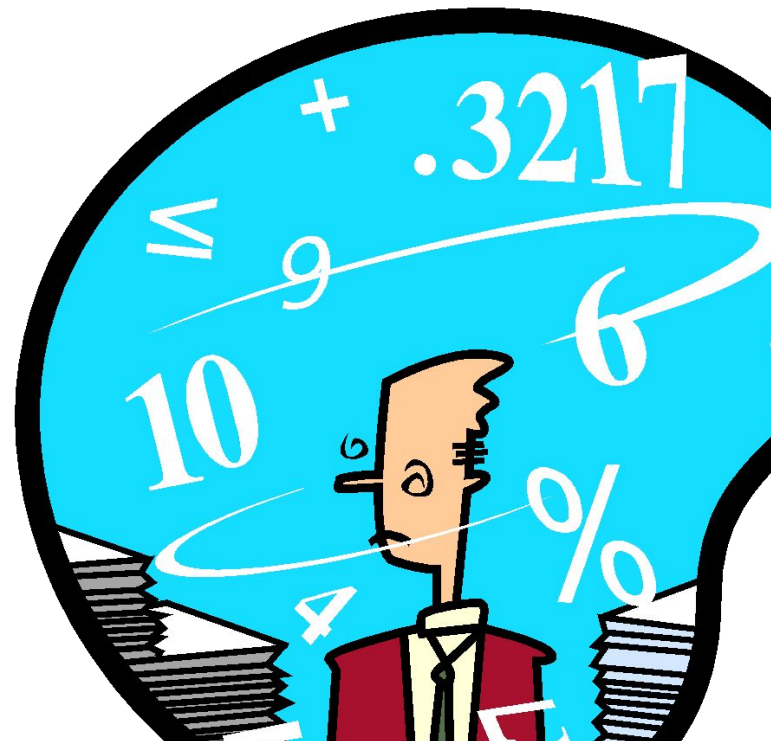


Модуль таңбасы бар теңсіздіктер



8.2.2.12

$$|f(x)| \geq b$$

түріндегі
теңсіздіктерді
шешеді:

Логикалық есеп

- Әли қой бағып жүргенде, бір уақытта 4 қойдың ара қашықтықтары өзара тең екенін байқады. Бұл қандай жағдайда мүмкін?



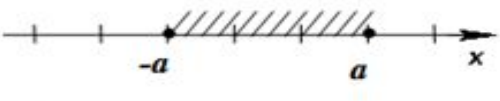
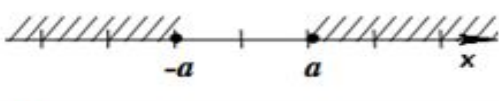
Әдістер:

4

- 1. Модульдың анықтамасы бойынша
- 2. Теңсіздіктің екі жағын квадраттау
- 3. Жаңа айнымалы еңгізу
- 4. Аралықтарды қарастыру
- 5. Мәндес жүйеге ауыстыру
- 6. Дербес жағдай

1. Модульдың анықтамасы бойынша

5

$ x \leq a$	$ x \geq a$
$-a \leq x \leq a$	$x \geq a$ и $x \leq -a$
	
$\begin{cases} x \leq a \\ x \geq -a \end{cases}$	$\begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$

$$|3x-1| < 7$$

$$-7 < 3x-1 < 7$$

$$-6 < 3x < 8$$

$$-2 < x < \frac{8}{3}$$

$$\text{Ж: } \left(-2; \frac{8}{3}\right)$$

$$|5x-2| > 4$$

$$\begin{cases} 5x-2 > 4 \\ 5x-2 < -4 \end{cases}$$

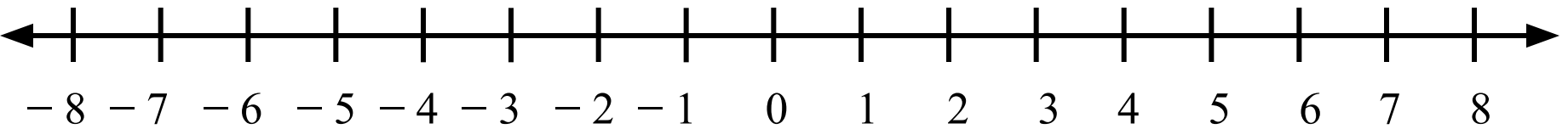
$$\begin{cases} 5x > 6 \\ 5x < 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x > 6 \\ 5x < 2 \end{cases}$$

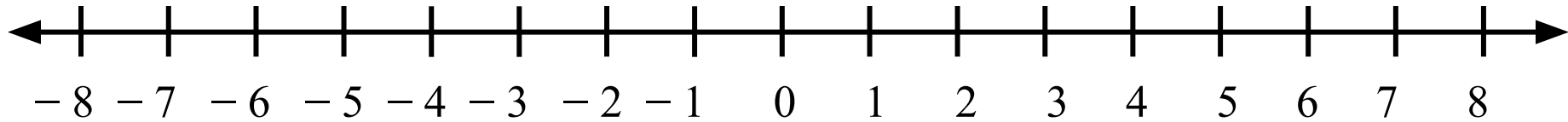
$$\begin{cases} 5x > 6 \\ 5x < 2 \end{cases}$$

$$\text{Ж: } \left(-\infty; -\frac{2}{5}\right) \cup \left(\frac{6}{5}; +\infty\right)$$

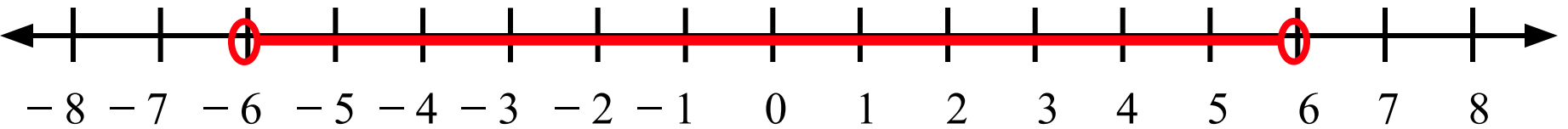
$$|x| < 6$$



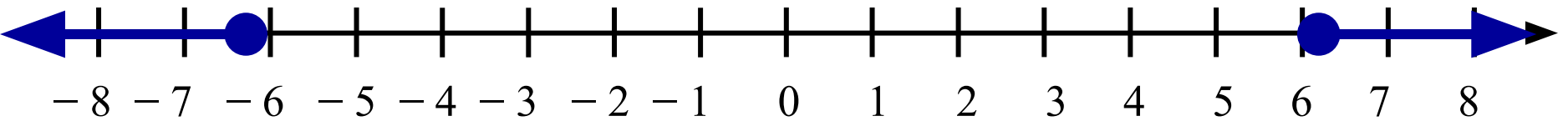
$$|x| \geq 6$$



$$|x| < 6$$



$$|x| \geq 6$$



- Қиылысуы $|x| < 4$

- Бірігуі $|x| > 4$

$$4|6 - 2a| + 8 \leq 24$$

$$4|6 - 2a| \leq 16$$

$$|6 - 2a| \leq 4$$

$$6 - 2a \geq -4$$

$$-2a \geq -10$$

$$a \leq 5$$

$$6 - 2a \leq 4$$

$$-2a \leq -2$$

$$a \geq 1$$

$$1 \leq a \leq 5$$

$$[1, 5]$$

Мысал

$$|x - 4| < 3$$

$x - 4$ оң

$$|x - 4| <$$

$$^3 x - 4 <$$

$$+3 \quad x < 7$$

$x - 4$ теріс

$$|x - 4| <$$

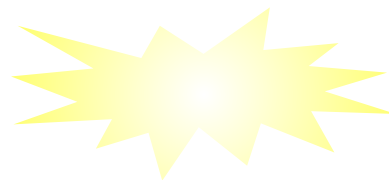
$$^3 x - 4 >$$

$$-3 \quad x > 1$$

Теріс таңба

1 ден үлкен *және* 7 кіші.

Яғни $1 < x < 7$.



Дербес жағдайлар

$$|2(3x - 8) + 7| > -5$$



Барлық нақты сандар үшін дұрыс, кез келген теріс емес сан -5 үлкен

$$|(2[3x - (8 + 4)] - 12)^3| \leq -2$$



Шешімі жоқ \emptyset .

$$|x - 4| \leq 5.$$

Жағдай 1:

$x - 4$ - оң

$$x - 4 \leq 5$$

$$x \leq 9$$

Жағдай 2:

$x - 4$ - теріс

$$x - 4 \geq -5$$

$$x \geq -1$$

Жауабы: $-1 \leq x \leq 9$

Теңсіздікті шеш:

$$|4x - 2| \leq -18.$$

Ойлан!!!!

$$|2x - 6| \leq 18.$$

Жағдай 1:

$$2x - 6$$

$$2x - 6 \leq 18$$

$$2x \leq 24$$

$$x \leq 12$$

Жағдай 2:

$$2x - 6$$

$$2x - 6 \geq -18$$

$$2x \geq -12$$

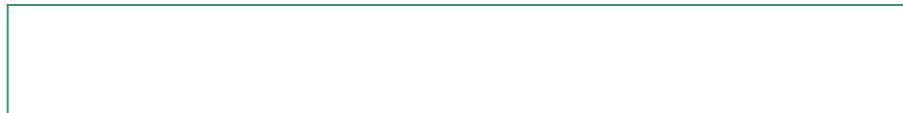
$$x \geq -6$$

Жауабы: $-6 \leq x \leq 12$



$$|3x - 2| \leq -4.$$

Ойлан!!!!



2. Теңсіздіктің екі жағын квадраттау

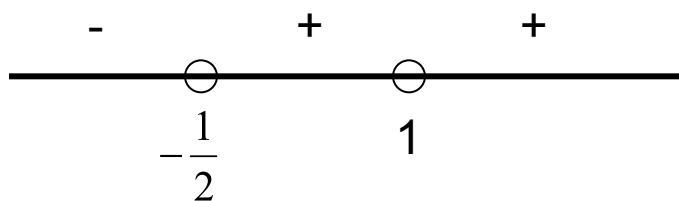
16

$$|x^2-1| > |x^2-x|$$

$$(x^2-1)^2 > (x^2-x)^2$$

$$(x^2-1+x^2-x)(x^2-1-x^2+x) > 0$$

$$(2x^2-x-1)(x-1) > 0$$



$$x \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$$

$$\mathcal{J} := \left(-\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$$

3. Жаңа айнымалы еңгізу

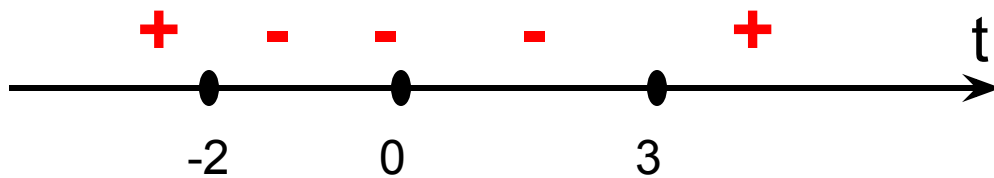
$$x^2 - |x| - 6 \leq 0$$

$$|x| = t; t \geq 0$$

$$t^2 - t - 6 \leq 0$$

$$\mathcal{Ж} : [-3; 3]$$

$$(t + 2)(t - 3) \leq 0$$



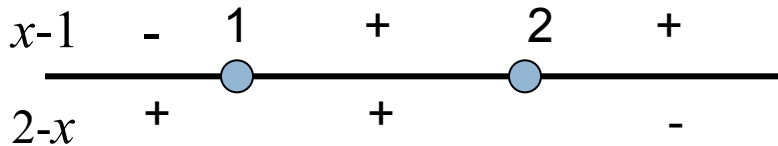
$$0 \leq t \leq 3$$

$$|x| \leq 3 \iff x \in [-3; 3]$$

4. Аралықтарды қарастыру

18

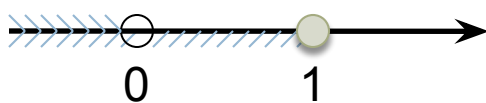
$|x-1| + |2-x| > 3$ Модуль ішіндегі өрнектердің нөлдері: $x=1$ и $x=2$



a)

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ -(x-1) + 2 - x > 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x < 0 \end{cases}$$



$$x \in (-\infty; 0)$$

б)

$$\begin{cases} 1 < x \leq 2 \\ x + 1 - x > 3 \end{cases}$$

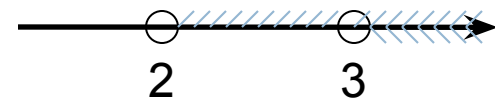
$$\begin{cases} 1 < x \leq 2 \\ 1 > 3 - \text{неверное} \end{cases}$$

\emptyset

в)

$$\begin{cases} x > 2 \\ x - 3 + x > 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 2 \\ x > 3 \end{cases}$$



$$x \in (3; +\infty)$$

Ответ: $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

□ 5. Мәндес жүйеге ауыстыру

19

$$|f(x)| < g(x)$$

Мәндес:

$$-g(x) < f(x) < g(x)$$

Не болмаса

$$\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > -g(x) \end{cases}$$

$$|f(x)| > g(x)$$

Мәндес:

$$f(x) > g(x) \text{ или } f(x) < -g(x)$$

Не болмаса

$$\begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) < -g(x) \end{cases}$$

5. Мәндес жүйеге ауыстыру

20

№ 1

$$3x + |2 - x| \leq 5$$

$$|2 - x| \leq 5 - 3x$$

$$\begin{cases} 2 - x \leq 5 - 3x \\ 2 - x \geq 3x - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 1\frac{1}{2} \\ x \leq 1\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\text{Ответ : } (-\infty; 1\frac{1}{2}]$$

№ 2

$$5x - 7 < |x + 2|$$

$$|x + 2| > 5x - 7$$

$$\begin{cases} x + 2 > 5x - 7 \\ x + 2 < 7 - 5x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 2\frac{1}{4} \\ x < \frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\text{Ответ : } (-\infty; 2\frac{1}{4})$$

Обучающая самостоятельная работа

21

Метод решения

условие

ответы

$$|x + 2| < 3$$

$$|x^2 - 17| \geq -1$$

$$|x^2 - 17| \geq 1$$

$$\left| \frac{x - 1}{x + 2} \right| > 1$$

$$|x - 2| < |x + 4|$$

$$x \cdot |x| \geq x$$

$$x^2 - 7|x| - 8 \geq 0$$

$$2|x - 1| \geq (x - 1)^2 + 1$$

$$|x - 2| \geq 2x + 1$$

Обучающая самостоятельная работа

22

Метод решения	условие	ответы
1. По определению модуля	$ x + 2 < 3$	$(-5; 1)$
По определению модуля	$ x^2 - 17 \geq -1$	$(-\infty; +\infty)$
По определению модуля	$ x^2 - 17 \geq 1$	$(-\infty; -3\sqrt{2}] [-4; 4] \cup [3\sqrt{2}; +\infty)$
По определению модуля	$\left \frac{x - 1}{x + 2} \right > 1$	$(-\infty; -1) \cup (-1; 0)$
2. Возведение обеих частей в квадрат	$ x - 2 < x + 4 $	$(-1; +\infty)$
3. Раскрытие модуля на промежутках знакопостоянства	$x \cdot x \geq x$	$[-1; 0) \cup [1; +\infty)$
4. Замена переменной	$x^2 - 7 x - 8 \geq 0$	$(-\infty; -8] \cup [8; +\infty)$
Замена переменной	$2 x - 1 \geq (x - 1)^2 + 1$	$0; 2$
5. Замена совокупностью систем	$ x - 2 \geq 2x + 1$	$(-\infty; \frac{2}{3}]$

