

Поиск оптимальных решений Управленческое решение

История

- Человеку нужна масса вещей, которые надо делать. Производство (посуда, одежда, лодки,...)
- На смену индивидуальному производству приходит массовое, возникает вопрос кого на какую работу поставить
- Первые ласточки управленческого аппарата –помощники счетоводы,...

Постановка задачи Проектирование

независимо от объекта проектирования

- Спроектировать изделие заданной стоимости с наилучшими свойствами.
- Спроектировать изделие с заданными свойствами, но наименьшей стоимости

Задача распределения ресурсов

- Кого на какую работу поставить, чтобы (не простаивали, чтобы была наибольшая отдача
- Как распределить сырье, чтобы....

Задача распределения ресурсов по времени

- Требуется ответить когда та или иная работа должна быть начата и окончена (жарь рыбу жарь, рыба будет...)

Задачи стохастической оптимизации

- При любой работе возможны перебои с сырьём, поломка оборудования, ...различные непредвиденные обстоятельства. Ответы даст этот тип задач.

Критерий – это путь поиска управленческого решения

- Перед тем как принять решение, надо знать ЧТО мы хотим
- Как правило, мы хотим, чтобы ВСЁ было ЛУЧШЕ
- Если смысл этих слов (ВСЁ, ЛУЧШЕ) не определен, значит критерий не принят

Дополнительные бесчисленные вопросы - анализ

- Что будет, если...
- Что надо, чтобы...

Методы решения задач

- Процесс принятия решения может быть неформализованным, т.е. интуитивным. Это творчество или искусство. Никакой гарантии правильности нет. Для убедительности придумывают достаточно веские и обоснованные причины, доказывающие правильность интуитивного решения.
- Формализованное решение принимается по четким рекомендациям и базируется на двух основных методах: логическом моделировании и оптимизации. Логическое моделирование использует правила, составленные высококвалифицированными специалистами, а применяют люди принимающие решение. Для реализации логического моделирования

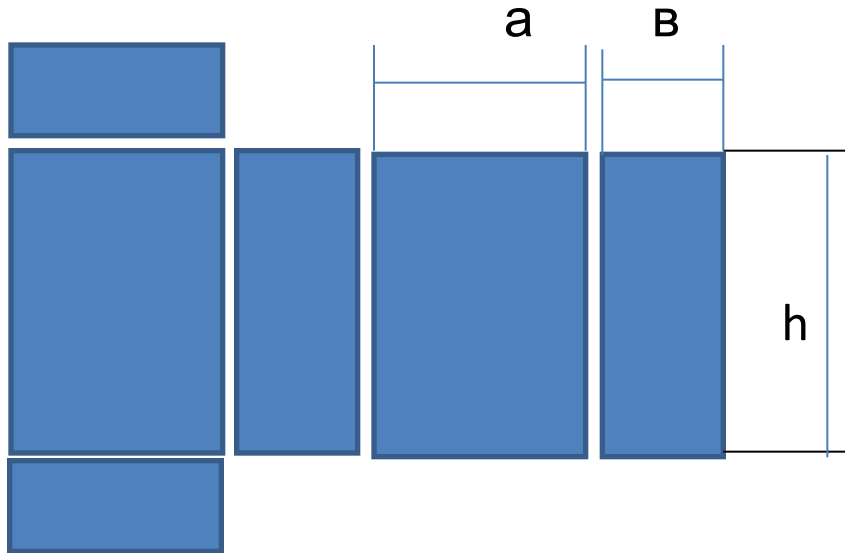
Оптимальное решение базируется на:

- Математической модели – описывает зависимость между исходными данными и искомыми величинами.
- Решение задачи на компьютере – с помощью программного обеспечения реализующего алгоритмы поиска оптимального решения. Алгоритмы настолько сложны, что «в лоб» - вручную их реализовать невозможно.
- Исходных данных – «что посеешь, то пожнёшь». Никакое быстроедействие и оперативная память компьютера не заменят достоверности исходных данных.

Математическое моделирование

- **Преимущества:**
 - Быстрый ответ на поставленный вопрос
 - Возможность широкого экспериментирования
- **Для успешности модели надо:**
 - Учитывать главные свойства модели объекта
 - Пренебрегать второстепенными свойствами
 - Уметь отделить главные от второстепенных
- **Составление модели – это творчество**
 - Начинается с содержательной постановки задачи – специалисты предметной области

Пример с баком



Многовариантный расчет 1 ($V=2000$)

Вариант	a	b	h
1	10	5	40
2	10	20	10
3	10	25	8

Многовариантный расчет 2

(цель работы=формулы)

- Потребности в материале (площадь S)

$$S=2[ab+(a+b)h]$$

- Потребности в работе или длина шва для сварки (длина L)

$$L=2(a+2b)+h$$

Многовариантный расчет 3 (Результат)

Вариант	S	L
1	1300	80
2	1000	110
3	1060	128

Постановка задачи в общем виде

(1)

для бака

1. Определить размеры бака объемом $V=2000$, чтобы использовать минимум материала (S

min) или \longrightarrow]

$$S=2[ab+(a+b)h$$

min]

$$abh=2000$$

Добавляются условия необходимые машине:

$$0 < a, b, h < \infty$$

Постановка задачи в общем виде (2)

1. Целевая функция (**ЦФ**) показывает в каком смысле искомое решение должно быть наилучшим.
2. Граничные условия (**ГРУ**) показывают предельно допустимые значения искомых величин (a, b, h)
3. Ограничение (**ОГР**) показывает зависимость между значениями искомых переменных.

Целевая функция ЦФ

- Или критерий оптимизации, показывает в каком смысле решение должно быть наилучшим. Возможны 3 вида ЦФ:
 - Максимизация
 - Минимизация
 - Назначение заданного значения

Ограничения ОГР

- Устанавливают зависимости между переменными. Они могут быть:
 - Односторонними
 - $G_i(x_j) \leq B_i$
 - Двусторонними
 - $A_i \leq G_i(x_j) \leq B_i$

Граничные условия ГРУ

- Показывают в каких пределах могут быть значения искомым переменных в оптимальном решении.

Решения задачи

- Допустимое решение – удовлетворяет всем ограничениям и граничным условиям. Если модель правильная, то задача будет иметь целый ряд допустимых решений

Основная характеристика задачи оптимизации - размерность

- Определяется :
 - Числом переменных (n)
 - Числом ограничений (m)
- Возможны соотношения:
 - $n < m$
 - $n = m$
 - $n > m$

$$n < m$$

- Пример ($n=1$, $m=2$)

- $x_1 + 2 = 6$

- $x_1 - 8 = 10$

Очевидно: такие задачи решения не имеют

$$n=m$$

- Пример ($n=2, m=2$)
 - $x_1+x_2=5$
 - $x_1-x_2=1$
- Это необходимое условие для решения системы уравнений.
- Напоминание : когда говорят о количестве уравнений, то имеют в виду только линейно-независимые уравнения (пример)

$n > m$ (1)

- Пример ($n=2$, $m=1$)

$$x_1 + x_2 = 5$$

- В этом случае может быть множество значений x_1 и x_2 , удовлетворяющих уравнению
- Замечание: до сих пор мы рассматривали ограничения в виде уравнений, однако зачастую ограничения записываются в виде неравенств (пример: $x_1 \leq 5$,
–вводом переменной $y_1 \geq 0$
–переходим от неравенства к уравнению $x_1 + y_1 = 5$)

$n > m$ (2)

- В общем случае число переменных (N) x_j и y_i будет $N=n+m$, а число уравнений останется прежним (m).
- Так как $N=n+m > m$, такая система имеет бесчисленное множество решений. Если ограничения – неравенства, то это всегда бесчисленное множество решений
- Для случая $n=m$ систему можно рассматривать как задачу оптимизации имеющую одно допустимое решение, назначая в качестве целевой функции значение любой переменной

Требование, чтобы задача имела оптимальное решение

- Существуют допустимые решения
- Имеется критерий, показывающий в каком смысле принимаемое решение должно быть оптимальным, т.е. наилучшим из допустимых

Классификация математических моделей (по элементам)

- **Исходные данные**

Детерминированные
Случайные

- **Искомые переменные**

Непрерывные
Дискретные

- **Зависимости**

Линейные
Нелинейные

Классы задач оптимизации

№ п.п.	Исходные данные	Искомые переменные	Зависимости	Класс задач
1	Детерминированные	Непрерывные	Линейные	Линейного программирования
2	Детерминированные	Целочисленные	Линейные	Целочисленного программирования
3	Детерминированные	Непрерывные, Целочисленные	Нелинейные	Нелинейного программирования
4	Случайные	Непрерывные	Линейные	Стохастического программирования

Этапы работ при принятии оптимального решения (1)

- Выбор задачи
 - должно быть более одного решения
 - Знать в каком смысле искомое решение должно быть наилучшим
- Содержательная постановка задачи должна прояснить:
 - Вид исходных данных
 - Тип искомых переменных
 - Пределы, в которых могут находиться искомые величины
 - Вид зависимостей между переменными
 - Критерий поиска решения
- Составление математической модели

Этапы работ при принятии оптимального решения (2)

- Сбор исходных данных
- Составление и решение задачи на контрольном примере ограниченной размерности. Проверка адекватности математической модели.
- Принятие оптимального решения
- Графическое представление результатов решения и анализа
- Принятое решение – это не результат вычислений, а результат анализа.

Анализ решаемых задач (Виды анализа)

При постановке задачи		При получении оптимального решения
Вариантный анализ	Решение по заказу	Анализ решения
Параметрический		Анализ устойчивости
Структурный		Анализ пределов
Многокритериальный		
При условных исходных данных		

АНАЛИЗ при постановке задачи

- **Что будет если....**- вариантный анализ:
 - Параметрический - анализ при различных значениях некоторого параметра
 - Структурный – анализ решения задачи при различной структуре ограничений
 - Многокритериальный – решение задачи по разным целевым функциям
 - При условных исходных данных - исходные данные зависят от соблюдения некоторых условий
- **Что надо, чтобы....**- Решение по заказу – целью является решение задачи при заданных значениях: переменных, целевой функции, левых частей ограничений.