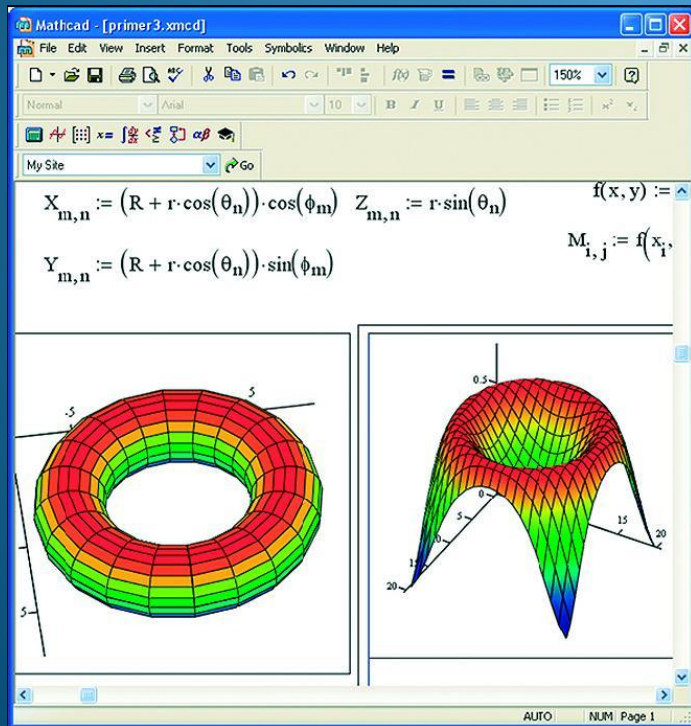


Реализация ММ в Mathcad

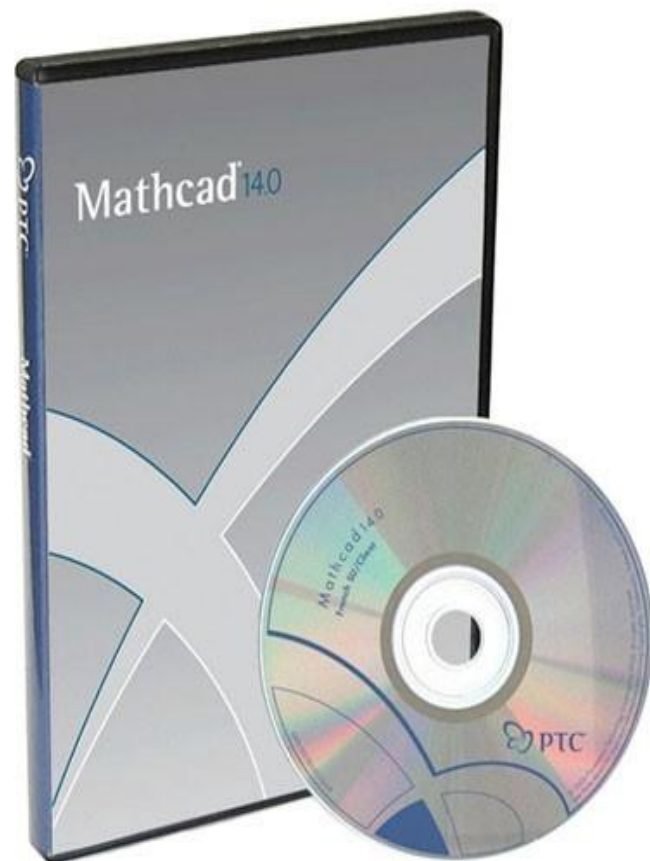


2019

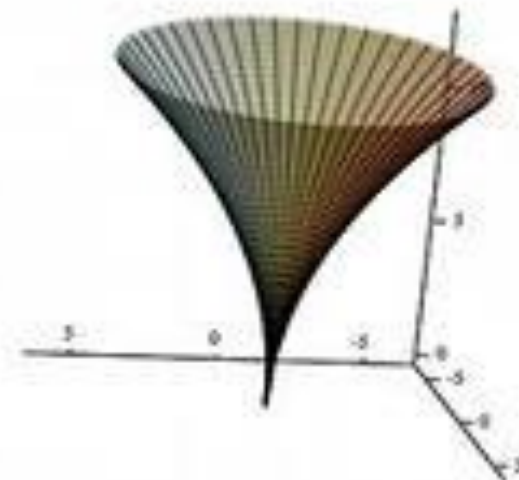
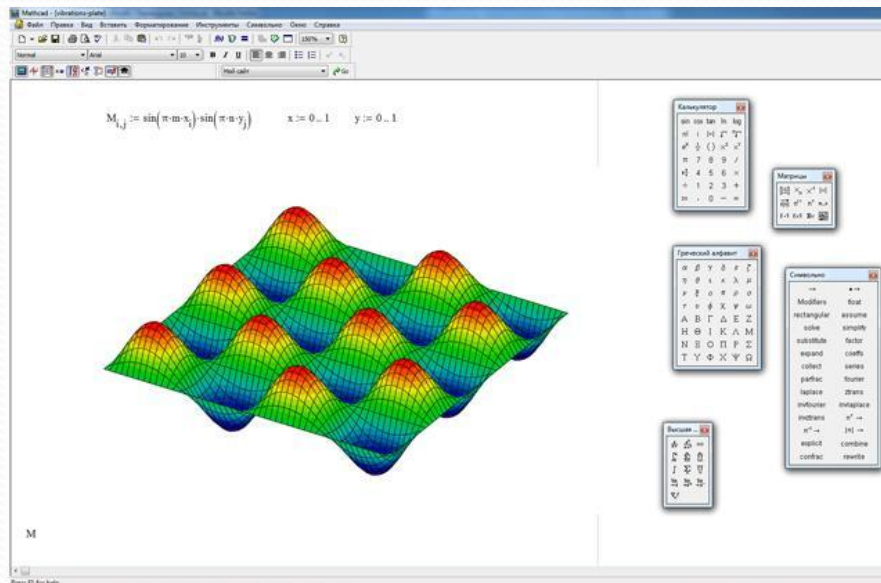
Определение программ

Mathcad — система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением, отличается легкостью использования и применения для коллективной работы.

Mathcad содержит сотни операторов и встроенных функций для решения различных технических



Mathcad был задуман и первоначально написан Алленом Раздовом из Массачусетского технологического института (MIT), соучредителем компании Mathsoft, которая с 2006 года является частью корпорации PTC (Parametric Technology Corporation).



Версии

- **Mathcad 1.0-5.xx**

Mathcad 6

Mathcad 7

Mathcad 8

Mathcad 2000 (версия 9)

Mathcad 2001 (версия 10)

Mathcad 2001i (“интерактивный”)

Mathcad 11-11.2a

Mathcad 12

Mathcad 13-13.1

Mathcad 14

Mathcad 15

Mathcad Prime 1.0



Выполнение вычислений в символьном режиме

Построение двумерных и трёхмерных графиков функций

Решение дифференциальных уравнений

Возможности
Mathcad

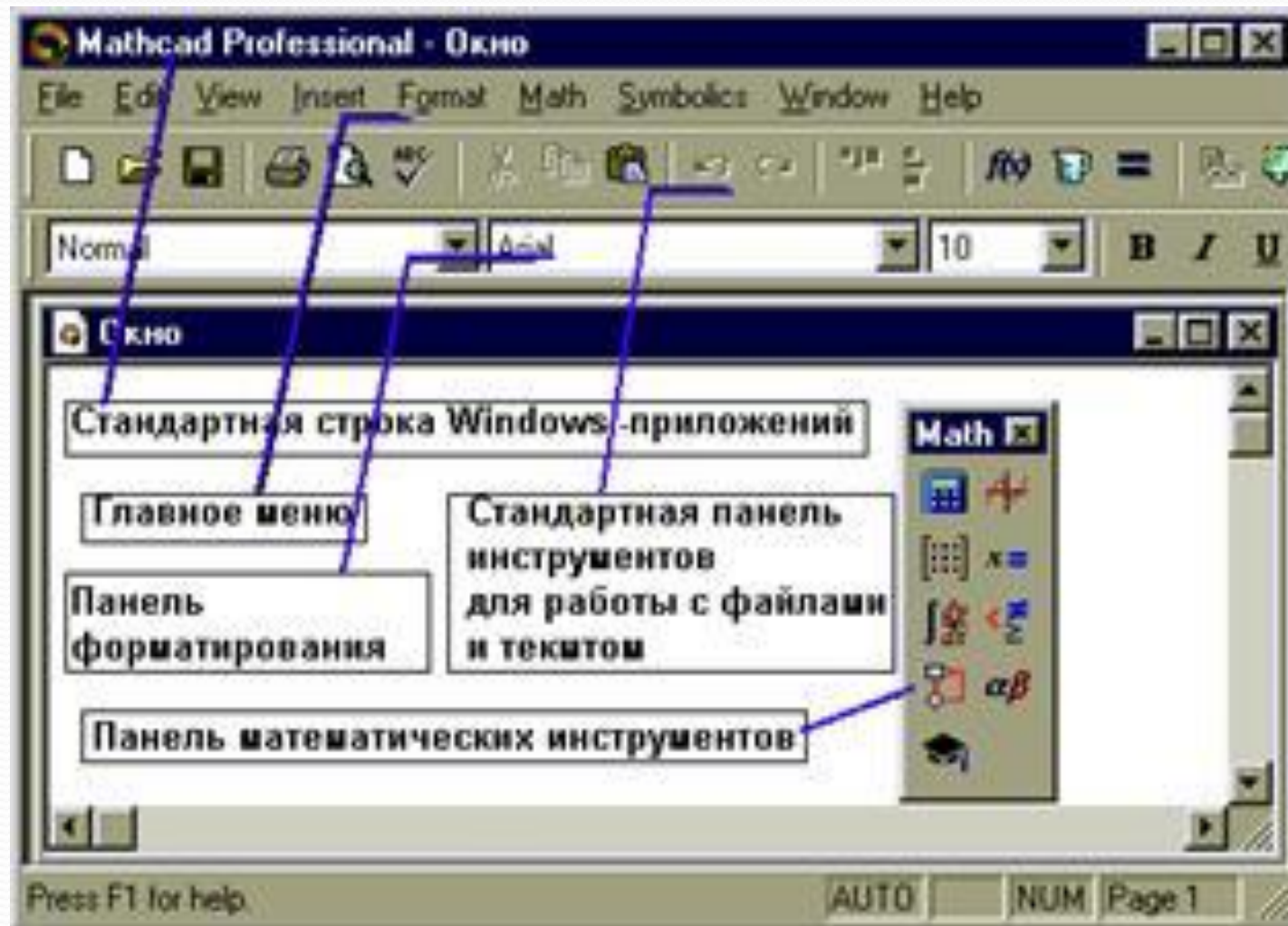
Вычисления с единицами измерения

Проведение статистических расчётов и работа с распределением вероятностей

Поиск корней многочленов и функций

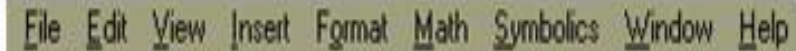
Символьное решение систем уравнений

Выполнение операций с векторами и матрицами



Главное меню системы

Вторая строка окна системы - главное меню. Назначение его команд приведено ниже:



File Edit View Insert Format Math Symbolics Window Help

File (Файл) – работа с файлами, сетью интернет и электронной почтой;

Edit (Правка) – редактирование документов;

View (Обзор) – изменение средств обзора;










Options (Параметры) - позволяет задавать параметры вычислений



Symbolik (Символика) – выбор операций символьного процессора;

Window (Окно) – управление окнами системы;

Help (?) – работа со справочной базой данных о системе; Mathcad Help (Справка по MathCAD) - содержит три вкладки: Содержание - справка упорядочена по темам; Указатель - предметный указатель; Поиск - находит нужное понятие при вводе его в форму.

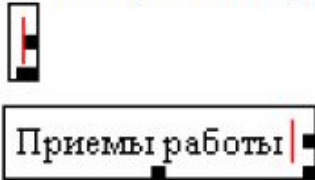

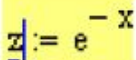
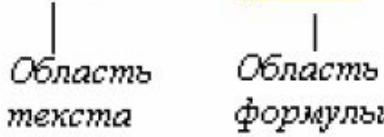
Наибольший интерес для нас в системе MathCAD представляет математическая панель. Она содержит перемещаемые палитры математических знаков, которые служат для ввода практически всех известных математических символов и шаблонов операторов и функций.

1.  **Calculator** – служит для ввода арифметических операций и часто используемых простых функций. Эта палитра фактически дублирует обычный калькулятор.
2.  **Graph** – содержит команды для построения семи типов графиков.
3.  **Matrix** – для создания векторов и матриц и некоторые операции для работы с ними.
4.  **Evaluat...** – для вставки операторов управления вычислениями и для вставки пользовательских операторов.
5.  **Calculus** – эта палитра содержит операции высшей математики (производные, интегралы, пределы и др.), а также знак бесконечности ∞ .
6.  **Boolean** – для вставки операций сравнения и логических операций Not, And, Or.
7.  **Programming** – инструменты программирования системы MathCAD.
8.  **Greek** – палитра для набора греческих символов.
9.  **Symbolic** – содержит ключевые слова, управляющие символьными вычислениями.

10.   эта панель вместе с панелью  **Symbolic** содержит ключевые слова, используемые при символьных вычислениях. Здесь расположены команды, задающие тип символьной переменной.

№	Наименование	Пояснения	Так будет на экране	Так нужно набирать
1. Общие приемы				
1	Курсор	<p>Указывает позицию ввода с клавиатуры.</p> <p>Перемещается клавишами ENTER и стрелочными клавишами</p>	+	Щелчком левой кнопки мыши
2	Объекты MathCAD, операции с ними	<p>Формула или ее часть</p> <p>Группа объектов для проведения общих действий (перемещение, копирование, удаление...).</p> <p>Копировать: <Ctrl>+<C> Вырезать: <Ctrl>+<X> Вставлять из буфера: <Ctrl>+<V></p>	$f(x, y) := \sin(x^2) + \cos(\sqrt{y})$ $\{x := 3 \quad y := 7\}$ $\{given\}$ $\{2 \cdot x + 6 \cdot y = 8\}$ $\{3 \cdot x - 7 \cdot y = 11\}$ $\{z := Find(x, y)\}$ $\{x = 3 \quad y = 7\}$	<p>Охват синим контуром появляется автоматически. При необходимости область охвата расширяется клавишей ПРОБЕЛ</p> <p>Обводка контура мышью при нажатой левой кнопке мыши. После этого можно копировать, перетаскивать мышью, удалять</p>

№	Наименование	Пояснения	Так будет на экране	Так нужно набирать
3	Идентификаторы простых переменных	Латинские, греческие или русские буквы, цифры. Можно показать часть идентификатора на 0.5 строки ниже (для красоты). Строчные и прописные литеры различаются	X x R1 R ₁ (набор единицы через «косметическую» точку. Это НЕ индекс!)	R точка 1
4	Греческие буквы	Часто используются как идентификаторы	τ δ	Ввести похожую латинскую букву, затем нажать <Ctrl>+<g> Или из меню View-Toolbars-Greek
5	Операция присваивания	Идентификатор := значение Область действия – <i>правее</i> и/или <i>ниже</i> оператора присваивания, до строки присваивания этому оператору нового значения	R ₁ := 12	Клавишей ДВОЕТОЧИЕ
6	Операция присваивания глобального значения	Идентификатор ≡ значение Область действия – весь лист MathCAD, независимо от места на листе, где это присваивание осуществлено	X ≡ 15	Из меню View-Toolbars-Evaluation , иконка со знаком ≡

№	Наименование	Пояснения	Так будет на экране	Так нужно набирать
7	Вставка текста (комментариев)	В среде MathCAD можно создавать описания, методические указания, электронные книги. Текст нужно вводить в специальные области (называются text regions– текстовые регионы)		Нажать клавишу КАВЫЧКИ и набирать текст как обычно в текстовом редакторе. Или из меню Insert-Text Regions
8	Вставка формул в текстовый регион	Можно вписывать «живые» формулы прямо в поясняющий текст	<p>Приемы работы: </p> <p>Приемы работы: </p> <p style="text-align: center;">  </p>	Находясь в области текста, из меню Insert-Math Region

2. Арифметические, алгебраические и логические операторы

1	Знаки алгебраических действий	<p>Умножение</p> <p>Деление</p> <p>Возведение числа или матрицы в степень</p> <p>Извлечение корня</p> <p>Абсолютное значение числа</p>	<p>.</p> <p>$\frac{1}{2}$</p> <p>2^n</p> <p>$\sqrt{\quad}$ Слот для ввода числа</p> <p>\quad</p>	<p>*</p> <p>1/2</p> <p>2^n</p> <p>\</p> <p>shift </p>
2	Знаки отношения	<p>Больше или равно</p> <p>Меньше или равно</p> <p>Не равно</p> <p>Равно (знак для уравнений, условий...), жирный знак равенства</p>	<p>\geq</p> <p>\leq</p> <p>\neq</p> <p>$=$</p> <p>Жирный знак равенства</p>	<p><Ctrl>+<></p> <p><Ctrl>+<<</p> <p><Ctrl>+<3></p> <p><Ctrl>+<=></p>
3	Число π	<p>В расчетах MathCAD автоматически воспринимает π как 3.1415926</p>	<p>π</p>	<p>Набрать латинскую букву p (строчную) и нажать <Ctrl>+<g></p>
4	Число e (основание натуральных логарифмов)	<p>В расчетах MathCAD автоматически воспринимает e как 2.718281828</p>	<p>e, можно exp</p>	<p>Обычный набор латинских букв</p>
5	Комплексные числа	<p>В MathCAD реализована алгебра комплексных чисел</p>	<p>$\alpha := 0.5 \quad \beta := -5$</p> <p>$y := \alpha + i \cdot \beta$</p>	<p>$y : a <Ctrl>+<g> + 1i*b$</p> <p><Ctrl>+<g></p> <p>1i набирается без пробела</p>

3. Переменные с индексами
(элементы массива, область значений аргументов функций)

1	Присваивание области определения переменных	Определяется диапазон изменения переменной с указанием шага. Если шаг не указать, то по умолчанию MathCAD считает его равным 1	$x := 0, 0.01 .. 10$ $Y := Y_{\min}, Y_{\min} + \Delta Y .. Y_{\max}$ $j := 0 .. N$	Идентификатор ДВОЕТОЧИЕ начальное значение ЗАПЯТАЯ шаг ТОЧКА_С_ЗАПЯТОЙ конечное значение Если нужен шаг, равный 1, то Идентификатор ДВОЕТОЧИЕ начальное значение ТОЧКА_С_ЗАПЯТОЙ конечное значение																
2	Индексы массива	Если массив – вектор, указывается только номер элемента. Если массив двумерный или массив является строкой, нужно указать два индекса. Нумерация индексов – с нуля	$i := 0 .. 23$ $j := 0 .. 100$ $X_j := 2 \cdot j$ $A_{i,j} := \frac{j}{i+1}$	Идентификатор КВАДРАТНАЯ ОТКРЫВАЮЩАЯ СКОБКА [индексы через ЗАПЯТЫЕ																
3	Вывод таблицы значений элементов массива	Массив выводится в форме таблицы. Если таблица имеет больше строк, чем принято по умолчанию (15), автоматически появляется линейка прокрутки	$x := 0, 0.1 .. 1$ $y(x) := \sin(x)$ $x =$ $y(x) =$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0.1</td><td>0.1</td></tr> <tr><td>0.2</td><td>0.199</td></tr> <tr><td>0.3</td><td>0.296</td></tr> <tr><td>0.4</td><td>0.389</td></tr> <tr><td>0.5</td><td>0.479</td></tr> <tr><td>0.6</td><td>0.565</td></tr> <tr><td>0.7</td><td>0.644</td></tr> </table>	0	0	0.1	0.1	0.2	0.199	0.3	0.296	0.4	0.389	0.5	0.479	0.6	0.565	0.7	0.644	x ДВОЕТОЧИЕ 0 ЗАПЯТАЯ 0.1 ТОЧКА_С_ЗАПЯТОЙ 1 $y(x)$ ДВОЕТОЧИЕ $\sin(x)$ $x =$ $y(x) =$
0	0																			
0.1	0.1																			
0.2	0.199																			
0.3	0.296																			
0.4	0.389																			
0.5	0.479																			
0.6	0.565																			
0.7	0.644																			

4. Шаблоны операторов математического анализа

1	Знаки операций математического анализа	<p>Шаблон производной</p> <p>Шаблон неопределенного интеграла</p> <p>Шаблон определенного интеграла</p> <p>Шаблон предела</p> <p>Шаблон суммы</p>	$\frac{d}{dx}$ $\int dx$ $\int_a^b dx$ $\lim_{x \rightarrow \cdot}$ $\sum_{i=1}^n$	<p><Shift>+<?> Или Меню View-Toolbars-Calculus -иконка со значком производной</p> <p><Ctrl>+<i> Или Меню View-Toolbars-Calculus -иконка со значком интеграла</p> <p><Shift>+<&> Или Меню View-Toolbars-Calculus -иконка со значком интеграла</p> <p><Ctrl>+<L> Меню View-Toolbars-Calculus -иконка со значком lim</p> <p><Ctrl>+<Shift>+<4> Меню View-Toolbars-Calculus -иконка со значками Σ</p>
---	--	---	--	--

5. Шаблоны для матричной алгебры

1	<p>Знаки матричной алгебры</p>	<p>Шаблон матрицы</p> <p>Транспонирование</p> <p>Выделение одного из столбцов матрицы в форме вектора. Нумерация столбцов матрицы – с нуля.</p> <p>Длина вектора</p> <p>Определитель квадратной матрицы</p>	$A := \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}$ $A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 8 & 6 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 8 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ $A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 8 & 6 \end{pmatrix} \quad A^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $A^{(1)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix} \quad A^{(2)} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ $V := \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad V = 5$ $A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 8 & 1 \\ -7 & -9 & -12 \end{pmatrix} \quad A = 116$	<p><Ctrl>+<m> или меню Insert- Matrix. В окошке указать число строк (rows) и столбцов (columns)</p> <p>Идентификатор матрицы охватить синим контуром, нажать <Ctrl>+<1></p> <p>Набрать идентификатор матрицы, затем <Ctrl>+<^></p> <p>Набрать идентификатор вектора, затем <Shift>+ < ></p> <p>Набрать идентификатор матрицы, затем <Shift>+ < ></p>
---	--------------------------------	---	--	---

6. Часто употребляющиеся функции

1	Тригонометрические функции	$\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$ (тангенс). По умолчанию область определения тангенса – от $-\frac{\pi}{2}$ до $+\frac{\pi}{2}$, область определения функций синус и косинус – от 0 до $2\cdot\pi$	
2	Логарифмы с заданным основанием	По умолчанию основание полагается равным 10	<div style="text-align: center;"> <p>Основание</p> <p>$z := \log(10, 2)$ $u := \log(2)$ Основание=10 по умолчанию</p> <p>Число, логарифм которого нужно определить</p> </div>
3	Экспоненциальная функция	Для ее ввода не требуется задавать числовое значение основанию натуральных логарифмов	$e^{-0.1 \cdot x}$ или $\exp(x)$ <div style="float: right; text-align: right;"> Для набора степени используйте клавиши <Shift>+<^> </div>

1 График плоскостной.
Пример: построить на одном рисунке графики функций

$$z(\varphi) := \sin(\varphi)$$

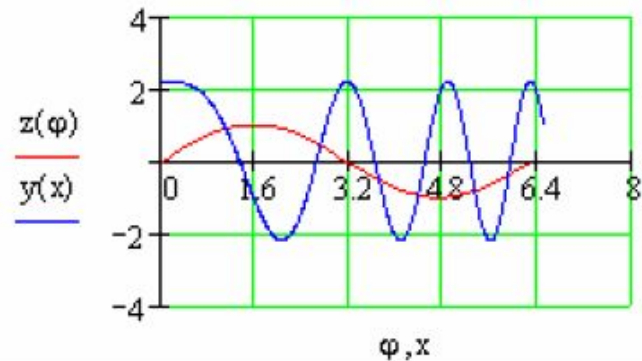
$$y(x) := 2.2 \cdot \cos(\sqrt{x^{3.2}})$$

Нужно задать область изменения аргумента функции. На одном графике можно показывать разные функции одного или разных аргументов. График можно форматировать щелчком левой кнопки мыши по его полю

$$z(\varphi) := \sin(\varphi) \quad y(x) := 2.2 \cdot \cos(\sqrt{x^{3.2}})$$

$$\varphi := 0, 0.1 \cdot \pi \dots 2 \cdot \pi \quad x := 0, 0.01 \dots 6.5$$

Шаблон графика выводится клавишами shift 2 или из меню Insert - Graph- XY Plot



2 График двумерный
Пример: построить на одном рисунке графики функций

$$f(x,y) := \sin(x^2 + y^2)$$

$$Z(X,Y) := 0.1 \cdot X + 0.2 \cdot Y + 0.5$$

для областей определения аргументов:
 $-1.5 \leq x \leq 1.5$ $-1.5 \leq y \leq 1.5$
 $-1.5 \leq X \leq 1.5$ $-1.5 \leq Y \leq 1.5$

Нужно задать целочисленные индексы, с помощью которых образовать массивы данных о значениях функций в ряде точек внутри области определения их аргументов.
 График можно форматировать щелчком левой кнопки мыши по его полю.
 Готовый график можно рассматривать под различными ракурсами (на рисунке показаны 2 ракурса)

Функции

$$f(x,y) := \sin(x^2 + y^2) \quad Z(X,Y) := 0.1 \cdot X + 0.2 \cdot Y + 0.5$$

$$i := 0..20 \quad j := 0..20 \quad \text{Индексы}$$

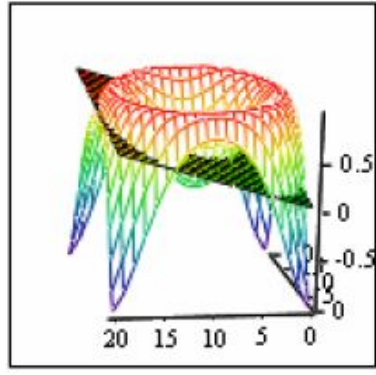
$$x_i := -1.5 + 0.15 \cdot i \quad X_i := -1.5 + 0.15 \cdot i$$

$$y_j := -1.5 + 0.15 \cdot j \quad Y_j := -1.5 + 0.15 \cdot j$$

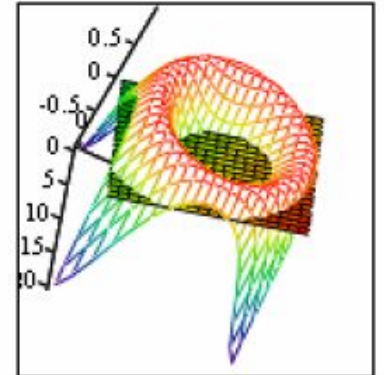
Области определения аргументов

$$F_{i,j} := f(x_i, y_j) \quad \text{Массивы точек графика} \quad P_{i,j} := Z(X_i, Y_j)$$

Шаблон графика выводится клавишами Ctrl 2 или из Меню Insert-Graph-Surface Plot



F,P



F,P

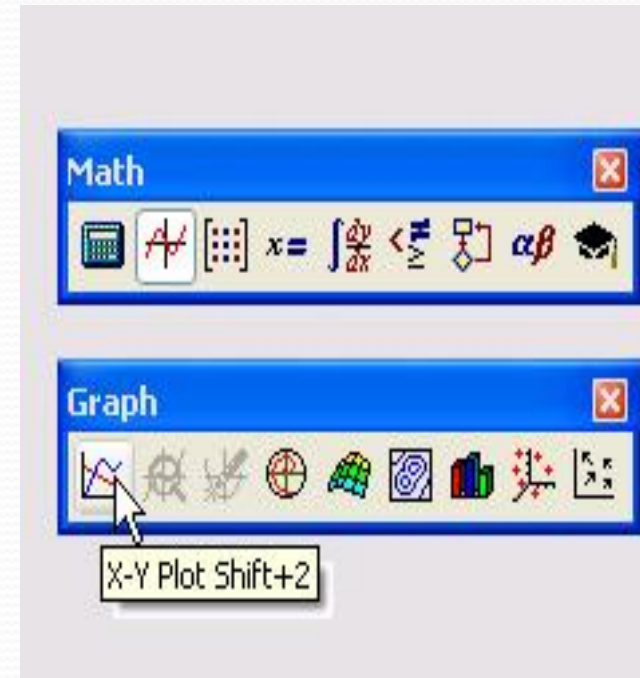
Идентификаторы массивов

Графики в Mathcad

Одним из многих достоинств Mathcad является легкость построения графиков.

Панель графиков вызывается нажатием кнопки с изображением графиков на математической панели. На ней расположено девять кнопок с изображениями различных типов графиков:

X-Y Plot, Polar Plot, 3D Bar Chart, Surface Plot, Counter Plot, Vector Field Plot, 3D Scatter Plot



Виды графиков в Mathcad

- *X-Y Plot* - графики в декартовых координатах
- *Polar Plot* - графики в полярных координатах
- *3D Bar Chart* - столбиковые диаграммы
- *Surface Plot* - трехмерный график
- *Cunter Plot* - карта линий уровня (изолинии)
- *Vector Field Plot* - векторное поле
- *3D Scatter* - трехмерный точечный график.



Для правильного построения графика необходимо соблюдать алгоритм выполнения работы

1

Набрать
условия
задания

2

Выписать
пределы
и все
возможн
ые
ограниче
ния
функции

3

Вызвав
панель
графиков,
нажать на
кнопку с
изображени
ем данного
графиков.
Появятся
два
(или более)
вложенных
друг в друга
квадрата,
внутри
которых
есть
несколько

точек

4

В
появившем
ся графике
нужно
подвести
курсор к
точкам
графика и
ввести
данные на
оси

5

Щелкнув
несколько
раз мышью
вне
графика, на
экране
можно
увидеть
график
данной
функции

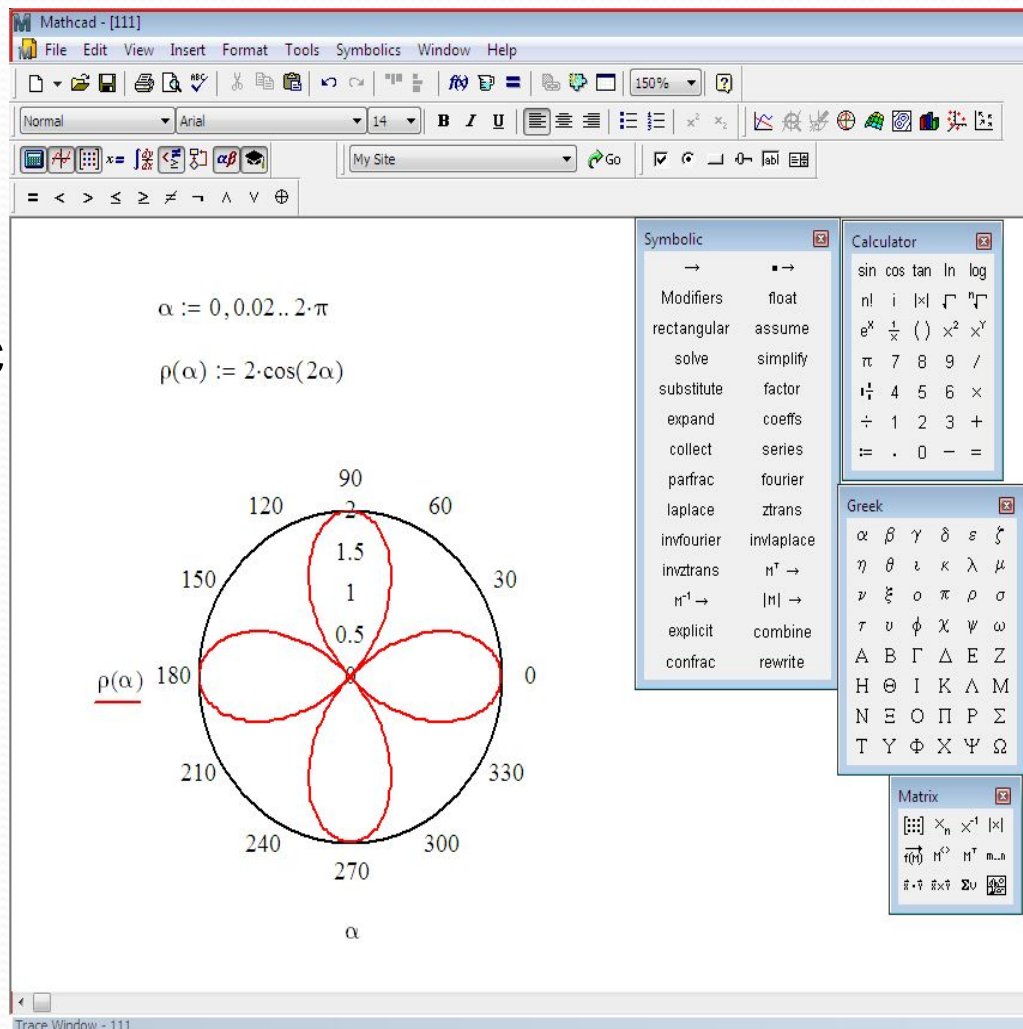
Пример №1

Дана функция:

$$\rho(\alpha) = 2 \cos(2\alpha)$$

Изобразить график данной функции с помощью *Mathcad*.

Для того, чтобы выполнить данную работу, пользуясь планом, выписываем данные и пределы функции ($\alpha := 0, 0.02..2\pi$) и выбираем определенный график в графе *Graph(Polar*

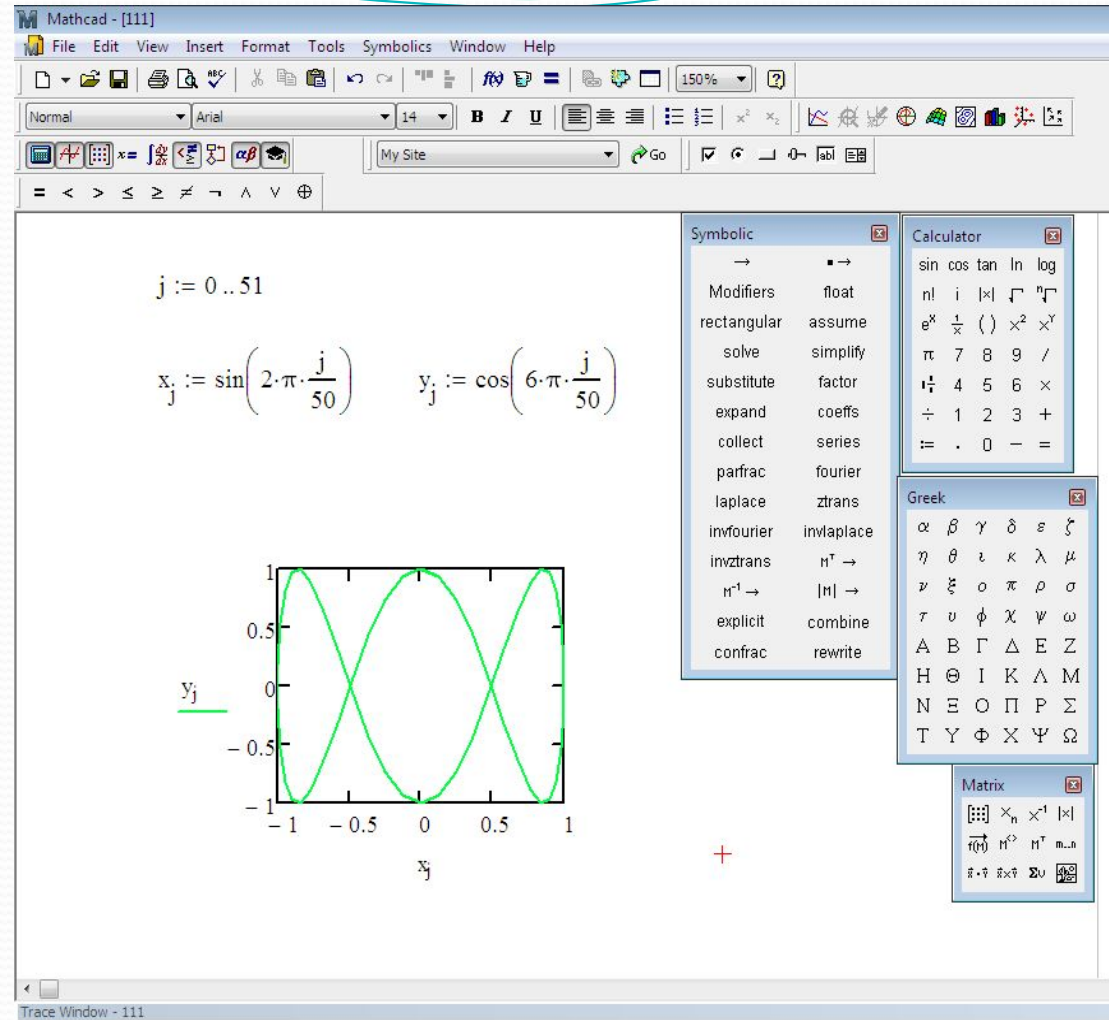


Пример №2

Даны две тригонометрические функции:

$$x_j = \sin\left(2\pi \cdot \frac{j}{50}\right) \quad y_j = \cos\left(6\pi \cdot \frac{j}{50}\right)$$

Для того, чтобы с помощью *Mathcad* выполнить график функций, так же по аналогии с примером №1 записываем данные и выбираем определенный график в графе *Graph (X-Y Plot)*, получаем:

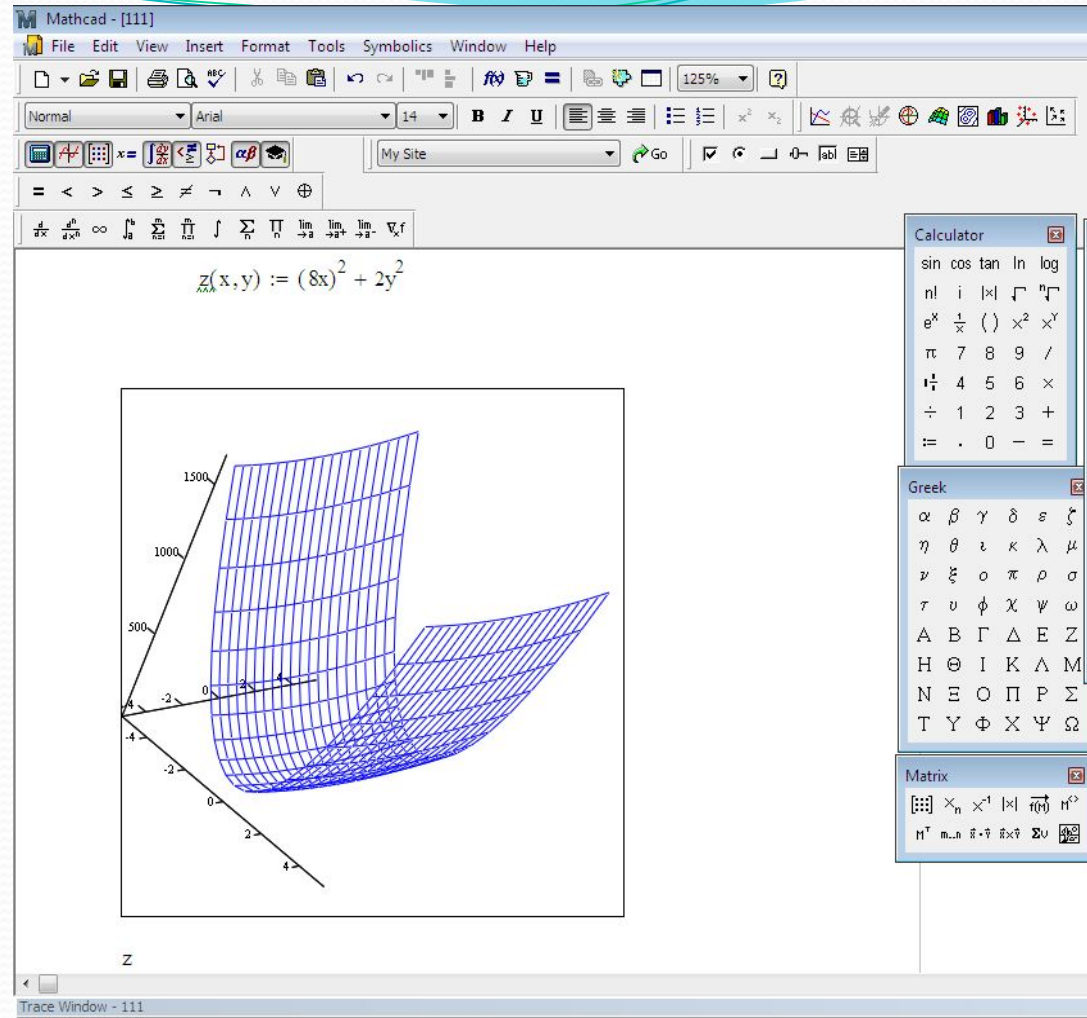


Пример №3

Дана функция, состоящая из двух неизвестных переменных

$$z(x; y) = (8x)^2 + 2y^2$$

Для построения графика выполняем те же действия, что и раньше, выбираем в графе *Graph Surface Plot*, так как график получается трехмерным, получаем:



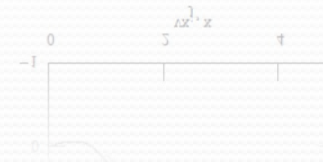
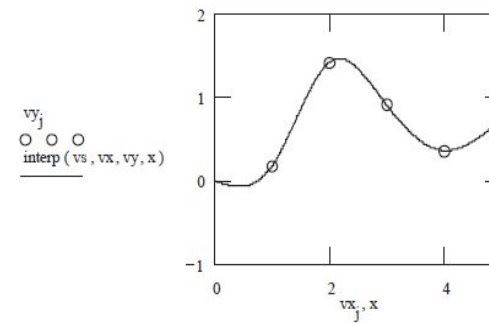
Пример №4

Даны произвольные точки двух декартовых координат

(x и y). Построим интерполяцию (т.е. построим функцию, проходящую через заданные точки, чтобы предсказать значение функции между ними). Для того, чтобы сгладить интерполирующую функцию пользуемся сплайн интерполяцией

```
j := 1..5      vx_j := j      vy_j := rnd(j)
vs := lspline (vx, vy)
```

$vx =$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$	$vy =$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.174 \\ 1.421 \\ 0.912 \\ 0.366 \\ 0.737 \end{bmatrix}$
--------	--	--------	--



Formatting Currently Selected X-Y Plot

X-Y Axes | Traces | Labels | Defaults

X-Axis:

- Log Scale
- Grid Lines
- Numbered
- Autoscale
- Show Markers
- Auto Grid

Number of Grids:

2

Y-Axis:

- Log Scale
- Grid Lines
- Numbered
- Autoscale
- Show Markers
- Auto Grid

Number of Grids:

2

Axis Style

- Boxed
- Crossed
- None

Equal Scales

OK

Отмена

Применить

Справка

Formatting Currently Selected X-Y Plot

X-Y Axes | Traces | Labels | Defaults

Legend Label	Symbol	Line	Color	Type	Weight
trace 1	+s	***	red	points	1
trace 2	none	dot	blu	lines	1
trace 3	none	dash	grn	lines	1
trace 4	none	dadot	mag	lines	1
trace 5	none	solid	cya	lines	1
trace 6	none	dot	brn	lines	1

trace 1 +s solid red points 1

Hide Arguments

Hi

- lines
- points
- error
- bar
- step
- draw
- stem
- solidbar

OK

Отмена

Применить

Справка

Отображение ошибок

1. Если значение переменной или функции не определено, в MathCad - 2001 – такие имена выделяются красным.
2. Если при вычислениях выражения произошла ошибка, это выражение помечается сообщением об ошибке. Эти сообщения весьма информативны.

$a := 0$ $b := 3$

$$D := \sqrt{\frac{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}{a}}$$

Found a singularity while evaluating this expression. You may be dividing by zero.

Формат вывода числовых данных

В MathCad можно влиять на формат отображения результатов вычислений. Ввод и вывод данных может производиться в двух основных представлениях:

- десятичное (например, 1348.745903);
- с порядком (например, $1.348 \cdot 10^3$);

Для управления отображением числовых данных имеются параметры:

- количество отображаемых десятичных знаков (например, 1348.7459 –с четырьмя, 1348.74-с двумя десятичными знаками);
- отображение или сокрытие незначащих нулей справа;
- порядковый порог, после которого десятичное число будет показываться с порядком;
- округление малых чисел до нуля при отображении.

Изменение первых трех параметров производится в меню Формат/Формат числа/Формат результата. Последний выставляется в меню Формат/Формат числа/Формат результата в закладке Tolerance (точность) установкой Zero threshold (Порог нуля).

Решение дифференциальных уравнений в MathCad

Для численного интегрирования одного ОДУ (обыкновенное дифференциальное уравнение) можно использовать вычислительный блок **given-odesolve**.



Внимание! Mathcad в состоянии решить только ОДУ, которые можно записать в стандартном виде, то есть решить алгебраически относительно производной высшего порядка и записать в виде $y'(x)=f(x)$.

Функция `Odesolve` решает дифференциальные уравнения как с начальными условиями, когда все условия заданы в начале интервала интегрирования, так и с граничными условиями, заданными в двух точках.

Из этих двух точек одна обязательно является началом интервала интегрирования, другая произвольная, но ее аргумент больше, чем в начальной точке.

`Odesolve(x,xk,n)`

`x`- имя переменной, относительно которой решается уравнение

`xk`- конец интервала интегрирования

`n`- необязательный внутренний параметр, определяющий число шагов интегрирования.

По умолчанию MathCAD использует `n=1000`.

Пример №1

Решим в MathCAD следующее нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с нулевыми начальными условиями.

Mathcad - [Безымянный:1]

Файл Правка Вид Добавить Формат Инструменты

Normal Arial 10

Мой сайт Go

Given

$$100y''(x) + 10y(x)^2 + 101y(x) = 50\left(\frac{\sin(x)}{4}\right)$$

$$y'(0) = 0$$

$$y(0) = 0$$

$$y := \text{odesolve}(x, 200)$$

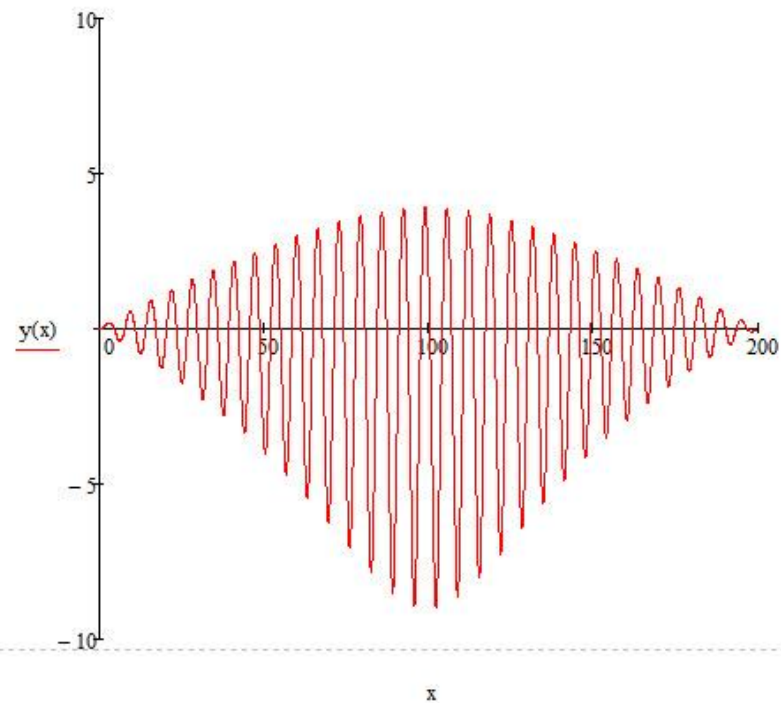
$$x := 0, 0.05 \dots 200$$

Mathcad - [Безымянный:1]

Файл Правка Вид Добавить Формат Инструменты Символика Окно Справка

Normal Arial 10

Мой сайт Go

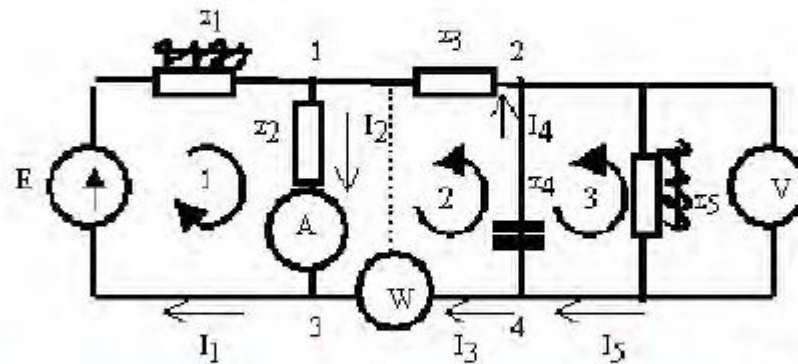


Готовые шаблоны для решения инженерных задач

Пример 2. Расчет электрической цепи переменного тока

(Программа 02-electro1.mcd)

В цепи, изображенной на рис. 2П.01, действует источник синусоидальной ЭДС $e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi)$. Требуется определить токи и напряжения, действующие на всех участках цепи; проверить баланс мощностей и найти показания приборов.



ORIGIN := 1

$$z_1 := j \cdot 10 \quad z_2 := 30 \quad z_3 := 40 \quad z_4 := -j \cdot 50 \quad z_5 := j \cdot 60$$

$$E_m := 179 \quad \psi := 20 \cdot \frac{\pi}{180} \quad f := 50$$

$$z^T = (10i \ 30 \ 40 \ -50i \ 60i)$$

Рис. 2П.1. Схема электрической цепи и исходные данные для расчета

Определим напряжения и токи в ветвях цепи по уравнениям Кирхгофа. Зададим направления токов в ветвях и обхода контуров. Составляем систему уравнений для комплексов действующих токов и напряжений:

$$\begin{aligned} i_1 - i_2 + i_3 &= 0; \\ -i_3 + i_4 + i_5 &= 0; \\ z_1 i_1 + z_2 i_2 &= E; \\ z_2 i_2 + z_3 i_3 + z_4 i_4 &= E; \\ -z_4 i_4 + z_5 i_5 &= 0 \end{aligned}$$

и записываем ее в матричном виде (рис. 2П.2).

Решая приведенную систему уравнений, определяем токи на участках 1–5. По закону Ома определяем напряжения, $U = Iz$. Для одновременного вычисления попарного произведения элементов векторов используем оператор векторизации.

$$E := \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi} \quad E = 118.939 + 43.29i \quad |E| = 126.572$$

Решение матричного уравнения $A \cdot I = B$

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ z_1 & z_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & z_2 & z_3 & z_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -z_4 & z_5 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E \\ E \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} I &:= A^{-1} \cdot B \\ &\longrightarrow \\ U &:= (I \cdot z) \end{aligned}$$

$$I = \begin{pmatrix} 4.1178 + 0.0542i \\ 3.9827 + 0.07041i \\ -0.1351 + 0.01621i \\ -0.81059 + 0.09724i \\ 0.67549 - 0.08103i \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} -0.54202 + 41.17796i \\ 119.4809 + 2.11226i \\ -5.40396 + 0.64826i \\ 4.86194 + 40.5297i \\ 4.86194 + 40.5297i \end{pmatrix}$$

Рис. 2П.2. Определение токов и напряжений в ветвях по уравнениям Кирхгофа

Пример 5. Движение двух машин по мосту

(Программа 05-most.mcd)

Две машины массой m_1 и m_2 въезжают на мост с разных сторон и в разные моменты времени t со скоростями v_1 и v_2 . Определить прогиб моста под нагрузкой и наибольшие напряжения в балках моста в зависимости от положения машин на мосту. Схема моста под нагрузкой веса машин показана на рис. 5П.1. Опоры могут находиться по краям моста или быть смещены, поэтому, кроме длины моста L , заданы расстояния от края моста до опор L_A и L_B .

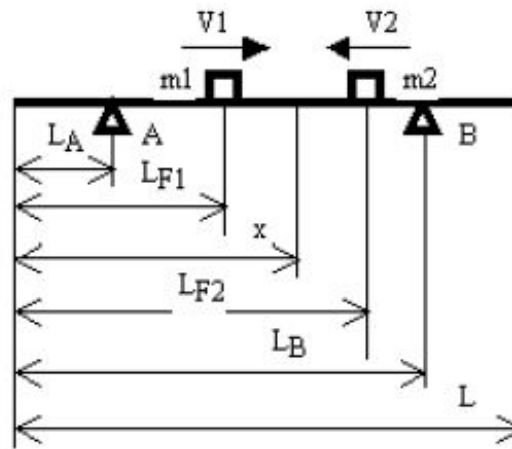


Рис. 5П.1. Схема моста под нагрузкой веса двух машин

В этом примере, чтобы оценить возможности Mathcad, рассмотрим несколько вариантов расчета:

- с учетом размерностей;
- без учета размерностей;
- с использованием панели программирования;
- без помощи программирования.

Преобразование массивов в функции

$u(x, k) := \text{interp}[\text{lspline}[U_1, (U_3)^{\langle k \rangle}], U_1, (U_3)^{\langle k \rangle}, x]$ прогиб балок моста

$M(x, k) := \text{interp}[\text{lspline}[U_1, (U_0)^{\langle k \rangle}], U_1, (U_0)^{\langle k \rangle}, x]$ изгибающий момент в балках моста

$\sigma_{\max} := U_4$ $xx := U_2$ $x := 0, \frac{L}{100} .. L$ $k := \text{FRAME}$

$k := 9$

для создания анимации

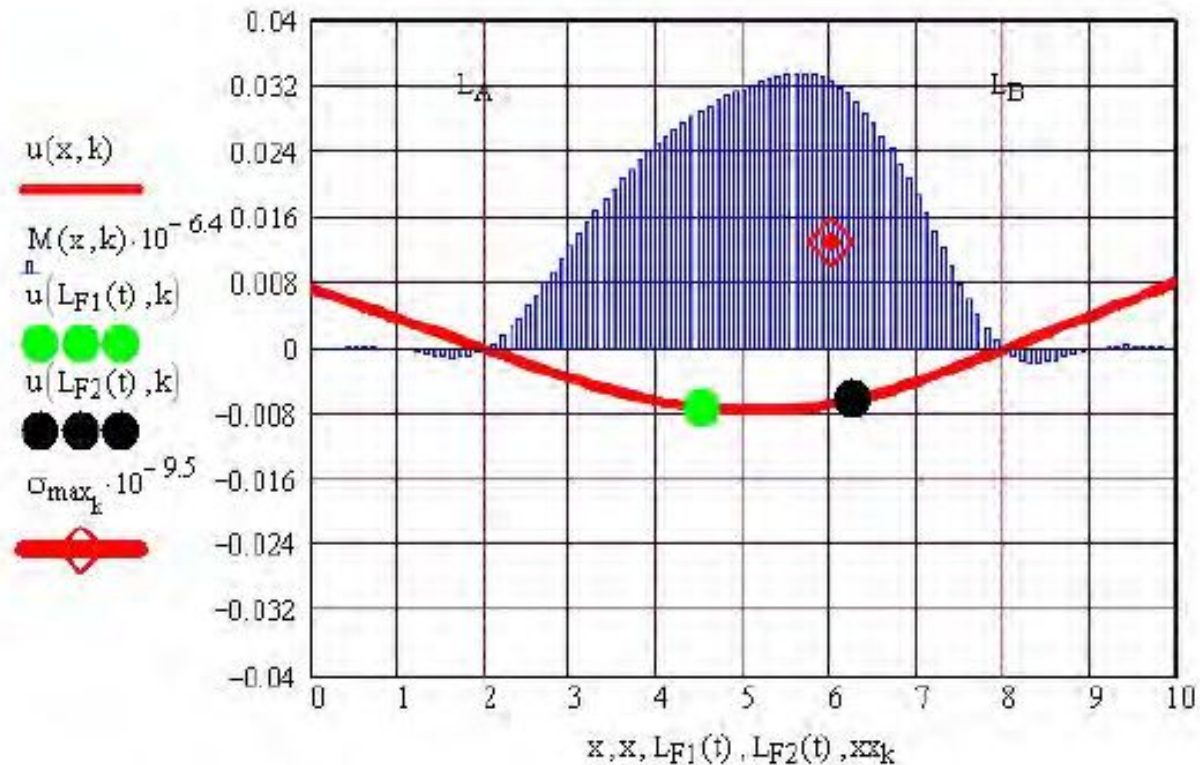
чтобы посмотреть другие кадры

$t := k \cdot \Delta t$

отключите выражение **k**

поменяйте число **k**

Рис. 5П.8. Подготовка к построению графиков и их анимации



На графиках показаны: перемещение u - красная линия,
 эпюра изгибающих моментов - синяя гистограмма,
 положение машин на мосту - зеленая и черная точки,
 опасное сечение в балках моста и величина напряжений
 в нем - красный ромб с точкой.

Рис. 5П.9. Результаты расчета в момент времени $t = 3$ сек

Определение прогиба балки методом начальных параметров

$$EJu(x, u_0, \theta_0, t) := E \cdot J \cdot u_0 + E \cdot J \cdot \theta_0 \cdot x + R_A \cdot \frac{(x - L_A)^3}{6} \cdot (x \geq L_A) + R_B \cdot \frac{(x - L_B)^3}{6} \cdot (x \geq L_B) \dots$$

$$+ F1(t) \cdot \frac{(x - L_{F1}(t))^3}{6} \cdot (x \geq L_{F1}(t)) + F2(t) \cdot \frac{(x - L_{F2}(t))^3}{6} \cdot (x \geq L_{F2}(t))$$

$$u_0 := 0 \text{ см} \quad \theta_0 = 0 \quad \text{Given} \quad EJu(L_A, u_0, \theta_0, t) = 0 \quad EJu(L_B, u_0, \theta_0, t) = 0$$

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ \theta_0 \end{pmatrix} := \text{Find}(u_0, \theta_0) \quad u_0 = -0.3 \text{ см} \quad u(x) := \frac{EJu(x, u_0, \theta_0, t)}{E \cdot J} \quad \theta(x) := \frac{d}{dx} u(x)$$

$$0_0 = 0.258 \text{ град}$$

Определение максимальных напряжений в балках моста

$$MM(x) := |M(R_A, R_B, x, t)| \quad \text{Модуль изгибающего момента}$$

$$x := L_A \quad \text{Given} \quad 0 \cdot \text{м} \leq x \leq L \quad x_{\max} := \text{Maximize}(MM, x)$$

$$x_{\max} = 2 \text{ м} \quad MM(x_{\max}) = 60 \text{ Нм}$$

$$\sigma_{\max}(t) := \frac{MM(x_{\max})}{W} \quad \sigma_{\max}(t) = 30 \text{ МПа} \quad x := 0 \cdot \text{м}, \frac{L}{100} \cdot L$$

Рис. 5П.12. Определение прогиба балок и максимальных напряжений в них

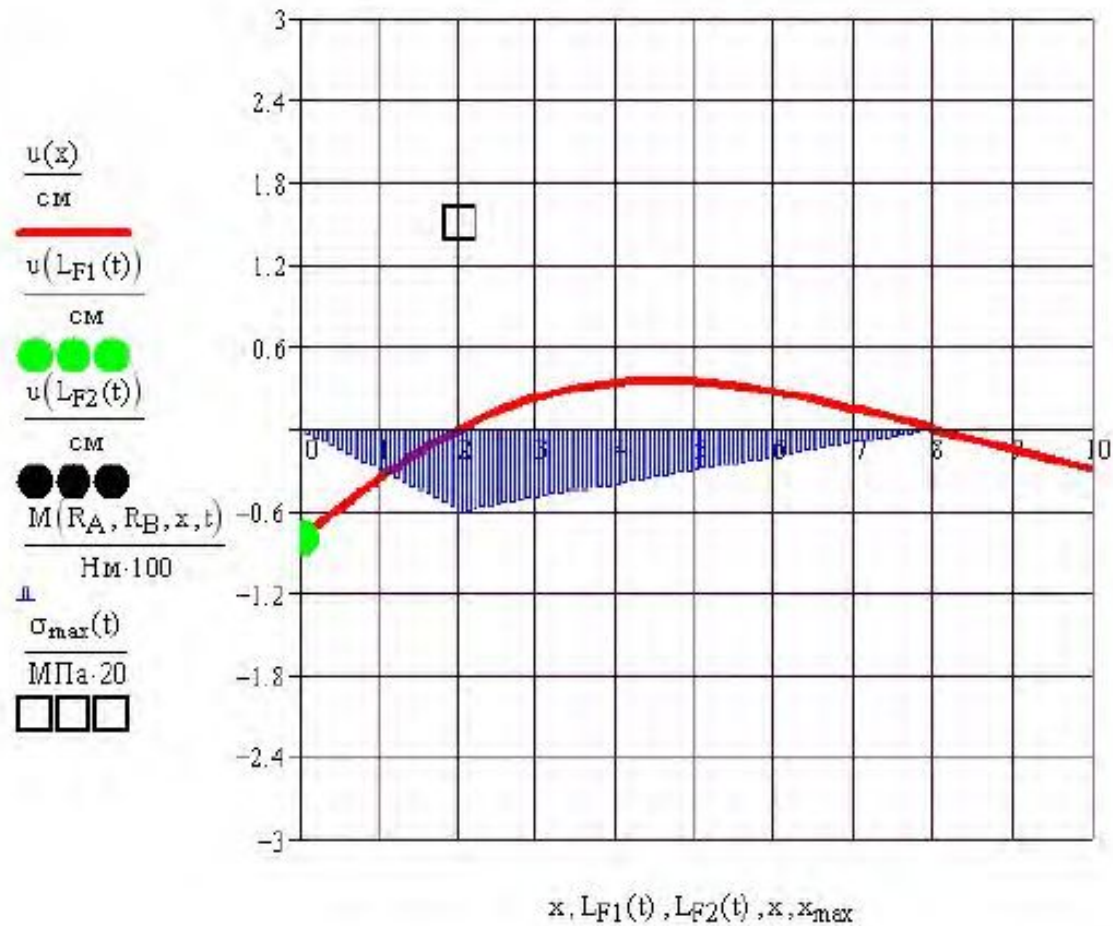


Рис. 5П.13. Результаты расчета при $t = 0$

Пример 7. Расчет геометрических характеристик сечения, заданного набором точек на контуре

Пример 8. Расчет геометрических характеристик составного сечения,

(Программа 08-Geom3.mcd)

Рассчитать геометрические характеристики составного сечения (рис. 8П.1).

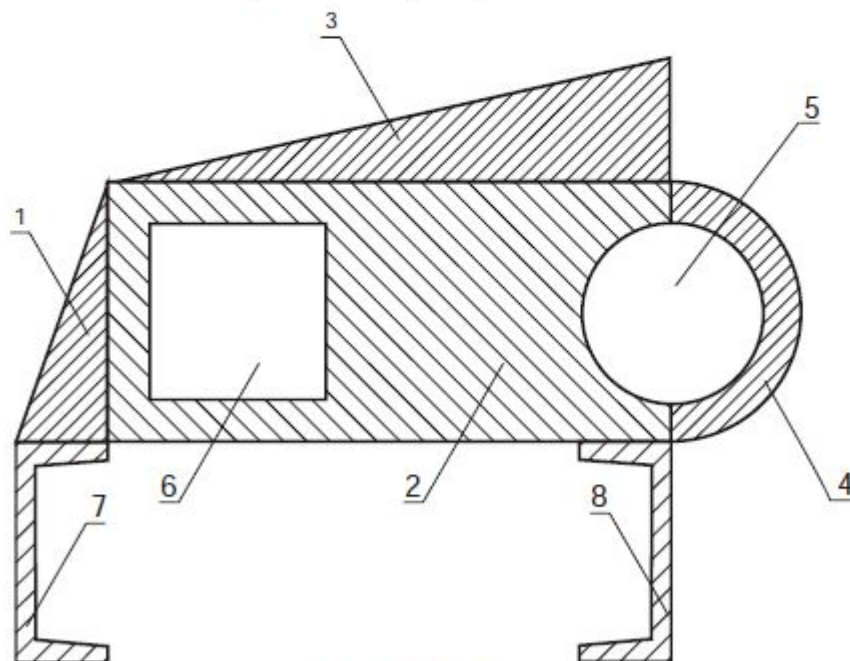


Рис. 8П.1. Составное поперечное сечение

Пример 9. Определение внутренних усилий при растяжении-сжатии

(Программа 09-vnutr1.mcd)

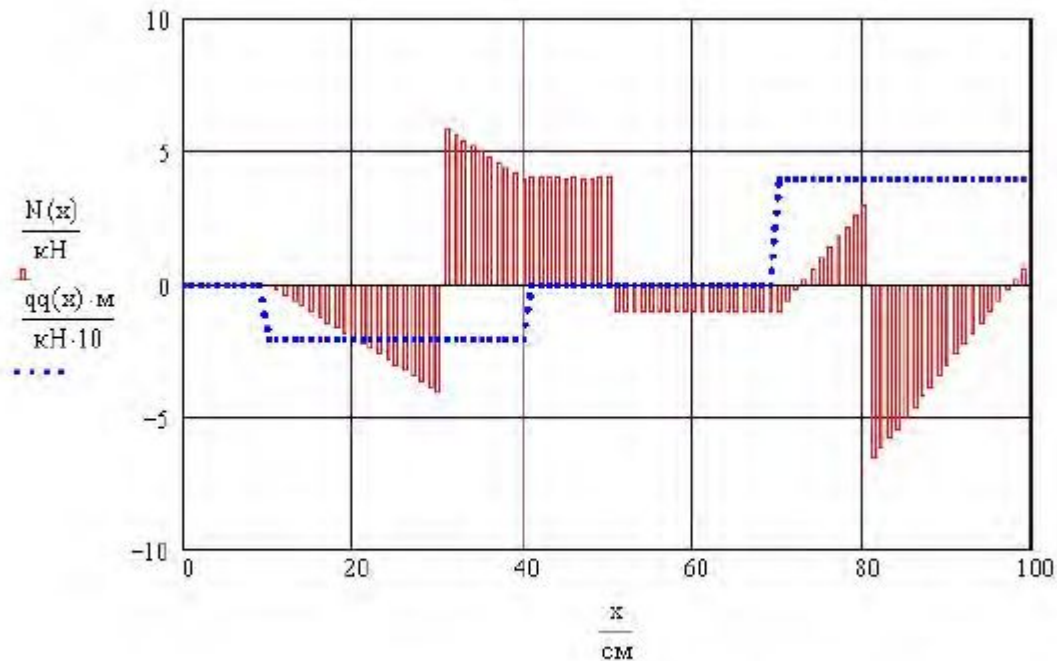


Рис. 9П.4 Результаты расчета продольных усилий