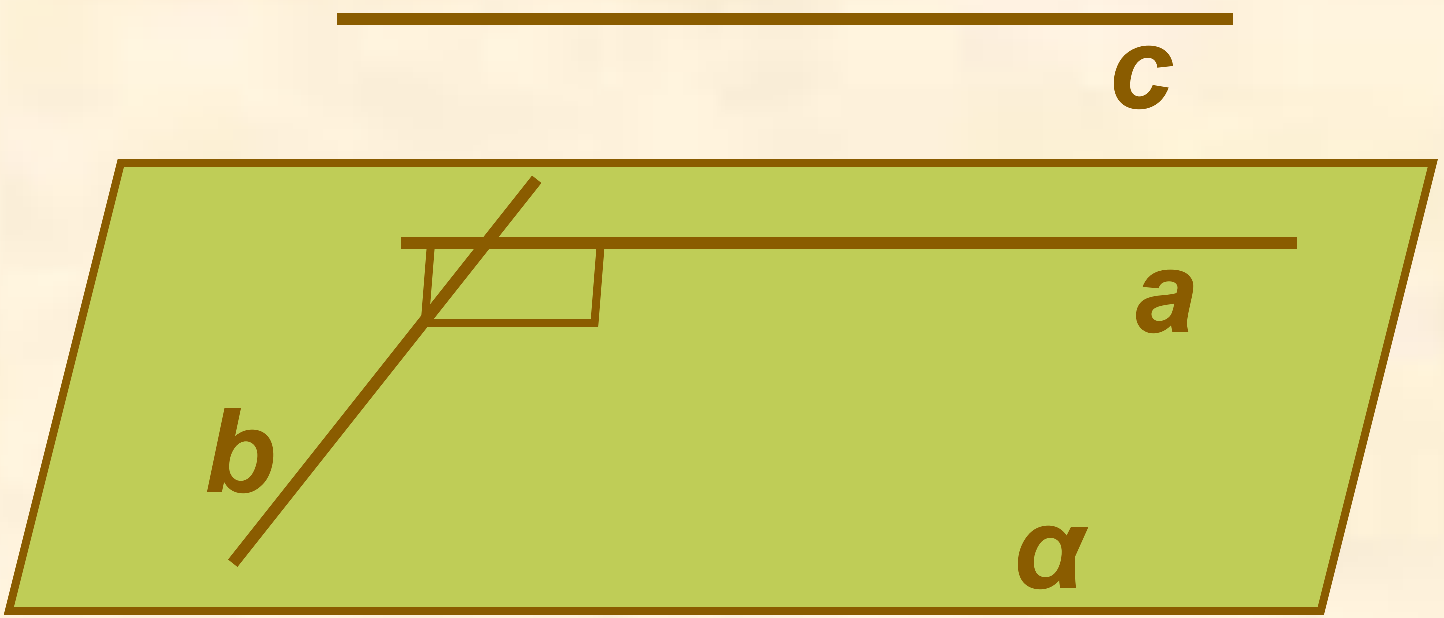
Перпендикулярность прямых и плоскостей

Перпендикулярные прямые в пространстве

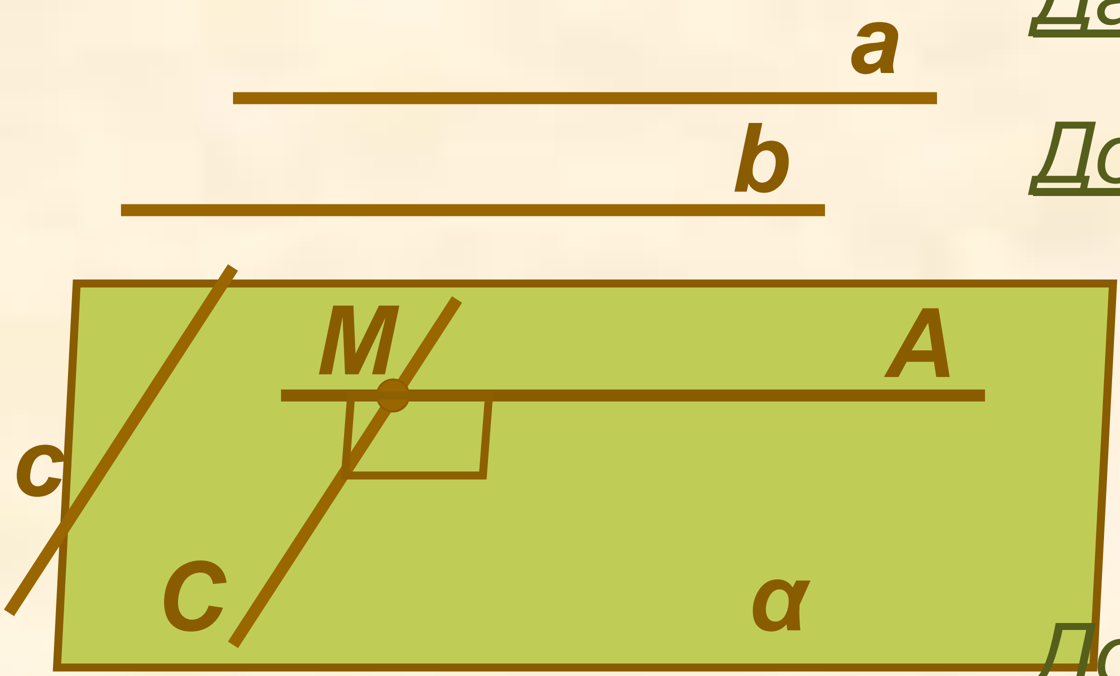
Две прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90º



$a \perp b$ $c \perp b$

Лемма

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

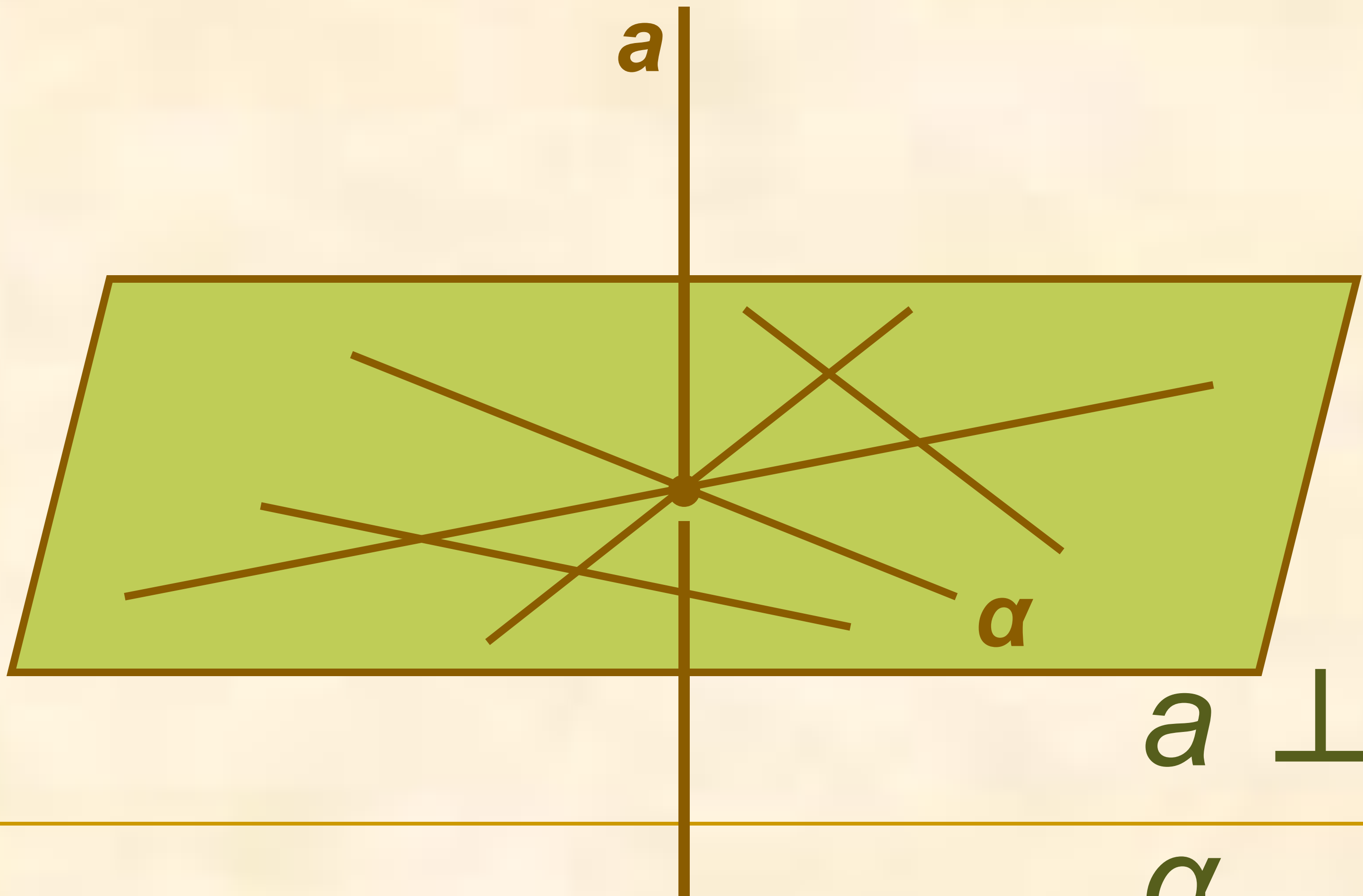


<u>Дано:</u> $a \parallel b$, $a \perp c$

<u>Доказать:</u> $b \perp c$

<u>Доказательство:</u>

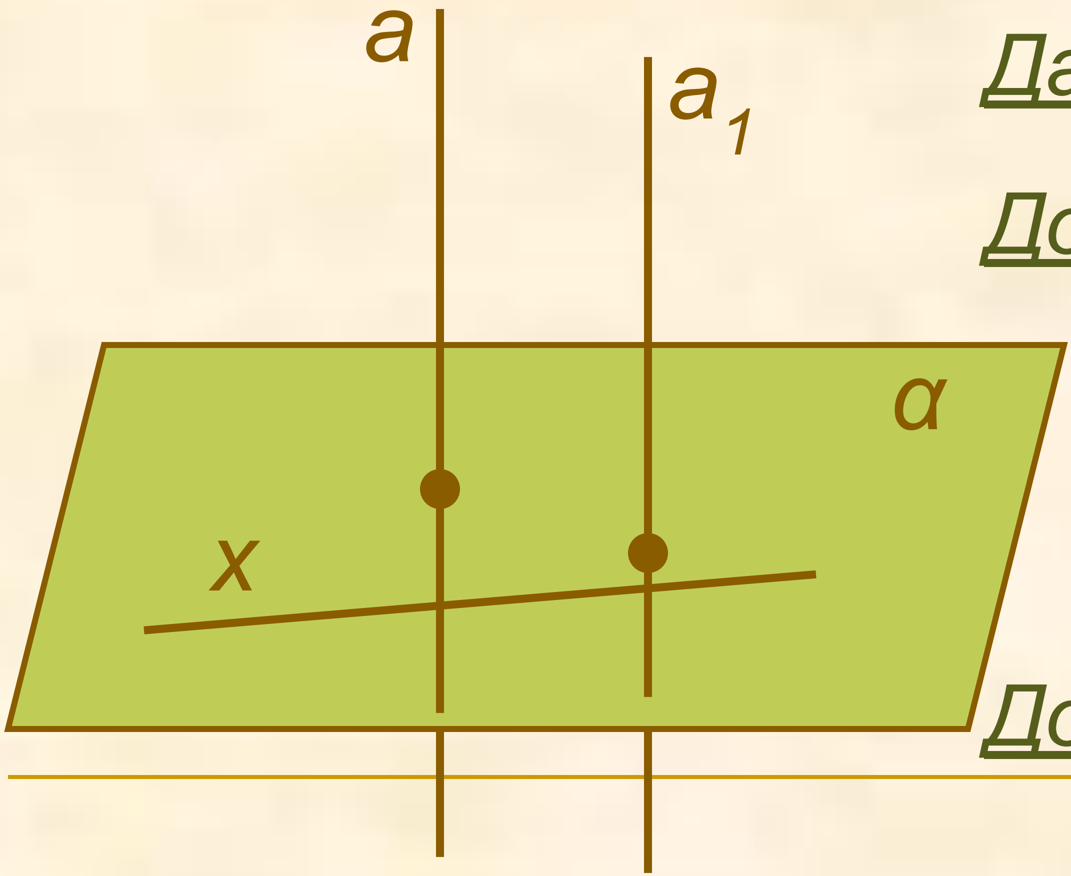
Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости



$a \perp \alpha$

Теорема 1

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.



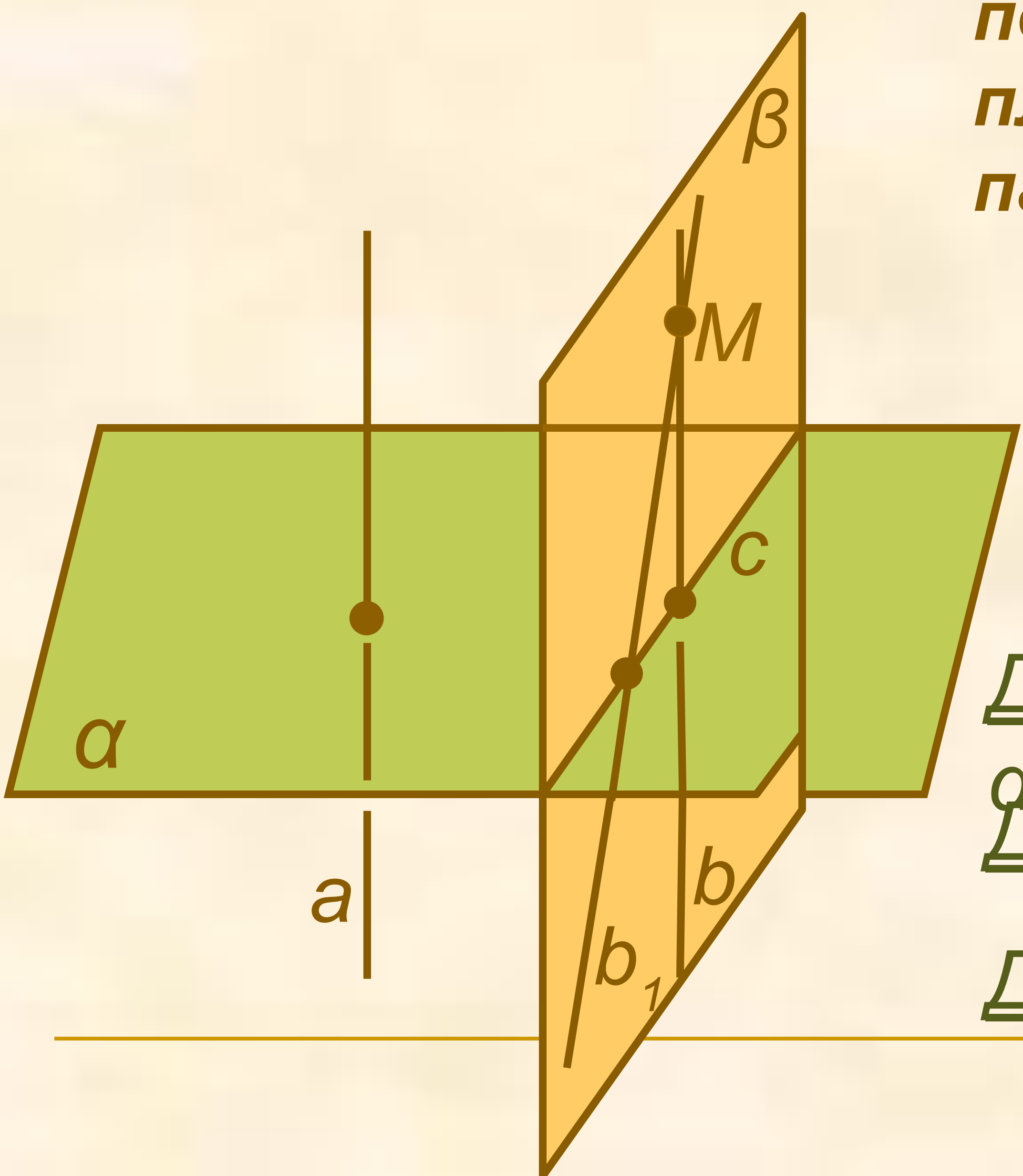
Дано: $a \parallel a_1;\ a \perp \alpha$

Доказать: $a_1 \perp \alpha$

Доказательство:

Теорема 2

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



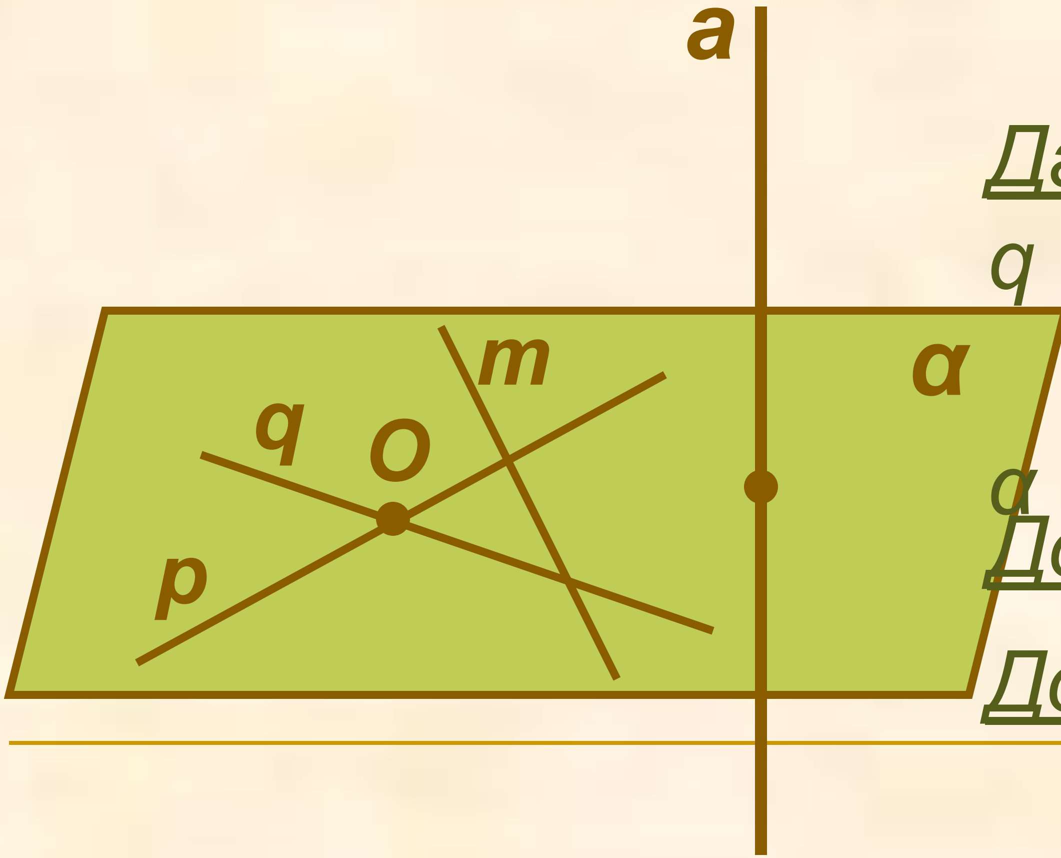
Дано: $a \perp \alpha; b \perp \alpha$

Доказать: $a \parallel b$

Доказательство:

Признак перпендикулярности прямой и плоскости

Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.



Дано: $a \perp p$; $a \perp q$

$p \subset \alpha$; $q \subset \alpha$

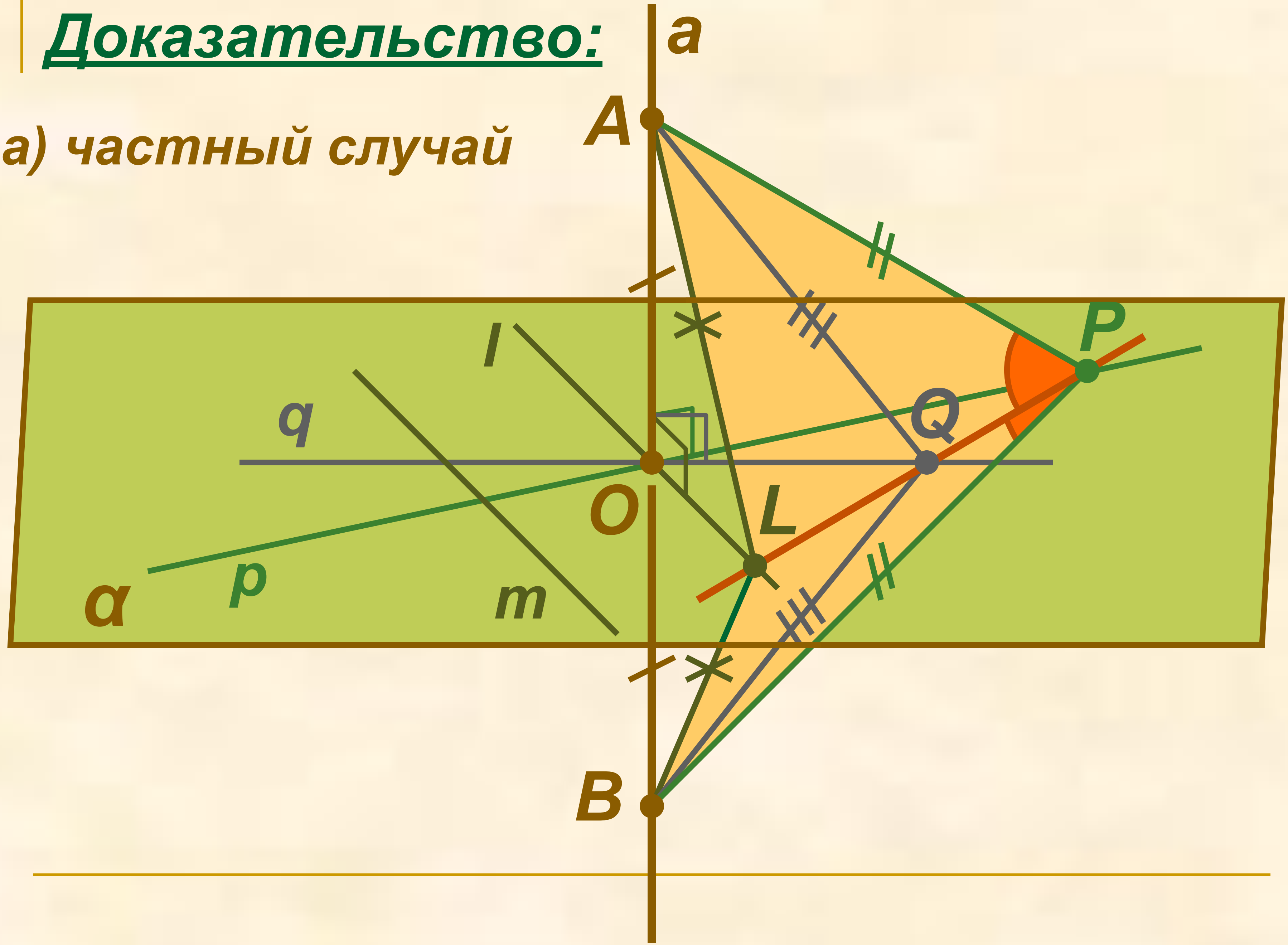
$p \cap q = O$

Доказать: $a \perp \alpha$

Доказательство:

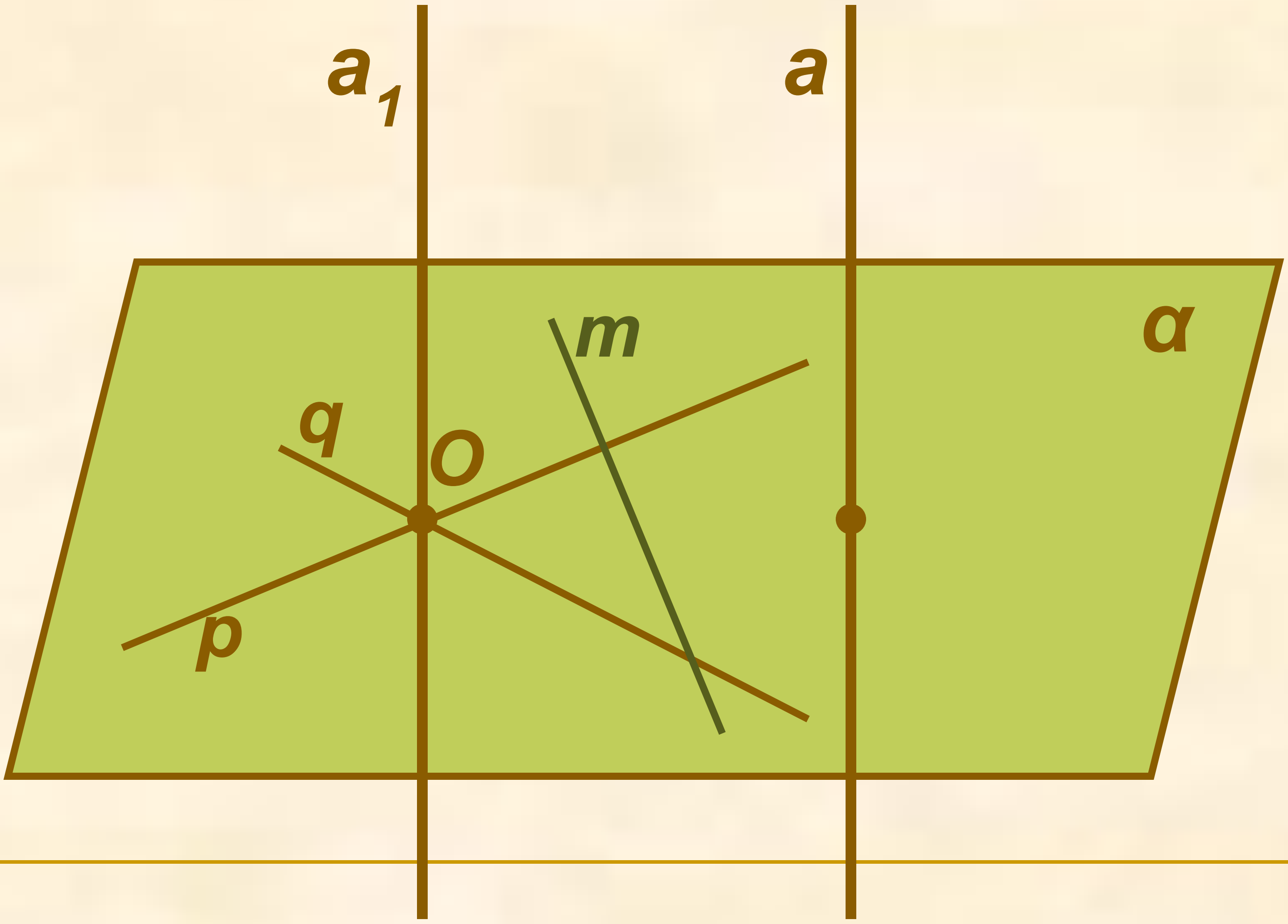
Доказательство:

а) частный случай



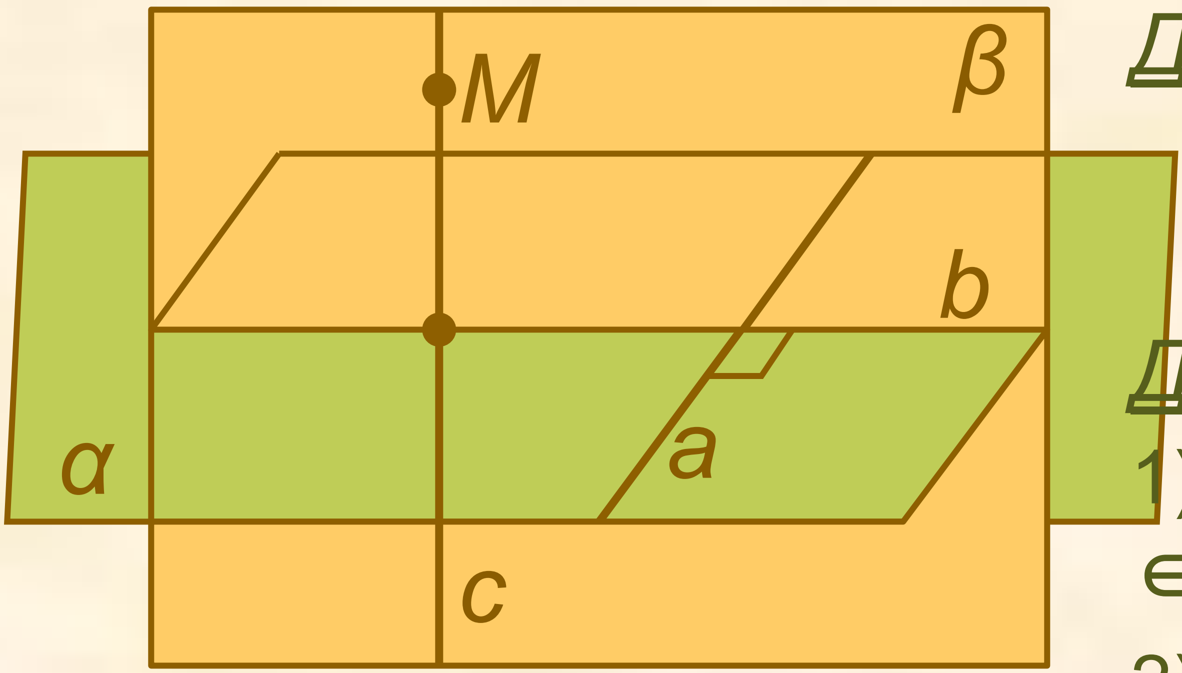
Доказательство:

а) общий случай



Теорема 4

Через любую точку пространства проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и притом только одна.



<u>Дано:</u> α; $M \notin \alpha$

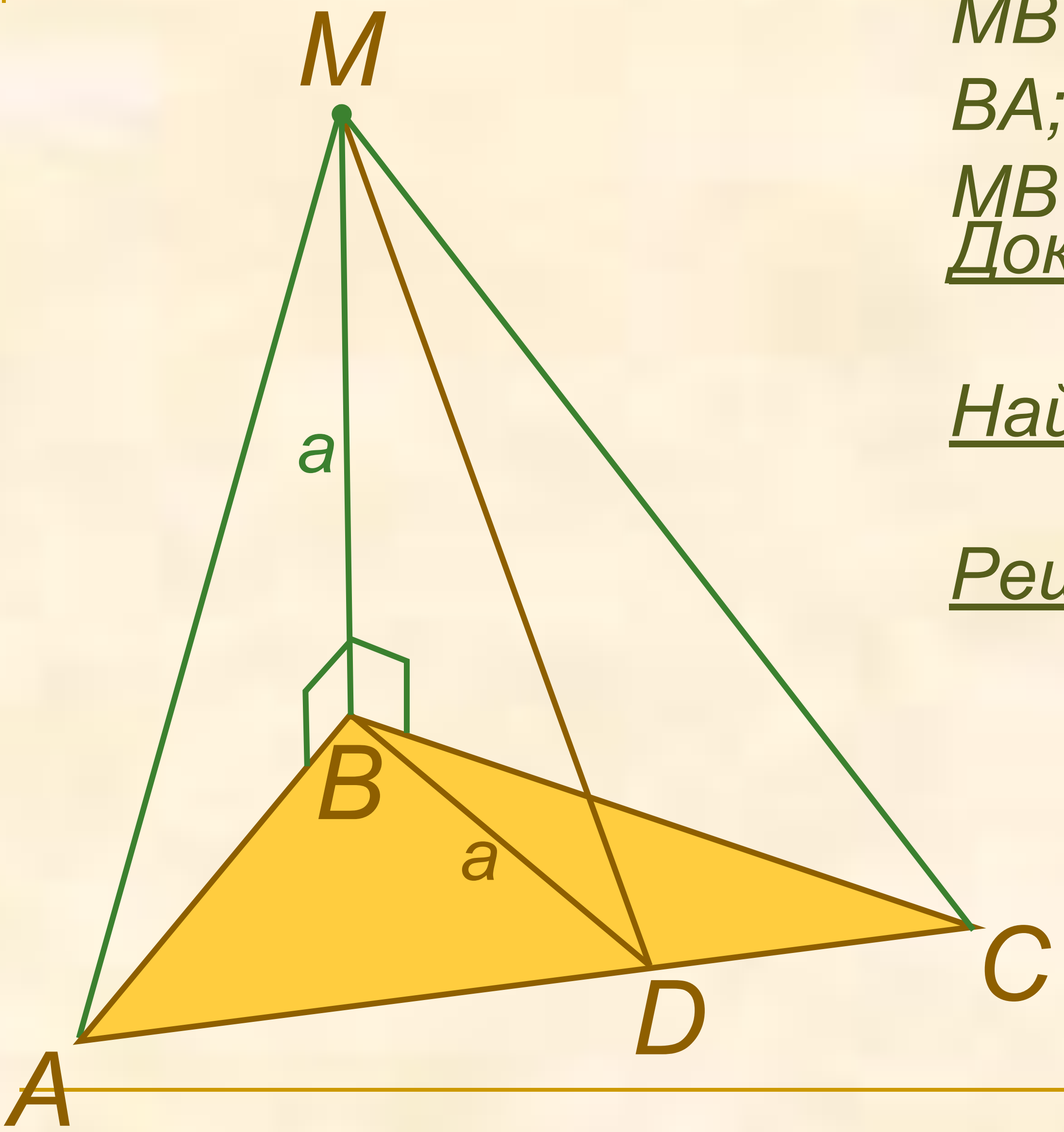
<u>Доказать:</u>

1) $\exists\ c,\ c \perp \alpha,\ M \in c$;

2) c – !

<u>Доказательство:</u>

Задача



Дано: ΔABC;
$MB \perp BC$; $MB \perp BA$;
$MB = BD = a$

Доказать: $MB \perp BD$

Найти: MD

Решение: