

Комбинаторные задачи



КОМБИНАТОРИКА

- раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, СКОЛЬКО различных комбинаций, подчинённых тем или иным условиям, МОЖНО СОСТАВИТЬ ИЗ заданных объектов.



Устный счет

□ Вычислить:

| | |
|--------|-----|
| $2! =$ | 6 |
| $3! =$ | 24 |
| $4! =$ | 2 |
| $5! =$ | 720 |
| $6! =$ | 120 |

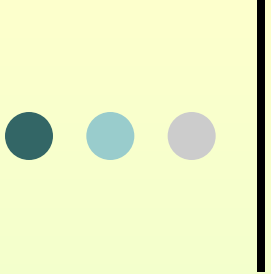
• • • | Вычислите:

$$\frac{5!}{0!} = 120$$

$$\frac{10!}{8!} = 90$$

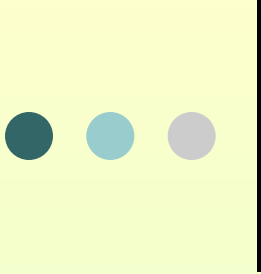
$$\frac{100!}{99!} = 100$$

$$\frac{11!}{8!} = 720$$



Способы решения комбинаторных задач:

- Перебор возможных вариантов
- Дерево возможных вариантов
- Комбинаторное правило умножения



Задача 9.2. У Ирины пять подруг: Вера, Зоя, Марина, Полина и Светлана, Она решила двух из них пригласить в кино. Укажите все возможные варианты выбора подруг. Сколько таких вариантов?

Решение:

Переберу возможные варианты:

| | | | |
|------------------|------------------|---------------|----------------|
| Вера, Зоя | Вера, Марина | Вера, Полина | Вера, Светлана |
| Зоя, Марина | Зоя, Полина | Зоя, Светлана | |
| Марина, Полина | Марина, Светлана | | |
| Полина, Светлана | | | |

Таких вариантов 10.

Задача 9.7. Используя цифры 0; 2; 4; 6, составьте все возможные трёхзначные числа, в которых цифры не повторяются.

Решение:

1) Составлю дерево возможных вариантов:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Первая цифра | 2 | | | | | | 4 | | | | | | 6 | | | | | |
| вторая цифра | 0 | | 4 | | 6 | | 0 | | 2 | | 6 | | 0 | | 2 | | 4 | |
| третья цифра | 4 | 6 | 0 | 6 | 0 | 4 | 2 | 6 | 0 | 6 | 0 | 2 | 2 | 4 | 0 | 4 | 0 | 2 |
| Всего 18 вариантов | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

2) Посчитаю количество трёхзначных чисел по комбинаторному правилу умножения: Первую цифру я могу выбрать из имеющихся четырёх 3 способами, после чего вторую цифру я могу выбрать из оставшихся трёх 3 способами, после чего третью цифру я могу выбрать из оставшихся двух 2 способами, значит способов выбора у меня $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$.

Решение задач

- Перестановки
- Размещения
- Сочетания

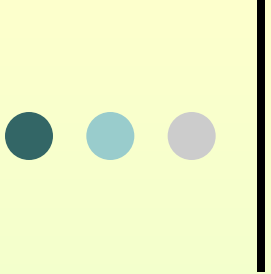
Простейшие комбинации

| Перестановки | Размещения | Сочетания |
|-----------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| n элементов n клеток | n элементов k клеток | n элементов k клеток |
| Порядок имеет значение | Порядок имеет значение | Порядок не имеет значения |
| $P_n = n!$ | $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ | $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$ |



Перестановки

- Ольга помнит, что телефон подруги оканчивается цифрами 5, 7, 8, но забыла, в каком порядке эти цифры следуют. Укажите наибольшее число вариантов, которые ей придётся перебрать, чтобы дозвониться подруге.



Перестановки

- В расписании на понедельник шесть уроков: алгебра, геометрия биология, история, физкультура, химия. Сколькими способами можно составить расписание уроков на этот день так, чтобы два урока математики стояли рядом?



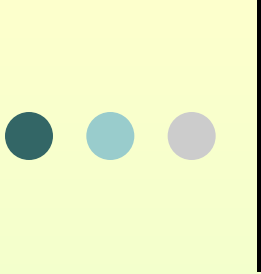
Перестановки

- В расписании на понедельник шесть уроков: алгебра, геометрия биология, история, физкультура, химия. Сколькими способами можно составить расписание уроков на этот день так, чтобы два урока математики стояли рядом?
- *Решение:*
- Сначала буду рассматривать уроки алгебры и геометрии как один урок, тогда надо составить расписание не для 6 уроков, а для 5, т.е. $P_5 = 5! = 120$ (способами). При этом возможны $2! = 2$ способа для расстановки уроков алгебры и геометрии относительно друг друга, значит по комбинаторному правилу умножения расписание на понедельник, соответствующее заданным требованиям, можно составить $120 \cdot 2 = 240$ (способами).



Размещения

- Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различные и первая цифра отлична от нуля?



Размещения

- Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различные и первая цифра отлична от нуля?

□ *Решение:*

Имея 10 цифр, я могу составить

$A_{10}^7 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$ семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различны.

Среди этих номеров имеются номера, начинающиеся с цифры 0, их число равно $A_9^6 = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$. Значит всего таких телефонных номеров будет $A_{10}^7 - A_9^6 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 - 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 544320$.



Сочетания

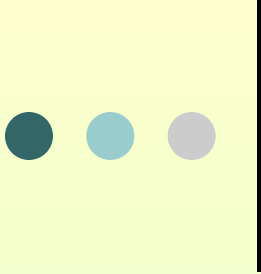
- В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?
- Решение:

$$C_8^2 = \frac{8!}{5! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56(\text{сп.})$$

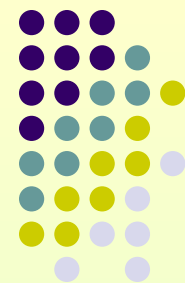


Правило умножения!

Если элемент A можно выбрать m способами, а элемент B можно выбрать n способами, то пару A и B можно выбрать $m \cdot n$ способами

- 
- В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для уборки территории требуется выделить четырех мальчиков и трех девочек. Сколькими способами это можно сделать?
 - Решение:

$$C_{11}^4 \cdot C_{12}^3 = \frac{11!}{7! \cdot 4!} \cdot \frac{12!}{9! \cdot 3!} = 400400(\text{сп.})$$



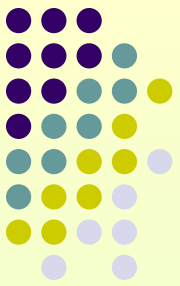
Задача 1

- Сколькими способами могут разместиться 4 пассажира в 4-хместной каюте?

24

4

16



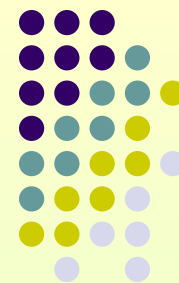
Задача 2.

- Четыре человека обменялись рукопожатиями. Сколько было всего рукопожатий?

4

6

8



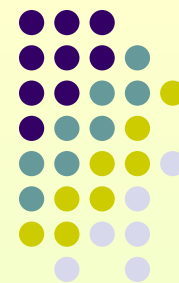
Задача 3.

- Сколько бригад по 3 человек в каждой можно составить из 7 человек для отправки на особое задание?

210

35

24



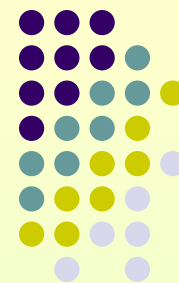
Задача 4.

- Определить число диагоналей 5-тиугольника.

5

10

20



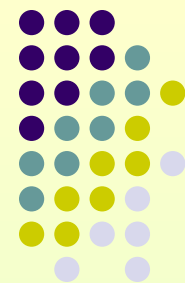
Задача 5.

Сколькими способами могут быть распределены золотая и серебряная медали по итогам олимпиады, если число команд 15?

$$9$$

$$\frac{21}{0}$$

$$\frac{10}{5}$$



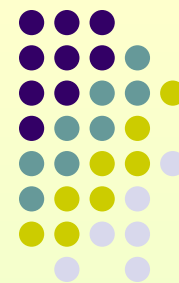
Задача 6.

- В школьной столовой на обед приготовили в качестве вторых блюд мясо, котлеты и рыбу. На сладкое — мороженое, фрукты и пирог. Можно выбрать одно второе блюдо и одно блюдо на десерт. Сколько существует различных вариантов обеда?

3

6

9



Задача 7.

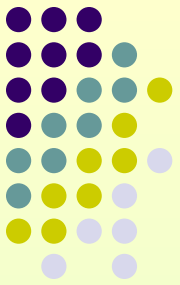
Трое господ при входе в ресторан отдали швейцару свои шляпы, а при выходе получили обратно. Сколько существует вариантов, при которых каждый из них получит чужую шляпу?

1

3

6

Проверочная работа



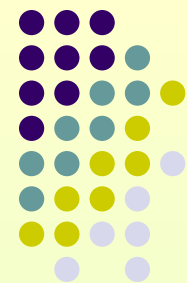
1 вариант

1. Из шести врачей поликлиники двух необходимо отправить на курсы повышения квалификации. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько различных двухзначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

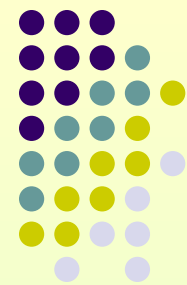
2 вариант

1. В школьном хоре имеется пять солистов. Сколько есть вариантов выбора двух из них для участия в конкурсе?
2. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что ни одна цифра не повторяется?



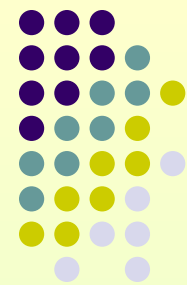


Молодец!!!



Подумай ещё!!!

ОТВЕТЫ

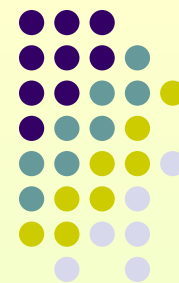


1 вариант

2 вариант

$$C_5^2 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10(\text{сн.}) \quad C_6^2 = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15(\text{сн.})$$

$$A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12(\text{сн.}) \quad A_5^3 = \frac{5!}{2!} = 60(\text{сн.})$$



Молодцы!!!