

Многогранники

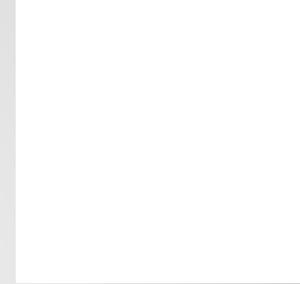
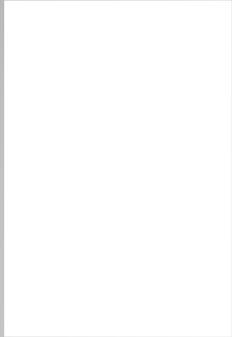
Геометрия 10 - 11 класс

Подготовила Степакова Надежда Васильевна—
преподаватель математики ГАУ СПО БТЭиР

Многогранники



Многогранник - геометрическое тело,
ограниченное плоскими многоугольниками.



Плоские многоугольники
называются **гранями** многогранника

стороны многоугольника –
ребрами многогранника

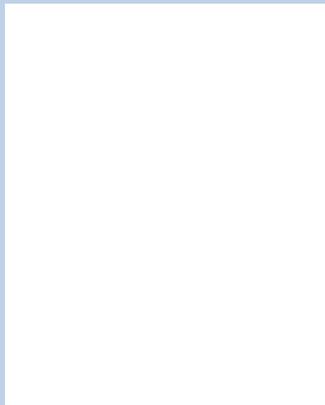
вершины многоугольника –
вершинами многогранника.



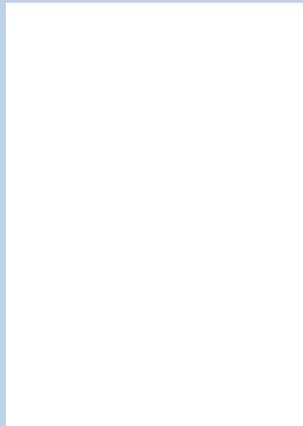
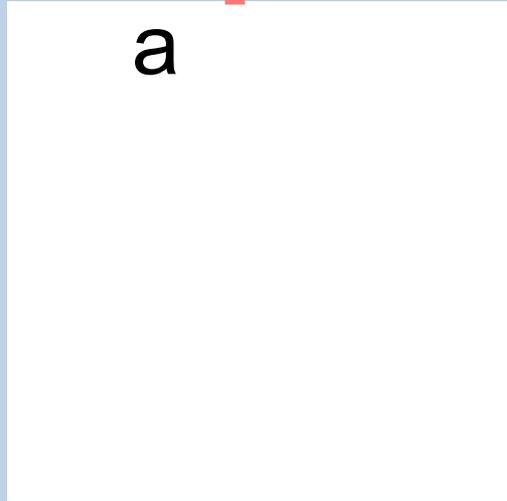
Виды

МНОГОГРАННИКОВ

пирамида

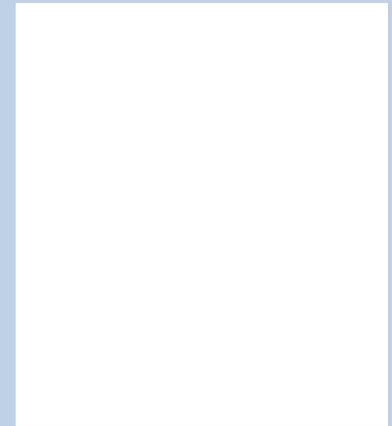


а

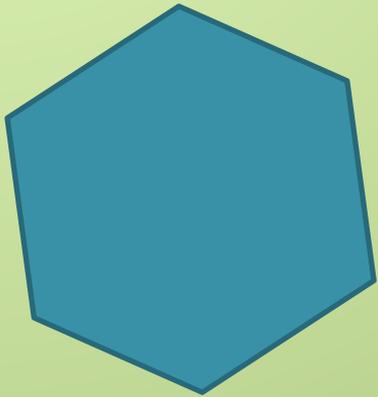


параллелепипе

д

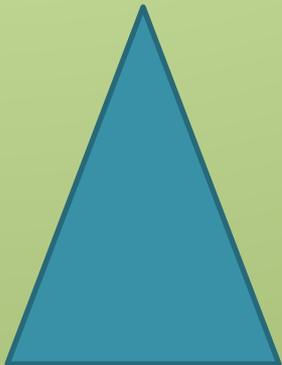


Пирамида - это многогранник



Основанием
является
многоугольник

Пирамида называется
правильной,
если в основании лежит
правильный
многоугольник, а
вершина проектируется
в центр основания



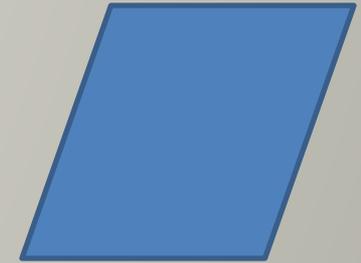
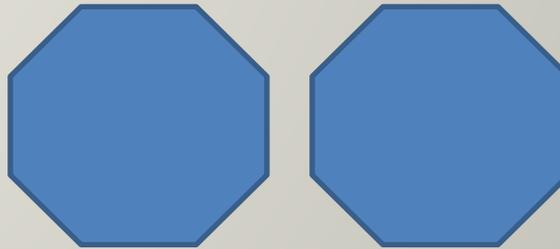
боковые грани -
треугольники
(n -угольная пирамида имеет $n+1$
граней)



ПРИЗМА - это многогранник

основания равные
многоугольники

боковые грани
параллелограммы



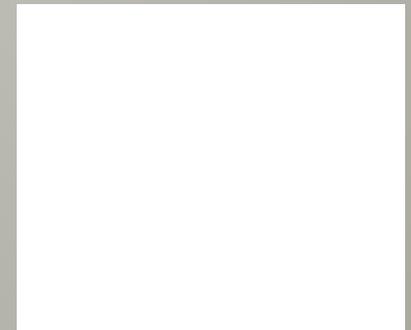
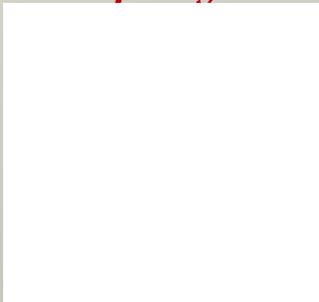
треугольная призма
в основании лежит
треугольник



Прямая призма
боковые ребра
перпендикулярны
основаниям

Правильная призма
основание - правильный многоугольник.

четырехугольная призма
в основании лежит
четырехугольник



Параллелепипед – это призма

основанием которой
является
параллелограмм

Параллелепипед, основанием которого является
прямоугольник или квадрат называется **прямым**



Свойства параллелепипеда:

1. Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны.
2. Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.

Тетраэдр

тетраэдр-огонь

Гексаэдр (куб)

гексаэдр (куб) - земля

Октаэдр

ОКТАЭДР-ВОЗДУХ

Икосаэдр

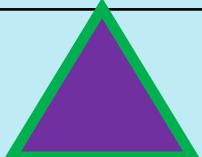
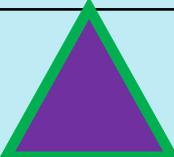
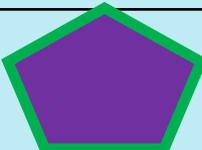
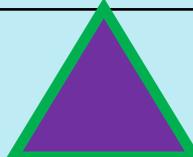
ИКОСАЭДР-ВОДА

Додекаэдр

додекаэдр-вселенная

Заполни

таблицу

Название	Тетраэдр	Куб	Октаэдр	Додекаэдр	Икосаэдр
Форма граней					
Число граней	4	6	8	12	20
Число ребер	6	12	12	30	30
Число вершин	4	8	6	20	12

Математика - гимнастика для ума,
СТЕРЕОМЕТРИЯ - витамин для мозга.



Многогранники в архитектуре.

Великая
пирамида в
Гизе

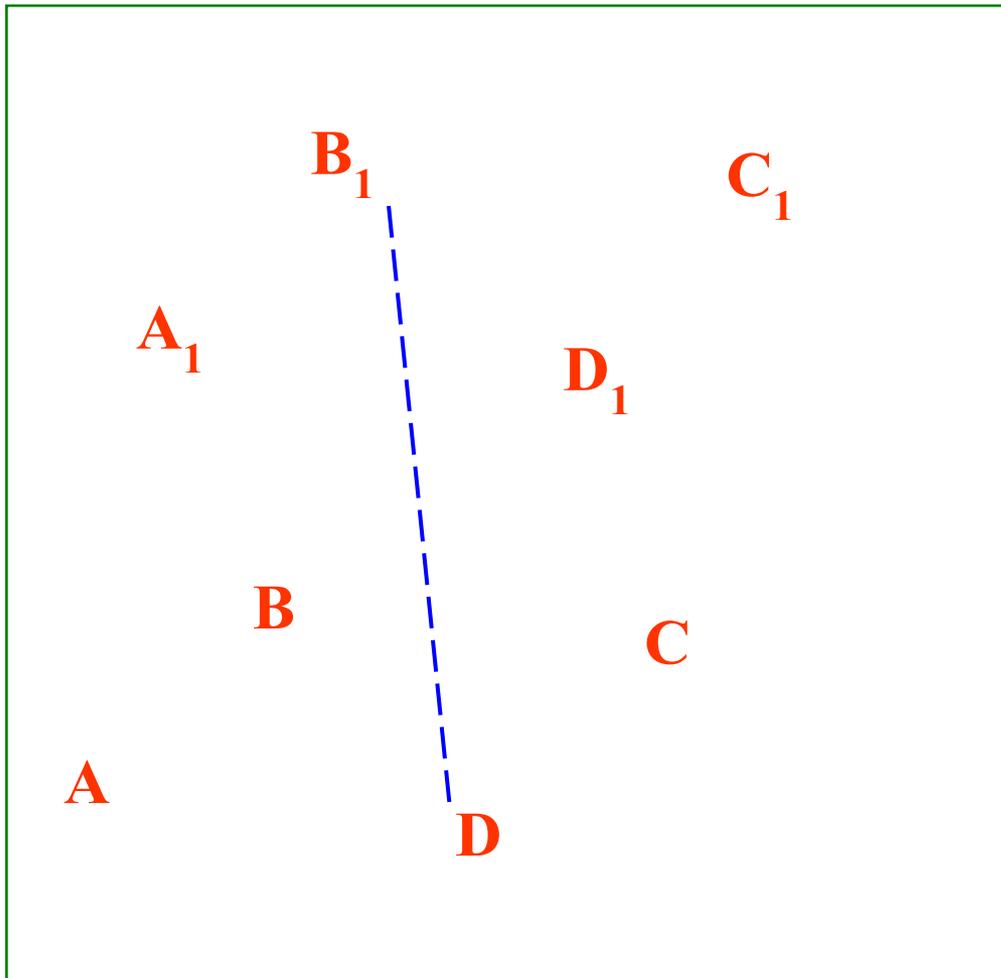
мавзолей

Никольский
собор

Мечеть
Кул-Шариф

Александрийский
маяк

Параллелепипед



$ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ – равные параллелограммы – **основания**

$AA_1 || BB_1 || CC_1 || DD_1$ – боковые ребра

Все грани параллелограммы.

AA_1B_1B ; BB_1C_1C ; CC_1D_1D ; AA_1D_1D – боковые грани

DB_1 – диагональ

Свойства.

1. Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны.
2. Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам.

Правильный икосаэдр

- составлен из двадцати равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра является вершиной пяти треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 270° .

Правильный додекаэдр

- составлен из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трех правильных пятиугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 324° .

Правильный октаэдр

- составлен из восьми равносторонних треугольников. Каждая вершина октаэдра является вершиной четырех треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 240° .

Элементы симметрии:

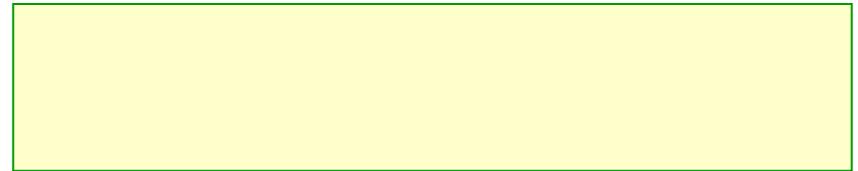
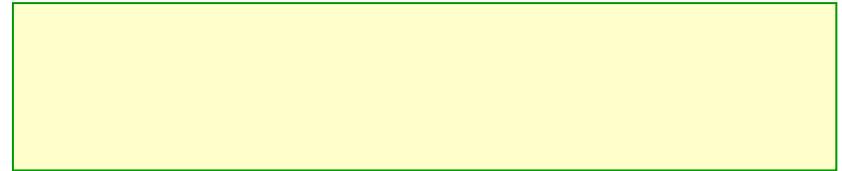
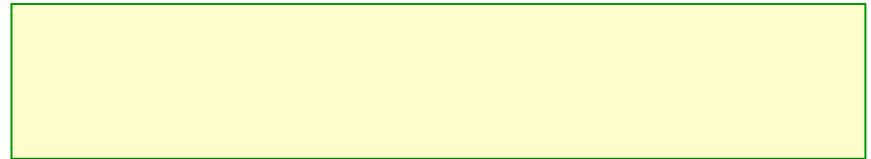
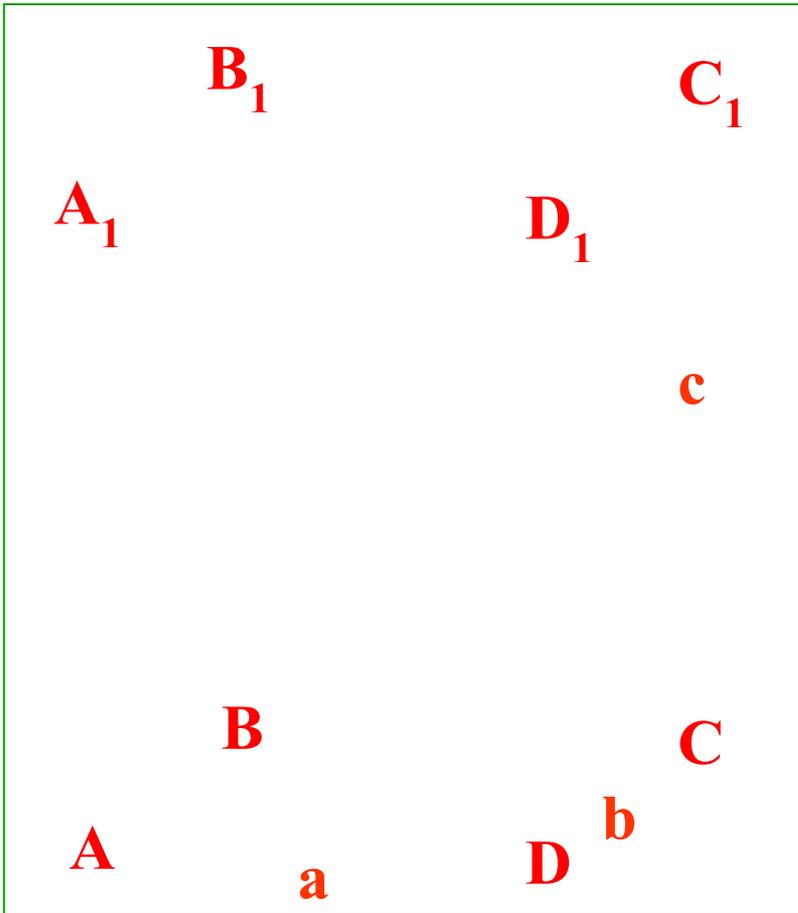
- Куб имеет центр симметрии - центр куба, 9 (? – уточните!) осей симметрии и 9 плоскостей симметрии.

Элементы симметрии:

- Тетраэдр не имеет центра симметрии, но имеет 3 оси симметрии и 6 плоскостей симметрии.

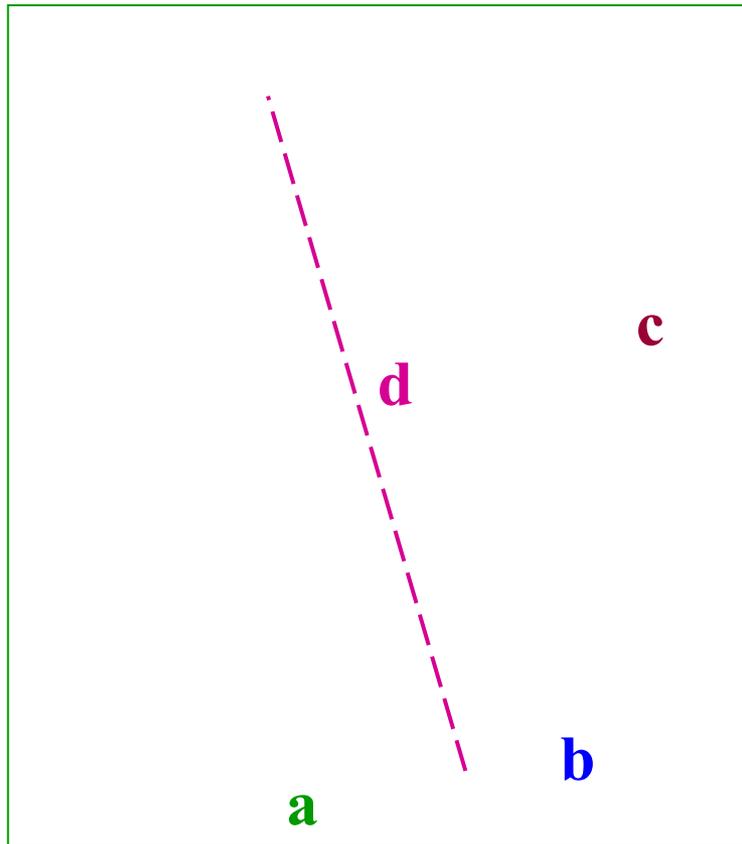
Прямой параллелепипед

– это параллелепипед, у которого боковые грани являются прямоугольниками.



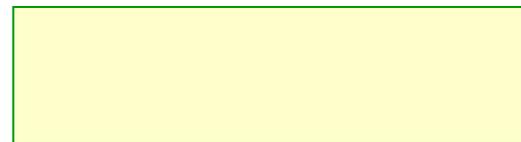
Прямоугольный параллелепипед

– это параллелепипед, у которого **все грани прямоугольники**.



a – длина, **b** – ширина,
c – высота, **d** – диагональ

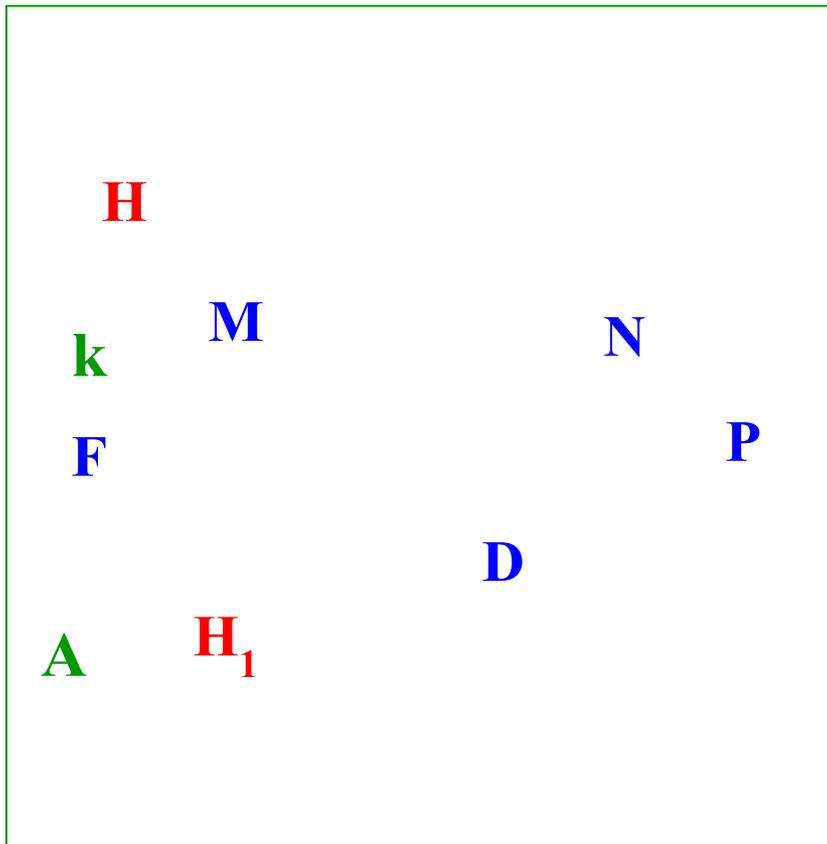
$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$



Призма

: основания – равные n – угольники, лежащие в параллельных плоскостях, боковые грани – параллелограммы.

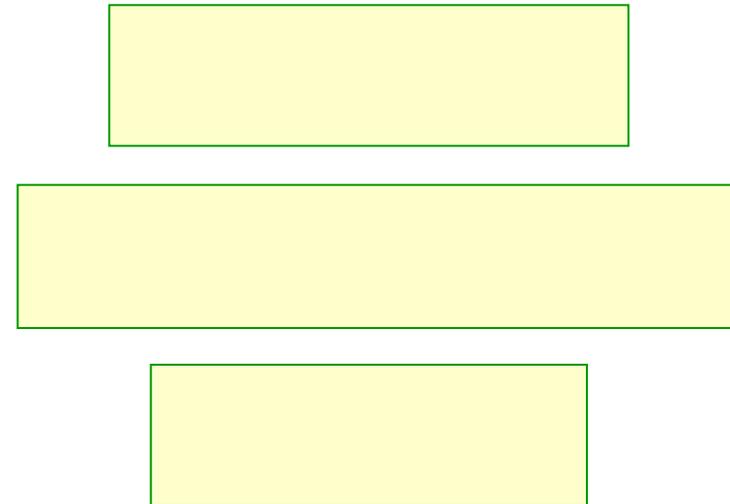
Наклонная – боковые грани – параллелограммы.



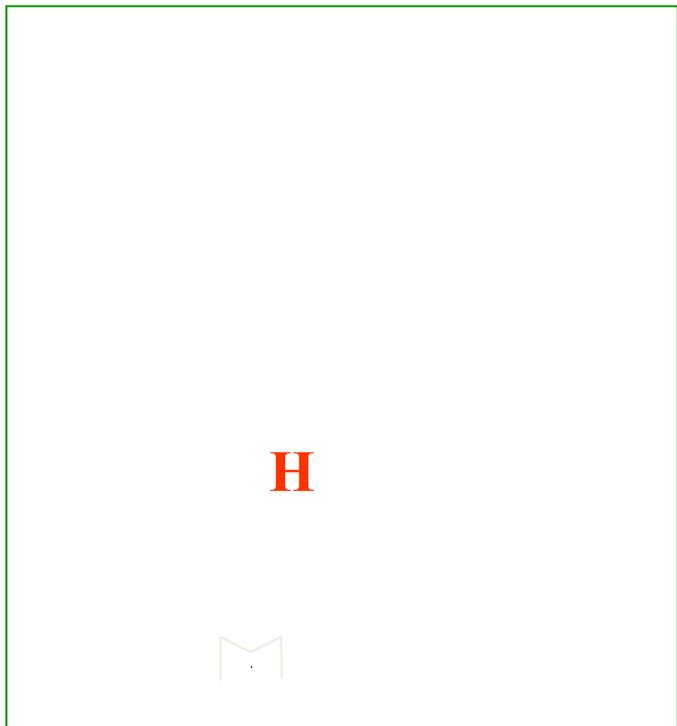
HH_1 – высота призмы

$АН (k)$ – боковое ребро призмы

$FMNPD$ – сечение, перпендикулярное боковому ребру

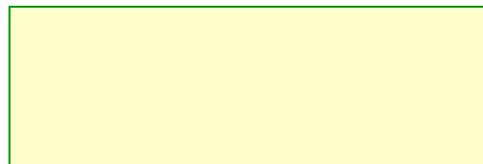
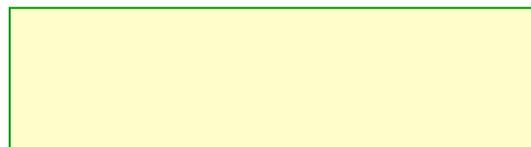
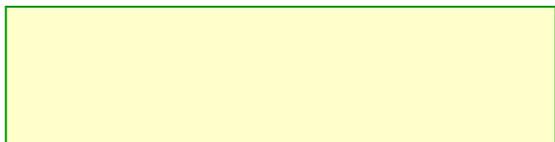
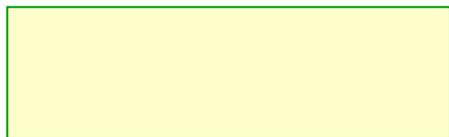
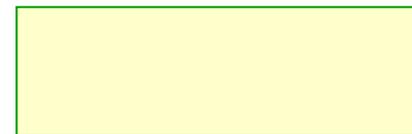
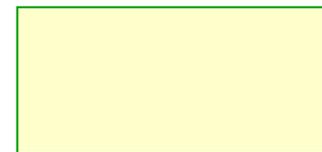
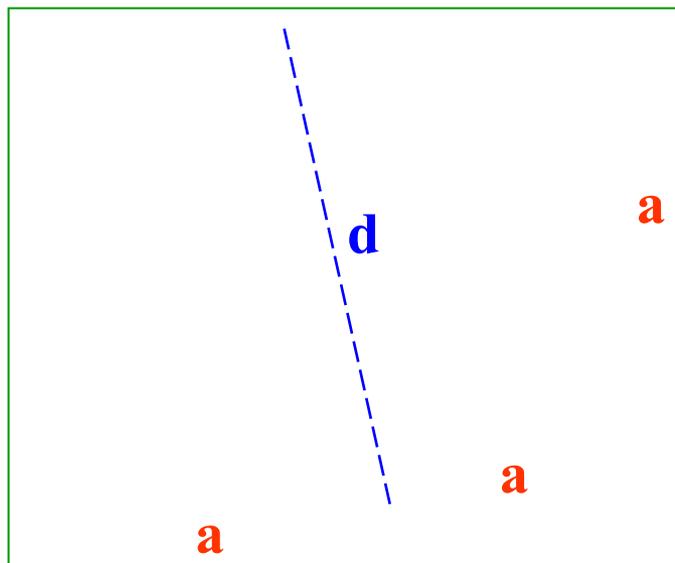


Прямая призма – боковые грани – прямоугольники.



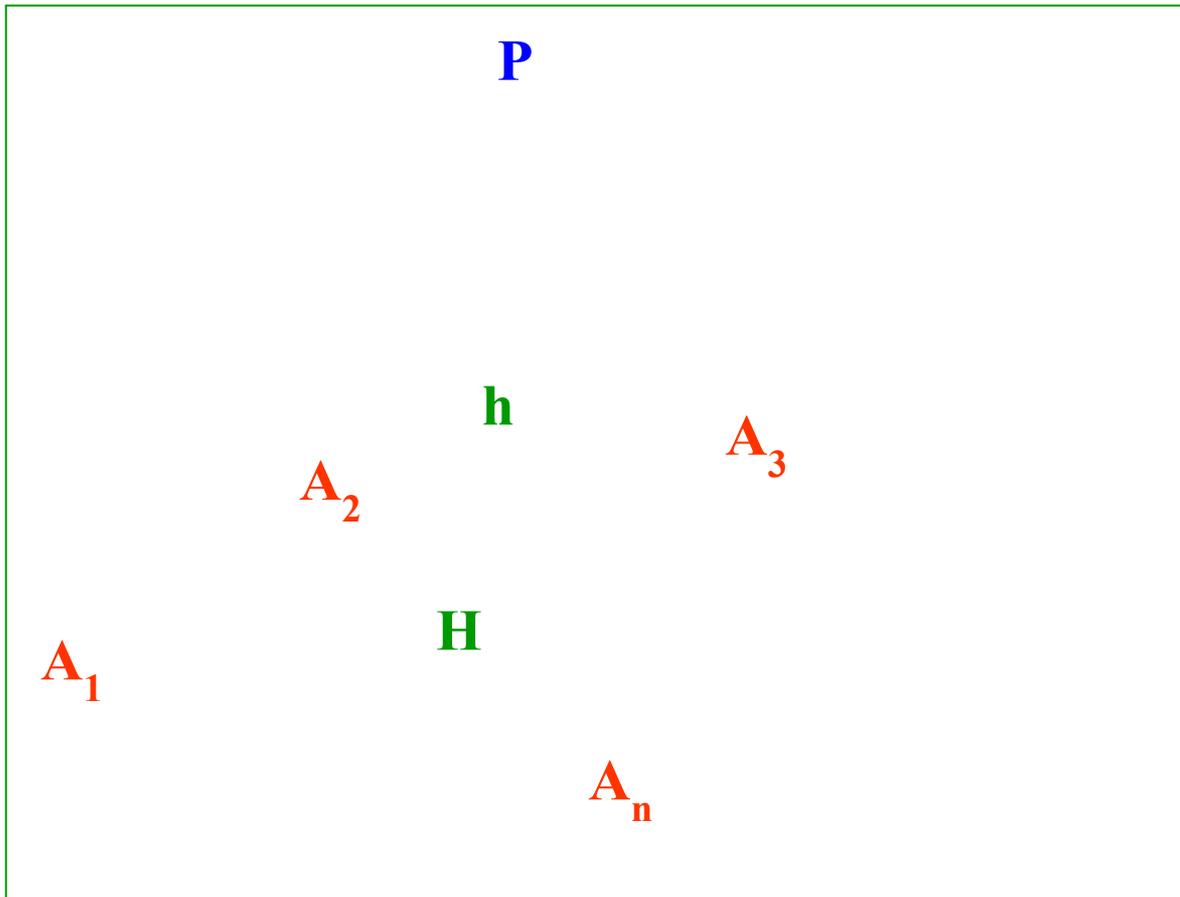
Куб

все грани - квадраты



Пирамида

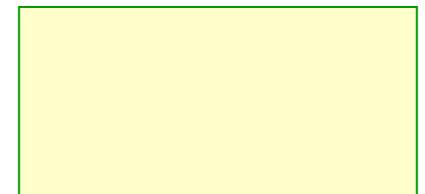
– это многогранник, состоящий из n -угольника $A_1A_2A_3\dots A_n$ (основание) и n треугольников (боковые грани), имеющих общую вершину (Р).



$PA_1; PA_2; PA_3; \dots; PA_n$
– боковые ребра

$A_1A_2; \dots; A_1A_n$ –
ребра основания

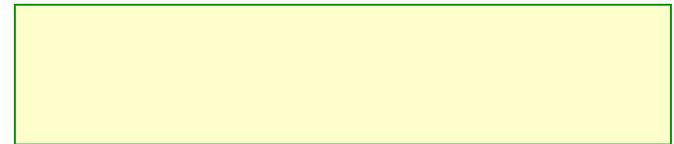
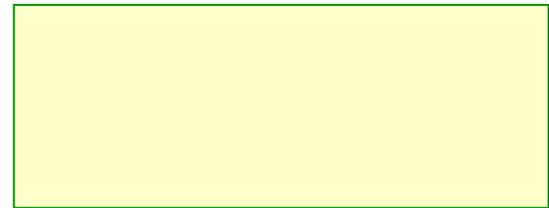
PH – высота
пирамиды - h



Правильная пирамида

- основание – правильный многоугольник, вершина проецируется в центр основания;
- боковые ребра – равны;
- боковые грани – равные равнобедренные треугольники.

H – высота, **h** – апофема



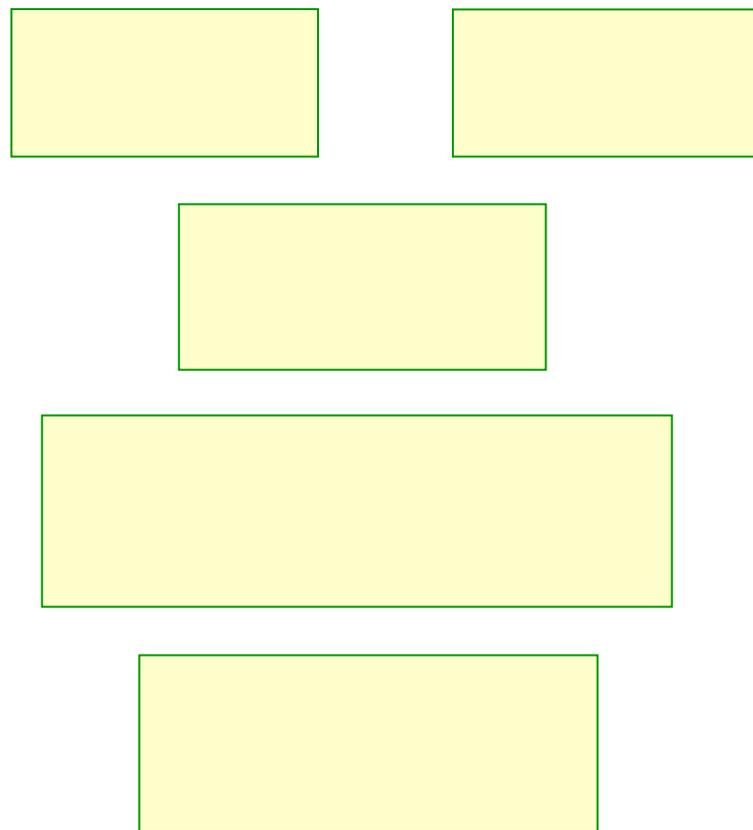
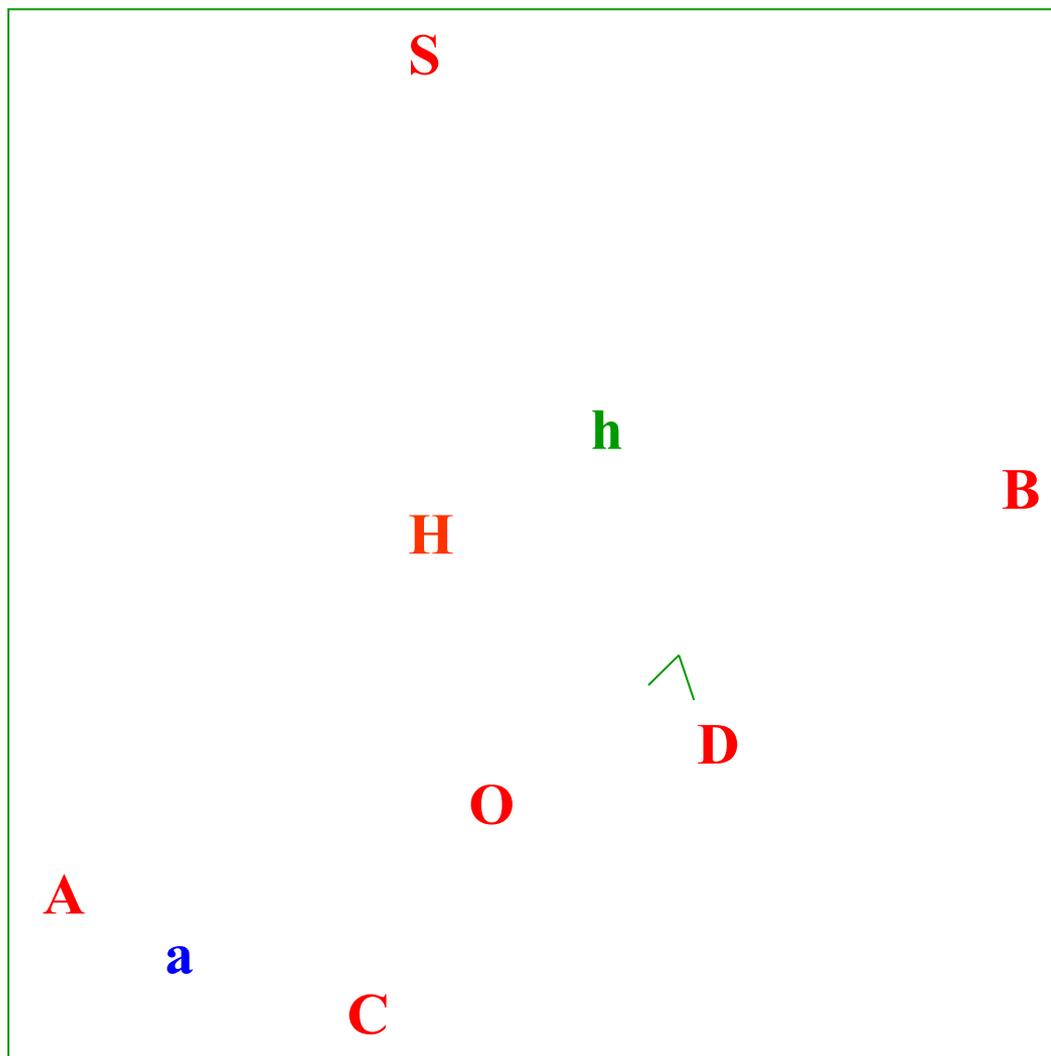
H

h

Правильная треугольная пирамида

H – высота, **h** – апофема

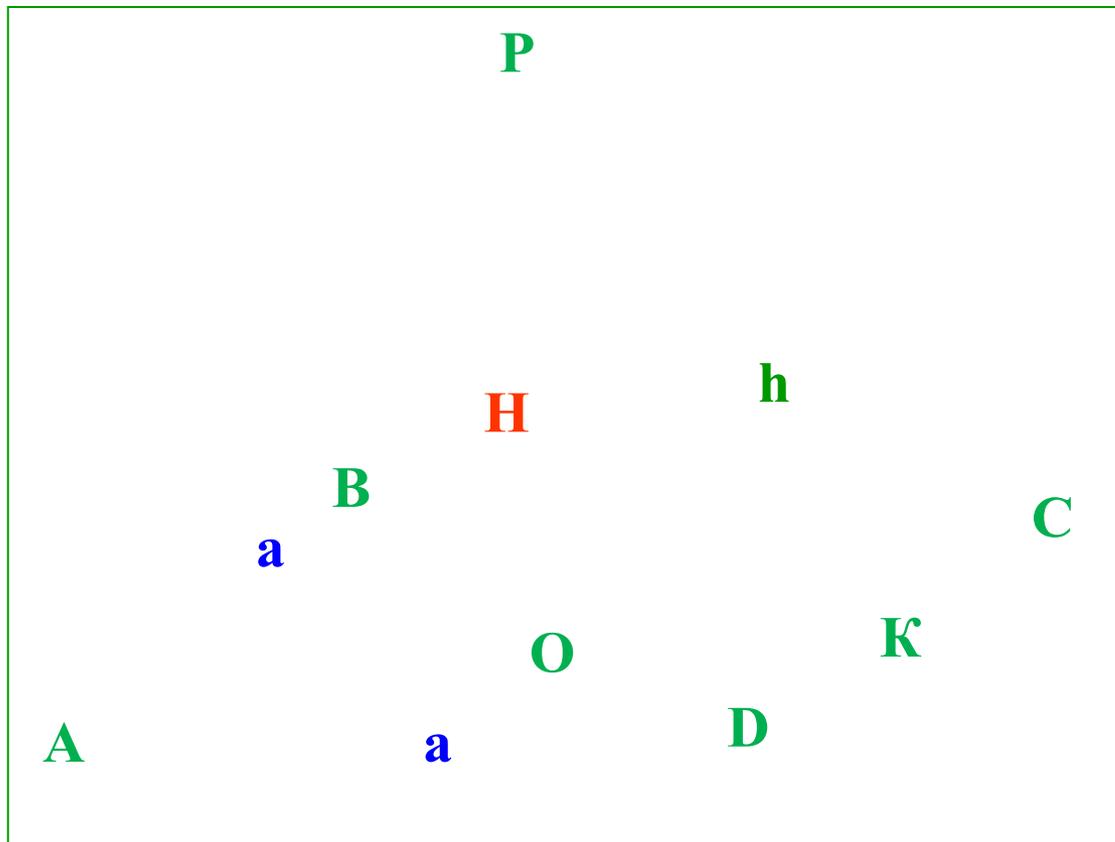
$$AB = BC = AC = a$$



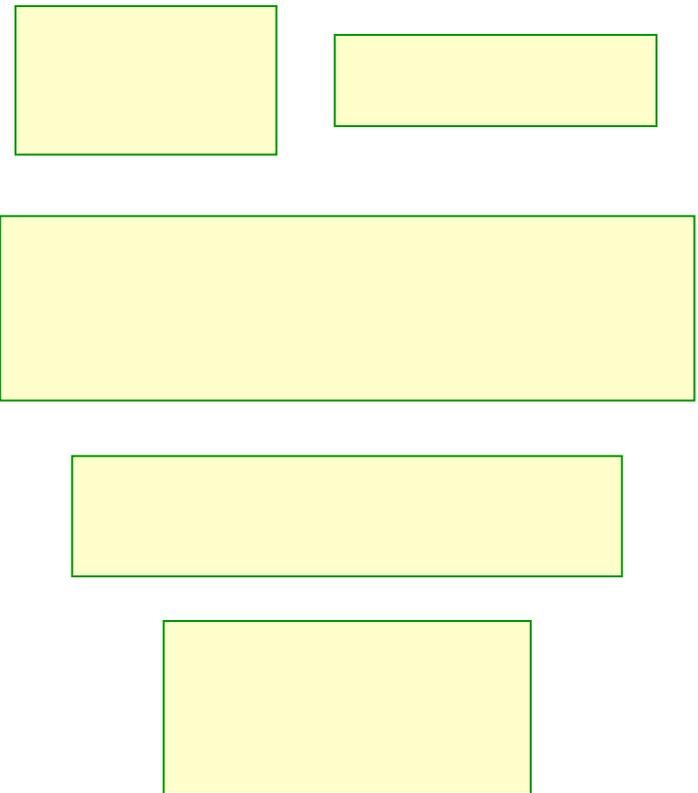
Правильная четырехугольная пирамида

H – высота, h – апофема, **a** – сторона основания

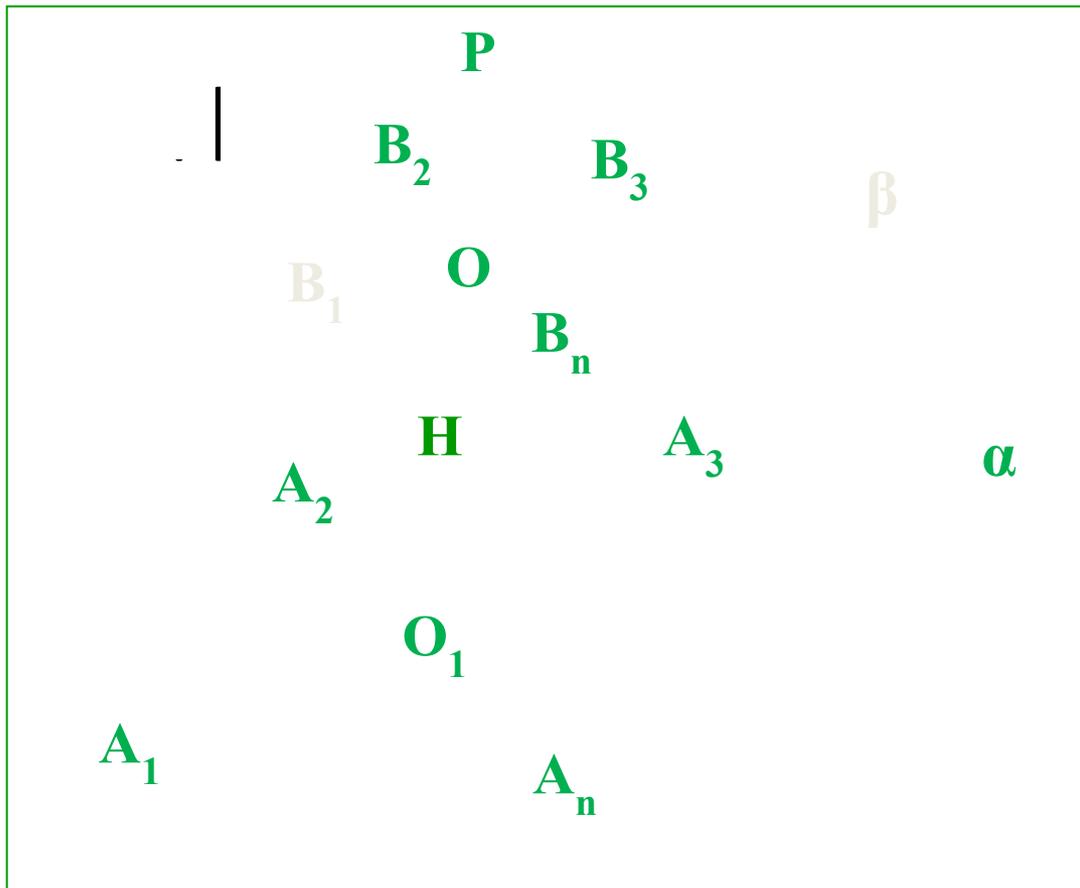
$AB = BC = CD = DA = a$ (в основании – квадрат)



K – середина DC



Усеченная пирамида



$PA_1A_2\dots A_n$ – произвольная пирамида

α – плоскость основания

β – секущая плоскость,

$PB_1B_2\dots B_n$ – пирамида

$B_1B_2\dots B_n$ – верхнее основание

$A_1A_2\dots A_n$ – нижнее основание

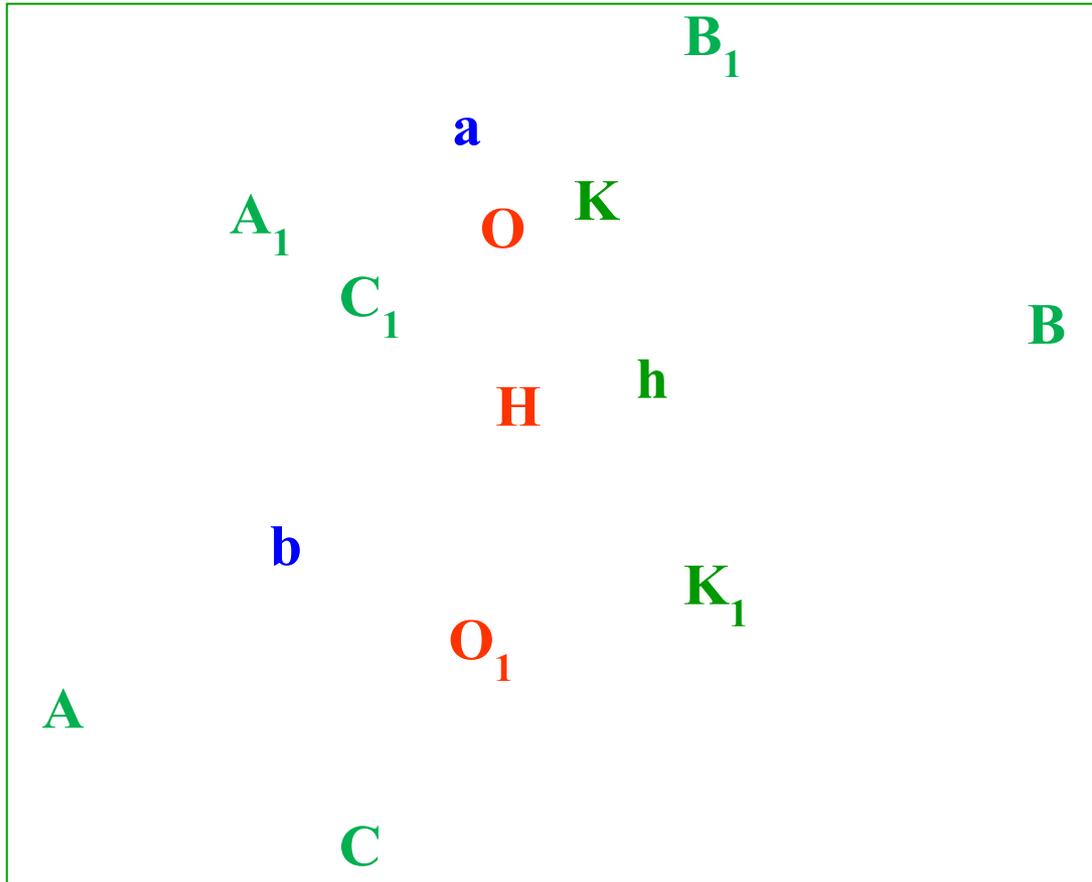
$A_1B_1B_2A_2; \dots; A_nB_nB_1A_1$ – боковые грани – трапеции

$A_1B_1; A_2B_2; \dots; A_nB_n$ – боковые ребра

$OO_1 = H$ – высота

Правильная треугольная усеченная пирамида –

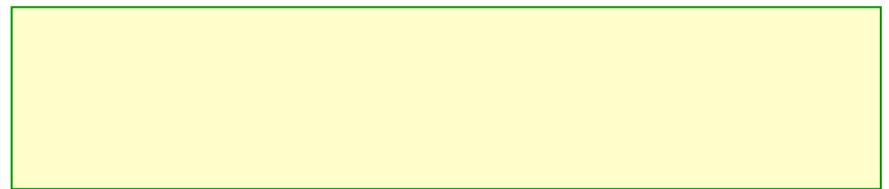
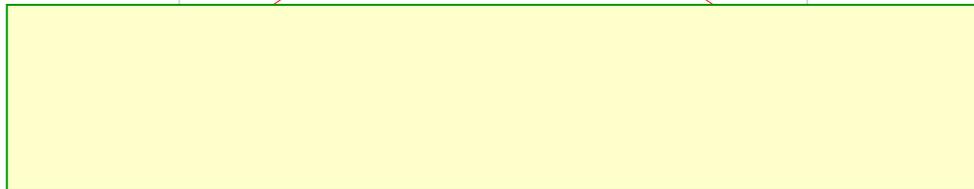
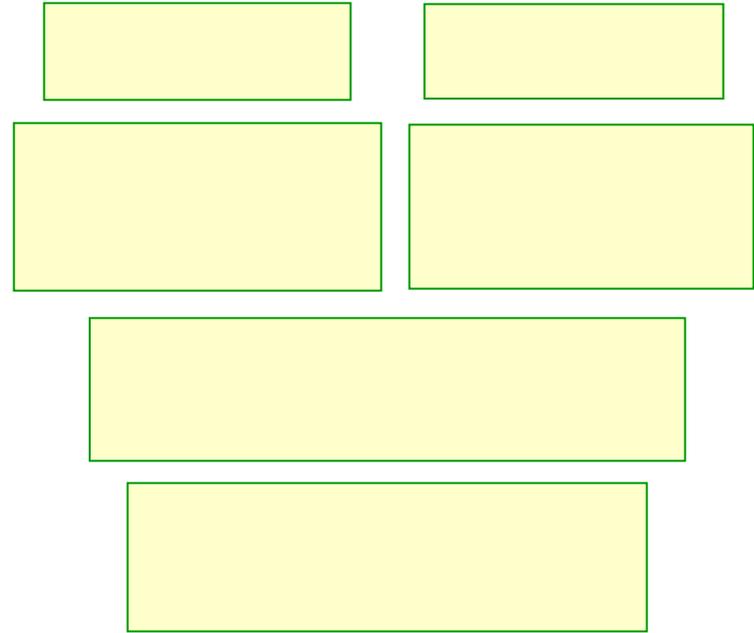
боковые грани – равные между собой равнобокие трапеции.



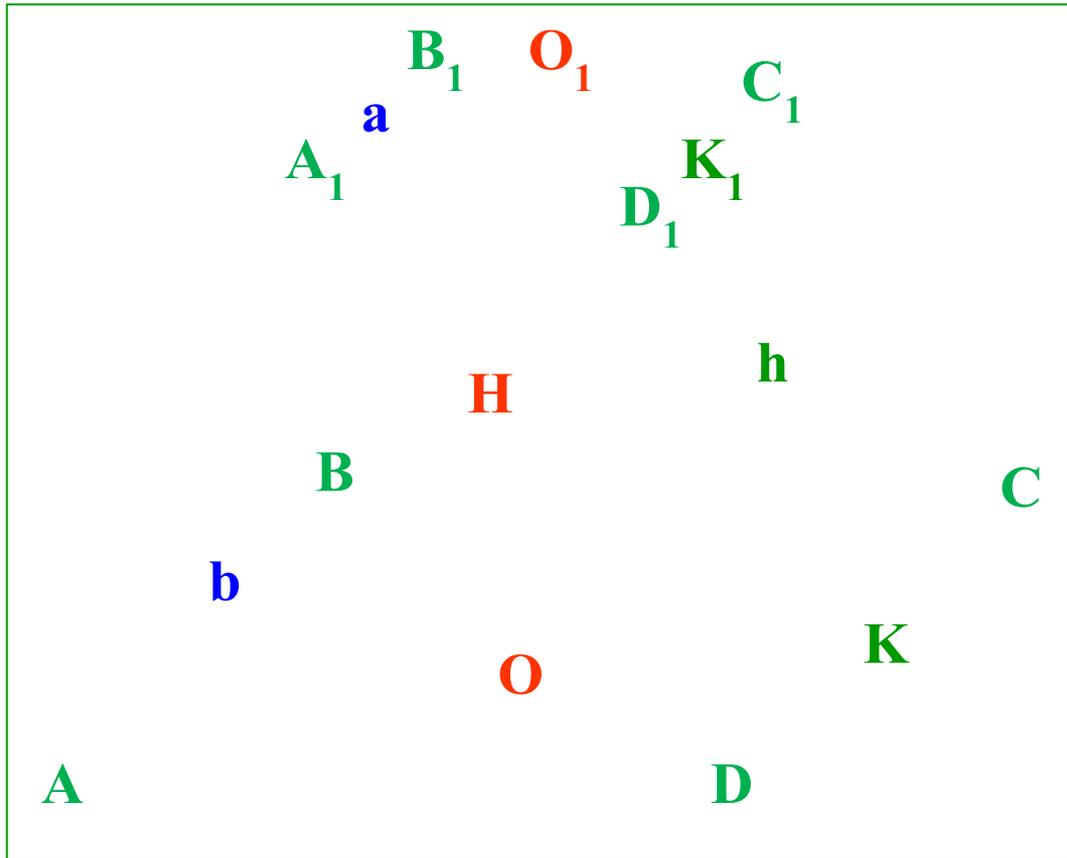
$\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ –
равносторонние

$OO_1 = H$ – высота

$KK_1 = h$ – апофема



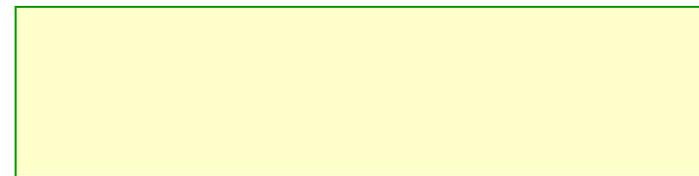
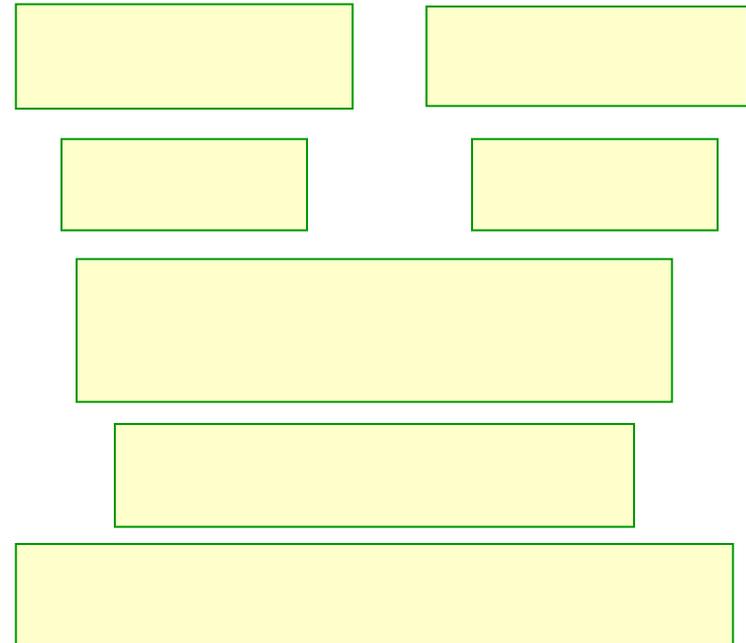
Правильная четырехугольная усеченная пирамида – боковые грани – равные между собой равнобокие трапеции.



$ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ – квадраты

$OO_1 = H$ – высота

$KK_1 = h$ – апофема



Многогранники в искусстве

В эпоху Возрождения большой интерес к формам правильных многогранников проявили скульпторы, архитекторы, художники. Леонардо да Винчи (1452 -1519) например, увлекался теорией многогранников и часто изображал их на своих полотнах. Он проиллюстрировал правильными и полуправильными многогранниками книгу Монаха Луки Пачоли "О божественной пропорции."

[художник Эшер](#)

Наука геометрия возникла из практических задач, ее предложения выражают реальные факты и находят многочисленные применения. В конечном счете в основе всей техники так или иначе лежит геометрия, потому что она появляется всюду, где нужна хотя бы малейшая точность в определении формы и размеров. И технику, и инженеру, и квалифицированному рабочему и людям искусства геометрическое воображение необходимо, как геометру или архитектору. Математика, в частности геометрия, представляет собой могущественный инструмент познания природы, создания техники и преобразования мира.

Различные геометрические формы находят свое отражение практически во всех отраслях знаний: **архитектура, искусство.**

Многогранники в архитектуре

Во всем облике японского строения очевидна идея преобразования пространства, подчинения его новой логике - логике "завоевания" природного ландшафта, которому противопоставлена четкая геометрия проникающих архитектурных форм.

ЦАРСКАЯ ГРОБНИЦА

Великая пирамида была построена как гробница Хуфу, известного грекам как Хеопс. Он был одним из фараонов, или царей древнего Египта, а его гробница была завершена в 2580 году до н.э. Позднее в Гизе было построено еще две пирамиды, для сына и внука Хуфу, а также меньшие по размерам пирамиды для их цариц. Пирамида Хуфу, самая дальняя на рисунке, является самой большой. Пирамида его сына находится в середине и смотрится выше, потому что стоит на более высоком месте.

Великая пирамида в Гизе. Эта грандиозная Египетская пирамида является древнейшим из Семи чудес древности. Кроме того, это единственное из чудес, сохранившееся до наших дней. Во времена своего создания Великая пирамида была самым высоким сооружением в мире. И удерживала она этот рекорд, по всей видимости, почти 4000 лет.

СТРОИТЕЛЬСТВО ПИРАМИД

Пирамиды стоят на древнем кладбище в Гизе, на противоположном от Каира, столицы современного Египта, берегу реки Нил. Некоторые археологи считают, что, возможно, на строительство Великой пирамиды 100 000 человек потребовалось 20 лет. Она была создана из более чем 2 миллионов каменных блоков, каждый из которых весил не менее 2,5 тонн. Рабочие подтаскивали их к месту, используя пандусы, блоки и рычаги, а затем подгоняли друг к другу, без раствора.

ОСТРОВ И МАЯК

Маяк был построен на маленьком острове Фарос в Средиземном море, около берегов Александрии. Этот оживленный порт основал Александр Великий во время посещения Египта. Сооружение назвали по имени острова. На его строительство, должно быть, ушло 20 лет, а завершен он был около 280 г. до н.э., во времена правления Птолемея II, царя Египта.

ТРИ БАШНИ

Фаросский маяк состоял из трех мраморных башен, стоявших на основании из

массивных каменных блоков. Первая башня была прямоугольной, в ней находились комнаты, в которых жили рабочие и солдаты. Над этой башней располагалась меньшая, восьмиугольная башня со спиральным пандусом, ведущим в верхнюю башню.

Александрийский маяк.

В III веке до н.э. был построен маяк, чтобы корабли могли благополучно миновать рифы на пути в Александрийскую бухту. Ночью им помогало в этом отражение языков пламени, а днем - столб дыма. Это был первый в мире маяк, и простоял он 1500 лет.

Кристаллы белого фосфора образованы молекулами P_4 .

Такая молекула имеет вид тетраэдра.

Молекулы зеркальных изомеров молочной кислоты

также являются тетраэдрами.

Кристаллическая решётка **метана** имеет форму тетраэдра.

Метан горит бесцветным пламенем.

С воздухом образует взрывоопасные смеси.

Используется как топливо.

Сфалерит - сульфид цинка (ZnS).

Кристаллы этого минерала имеют форму тетраэдров, реже – ромбододекаэдров.

Куб передает форму кристаллов поваренной соли **NaCl**.

Форму куба имеют кристаллические решётки многих металлов (Li, Na, Cr, Pb, Al, Au, и другие)

Леонардо да Винчи – метод жестких ребер

Интересно сравнить этот рисунок Леонардо с похожей работой Маурица Эшера, относящейся к 1952 г., «Ячейки кубического пространства».

Форму октаэдра имеет **монокристалл алюмокалиевых кварцев**,
формула которого $K(Al(SO_4)_2) \cdot 12H_2O$.
Они применяются для протравливания тканей, выделки кожи.

Одним из состояний полимерной молекулы **углерода**, наряду с графитом, является алмаз **Алмазы** обычно имеют **октаэдр** в качестве формы огранки. Алмаз (от греческого *adamas* – несокрушимый) – бесцветный или окрашенный кристалл с сильным блеском в виде октаэдра.

Кристаллы алмаза представляют собой гигантские полимерные молекулы и обычно имеют форму огранки октаэдра, ромбододекаэдра, реже — куба или тетраэдра.

Вирус полиомиелита имеет форму додекаэдра. Он может жить и размножаться только в клетках человека и приматов.

В книге Дана Уинтера «Математика Сердца» (Dan Winter, Heartmath) показано, что молекула ДНК составлена из взаимоотношений двойственности додекаэдров и икосаэдров.

Многогранник - геометрическое тело,
ограниченное со всех сторон плоскими
многоугольниками, называемыми гранями.

Стороны граней называются ребрами
многогранника, а концы ребер — вершинами
многогранника. По числу граней различают
четырёхгранники, пятигранники и т. д.