

Лекция 1

1. Механика

1.1. Кинематика

Основные кинематические характеристики прямолинейного и криволинейного движения: путь, перемещение, скорость и ускорение. Нормальное, тангенциальное и полное ускорения. Кинематика вращательного движения: угловой путь, угловая скорость и угловое ускорение, их связь с линейными величинами. Период и частота вращения.

Механика

Механическое движение

Механическим движением тела называется изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени.

Система отсчета

Тело, которое считается неподвижным, и по отношению к которому определяется положение других тел, называют телом отсчета. Тело отсчета вместе со связанной с ним системой координат образуют систему отсчета.

Относительность механического движения

Зависимость характера движения от выбора тела, относительно которого это движение определяется, называется относительностью движения. Всякое движение, и покой в частности, является относительным.

Кинематика

Абсолютно твердое тело

Абсолютно твердым называется тело, деформацией которого можно пренебречь. В таком теле расстояние между двумя точками неизменно во времени.

Поступательное движение тела

Движение тела, при котором все его точки движутся одинаково, называется поступательным. При таком движении любая прямая, жестко связанная с телом, перемещается в пространстве, оставаясь параллельной самой себе.

Материальная точка

Тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь (по сравнению с масштабом движения), называется материальной точкой.

Траектория движения

Траекторией движения материальной точки называется линия, которую эта точка описывает в пространстве при своем движении.

Путь

Путь — скалярная физическая величина, численно равная длине отрезка траектории, пройденного телом за время движения.

$$S = S(t)$$

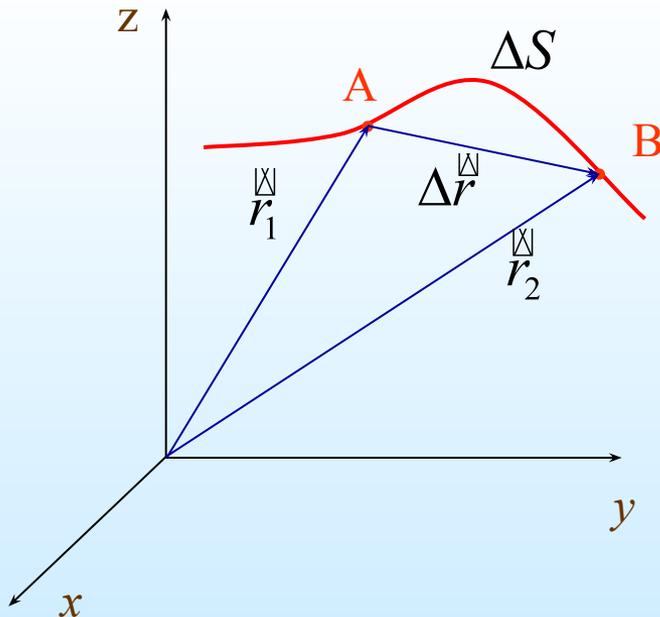
$$\Delta S = S(t_2) - S(t_1)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Перемещение

Перемещением тела (материальной точки) называется направленный отрезок прямой (вектор), соединяющий начальное и конечное положение тела.

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



Прямолинейное движение

Движение называется прямолинейным, если его траектория представляет собой прямую линию.

При прямолинейном движении путь и перемещение совпадают: $|\Delta \vec{r}| = \Delta S$

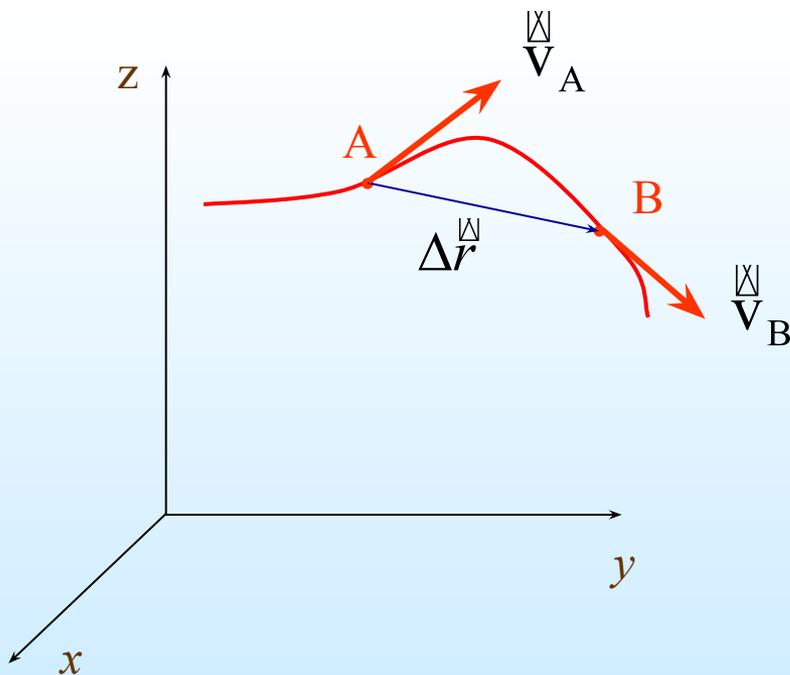
При криволинейном движении они совпадают в пределе для бесконечно малого перемещения: $|d\vec{r}| = dS$

Линейная скорость

Линейной скоростью перемещения тела называют векторную физическую величину, характеризующую процесс изменения пространственного положения тела относительно выбранной системы отсчета, численно равную перемещению тела в единицу времени и совпадающую по направлению с этим перемещением.

Единица скорости

За единицу скорости (м/сек) принимают скорость такого движения, при котором тело за 1 сек перемещается на расстояние 1 м.



$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Мгновенная скорость:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$v = |\vec{v}| = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| = \frac{dS}{dt}$$

Мгновенная скорость

Мгновенная скорость, или скорость в данной точке, равна отношению достаточно малого перемещения на участке траектории, включающем эту точку, к малому промежутку времени, в течение которого это перемещение совершается. Направлена по касательной к траектории в данной точке.

Равномерное прямолинейное движение

Равномерным прямолинейным называется такое прямолинейное движение, при котором тело (материальная точка) за любые равные промежутки времени проходит одинаковый путь.

Средняя скорость

Средней скоростью движения на данном участке пути называется отношение длины этого участка пути к промежутку времени, за которой этот участок пройден.

Средняя скорость есть скорость такого равномерного движения, при котором тело прошло бы данный участок пути за тот же промежуток времени.

$$v_{\text{cp}} = \bar{v} = \langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{(S_2 - S_1)}{(t_2 - t_1)}$$

Принцип независимости движений

Если тело участвует одновременно в нескольких движениях, то каждое из них совершается независимо от остальных.

$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \dots + \vec{r}_n = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i$$

Сложение скоростей

Скорость тела относительно неподвижной системы координат равна геометрической (векторной) сумме скорости тела относительно подвижной системы координат и скорости подвижной системы координат относительно неподвижной.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_1}{dt} + \frac{d\vec{r}_2}{dt} + \dots + \frac{d\vec{r}_n}{dt} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \dots + \vec{v}_n = \sum_{i=1}^n \vec{v}_i$$

При движении вдоль одной прямой скорости направленные по направлению движения берутся со знаком "+", против движения со знаком "-".

Линейное ускорение

Линейное ускорение — векторная физическая величина, характеризующая процесс изменения линейной скорости с течением времени, численно равная изменению скорости в единицу времени и совпадающая по направлению с направлением этого изменения.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Единица ускорения

За единицу ускорения (м/сек²) в системе СИ принимают ускорение такого движения, при котором тело за 1 сек изменяет свою скорость на 1 м/сек.

Мгновенное ускорение

Мгновенное ускорение, или ускорение в данной точке, равно отношению достаточно малого изменения скорости на участке траектории, включающем эту точку, к малому промежутку времени, в течении которого это изменение совершается.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$a = |\vec{a}| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d^2 S}{dt^2}$$

Тангенциальное ускорение

Тангенциальным (касательным) ускорением называется составляющая ускорения, обусловленная изменением модуля вектора скорости.

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}$$

Нормальное ускорение

Нормальным (центростремительным) ускорением называется составляющая ускорения, обусловленная изменением направления вектора скорости.

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{AB}{AO}$$

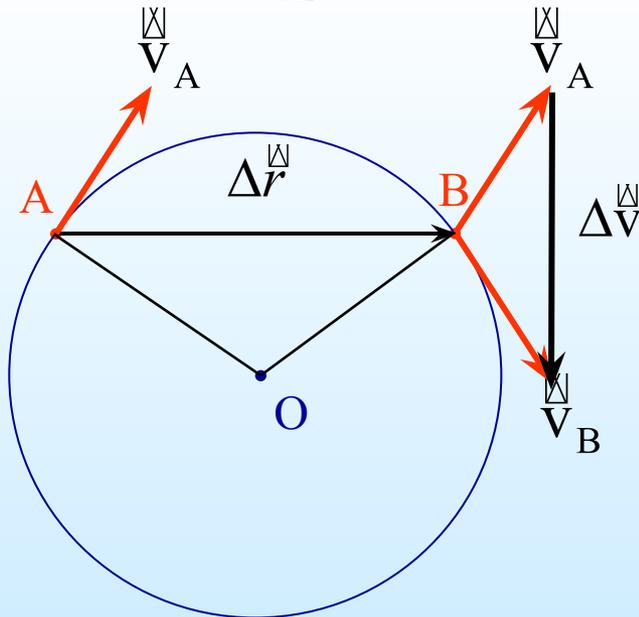
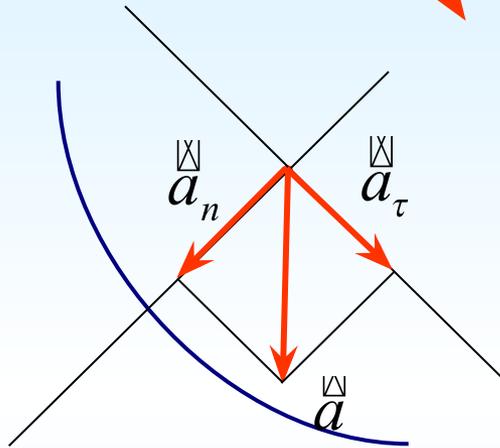
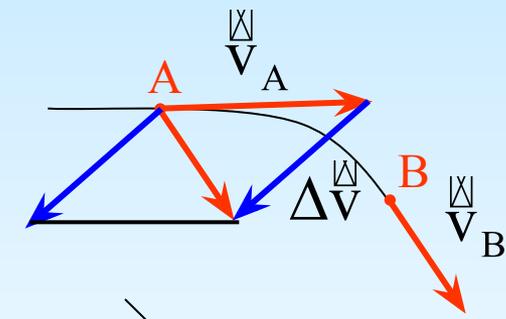
$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{R} = \frac{v \cdot \Delta t}{R}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$$

$$\longrightarrow a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$



Частные случаи криволинейного движения

1. $a_\tau = 0$ $a_n = 0$

Равномерное прямолинейное движение

2. $a_\tau = \text{const}$ $a_n = 0$

Равнопеременное прямолинейное движение

3. $a_\tau = 0$ $a_n = \text{const}$

Равномерное движение по окружности

4. $a_\tau = \text{const}$ $a_n = \text{const}$

Равнопеременное движение по окружности

Кинематические уравнения и графики

Равномерное движение

$$S = v \cdot t$$

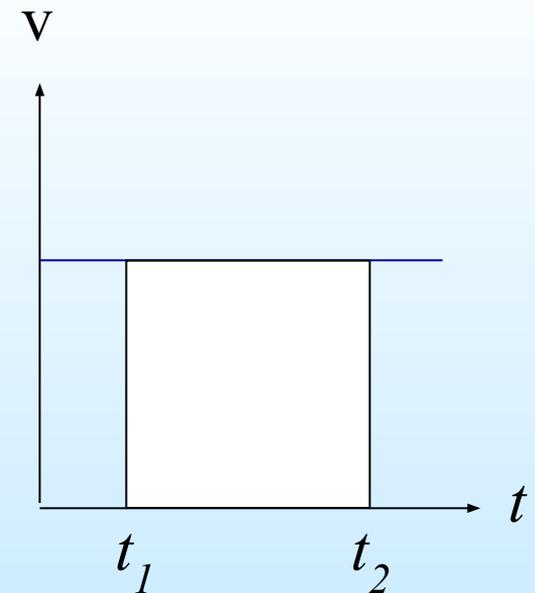
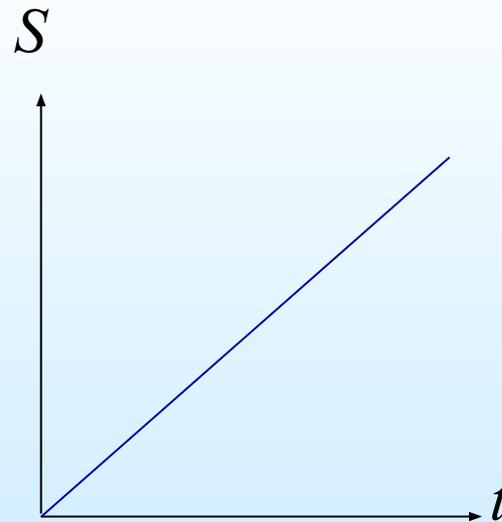
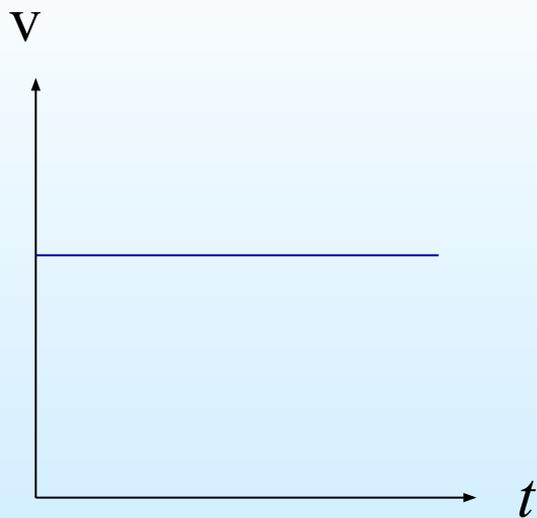
$$v = \text{const}$$

$$a = 0$$

При равномерном движении график зависимости пути от времени есть прямая линия, проходящая через начало системы координат.

При равномерном движении график зависимости скорости от времени есть прямая линия, проходящая параллельно оси времени.

При равномерном движении ускорение тела равно нулю.



Равнопеременное движение

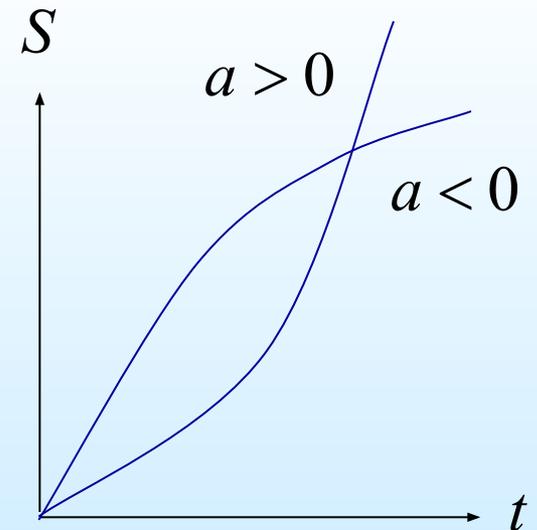
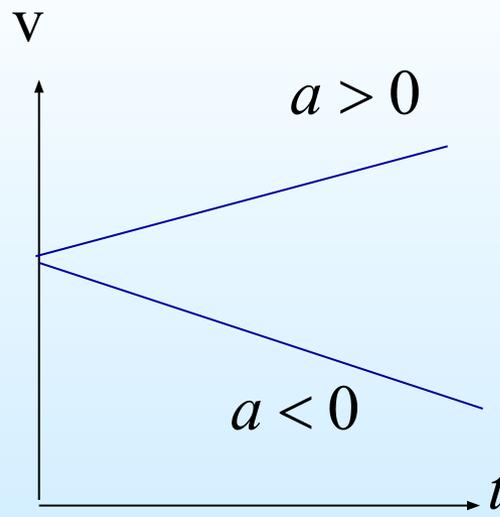
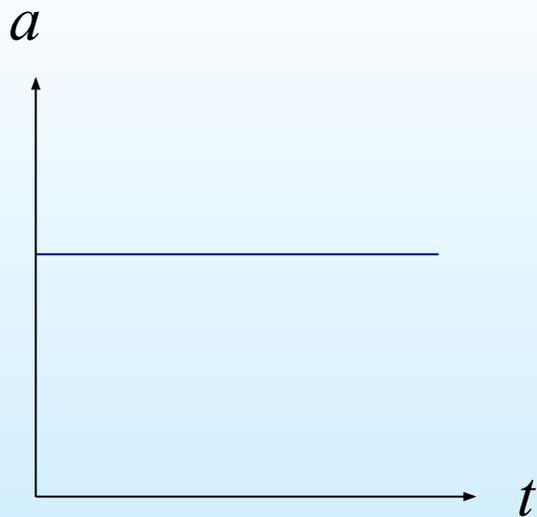
$$S = v_0 \cdot t \pm \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$v = v_0 \pm a \cdot t$$

$$a = \text{const}$$

При равнопеременном движении график зависимости скорости от времени есть прямая линия.

При равнопеременном движении график зависимости ускорения от времени есть прямая, параллельная оси времени.



Вращательное движение

Вращательным движением твердого тела вокруг неподвижной оси называется такое движение, при котором все точки тела двигаются по окружности, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения. Ось вращения перпендикулярна плоскости, в которой лежат эти окружности.

Вращение тела

Радиусы-векторы, соединяющие все точки твердого тела с центрами описываемых ими окружностей, поворачиваются за один и тот же промежуток времени на одинаковый угол, т.е. описывают одинаковый угловой путь.

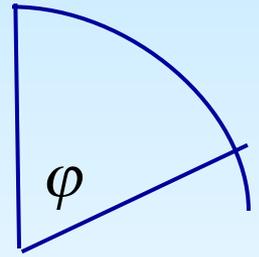
Угловой путь

Угловой путь тела — векторная физическая величина, характеризующая вращение тела вокруг неподвижной оси, численно равная углу поворота за определенный промежуток времени и направленная вдоль оси вращения так, что из конца вектора вращение видно происходящим против часовой стрелки.

$$\Delta\varphi$$

Единица угла поворота

За единицу угла поворота в системе СИ принимают 1 радиан (рад) — такой угол, длина дуги которого равна радиусу. В полном обороте 2π радиан.



Угловая скорость

Угловой скоростью вращения тела называют векторную физическую величину, характеризующую быстроту вращения тела вокруг неподвижной оси, численно равную угловому пути в единицу времени и направленную вдоль оси вращения. Направление угловой скорости вдоль оси вращения определяется по правилу "буравчика", т.е. таким образом, чтобы получился правый винт.

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Единица угловой скорости

За единицу угловой скорости рад/сек в системе СИ принимают угловую скорость такого вращения, при котором тело за 1 сек поворачивается на угол равный 1 рад.

Угловое ускорение

Угловым ускорением вращения тела называют векторную физическую величину, характеризующую быстроту изменения угловой скорости и численно равную изменению угловой скорости в единицу времени. Вектор углового ускорения направлен по оси вращения либо в сторону угловой скорости (при ускоренном вращении), либо противоположно ей (при замедленном вращении).

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$$

Единица углового ускорения

За единицу углового ускорения рад/сек² в системе СИ принимают угловое ускорение такого вращения, при котором угловая скорость вращения тела за 1 сек изменяется 1 рад/сек.

Равномерное вращение

Равномерным вращением твердого тела называется такое вращение, при котором тело за любые равные промежутки поворачивается на одинаковый угол поворота.

Период обращения

Периодом обращения называют скалярную физическую величину, численно равную промежутку времени, в течение которого тело совершает полный оборот, т.е. поворачивается на угол 2π .

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}$$



$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Частота обращения

Частотой обращения называют скалярную физическую величину, численно равную числу оборотов, совершаемых за единицу времени.

$$\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$



$$\omega = 2\pi\nu$$

Связь между линейными и угловыми единицами

Поступательное движение

Вращательное движение

Путь S

$$S = \varphi \cdot R$$

Угол поворота φ

Линейная скорость v

$$v = \omega \cdot R$$

Угловая скорость ω

Тангенциальное ускорение

$$a_{\tau} = \varepsilon \cdot R$$

Угловое ускорение ε

Нормальное ускорение

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

Кинематические уравнения и графики

Равномерное вращение

$$\varphi = \omega \cdot t$$

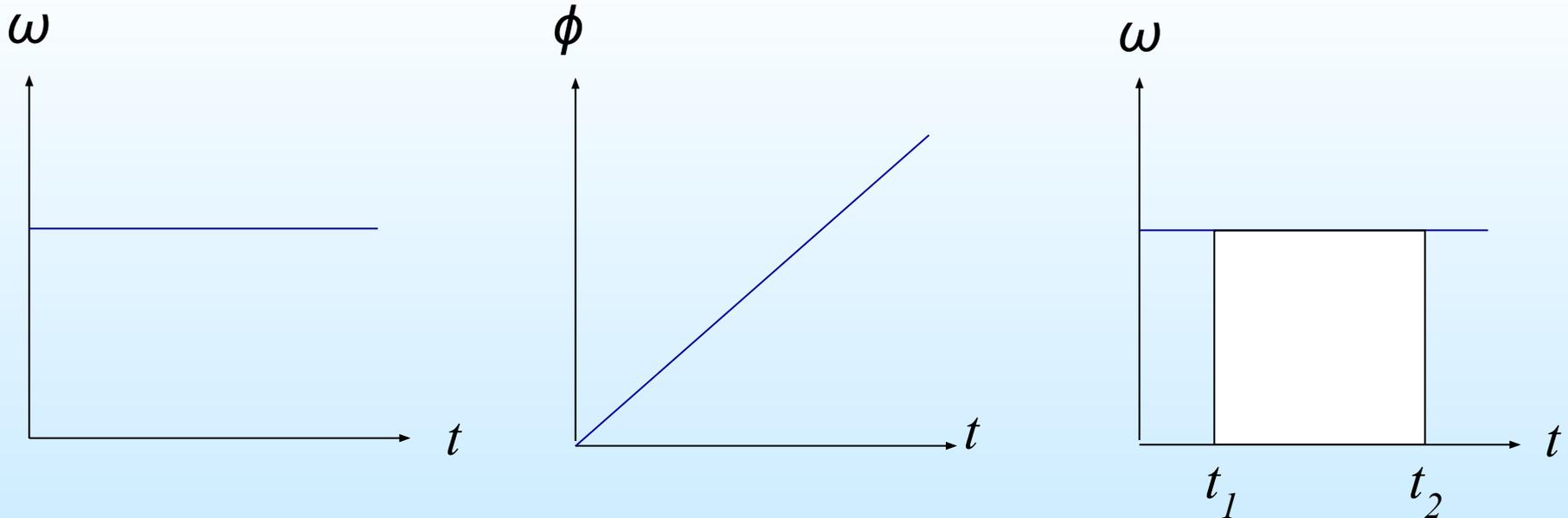
$$\omega = \text{const}$$

$$\varepsilon = 0$$

При равномерном вращении график зависимости угла поворота от времени есть прямая линия, проходящая через начало системы координат.

При равномерном вращении график зависимости угловой скорости от времени есть прямая линия, проходящая параллельно оси времени.

При равномерном вращении угловое ускорение тела равно нулю.



Равнопеременное вращение

$$\varphi = \omega_0 \cdot t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon \cdot t$$

$$\varepsilon = \text{const}$$

При равнопеременном вращении график зависимости угловой скорости от времени есть прямая линия.

При равнопеременном вращении график зависимости углового ускорения от времени есть прямая, параллельная оси времени.

