

# ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

**14-ГУ-8Б**

# ТИПЫ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИКИ ДАННЫХ И МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Выделяют четыре основных типа моделей динамики данных:

**Горизонтальную модель** используют, если наблюдения колеблются относительно постоянного уровня или среднего значения, в этом случае временной ряд называют стационарным. Внешние воздействия относительно постоянны. Прогнозирование включает использование его предыстории для оценки среднего значения, которое становится прогнозным. Для оценки будущей динамики могут быть использованы методы наивного прогнозирования, простого среднего, скользящего среднего, простое экспоненциальное сглаживание.

**Трендовая модель** применяется, если значения временного ряда возрастают или убывают в течение некоторого, достаточно большого промежутка времени. Методы прогнозирования должны дать возможность выявить закономерность и рассчитать параметры средней теоретической линии развития объекта. Эта задача может быть решена методами прогнозной экстраполяции, для оценки одного будущего значения используют методы скользящей средней и линейного экспоненциального сглаживания.

**Сезонная модель** используется, если на данные наблюдений влияют не только общие закономерности развития, но и сезонные факторы. В прогнозировании могут быть использованы модели экстраполяции с аддитивной и мультипликативной компонентой.


**Циклическая модель** применяется, если данные характеризуются подъемами и спадами, не зависящими от времени. Циклическая компонента обычно имеет причиной общие закономерности экономического развития (жизненный цикл продукции, деловой цикл, бизнес-цикл). Методы прогнозирования — классическое разложение, экономические индикаторы, эконометрические модели, многомерная регрессия.

# ВРЕМЕННОЙ РЯД.


**Временной (или динамический) ряд** — это упорядоченная во времени совокупность измерений одной из характеристик исследуемого объекта ( $Y_t$ ),  $t$  — порядковый номер анализируемого периода.

Временные ряды отличаются от простых статистических выборок в фиксированный момент времени следующими признаками:

последовательные во времени показатели временных рядов являются взаимозависимыми, особенно это относится к близко расположенным наблюдениям;



в зависимости от момента наблюдения показатели временного ряда обладают разной информативностью: информационная ценность наблюдений убывает по мере их удаления от текущего момента времени;



с увеличением количества показателей временного ряда точность статистических характеристик не будет увеличиваться пропорционально числу наблюдений, а при появлении новых закономерностей развития она может даже уменьшаться.

# ВИДЫ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ.

**Интервальный временной ряд** — это совокупность показателей, каждый из которых характеризует развитие объекта исследования за определенный период времени (год, квартал, месяц, сутки и т.п.).

**Моментный временной ряд** — это совокупность показателей, характеризующих состояние объекта на определенную дату, например на первое число каждого месяца, на первое января каждого года и т.п.

# ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ.

**Основное правило построения временных рядов** — необходимость обеспечения сопоставимости его отдельных показателей.

Для этого все элементы должны характеризовать изучаемое явление за равные промежутки времени или фиксировать состояние признака через равные интервалы. Каждое значение показателя во временном ряду необходимо рассчитывать по единой методике и выражать в одних и тех же единицах измерения. Количество измерений должно быть достаточно представительным, чтобы выявить устойчивую тенденцию.

# НАИВНЫЕ МОДЕЛИ.

**Наивное прогнозирование** основано на предположении, что предыдущее значение лучше всего предсказывает будущее.

Первый вариант. Прогнозное значение принимается равным предыдущему фактическому значению, такой прогноз называют прогнозом без изменений:

$$y_{\text{пр}} = y_{t-1\text{ф}}, \quad (5.1)$$

где  $y_{\text{пр}}$  — прогнозное значение в момент времени  $t$ ;  
 $y_{t-1\text{ф}}$  — фактическое значение в момент времени  $t-1$ .



Например, возьмем данные о валовом сборе плодов и ягод. В первый год было собрано 17,5 тыс. т, во второй — 16,0 тыс. т, в третий — 16,5 тыс. т, в четвертый — 16,3 тыс. т, а в пятый — 16,4 тыс. т.

Самым простым методом разработки прогноза на шестой год будет прогноз без изменений. В этом случае прогнозное значение  $Упр.6 = 16,4$  тыс. т.

Таблица 5.1

**Исходные данные и расчеты для оценки погрешности прогноза**

| $t$   | $y_t$ | $y_{пр}$ | $e_t$ | $ e_t $ | $e_t^2$ | $e_t/y_t$ | $ e_t /y_t$ |
|-------|-------|----------|-------|---------|---------|-----------|-------------|
| 1     | 17,5  | —        | —     | —       | —       | —         | —           |
| 2     | 16,0  | 17,5     | -0,5  | 0,5     | 0,25    | -0,0312   | 0,0312      |
| 3     | 16,5  | 16,0     | 0,5   | 0,5     | 0,25    | 0,0303    | 0,0303      |
| 4     | 16,3  | 16,5     | -0,2  | 0,2     | 0,04    | -0,0123   | 0,0123      |
| 5     | 16,4  | 16,3     | 0,1   | 0,1     | 0,01    | 0,0061    | 0,0061      |
| Сумма |       |          | -0,1  | 1,3     | 0,55    | -0,0071   | 0,0799      |

На основе данных (см. табл. 5.1) рассчитаем известные нам характеристики погрешности прогноза:  $\Sigma = 0,37$  тыс. т,  $MAD = 0,325$  тыс. т,  $MPE = -0,18\%$ ,  $MAPE = 2\%$ .

Второй вариант. Наивный прогноз, который можно получить, учитывая последние абсолютные или относительные изменения показателей. Он применяется, если значения фактических величин изменяются во времени.

Методы прогнозирования, основанные на усреднении, применяются, когда оперативно нужно обновлять прогнозы для реестров, содержащих большое количество исходных данных. Ограниченность их применения заключается в том, что они позволяют получить прогнозное значение только на период времени, непосредственно следующий за анализируемым.

# ПРОСТЫЕ И СКОЛЬЗЯЩИЕ СРЕДНИЕ

## **Методы простых средних.**

Прогнозное значение рассчитывается на основе обобщенных средних характеристик временного ряда в ретроспективном периоде. Эти характеристики представляют собой выражение динамики за весь период одним средним числом.

## К средним характеристикам динамики относятся:

средний уровень ряда, или  
средняя хронологическая;

средний абсолютный прирост;

средний темп роста;

средний темп прироста.

**Средний уровень ряда** показывает, какая средняя величина уровня характерна для всего анализируемого периода. К его расчету прибегают для рядов, состояние или изменение которых стабильно в течение большого периода времени, и рядов с уровнями, колеблющимися в короткие промежутки времени. Показатель рассчитывается различно для интервальных и моментных рядов.

Для *интервального ряда* сумма значений фактических показателей временного ряда делится на число показателей:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{n}. \quad (5.2)$$

Для *моментного ряда* расчет осуществляется по формуле (5.3).

$$y = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_t + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n-1}. \quad (5.3)$$

**Средний абсолютный прирост** ряда показывает скорость развития явления и рассчитывается по формуле:

$$\Delta \bar{y} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}, \quad (5.4)$$

где  $y_1$  — первый зарегистрированный показатель временного ряда;  
 $y_n$  — последний зарегистрированный показатель временного ряда;  
 $n$  — число показателей временного ряда.

**Средний темп роста** может быть рассчитан по формуле средней геометрической, при сравнении последнего показателя временного ряда с первым расчет осуществляется по

$$T_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}. \quad (5.5)$$

**Средний темп прироста** определяется по формуле

$$\bar{T}_{\text{пр}} = T_p - 1. \quad (5.6)$$

## Метод простого скользящего среднего.

Прогноз строится с учетом не всех наблюдений, а определенного количества последних наблюдений. Как только новое наблюдение становится доступным, оно включается в расчетную формулу (5.7.), а наиболее старое исключается. Скользящее среднее порядка  $k$  — это среднее значение  $k$  последовательных наблюдений:

$$\bar{y}_{t+1} = \frac{(y_t + y_{t-1} + y_{t-2} + \dots + y_{t-k+1})}{k}, \quad (5.7)$$

- где
- $t$  — количество измерений;
  - $y_t$  — значение исследуемой характеристики в текущем периоде;
  - $\bar{y}_i$  — прогнозное значение исследуемой характеристики на следующий период;
  - $k$  — количество наблюдений в скользящем среднем.

## Метод двойного скользящего среднего.

Представляет более сложную двухэтапную процедуру усреднения. Сначала временной ряд сглаживается методом простого скользящего среднего (5.7), а потом повторяется процедура усреднения для рассчитанных значений (5.8).

$$\bar{y}_t^{\cdot} = \frac{(\bar{y}_t + \bar{y}_{t-1} + \bar{y}_{t-2} + \dots + \bar{y}_{t-k+1})}{k}, \quad (5.8)$$

где  $\bar{y}_t^{\cdot}$  – вторичное скользящее среднее.



Для построения прогноза рассчитываются сумма первичного скользящего среднего и разницы между первичным и вторичным скользящим средним  $a$  (5.9) и коэффициент корректировки  $b$  (5.10):

$$a_t = \bar{y}_t + (\bar{y}_t - \bar{y}_{t-1}^*) = 2\bar{y}_t - \bar{y}_{t-1}^*; \quad (5.9)$$

$$b_t = \frac{2}{k-1}(\bar{y}_t - \bar{y}_t^*). \quad (5.10)$$

Прогнозное значение на  $p$  периодов вперед определяется по формуле:

$$\bar{y}_{t+p} = a_t + b_t p. \quad (5.11)$$

На основе исходной информации о валютном курсе рубля к доллару требуется построить прогноз валютного курса на следующий месяц. Рассмотрим результаты расчетов методами простого среднего, скользящего среднего и двойного скользящего среднего. Расчет скользящей средней приведен в табл. 5.2.

Таблица 5.2

**Расчет скользящей средней**

| $t$ | $y_t$  | $\bar{y}_t$ | $e_t$  |
|-----|--------|-------------|--------|
| 1   | 31,819 | —           | —      |
| 2   | 31,685 | —           | —      |
| 3   | 31,444 | —           | —      |
| 4   | 31,204 | 31,649      | 0,445  |
| 5   | 31,907 | 31,444      | -0,463 |
| 6   | 30,469 | 31,518      | 1,049  |
| 7   | 30,360 | 31,193      | 0,833  |
| 8   | 30,349 | 30,912      | 0,563  |
| 9   | 30,599 | 30,393      | -0,206 |
| 10  | 30,165 | 30,436      | 0,271  |
| 11  | 29,808 | 30,371      | 0,563  |
| 12  | 29,433 | 30,191      | 0,758  |

Прогнозное значение, рассчитанное по простой средней,

$Y_{13} = 30,770$  руб./дол.

Прогнозное значение, рассчитанное по скользящей средней (при  $k = 3$ ),  $Y_{13} = 29,802$  руб./дол., дисперсия  $D = 2,078$ , среднеквадратическое отклонение  $a = 1,44$  руб./дол.

Расчет двойной скользящей средней приведен в табл. 5.3.

Таблица 5.3

**Расчет двойной скользящей средней**

| $t$ | $y_t$  | $\bar{y}_t$ | $\bar{y}_t^*$ | $A$    | $b$    | $A + bp$ | $E$    |
|-----|--------|-------------|---------------|--------|--------|----------|--------|
| —   | 31,819 | —           | —             | —      | —      | —        | —      |
| —   | 31,685 | —           | —             | —      | —      | —        | —      |
| —   | 31,444 | 31,649      | —             | —      | —      | —        | —      |
| $t$ | $y_t$  | $\bar{y}_t$ | $\bar{y}_t^*$ | $A$    | $b$    | $A + bp$ | $E$    |
| —   | 31,204 | 31,444      | —             | —      | —      | —        | —      |
| —   | 31,907 | 31,518      | 31,537        | 31,499 | -0,019 | —        | —      |
| —   | 30,469 | 31,193      | 31,385        | 31,001 | -0,192 | 31,480   | 1,011  |
| —   | 30,360 | 30,912      | 31,208        | 30,616 | -0,296 | 30,809   | 0,449  |
| —   | 30,349 | 30,393      | 30,833        | 29,953 | -0,440 | 30,320   | -0,029 |
| —   | 30,599 | 30,436      | 30,580        | 30,292 | -0,144 | 29,513   | -1,086 |
| 0   | 30,165 | 30,371      | 30,400        | 30,342 | -0,029 | 30,148   | -0,017 |
| 1   | 29,808 | 30,191      | 30,333        | 30,049 | -0,142 | 30,313   | 0,505  |
| 2   | 29,433 | 29,802      | 30,121        | 29,483 | -0,319 | 29,207   | 0,474  |

Прогнозное значение, рассчитанное по скользящей средней (при  $k = 3$ ,  $p = 1$ ),  $Y_{13} = 29,164$  руб./дол., дисперсия  $D = 0,244$ ,  $a = 0,48$  руб/ дол.

# ПРОГНОЗНАЯ ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ.

**Экстраполяция** — метод прогнозирования, основанный на анализе динамики объекта прогнозирования в ретроспективном периоде.

Метод экстраполяции позволяет описать функцию, характеризующую движение исследуемой характеристики.

В процессе экстраполяции определяют временной ряд, тренд и случайную компоненту.

Ниже приведена формула временного ряда:

$$y_t = \bar{y}_t + \varepsilon_t \quad (5.12)$$

**Тренд** (эволюционная составляющая, вековая тенденция) — средняя линия движения прогнозируемой характеристики ( $\bar{y}_t$ ).

**Случайная компонента** характеризует случайные отклонения фактических показателей динамики объекта от средней линии ( $\varepsilon_t$ ).

Применяя данный метод, следует избегать *формальной экстраполяции*.

**Формальная экстраполяция**, основываясь исключительно на выявленных количественных зависимостях, предполагает сохранение в будущем тенденции развития объекта, выявленной в прошлом. Метод формальной экстраполяции не дает точных результатов, а при долгосрочном и дальнесрочном прогнозировании может привести к ошибочным и абсурдным результатам. Прогнозная экстраполяция увязывает данные о динамике объекта прогнозирования с анализом логики его развития.

# РАССМОТРИМ ДОСТОИНСТВА, НЕДОСТАТКИ И ГРАНИЦЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА ПРОГНОЗНОЙ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ.





## Экстраполяция может быть эффективно применена:

если причинно-следственное описание объекта является неадекватным в силу сложности, а статическое описание дает относительно высокую точность прогноза;

если в процессе нет управления, т.е. нельзя установить зависимость изменения его динамики от внешних воздействий;

если главная тенденция процесса настолько устойчива, что управление носит характер временных возмущений, лишь слегка отклоняющих процесс от его основной траектории;

если разрабатывается предупредительный, профилактический прогноз, цель которого — показать последствия инерционного развития.

## Экстраполяция не может быть применена:

-если отсутствует предыстория развития объекта;

если для развития объекта в прошлом характерны качественные изменения;

если назрела необходимость в качественных переменах объекта прогнозирования и прогнозного фона;

если информация о прошлом недостоверна.

# ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ПРОГНОЗНОЙ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ

**Этап 1.** Сбор исходной информации о значении исследуемой характеристики в ретроспективном периоде и построение временного ряда;

**Этап 2.** Предварительная обработка исходной информации с целью приближения временного ряда к тренду; сглаживание временного ряда; построение графика сглаженного временного ряда.

**Этап 3.** Исследование логики протекания процесса в целом, в том числе гипотезы его протекания в будущем.

**Этап 4.** Визуальный анализ графика сглаженного ряда для приблизительного определения вида соответствующего ему тренда из простых функций.

**Этап 5.** Расчет параметров выбранной функции экстраполяции, Построение точечного прогноза.

**Этап 6.** Расчет границ доверительного интервала прогноза; построение интервального прогноза; содержательная интерпретация полученных прогнозных результатов.

Сглаживание представляет собой усреднение значений временного ряда. Оно может быть выполнено по разным методикам: как *средние арифметические* или *средние геометрические*, по четному или нечетному количеству точек. Ниже приводятся формулы сглаживания по трем или пяти точкам по средней арифметической.

Формулы сглаживания по трем точкам:

$$\tilde{y}_0 = \frac{1}{3}(y_{-1} + y_0 + y_{+1}); \quad (5.13)$$

$$\tilde{y}_{-1} = \frac{1}{6}(5y_{-1} + 2y_0 - y_{+1}); \quad (5.14)$$

$$\tilde{y}_{+1} = \frac{1}{6}(y_{-1} + 2y_0 + 5y_{+1}), \quad (5.15)$$

где  $y_0, \tilde{y}_0$  — значения исходной и сглаженной функции в средней точке;

$y_{-1}, \tilde{y}_{-1}$  — значения исходной и сглаженной функции в левой от средней точки;

$y_{+1}, \tilde{y}_{+1}$  — значение исходной и сглаженной функции в правой от средней точки.

Формулы (5.14) и (5.15) применяются только по краям интервала.

Формулы сглаживания по пяти точкам:

$$\tilde{y}_0 = \frac{1}{5}(y_{-2} + y_{-1} + y_0 + y_{+1} + y_{+2}); \quad (5.16)$$

Формулы (5.14) и (5.15) применяются только по краям интервала. Формулы сглаживания по пяти точкам:

$$\tilde{y}_0 = \frac{1}{5}(y_{-2} + y_{-1} + y_0 + y_{+1} + y_{+2}); \quad (5.16)$$

$$\tilde{y}_{-1} = \frac{1}{10}(4y_{-2} + 3y_{-1} + 2y_0 + y_{+1}); \quad (5.17)$$

$$\tilde{y}_{+1} = \frac{1}{10}(y_{-1} + 2y_0 + 3y_{+1} + 4y_{+2}); \quad (5.18)$$

$$\tilde{y}_{-2} = \frac{1}{5}(3y_{-2} + 2y_{-1} + y_0 - y_{+1}); \quad (5.19)$$

$$y_{+2} = \frac{1}{5}(-y_{-2} + y_0 + 2y_{+1} + 3y_{+2}). \quad (5.20)$$

Процедура сглаживания может быть простой или рекуррентной. При рекуррентном сглаживании первоначально рассчитывается значение в первой точке временного ряда по простой средней, а при расчете значений в последующих точках в формулу подставляется сглаженное значение в предыдущей.

Следует учесть также, что чем короче исходный временной ряд, тем меньшее количество усреднений следует использовать. Процедура сглаживания повторяется от одного до трех раз. Степень сглаживания проверяется визуально или рассчитывается в соответствии с принятым критерием. Объективным критерием оценки целесообразности сглаживания может быть величина абсолютного отклонения сглаженных значений от фактических:

$$\varepsilon \geq |y_t - \tilde{y}_t|, \quad (5.21)$$

где  $\varepsilon$  — положительное число, выбираемое из соображений точности представления данных и точности последующих алгоритмов обработки.

Сглаженные значения, рассчитанные по разным методикам, как правило, не совпадают, но это не мешает решить основные задачи данного этапа — оценить возможность применения метода прогнозной экстраполяции и выбрать вид функции, способный описать рассматриваемый процесс.

Для окончательного выбора вида функции нужно исследовать логику протекания процесса в целом, в том числе гипотезы его протекания в перспективе. Игнорирование этого этапа приводит к ошибочным, а иногда к парадоксальным выводам.

Вы должны ответить на следующие вопросы:

-является ли исследуемый показатель величиной монотонно возрастающей, монотонно убывающей, стабильной или периодической;

-ограничен ли сверху или снизу исследуемый показатель каким-либо пределом;

-имеет ли функция, определяющая процесс, точку перегиба;

-обладает ли функция, описывающая процесс, свойством симметричности;

-имеет ли процесс четкое ограничение развития во времени?

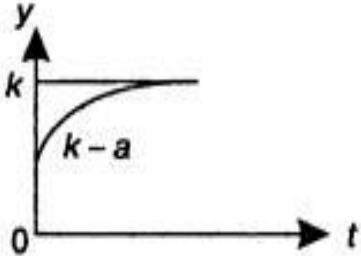
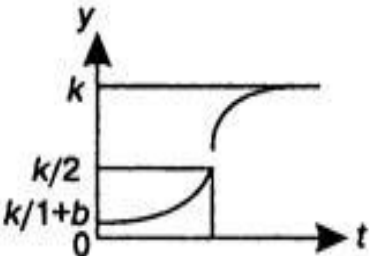
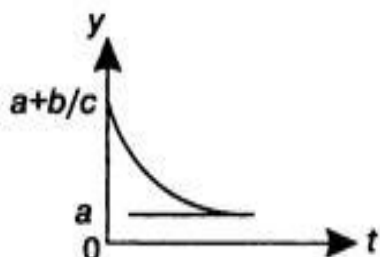
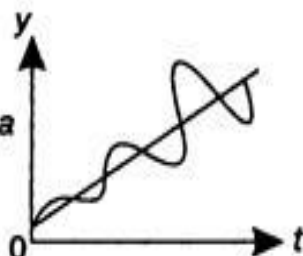
**Если в ходе предварительной обработки информации и содержательного анализа выявлено отсутствие инерционности в развитии объекта, то использование прогнозной экстраполяции недопустимо!**

# В ТАБЛИЦЕ 5.4 ПРИВЕДЕНЫ ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ ПРОГНОЗНОЙ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ.

Таблица 5.4

Элементарные функции прогнозной экстраполяции

| Вид функции         | Алгоритм                   | График функции |
|---------------------|----------------------------|----------------|
| Линейная            | $y = a + bt$               |                |
| Парабола            | $y = a + bt + ct^2$        |                |
| Кубическая парабола | $y = a + bt + ct^2 + dt^3$ |                |
| Степенная           | $y = at^b$                 |                |
| Экспоненциальная    | $y = ae^{bt}$              |                |

| Вид функции                       | Алгоритм   | График функции  |
|-----------------------------------|--|---|
| Модифицированная экспоненциальная | $y = k - ae^{bt}$  |    |
| Логическая (S-образная кривая)    | $y = \frac{k}{1 + be^{-at}}$                                 |    |
| Гиперболическая                   | $y = a + \frac{b}{c+t}$                                      |   |
| Колебательная                     | $y = a + bt + \sum_{i=1}^n C_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)$ |  |



## В социально-экономическом прогнозировании экстраполяция применяется для следующих типов динамики.

1. **Равномерное развитие**, под которым понимают экономический рост с постоянным абсолютным приростом. Анализируемый показатель изменяется за каждый временной интервал на одинаковую по абсолютному значению величину. Эта динамика может быть описана линейной функцией:

$$\bar{y}_t = a + bt, \quad (5.22)$$

где  $a$  — теоретическое значение  $y_t$  в точке отсчета,  $t = 0$ ;  
 $b$  — коэффициент регрессии, определяющий направление развития исследуемой характеристики (если  $b > 0$ , показатели временного ряда равномерно возрастают, если  $b < 0$ , показатели временного ряда равномерно убывают, если  $b = 0$ , показатели временного ряда неизменны во времени).

**2. Равноускоренное (равнозамедленное) развитие**, под которым понимают экономический рост с постоянными темпами прироста. Данный тип динамики может быть описан функцией параболы второго порядка, показательной или экспоненциальной функциями. Уравнение параболической функции имеет следующий вид:

$$\bar{y}_t = a + bt + ct^2, \quad (5.23)$$

где  $c$  — постоянное изменение интенсивности развития (в единицу времени).

Если  $c > 0$ , то для процесса характерно ускорение динамики, если  $c < 0$  — замедление. При этом параметр  $b$  может принимать положительные или отрицательные значения.

**3. Развитие с переменным ускорением (замедлением),** под которым понимают экономический рост со стабильно изменяющимися темпами прироста. Динамика может быть описана кубической параболой:

$$\bar{y}_t = a + bt + ct^2 + dt^3. \quad (5.24)$$

***Наиболее распространенный способ выбора тренда*** — перебор различных функций и выбор наилучшей, исходя из значения принятого критерия. Обычно как критерий принимают известные характеристики ошибки прогнозов, рассмотренные нами в предыдущей теме. Из совокупности функций выбирается та, которой соответствует минимальное значение принятого критерия, характеризующего ошибку прогноза.

Для нахождения параметров функции решаются определенные системы уравнений, которые приведены в табл. 5.5.

Таблица 5.5

Алгоритмы расчета параметров функций прогнозной экстраполяции

| Функция               | Система уравнений  |
|-----------------------|--|
| $y_t = a + bt$        | $an + b\Sigma t = \Sigma y;$<br>$a\Sigma t + b\Sigma t^2 = \Sigma yt$  |
| $y_t = a + bt + ct^2$ | $an = b\Sigma t + c\Sigma t^2 = \Sigma y;$<br>$a\Sigma t + b\Sigma t^2 + c\Sigma t^3 = \Sigma yt;$<br>$a\Sigma t^2 + b\Sigma t^3 + c\Sigma t^4 = \Sigma yt^2$  |
| $y_t = at^b$          | <p>Сначала логарифмируется <math>\lg y = \lg a + b \lg t</math>;<br/> затем решается система уравнений</p> $n \lg a + b \Sigma \lg t = \Sigma \lg y;$<br>$\lg a \Sigma \lg t + b \Sigma \lg^2 t = \Sigma \lg y \lg t$    |
| $y_t = ab^t$          | <p>Сначала логарифмируется <math>\lg y = \lg a + \Sigma \lg n</math>;<br/> затем решается система уравнений</p> $n \lg a + \Sigma \lg b \Sigma t = \Sigma \lg y;$<br>$\lg a \Sigma t + \lg b \Sigma t^2 = \Sigma \lg yt$ |

Экстраполяция на основе полученных функций дает возможность получить точечное прогнозное значение. Следующий этап — переход от точечного прогноза к интервальному:

$$\hat{y}_t = \bar{y}_t \pm \delta, \quad (5.25)$$

где  $\hat{y}_t$  — интервальное значение прогнозной характеристики в момент времени  $t$ ;  
 $\bar{y}_t$  — точечное значение прогнозной характеристики в момент времени  $t$ ;  
 $\delta$  — ошибка прогноза.

Экстраполяция на основе полученных функций дает возможность получить точечное прогнозное значение. Следующий этап — переход от точечного прогноза к интервальному:

$$\hat{y}_t = \bar{y}_t \pm \delta, \quad (5.25)$$

где  $\hat{y}_t$  — интервальное значение прогнозной характеристики в момент времени  $t$ ;  
 $\bar{y}_t$  — точечное значение прогнозной характеристики в момент времени  $t$ ;  
 $\delta$  — ошибка прогноза.

Расширение границ доверительного интервала при линейном тренде, вследствие дисконтирования прогнозной информации, учитывается коэффициентом:

$$k = \sqrt{\frac{n+l}{n} + \frac{3(n+2l-1)}{n(n^2-1)}}, \quad (5.26)$$

где  $l$  — безразмерный интервал периода упреждения прогноза;  
 $n$  — число наблюдений на участке ретроспекции.

Длина интервала периода упреждения прогноза численно равна временному шагу между ретроспективными значениями. Например, если в ретроспективном периоде мы имеем информацию о прибыли предприятия за каждый месяц предыдущего года, то при разработке прогноза на один месяц вперед принимаем  $l = 1$ , соответственно на два —  $l = 2$  и т.д.

С учетом всех описанных выше факторов формула расчета границ доверительного интервала примет следующий вид:

$$\delta = t_{\alpha} k \sigma. \quad (5.27)$$

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разумеется, простой подбор какой-либо сглаженной кривой для имеющихся эмпирических данных вовсе не означает открытие всех реальных закономерностей, определяющих будущее исследуемого явления или экономического процесса.

Для выяснения таких закономерностей необходимо провести дополнительные исследования и построить достаточно сложные модели, которые должны сделать возможной полную качественную оценку рассматриваемых явлений, а также получить надежно повторяемые и достаточно достоверные многократные совпадения ожидаемых величин и фактических значений.

Вместе с тем первичное описание результатов статистических наблюдений с помощью аналитических кривых динамики может упростить описание изучаемых процессов и существенно помочь в разработке рабочей гипотезы существования определенной закономерности для ее дальнейшей всесторонней проверки.

Исследование динамики экономических показателей может привести к открытию новых зависимостей, которые не всегда очевидны и доступны для других методов.