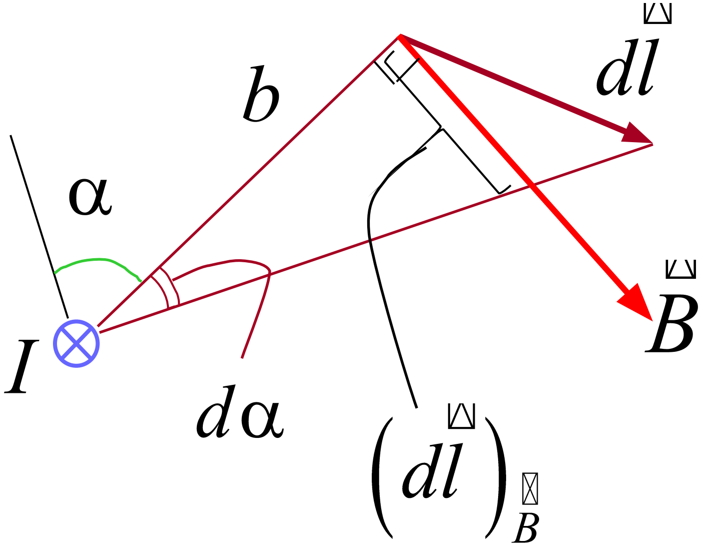
- *бесконечный прямой ток*
- *плоский контур*
- *плоскость контура $\perp$ току*

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}}$$



$$\oint_l \vec{B}\,d\vec{l} > 0$$

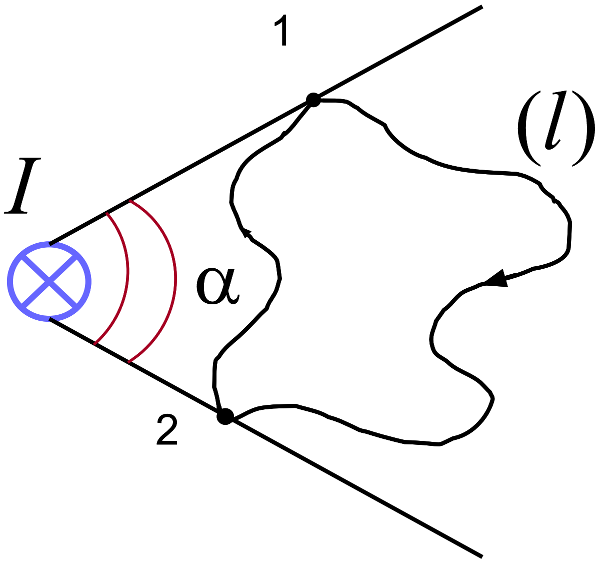
$$\oint_l \vec{B}\,d\vec{l} = \oint_l B\left(d\vec{l}\right)_{\vec{B}}$$



$$\left|\left(d\vec{l}\right)_{\vec{B}}\right| = b \cdot d\alpha$$

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \times b d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \times \int_0^{2\pi} d\alpha = \mu_0 I$$

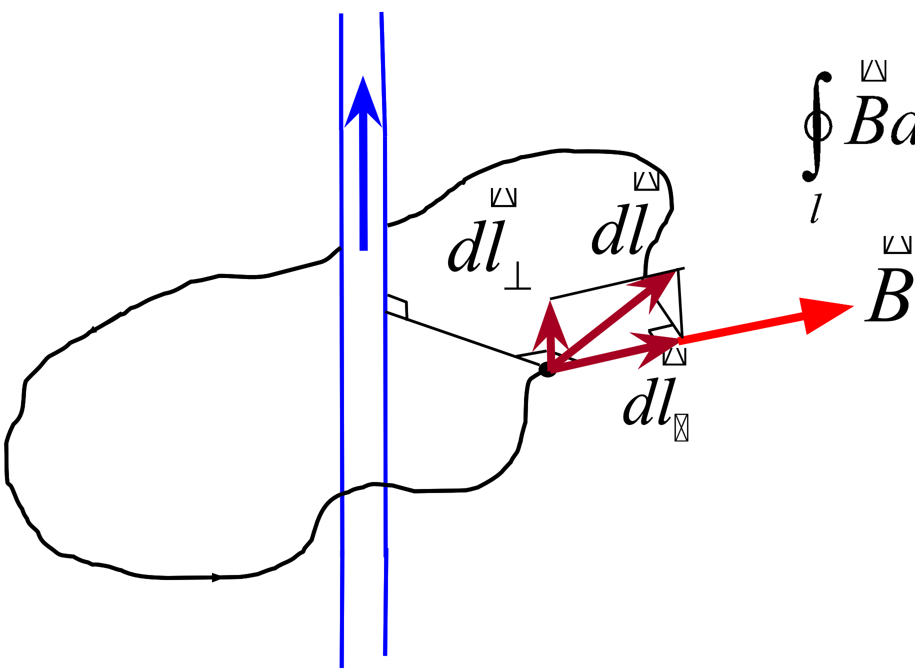
$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$



Если контур не охватывает ток….

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_1^{2} d\alpha + \frac{\mu_0 I}{2\pi}\times\int_2^{1} d\alpha = 0$$

Если контур произвольной формы….



$$d\vec{l} = d\vec{l}_\perp + d\vec{l}_{II}$$

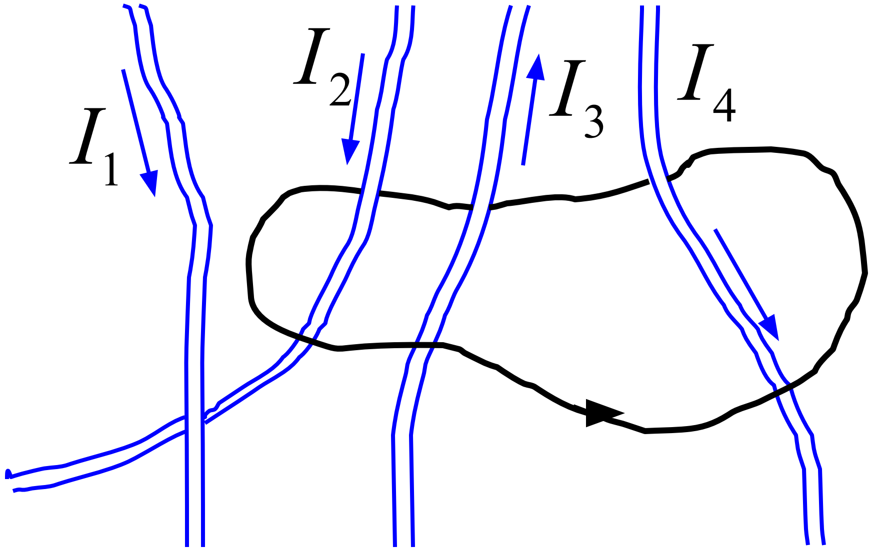
$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \oint_l \vec{B}d\vec{l}_\perp + \oint_l \vec{B}d\vec{l}_{II} = 0 + \oint_l \vec{B}d\vec{l}_{II}$$

$$\Downarrow$$

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I$$

В общем случае для системы токов произвольной формы и произвольного замкнутого контура:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$



$I_1 = 1A$

$I_2 = 2A$

$I_3 = 3A$

$I_4 = 4A$

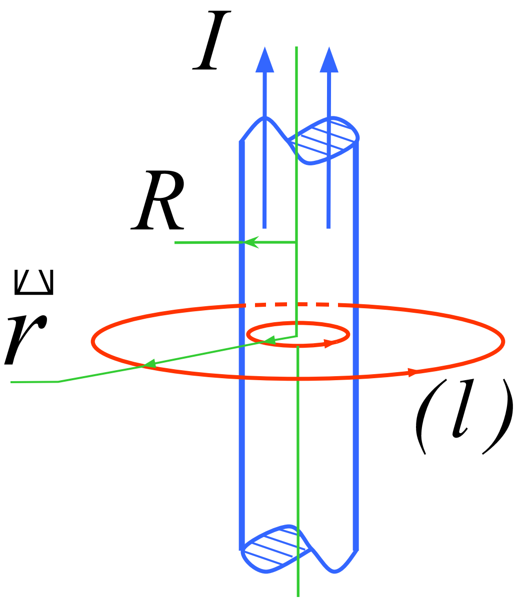
$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I_1 + I_2 + I_3 + I_4) = \mu_0 (0 - 2 + 3 - 4)$$

В общем случае, для контура в среде, где существует постоянный ток….

$$I = \int_S j_n dS$$

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu\mu_0 \int_S j_n dS$$

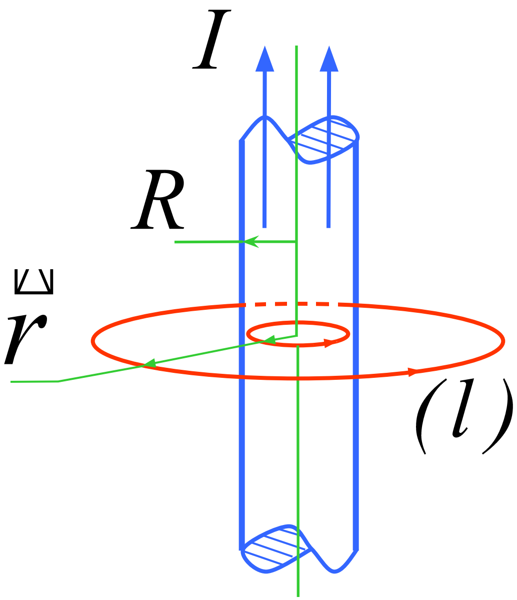
Магнитное поле внутри прямого проводника с током



Симметрия: в равноотстоящих от оси точках поле одинаково.

$$\oint_l \vec{B}\,d\vec{l} = \oint_l B_l\,dl = \oint_l B\,dl = B\oint_l dl = B \times 2\pi r$$

Магнитное поле прямого проводника с током



Симметрия: в равноотстоящих от оси точках поле одинаково.

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \oint_l B_l dl = \oint_l B dl = B\oint_l dl = B \times 2\pi r$$

Полый проводник

$r > R \Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l} \oint_l \vec{B}d\vec{l} = B \times 2\pi r \\ \oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I \end{array}\right\} \Rightarrow B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$r < R \Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l} \oint_l \vec{B}d\vec{l} = B \times 2\pi r \\ \oint_l \vec{B}d\vec{l} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow B = 0$

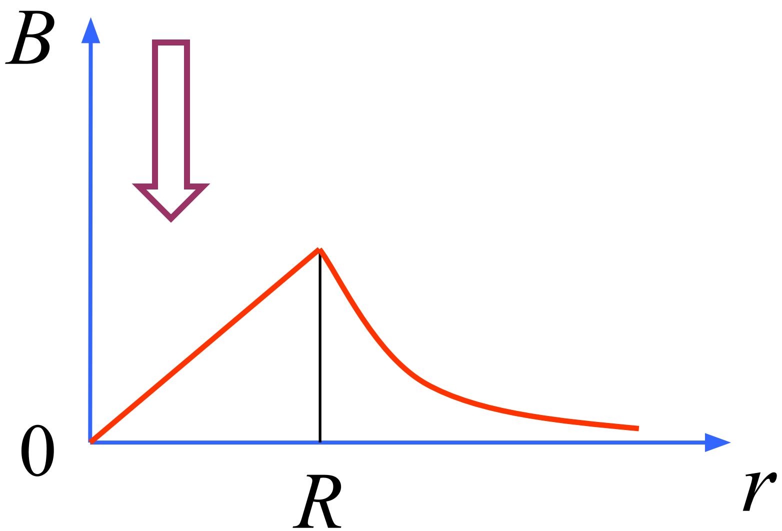
Равномерное распределение тока по сечению сплошного проводника

$$\oint_l \vec{B}\,d\vec{l} = B \times 2\pi r$$

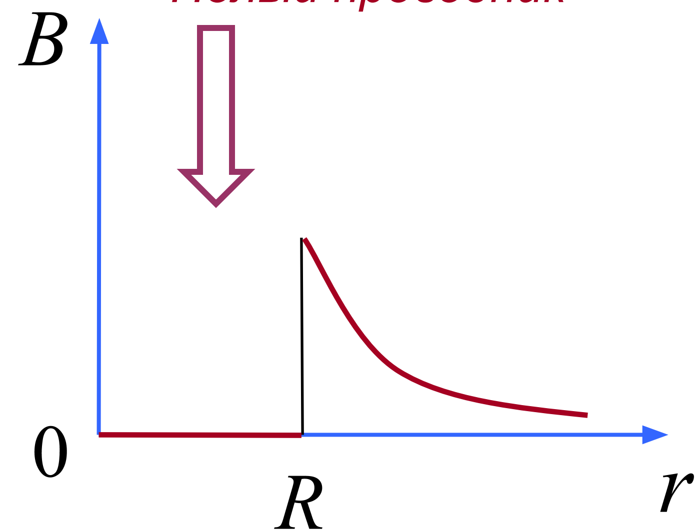
$$r < R \Rightarrow \oint_l \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 I'$$

$$S_l = \pi r^2 \quad I' = \int_{S_l} j_n dS = jS_l = \frac{I}{\pi R^2}\pi r^2$$

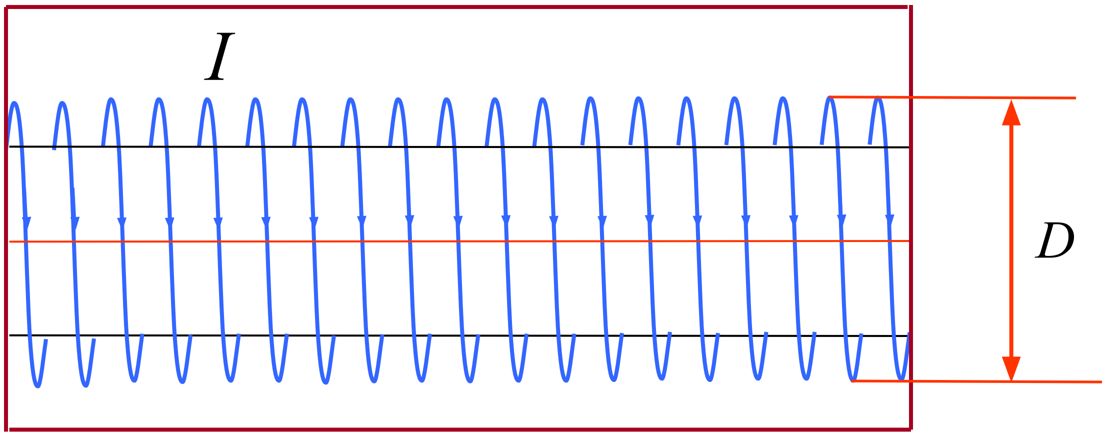
$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$



Полый проводник



Магнитное поле бесконечно длинного соленоида



Соленоид -…….

1)

Рассмотрим….АА…

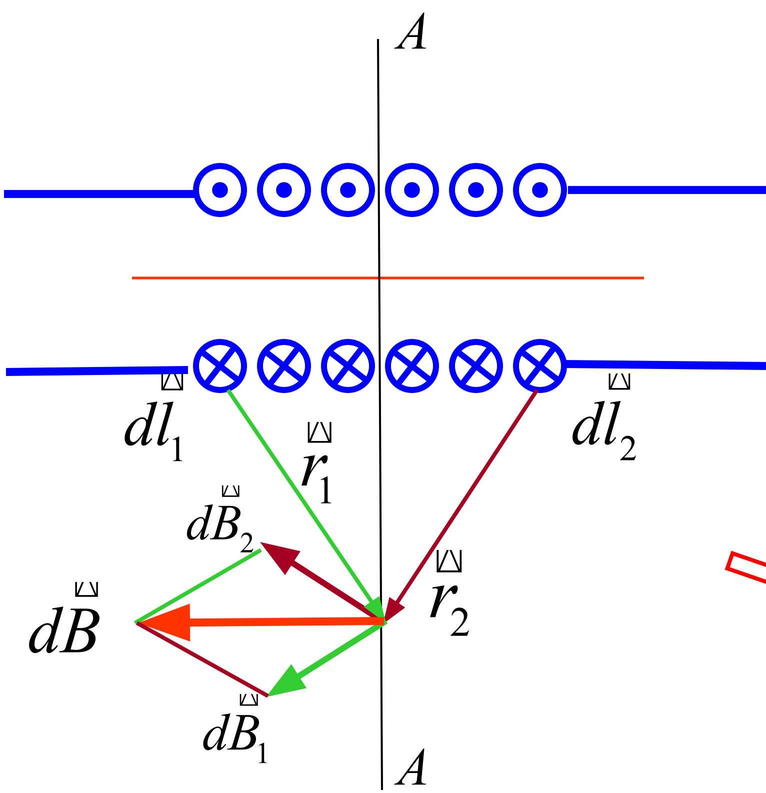
$$I d\vec{l}_1 = I d\vec{l}_2$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$d\vec{B}_1 = d\vec{B}_2$$

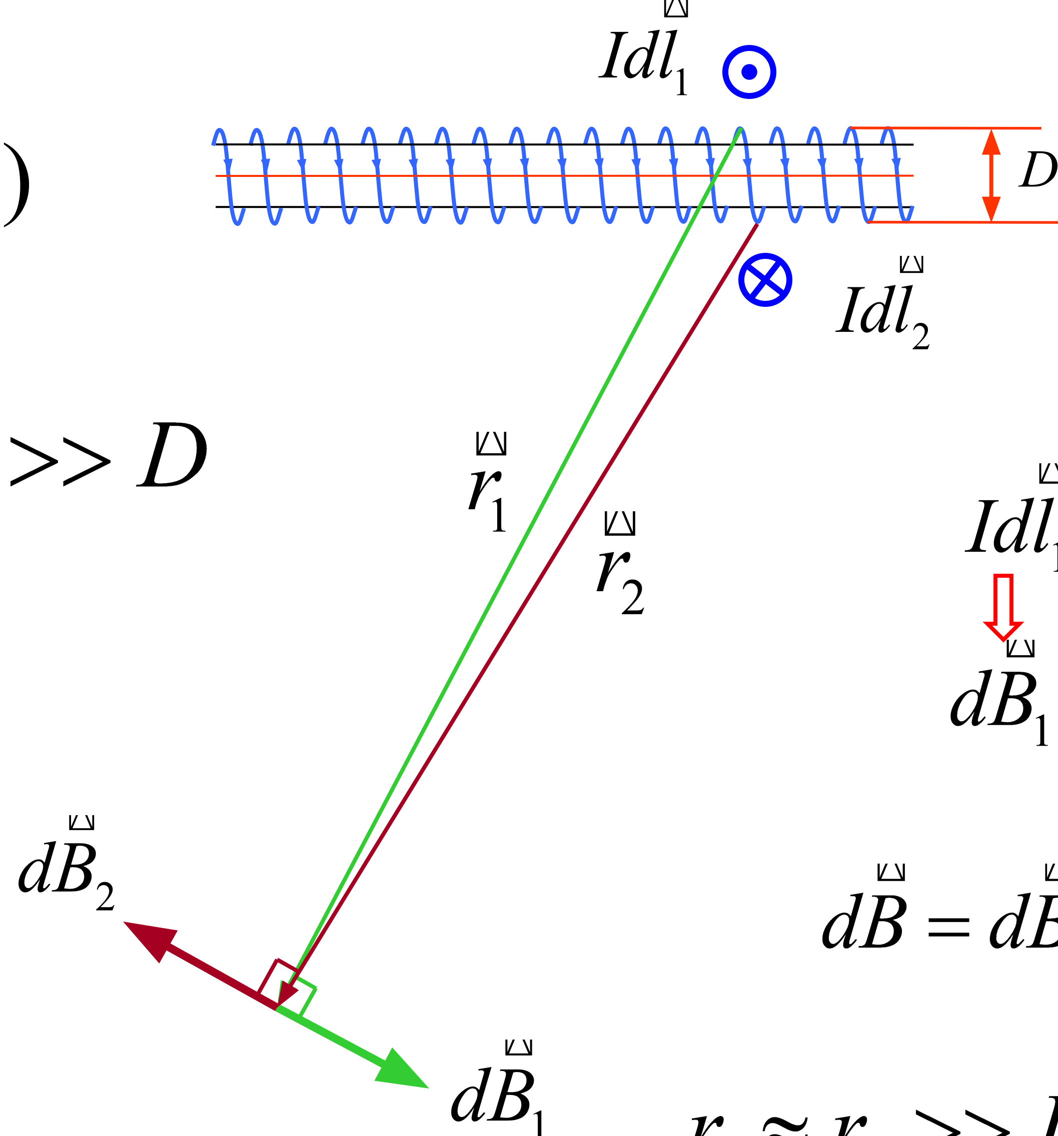
$$\Downarrow$$

$$d\vec{B} = d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2$$



$Все\ d\vec{B}\ и\ \vec{B} \parallel оси\ соленоида$

2)



$$r_1, r_2 >> D$$

$$I d\vec{l}_1 = I d\vec{l}_2$$

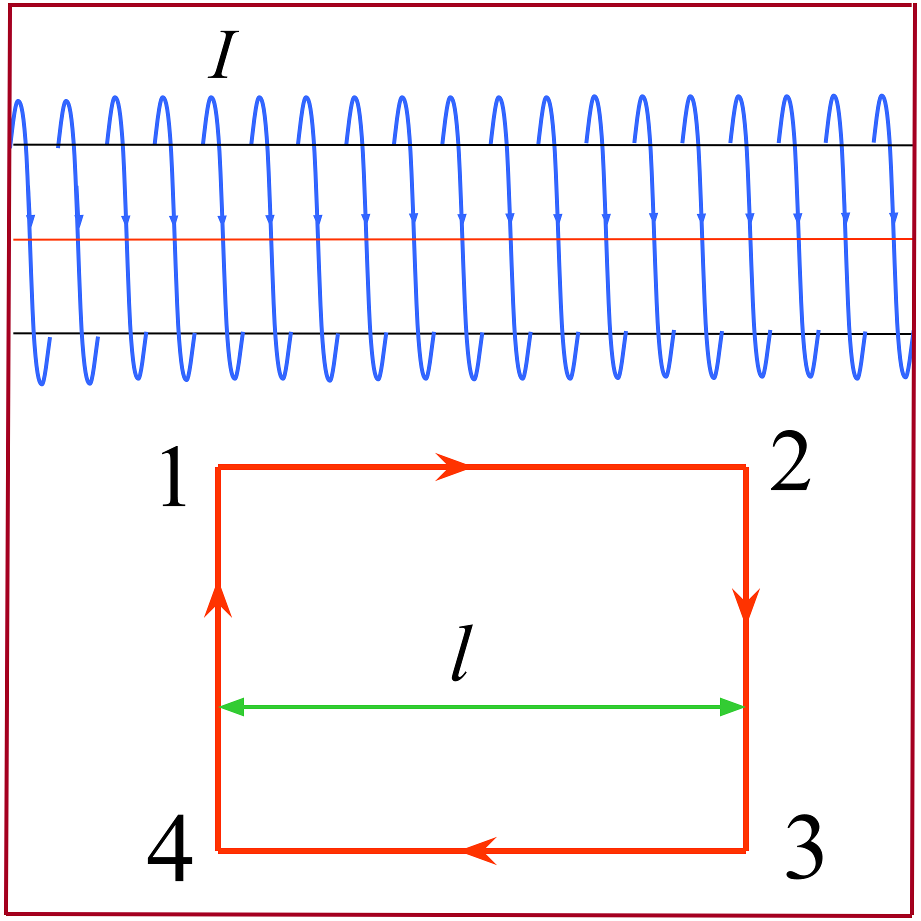
$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$d\vec{B}_1 = d\vec{B}_2$$

$$\Downarrow$$

$$d\vec{B} = d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2 = 0$$

$$r_1 \approx r_2 >> D \Longleftrightarrow \vec{B} = 0$$



$$(l)$$

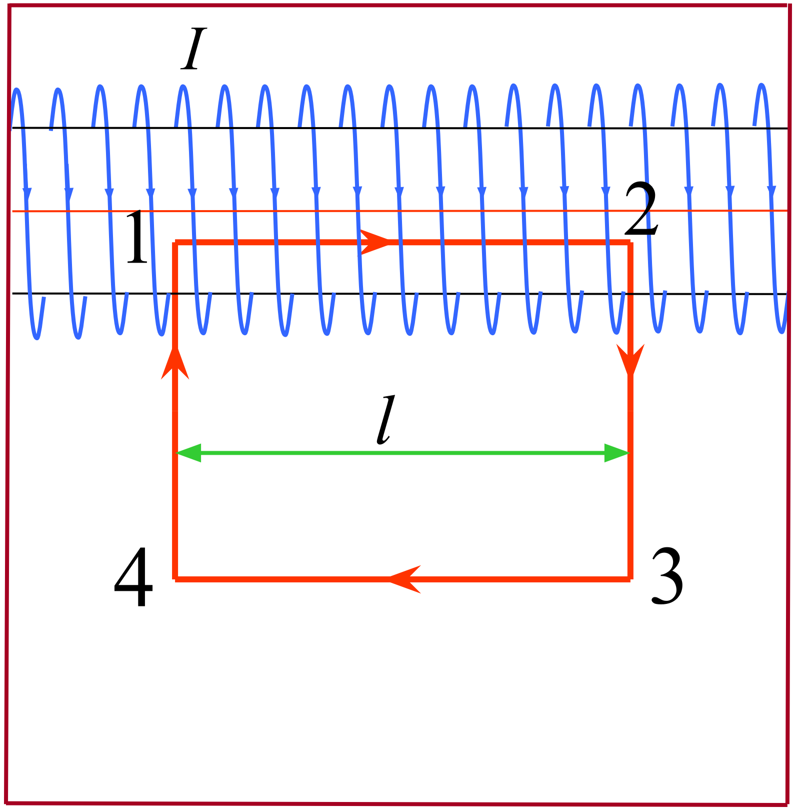
$$1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$$

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \oint_l B_l dl = \int_1^2 B_l dl + \int_2^3 B_l dl + \int_3^4 B_l dl + \int_4^1 B_l dl$$

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \int_1^2 B_l dl + 0 + 0 + 0 = -B \times l$$

по т.о циркуляции $\oint_l \vec{B}d\vec{l} = 0$

вне соленоида $B = 0$



(l)

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$$

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B_l dl = \int_1^2 B_l dl + \int_2^3 B_l dl + \int_3^4 B_l dl + \int_4^1 B_l dl$$

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \int_1^2 B_l dl + 0 + 0 + 0 = -B \times l$$

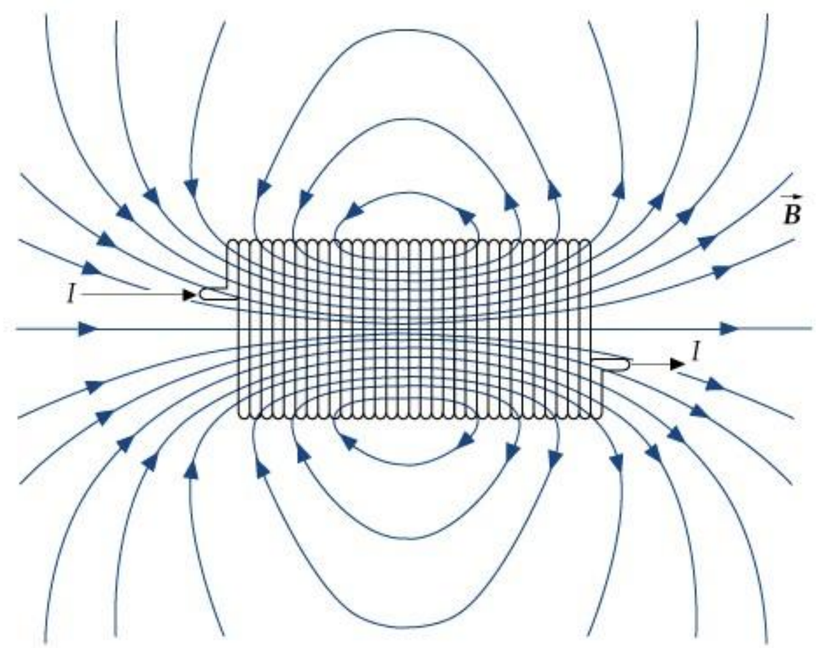
$$по\ т.о\ циркуляции \oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \times N \times I = \mu_0 \times n \times l \times I$$

$N - ....n - ....$ в соленоиде $B = \mu_0 \cdot n \cdot I$

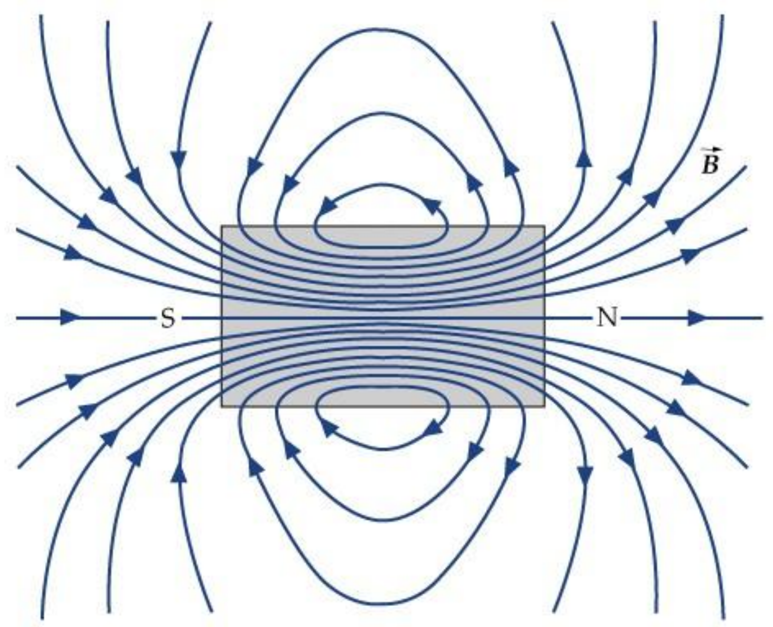
магнитное поле внутри бесконечно длинного соленоида однородно

магнитное поле вне бесконечно длинного соленоида отсутствует

Реальное поле соленоида :



(a)



(a)