Комбинаторные задачи

комбинаторика

- раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, *сколько различных комбинаций*, подчинённых тем или иным условиям, *можно составить* из заданных объектов.

Устный счет

- Вычислить:

$2! =$ 6

$3! =$ 24

$4! =$ 2

$5! =$ 720

$6! =$ 120

Вычислите:

$$\frac{5!}{0!} = 120$$

$$\frac{10!}{8!} = 90$$

$$\frac{100!}{99!} = 100$$

$$\frac{11!}{8!} = 720$$

Способы решения комбинаторных задач:

- Перебор возможных вариантов
- Дерево возможных вариантов
- Комбинаторное правило умножения

Задача 9.2. У Ирины пять подруг: Вера, Зоя, Марина, Полина и Светлана, Она решила двух из них пригласить в кино. Укажите все возможные варианты выбора подруг. Сколько таких вариантов?

Решение:

Переберу возможные варианты:

Вера, Зоя	Вера, Марина	Вера, Полина	Вера, Светлана
Зоя, Марина	Зоя, Полина	Зоя, Светлана	
Марина, Полина	Марина, Светлана		
Полина, Светлана			

Таких вариантов 10.

Задача 9.7. **Используя цифры 0; 2; 4; 6, составьте все возможные трёхзначные числа, в которых цифры не повторяются.**

Решение:

1) Составлю дерево возможных вариантов:

Первая цифра	2						4						6					
вторая цифра	0		4		6		0		2		6		0		2		4	
третья цифра	4	6	0	6	0	4	2	6	0	6	0	2	2	4	0	4	0	2
Всего 18 вариантов																		

2) Посчитаю количество трёхзначных чисел по комбинаторному правилу умножения: Первую цифру я могу выбрать из имеющихся четырёх 3 способами, после чего вторую цифру я могу выбрать из оставшихся трёх 3 способами, после чего третью цифру я могу выбрать из оставшихся двух 2 способами, значит способов выбора у меня 3*3*2=18.

Решение задач

- Перестановки
- Размещения
- Сочетания

Простейшие комбинации

Перестановки	Размещения	Сочетания
n элементов n клеток	n элементов k клеток	n элементов k клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

Перестановки

- Ольга помнит, что телефон подруги оканчивается цифрами 5, 7, 8, но забыла, в каком порядке эти цифры следуют. Укажите наибольшее число вариантов, которые ей придётся перебрать, чтобы дозвониться подруге.

Перестановки

- В расписании на понедельник шесть уроков: алгебра, геометрия биология, история, физкультура, химия. Сколькими способами можно составить расписание уроков на этот день так, чтобы два урока математики стояли рядом?

Перестановки

- В расписании на понедельник шесть уроков: алгебра, геометрия биология, история, физкультура, химия. Сколькими способами можно составить расписание уроков на этот день так, чтобы два урока математики стояли рядом?
- *Решение:*
- Сначала буду рассматривать уроки алгебры и геометрии как один урок, тогда надо составить расписание не для 6 уроков, а для 5, т.е. $P_5 = 5! = 120$ (способами). При этом возможны $2! = 2$ способа для расстановки уроков алгебры и геометрии относительно друг друга, значит по комбинаторному правилу умножения расписание на понедельник, соответствующее заданным требованиям, можно составить $120*2 = 240$ (способами).

Размещения

- Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различные и первая цифра отлична от нуля?

Размещения

- Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различные и первая цифра отлична от нуля?
- *Решение:*

Имея 10 цифр, я могу составить

$A_{10}^{7} = 10*9*8*7*6*5*4$ семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различны.

Среди этих номеров имеются номера, начинающиеся с цифры 0, их число равно $A_{9}^{6} = 9*8*7*6*5*4$. Значит всего таких телефонных номеров будет $A_{10}^{7} – A_{9}^{6} = 10*9*8*7*6*5*4 – 9*8*7*6*5*4 = 544320$.

Сочетания

- В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?
- Решение:

$$C_8^{\ 2} = \frac{8!}{5! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56(сп.)$$

Правило умножения!

Если элемент А можно выбрать m способами, а элемент В можно выбрать n способами, то пару А и В можно выбрать m*n способами

- В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для уборки территории требуется выделить четырех мальчиков и трех девочек. Сколькими способами это можно сделать?
- Решение:

$$C_{11}{}^{4}\cdot C_{12}{}^{3}=\frac{11!}{7!\cdot 4!}\cdot\frac{12!}{9!\cdot 3!}=400400(cn.)$$

Задача 1

- Сколькими способами могут разместиться 4 пассажира в 4-хместной каюте?

24

4

16

Задача 2.

- Четыре человека обменялись рукопожатиями. Сколько было всего рукопожатий?

4	**6**	**8**

Задача 3.

- Сколько бригад по 3 человек в каждой можно составить из 7 человек для отправки на особое задание?

210

35

24

Задача 4.

- Определить число диагоналей 5-тиугольника.

5

10

20

Задача 5.

Сколькими способами могут быть распределены золотая и серебряная медали по итогам олимпиады, если число команд 15?

9	210	105

Задача 6.

- В школьной столовой на обед приготовили в качестве вторых блюд мясо, котлеты и рыбу. На сладкое — мороженое, фрукты и пирог. Можно выбрать одно второе блюдо и одно блюдо на десерт. Сколько существует различных вариантов обеда?

3

6

9

Задача 7.

Трое господ при входе в ресторан отдали швейцару свои шляпы, а при выходе получили обратно. Сколько существует вариантов, при которых каждый из них получит чужую шляпу?

1

3

6

Проверочная работа

1 вариант

1. Из шести врачей поликлиники двух необходимо отправить на курсы повышения квалификации. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько различных двухзначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

2 вариант

1. В школьном хоре имеется пять солистов. Сколько есть вариантов выбора двух из них для участия в конкурсе?
2. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

Молодец!!!

Подумай ещё!!!

Ответы

1 вариант **2 вариант**

$$C_5^2 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10(cn.) \quad C_6^2 = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15(cn.)$$

$$A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12(cn.) \quad A_5^3 = \frac{5!}{2!} = 60(cn.)$$

Молодцы!!!