

Понятие графа. Способы описания графов

Преподаватель: Солодухин Андрей
Геннадьевич

План

1. Предмет и задачи теории графов.
2. Понятие графа.
3. Способы описания графов.

Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС),

специальность 09.02.02 Компьютерные сети

ПМ.01: Участие в проектировании сетевой инфраструктуры

МДК.01.01. Организация, принципы построения и функционирования компьютерных систем

МДК.01.02. Математический аппарат для построения компьютерных систем

иметь практический опыт:

проектирования архитектуры локальной сети в соответствии с поставленной задачей;

установки и настройки сетевых протоколов и сетевого оборудования;
обеспечения целостности резервирования информации, использования VPN;

установки и обновления сетевого программного обеспечения;
мониторинга производительности сервера;

использования специального программного обеспечения для моделирования, проектирования и тестирования компьютерных сетей;
оформления технической документации;

уметь:

проектировать локальную сеть, выбирать сетевые топологии;

рассчитывать основные параметры локальной сети;

читать техническую и проектную документацию по организации сегментов сети;

применять алгоритмы поиска кратчайшего пути;

планировать структуру сети с помощью графа с оптимальным расположением узлов;

использовать математический аппарат теории графов;

контролировать соответствие разрабатываемого проекта технической документации;

настраивать протокол TCP/IP и использовать встроенные утилиты операционной системы для диагностики работоспособности сети;

использовать многофункциональные приборы мониторинга, программно-аппаратные средства технического контроля, тестировать кабели и коммуникационные устройства;

использовать техническую литературу и информационно-справочные системы для замены (поиска аналогов) устаревшего оборудования;

применять программные средства мониторинга сети;

знать:

общие принципы построения сетей, многослойную модель OSI;
архитектуру протоколов, этапы проектирования сетевой инфраструктуры;
базовые протоколы и технологии локальных сетей;

требования к сетевой безопасности, организации работ по вводу в эксплуатацию объектов и сегментов компьютерных сетей;

вероятностные и стохастические процессы, элементы теории массового обслуживания, основные соотношения теории очередей, основные понятия теории графов, алгоритмы поиска кратчайшего пути;

основные проблемы синтеза графов атак;

алгоритм построения адекватной модели;

системы топологического анализа защищенности кабельных систем;

архитектуру сканера безопасности;

беспроводные локальные сети;

стандарты кабелей, основные виды коммуникационных устройств,

термины, понятия, стандарты и типовые элементы структурированной кабельной системы: средства тестирования и анализа;

программно-аппаратные средства технического контроля, диагностику жестких дисков, резервное копирование информации, RAID технологии

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О

ДИСЦИПЛИНАМ

Общеобразовательные дисциплины

Общепрофессиональные дисциплины

ПМ.01. Участие в проектировании сетевой инфраструктуры

ПМ.02. Организация сетевого администрирования

ПМ.03. Эксплуатация объектов сетевой инфраструктуры

ПМ.04. Выполнение работ по рабочей профессии 14995 Наладчик технологического оборудования

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О

ПМ.01. Участие в проектировании сетевой инфраструктуры

МДК.01.01 Организация, принципы построения и функционирования компьютерных сетей

МДК.01.02
Математический аппарат для построения компьютерных сетей

УП.01 Учебная практика

ПП.01 Производственная практика

КЭ.01 Квалификационный экзамен

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О

МДК.01.02 Математический аппарат для построения компьютерных сетей

Основы теории графов

Элементы теории вероятностей и математической статистики

Элементы теории массового обслуживания

Приложения теории графов и сетевое планирование

Элементы теории конечных автоматов

ВВЕДЕНИЕ

На практике часто бывает полезно изобразить структуру системы в виде рисунков, составленных из точек (вершин) и линий (ребер), соединяющих определенные пары этих вершин и представляющих связи между ними.

Такие рисунки известны под общим названием графов

Граф – это множество точек, называемых **вершинами**, и множество линий, называемых **ребрами**, которые соединяют пары вершин (или вершину саму с собой).

ВВЕДЕНИЕ

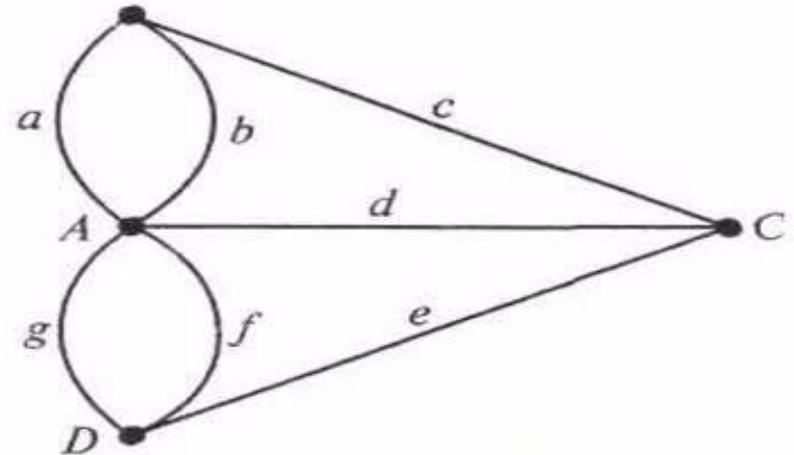
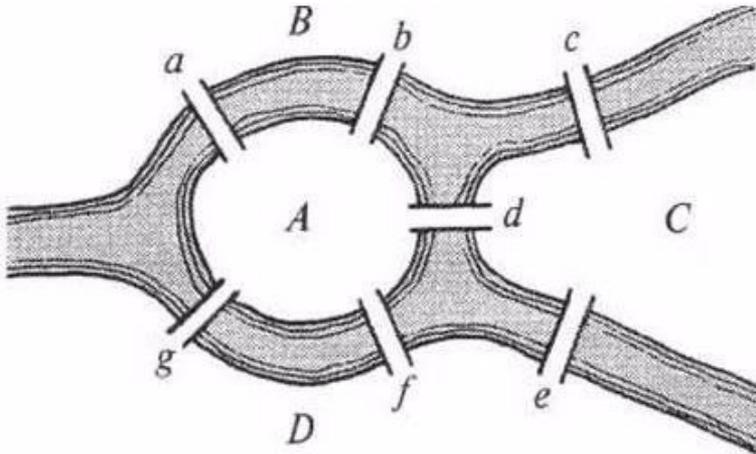
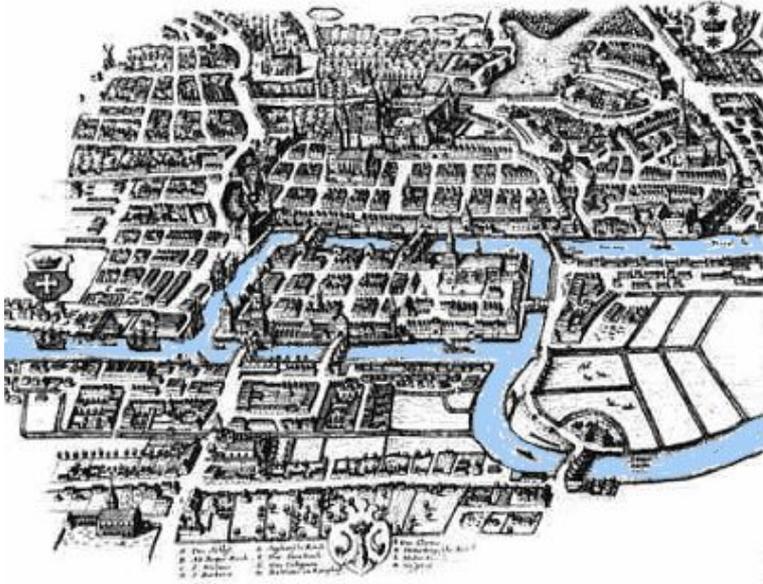
- Граф-модели применяются для эффективного использования ресурсов вычислительной системы (оптимизация использования памяти,
- уменьшение обменов между оперативной и внешней памятью и т.д.),
- организации больших массивов информации (графы данных для повышения эффективности информационного поиска),
- повышения эффективности работы компьютерных систем (распределение процессоров, обмен сообщениями между ними, синхронизация).

ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ГРАФОВ

- Определения. Основные понятия. Способы задания графов
- Основные типы графов
- Операции над графами
- Маршруты, цепи, циклы
- Задача о кратчайшем пути. Алгоритм Дейкстры
- Остовное дерево. Алгоритм Краскала построения минимального остовного дерева
- Эйлеровы и гамильтоновы графы
- Раскраска графов
- Задача о максимальном потоке
- Задача о коммивояжере

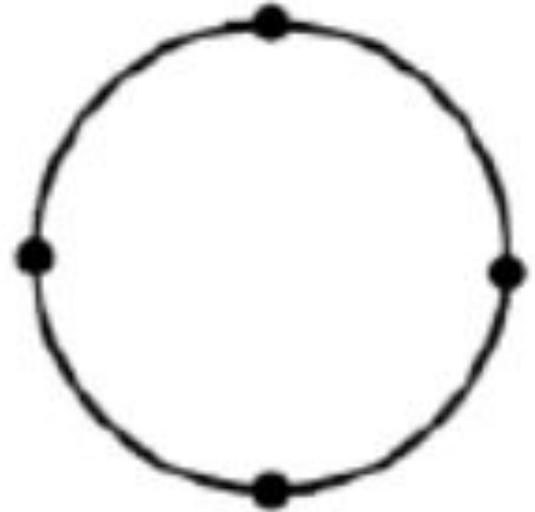
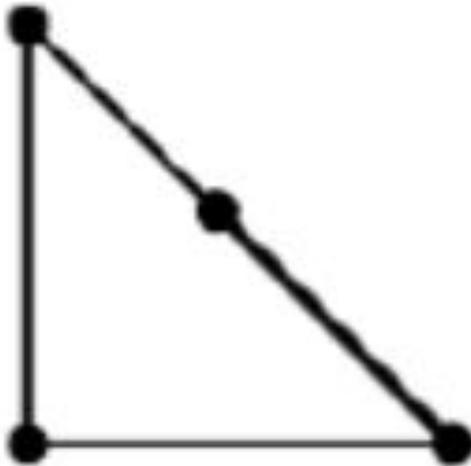
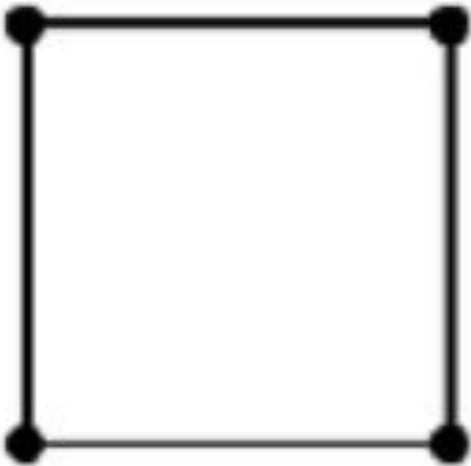
ПОНЯТИЕ ГРАФА

Основной объект теории графов — граф и его обобщения



ПОНЯТИЕ ГРАФА

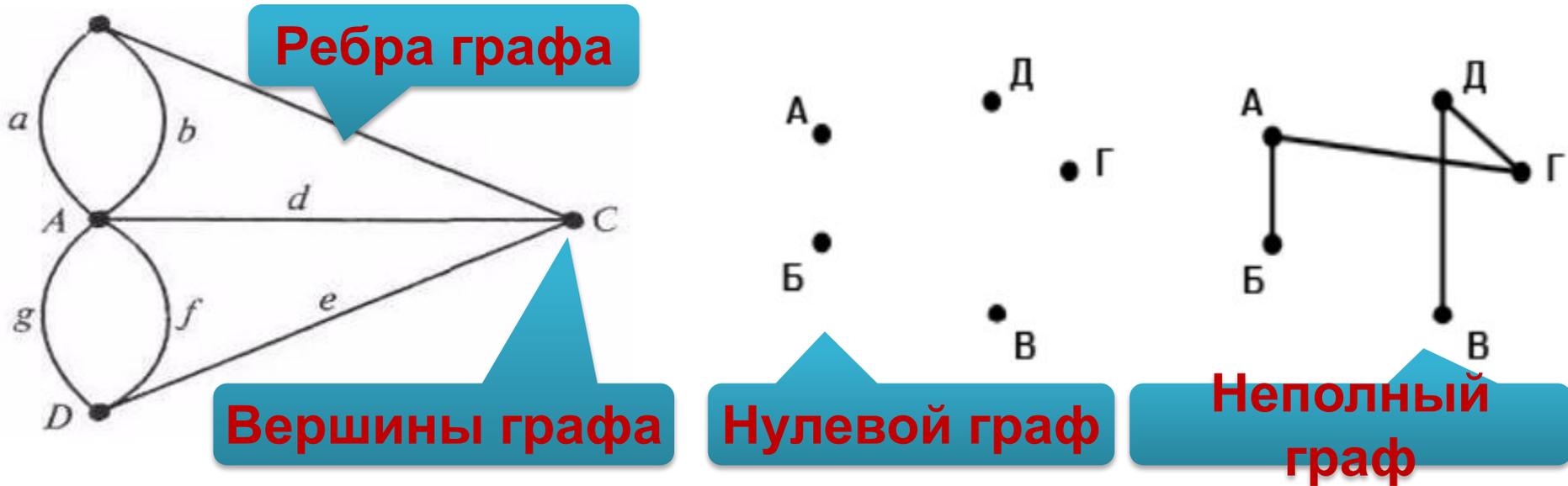
При изображении графов на рисунках или схемах отрезки могут быть прямолинейными или криволинейными. Длины отрезков и расположение точек произвольны.



все три фигуры изображают один и тот же граф

ПОНЯТИЕ ГРАФА

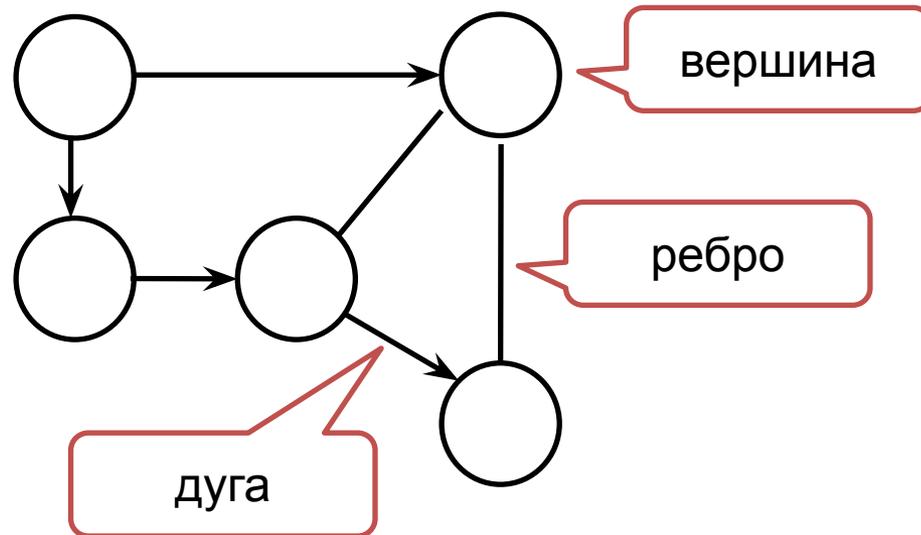
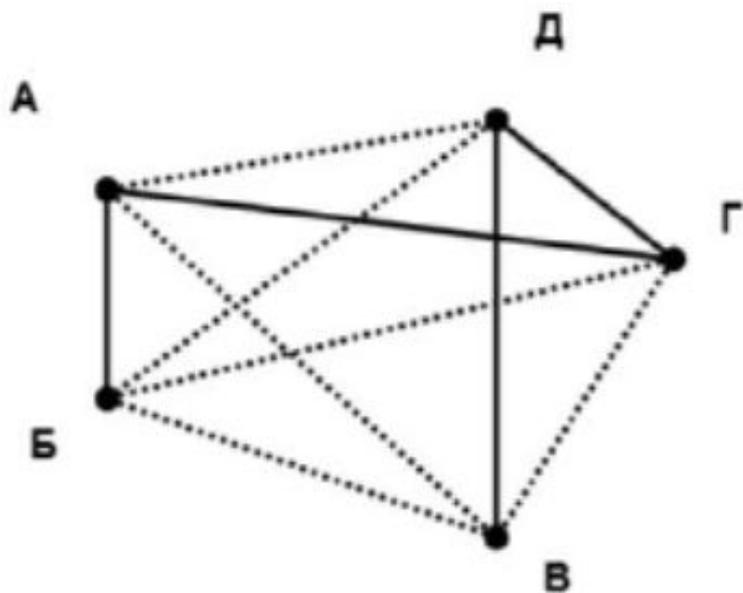
Геометрическое представление графа — это схемы, состоящие из точек и соединяющих эти точки отрезков прямых или кривых



схема, состоящая из «изолированных» вершин, называется **нулевым** графом.

Графы, в которых построены не все возможные рёбра, называются **неполными** графами

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ



Связи между элементами изображаются на графе линиями. Если линия **направленная**, то она называется **дугой**. Если нет, то это **ребро**.

Изолированные вершины — это такие вершины, которые не имеют инцидентных рёбер

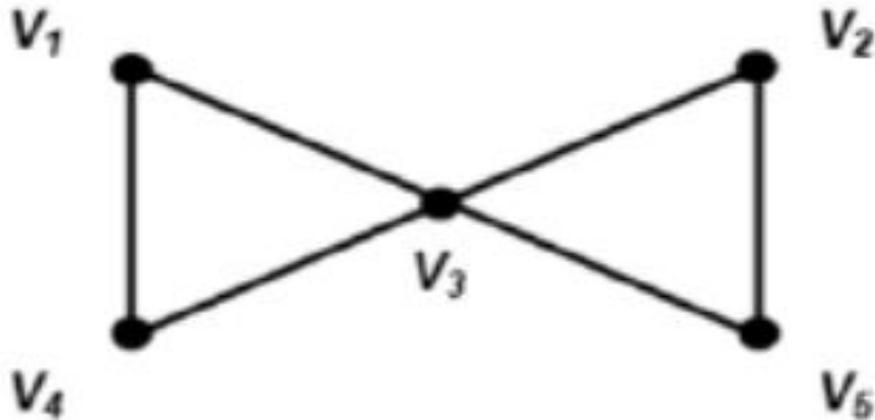
Висячие вершины — это такие вершины, которые имеют только одно инцидентное ребро.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАФА

Графом $G(V, E)$ называется **совокупность** двух множеств — непустого множества V (**множества вершин**) и множества E двухэлементных подмножеств множества V (E — **множество рёбер**)

Ребро и любая из его двух вершин называются **инцидентными**.

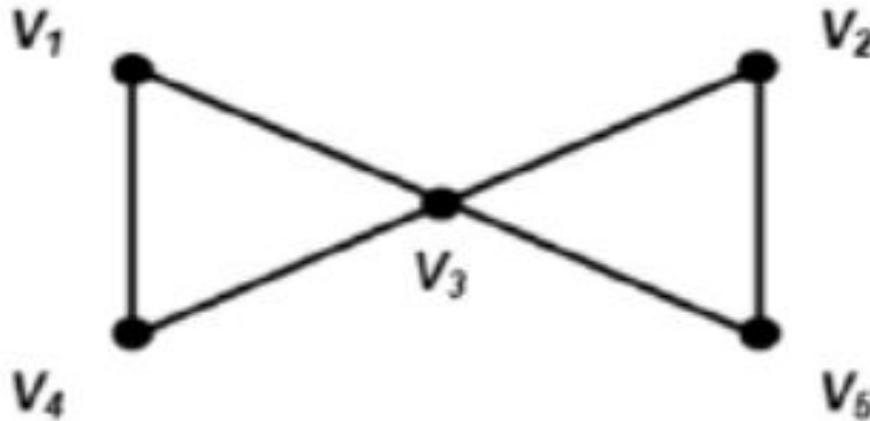
Под **степенью** вершины подразумевается количество инцидентных ей рёбер



Две вершины называются смежными, если они соединены ребром (дугой)

МАРШРУТЫ, ЦЕПИ, ЦИКЛЫ

Маршрут графа — это чередующаяся последовательность вершин и рёбер

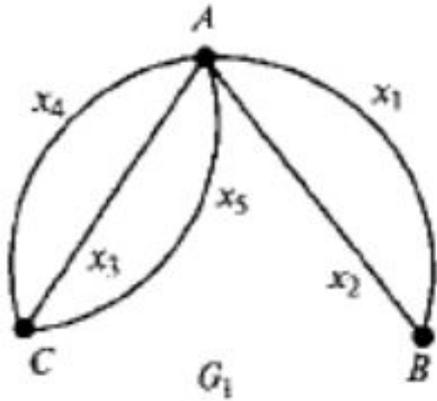


Петлѐй называется ребро, у которого начальная и конечная вершины совпадают.

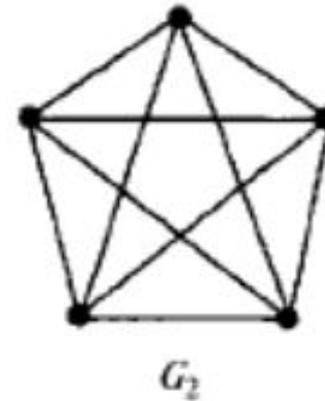
Маршрут является **замкнутым (циклом)**, если его начальная и конечная вершины совпадают

Если все ребра **различны**, то маршрут называется **цепью**

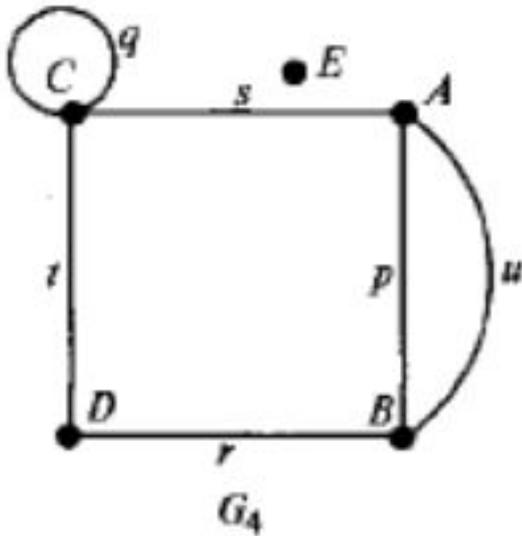
ПРИМЕРЫ ГРАФОВ



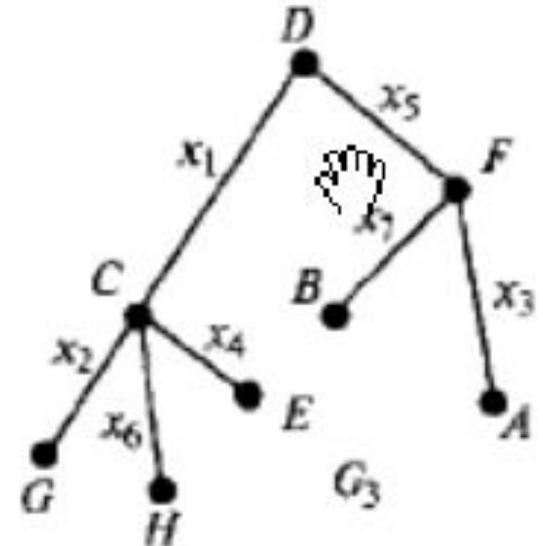
со смежными вершинами



полный



с петлей



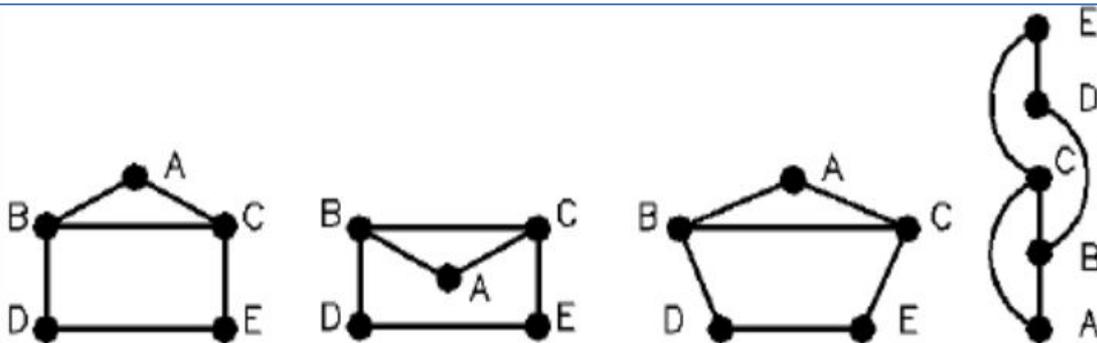
С висячими вершинами

Изолированные вершины — это такие вершины, которые не имеют инцидентных рёбер

Висячие вершины — это такие вершины, которые имеют только одно инцидентное ребро.

Мультиграфом называется граф, в котором пара вершин соединяется несколькими различными рёбрами. Для ориентированного мультиграфа вершины v_i и v_j могут соединяться несколькими рёбрами в каждом из направлений.

Графы называют **изоморфными**, если они имеют одинаковое число вершин, причем их ребра соединяют только соответствующие друг другу вершины



СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ГРАФОВ

Перечисление элементов

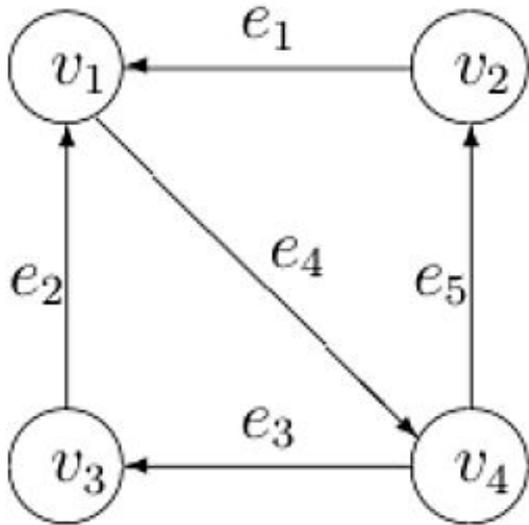
Изображение

Матрица смежности

Матрица инциденций

Списки смежности

чтобы задать граф, достаточно перечислить множества его вершин и ребер (т.е. пары вершин)



$$G = (V, E)$$

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$$

$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$$

$$e_1 = (v_2, v_1); e_2 = (v_3, v_1);$$

$$e_3 = (v_4, v_3); e_4 = (v_1, v_4);$$

$$e_5 = (v_4, v_2);$$

СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ ГРАФОВ

Перечисление элементов

Изображение

Матрица смежности

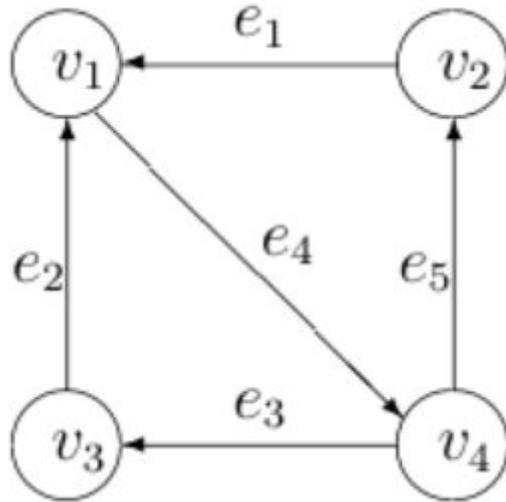
Матрица инциденций

Списки смежности

Матрица смежности – это квадратная таблица с n строками и n столбцами, в которой элемент, стоящий на пересечении строки с номером i и столбца с номером j , равен **1**, если вершины с номерами i и j смежны, и **0**, если они не смежны.

Каждый элемент матрицы смежности $A[i, j]$ равен 1, если имеется дуга (x_i, x_j) – то есть из вершины i в вершину j , и 0 в противном случае

ПРИМЕР МАТРИЦЫ СМЕЖНОСТИ



ориентированный граф

неориентированный граф

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ ГРАФОВ

Перечисление элементов

Изображение

Матрица смежности

Матрица инцидентности

Списки смежности

Матрица инцидентности представляет собой прямоугольную матрицу **B** размером $n \times m$, где n – количество вершин графа, а m – количество дуг графа.

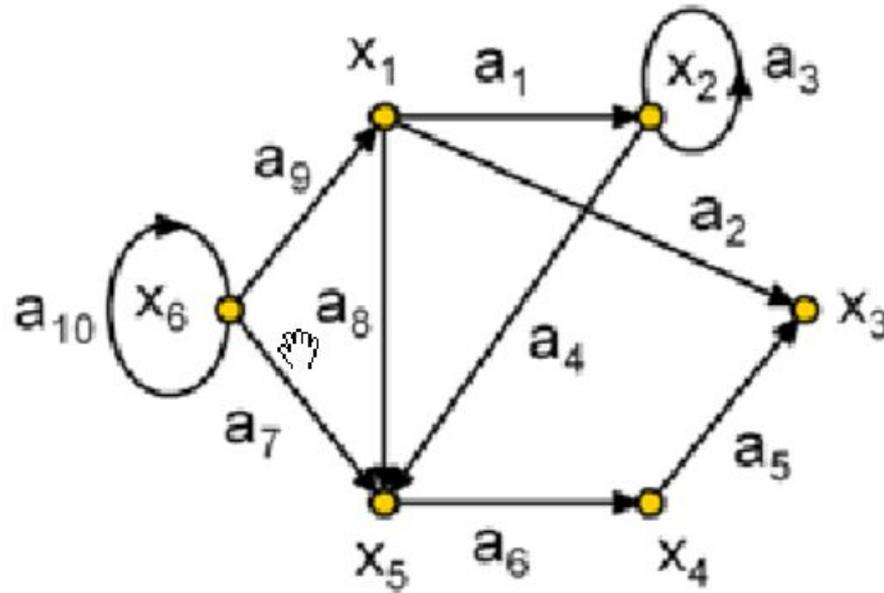
Каждый элемент матрицы инцидентности определяется следующим образом:

$b_{ij} = 1$, если x_i является **начальной** вершиной дуги a_j ,

$b_{ij} = -1$, если x_i является **конечной** вершиной дуги a_j ,

$b_{ij} = 0$, если x_i **не является** концевой вершиной дуги a_j или если a_j является **петлей**.

ПРИМЕР МАТРИЦЫ ИНЦИДЕ



$$A = \begin{pmatrix} & \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \mathbf{a}_3 & \mathbf{a}_4 & \mathbf{a}_5 & \mathbf{a}_6 & \mathbf{a}_7 & \mathbf{a}_8 & \mathbf{a}_9 & \mathbf{a}_{10} \\ \mathbf{x}_1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ \mathbf{x}_2 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{x}_3 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{x}_5 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ \mathbf{x}_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ ГРАФОВ

Перечисление элементов

Изображение

Матрица смежности

Матрица инцидентности

Списки смежности

Этот способ часто используется для компьютерного представления графов

Для каждой вершины задается список всех смежных с ней вершин

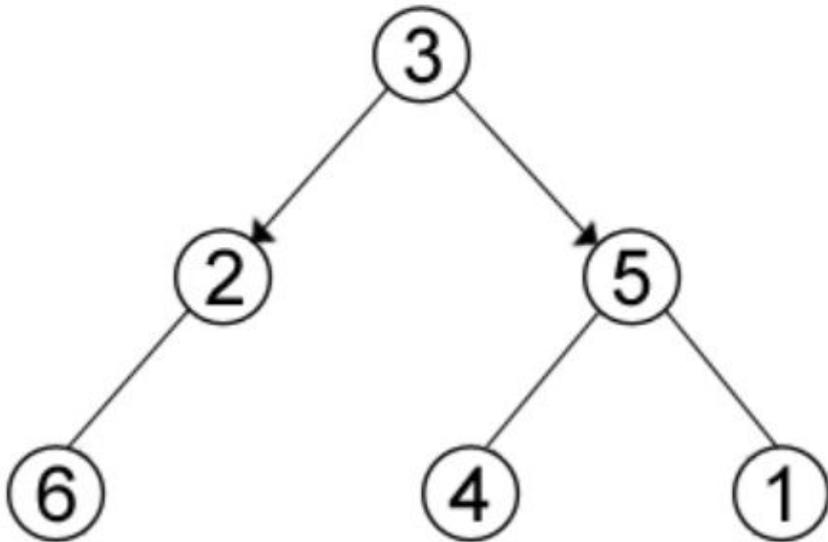
В программировании списки смежности могут быть реализованы как массив линейных списков. В списке указывается номер или имя вершины, а после двоеточия перечисляются все смежные с ней вершины

ПРИМЕР СПИСКА СМЕЖНОСТИ

$$G = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$E = \{\{1, 5\}, \{2, 6\}, \{3, 2\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}\}$$



1: 5

2: 6

3: 2, 5

4: 5

5: 1, 4

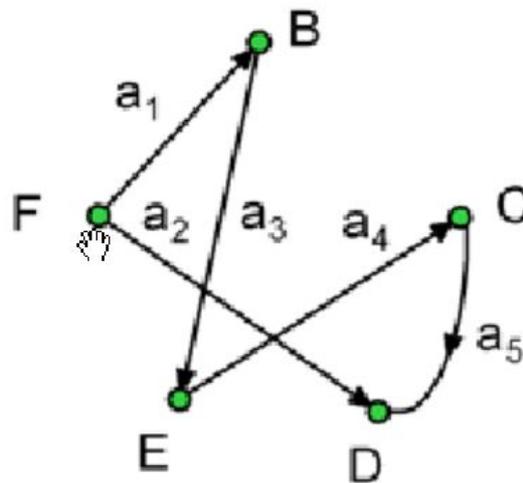
6: 2

Вопросы

1. Дайте определение понятию «граф».
2. Назовите области применения графов.
3. Нарисуйте простой неориентированный граф и отметьте на рисунке основные элементы: вершина, ребро, петля.
4. Нарисуйте ориентированный граф, подпишите вершины, дуги, запишите любой путь.
5. Нарисуйте мультиграф.

ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ

1. Составьте описание графа:



$$G=(V,E); \quad V=\{?,?,\dots,?\}; \quad E=\{?,?,\dots,?\}$$

2. Составьте матрицу смежности для ориентированного графа.

3. Составить матрицу инцидентности.

$$A = \begin{pmatrix} & \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \mathbf{a}_3 & \mathbf{a}_4 & \mathbf{a}_5 \\ \mathbf{B} & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{C} & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ \mathbf{D} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{E} & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ \mathbf{F} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

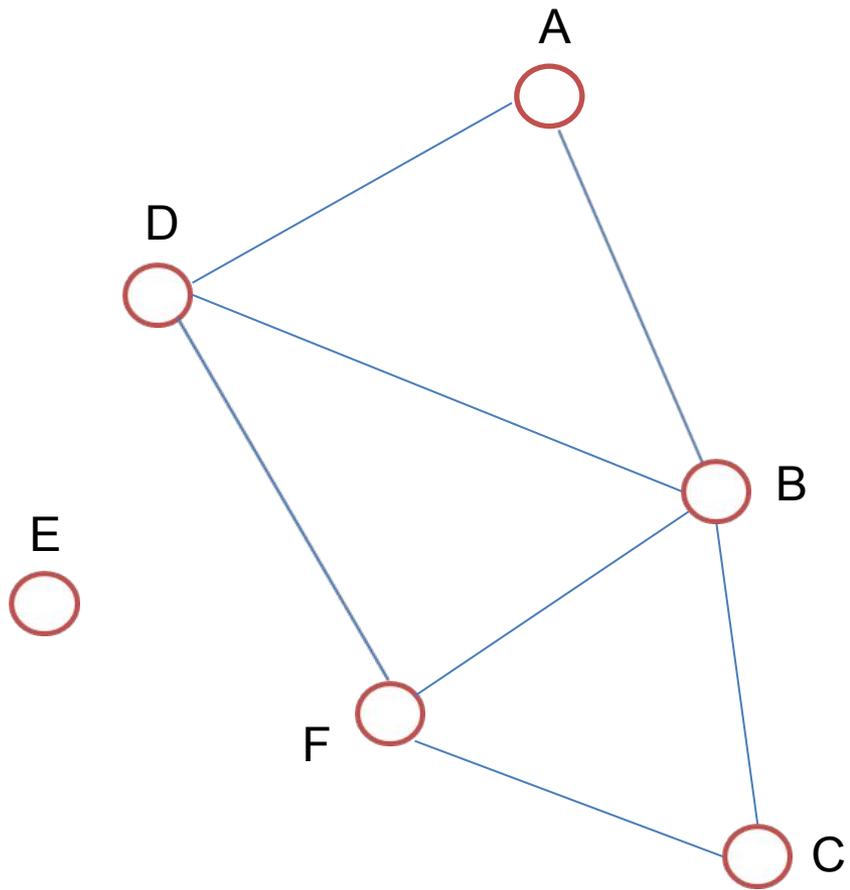
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ

Составьте матрицу смежности для графа, заданного списками смежности:

A : B, D; **B** : A, C, D, F; **C** : B, F; **D** : A, B, F; **E** : ; **F** : B, C, D.

Постройте граф.



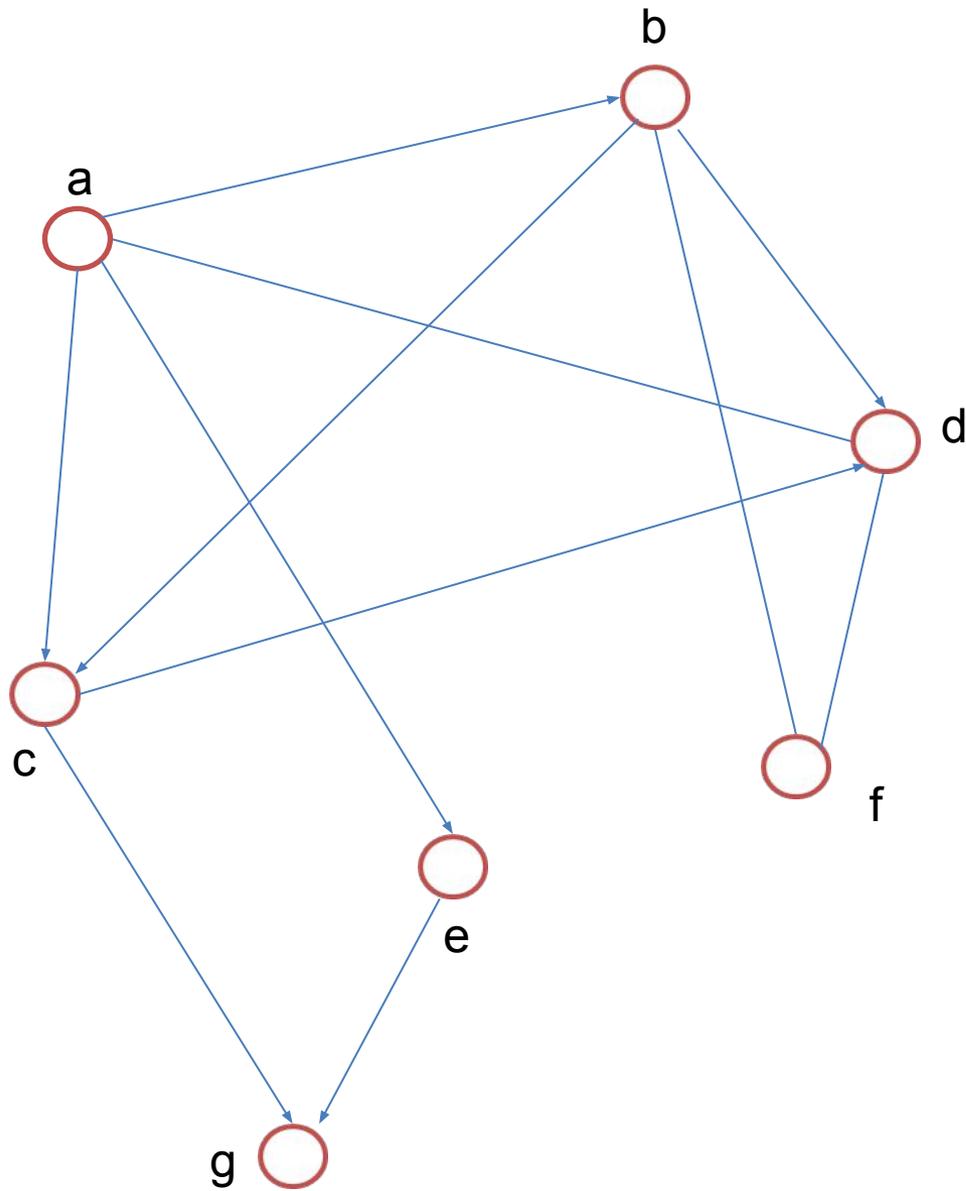
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ

Постройте матрицу инцидентности для графа, заданного списками смежности:

a : b, c, d, e; **b** : c, d, f; **c** : d, g; **d** : a, f; **e** : g; **f** : b, d; **g** : .

Составьте граф.

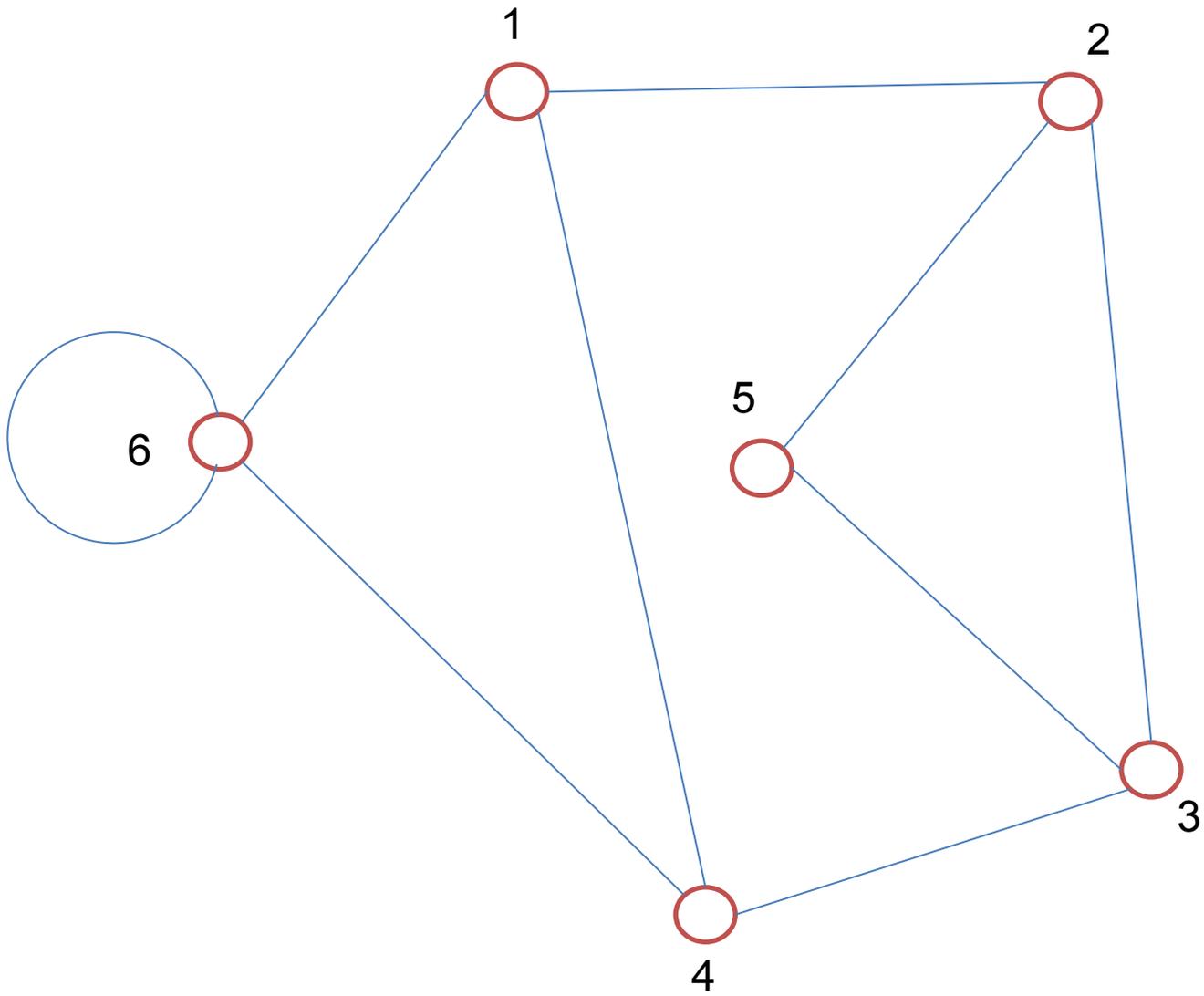


ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ

Дана матрица смежности для неориентированного графа.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Составьте граф.

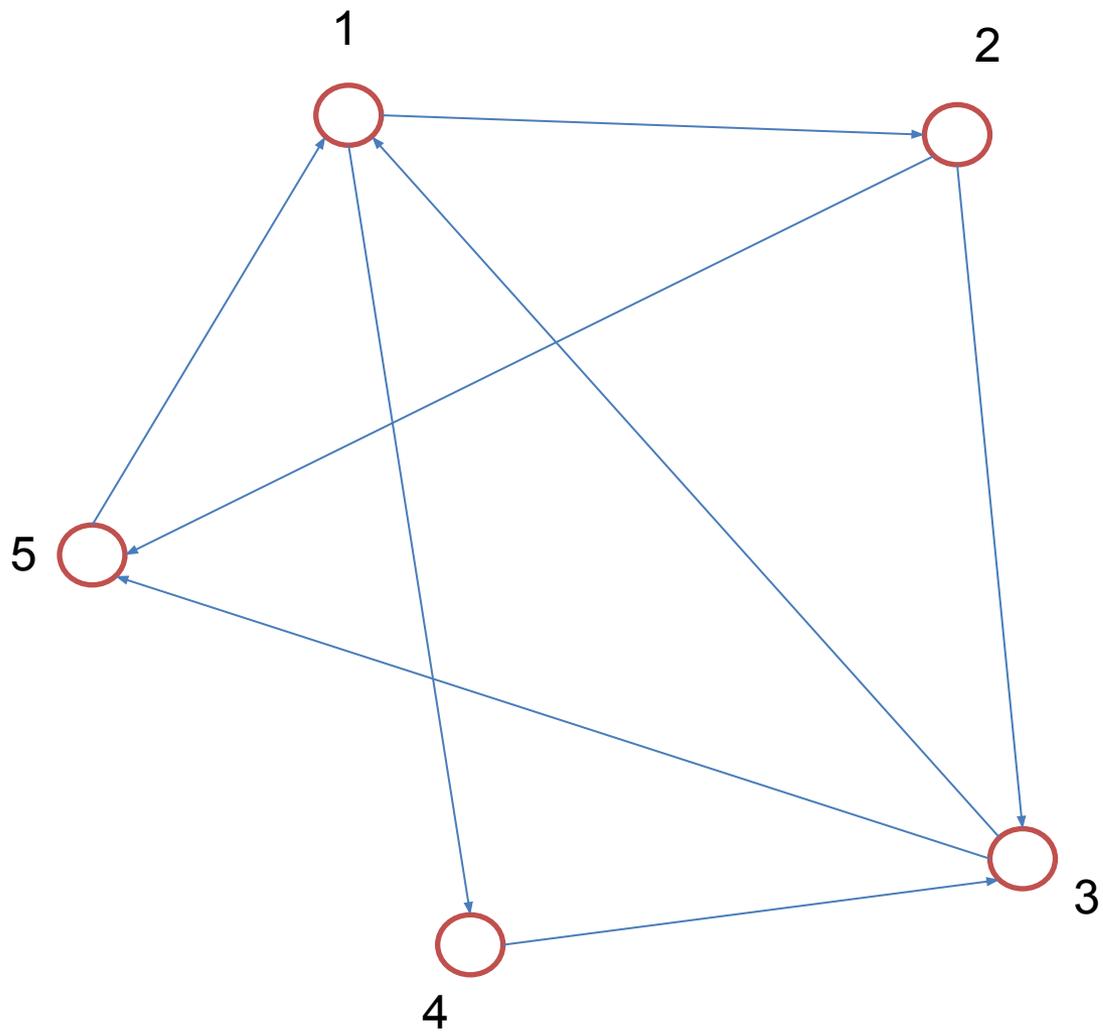


ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ

Дана матрица смежности для ориентированного графа.

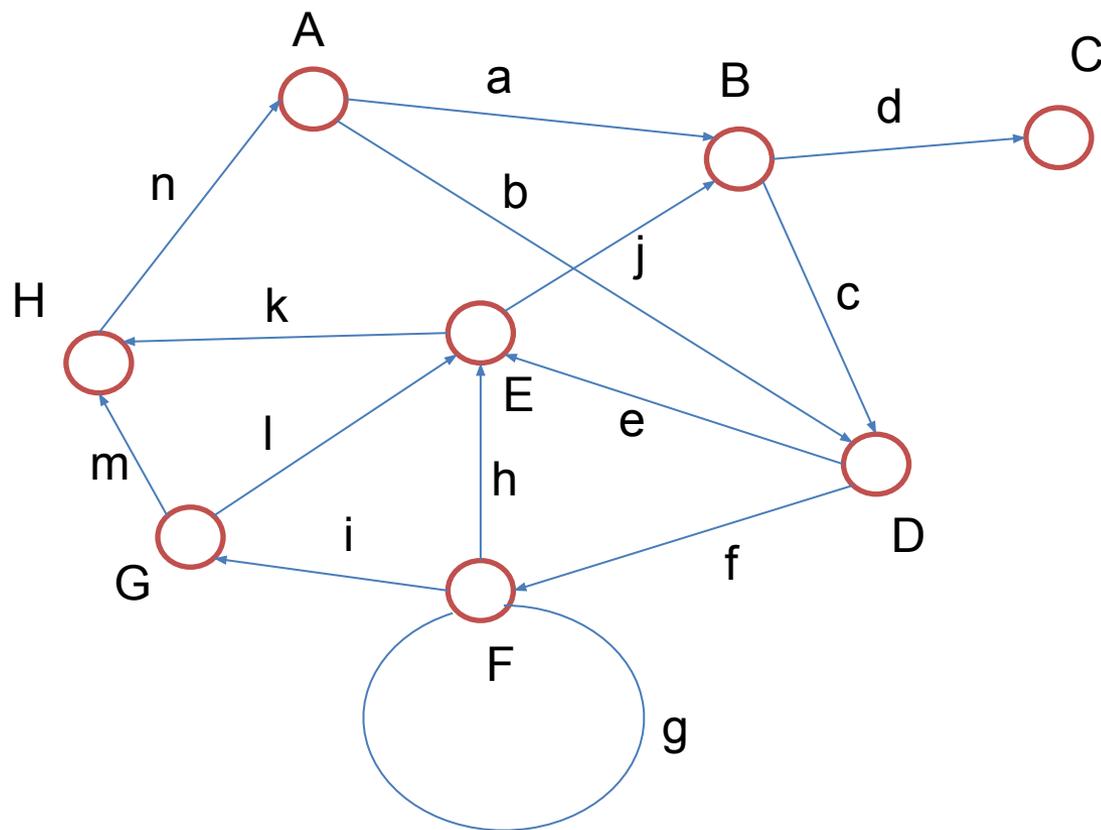
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Составьте граф.



ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ

Дан граф.



Составьте матрицу инцидентности.