$$\boxed{a \sin x + b \cos x = 0;}$$

Уравнение вида $a \sin x + b \cos x = 0$ называют однородным тригонометрическим уравнением первой степени.

Уравнение вида

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$$

называют однородным тригонометрическим уравнением второй степени.

Если $a = 0$:

$$\boxed{b \cos x = 0;}$$

Если $b = 0$:

$$\boxed{a \sin x = 0;}$$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \sin x + b \cos x = 0;$

Если $\cos x = 0$; $\Rightarrow$ $a \sin x + b \cos x = 0$; $\rightarrow$ $a \sin x = 0$;

$a \neq 0$ $\Rightarrow$ $\sin x = 0$;

$$\boxed{\sin^2 x + \cos^2 x = 1;}$$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \sin x + b \cos x = 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$\boxed{a \neq 0;\ b \neq 0;} \quad \Rightarrow \quad a \neq 0;\ b \neq 0;$

$\cancel{a \neq 0;\ b \neq 0;}\ a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \operatorname{tg} x + b = 0;$

$a \operatorname{tg} x = -b;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

Вывод:

Уравнение вида $a \sin mx + b \cos mx = 0$ называют **однородным тригонометрическим уравнением первой степени**.
Чтобы решить его, делят обе части на $\cos mx$.

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

Решение.

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$ $a \neq 0;\ b \neq 0;$ $a \neq 0;\ b \neq 0;$

$x = \operatorname{arctg} a + \pi n;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$ $a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$\boxed{a \neq 0;\ b \neq 0;}$

$$\boxed{a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0;}$$

$a = 0$:

$b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0;$

$\cos x\,(b \sin x + c \cos x) = 0;$

$\cos x = 0;$ или $b \sin x + c \cos x = 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$b \operatorname{tg} x + c = 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$ $t = x;$ $a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$\boxed{a \neq 0;\ b \neq 0;}$

$\boxed{a \neq 0;\ b \neq 0;}$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$c = 0$:

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x = 0;$$

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0;$$

$$a \neq 0; b \neq 0;$$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

Решение.

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

cos x = 0 $a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$ $a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$

$a \neq 0;\ b \neq 0;$ ■

Пример 3. Решить уравнение $3\sin^2 2x - 2\sin 2x \cos 2x + 3\cos^2 2x = 2$
и найти его корни, принадлежащие промежутку $(-\pi; \pi)$.

Решение.

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$z = \operatorname{tg} 2x;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$ $a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$\boxed{\sin^2 x + \cos^2 x = 1}$

$\boxed{a \neq 0; b \neq 0;}$

Пример 3. Решить уравнение $3\sin^2 2x - 2\sin 2x \cos 2x + 3\cos^2 2x = 2$
и найти его корни, принадлежащие промежутку $(-\pi; \pi)$.

Решение.

$a \neq 0; b \neq 0;$

tg t = a; t = 2x; a = 1;

x = arctg x a + πn;

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$

n: −2, −1, 0, 1;

n = −2: $a \neq 0; b \neq 0;$

n = −1: $a \neq 0; b \neq 0;$

n = 0: $a \neq 0; b \neq 0;$

n = −1: $a \neq 0; b \neq 0;$

$a \neq 0; b \neq 0;$ ■