

“МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ”

Курс	4	Экзамен	8 семестр
Семестр	8	Курсовая работа	8 семестр
Лекции	34 час.	Самостоятельная работа	102 час.
Практическая работа	34 час.		

Тема 1. Классификация моделей и виды моделирования

Цель и задачи: Введение в понятийные основы моделирования систем, включая основные определения, понятия процессов моделирования и моделей.

Учебные вопросы:

1. Понятие моделирования и модели.
2. Свойства и назначение моделей.
2. Виды моделирования.
3. Математическое моделирование.

Моделирование, модель: свойства и назначение

Моделирование – процесс замещения объектной сферы некоторой моделью и приведения исследований на модели с целью получения информации об объекте.

Модель (от лат. *modulus*- мера, образец, норма) – физический или абстрактный образ моделируемого объекта, удобный для проведения исследований и позволяющий адекватно изображать физические свойства и характеристики объекта.

Свойства модели:

- 1) Полнота;
- 2) Адекватность;
- 3) Простота;
- 4) Потенциальность

Назначение модели:

- 1) Для понимания структуры внутренних связей объекта, основных свойств, законов развития, саморазвития и взаимодействия с окружающей средой ;
- 2) позволяет определять наилучшие способы управления объектом, системой или процессом при заданных целях и критериях ;
- 3) для прогнозирования прямых и косвенных последствий реализации заданных способов и форм воздействия на объект

Виды моделирования



Материальное моделирование



Идеальное моделирование

Материальное моделирование - моделирование с использованием материального аналога, воспроизводящего физические, геометрические, динамические и функциональные характеристики объекта

Виды материального моделирования:

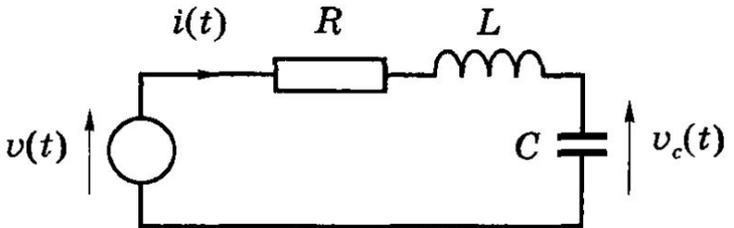
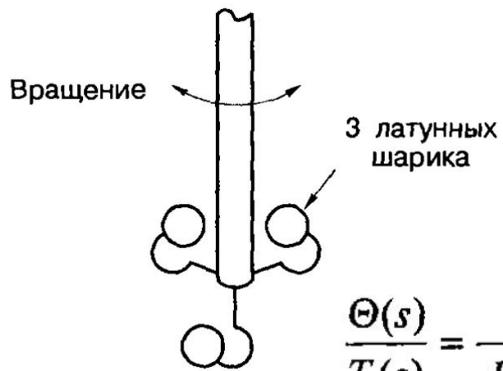
1) Натурное (физическое) моделирование – моделирование, при котором реальному объекту ставится в соответствие его увеличенный (уменьшенный) аналог, допускающий исследование (обычно в лабораторных условиях) с последующим перенесением свойств изучаемых процессов с модели на объект на основе теории подобия.

2) Аналоговое моделирование – это моделирование, использующее аналогии процессов и явлений, имеющих различную физическую природу, но формально одинаково описываемых (одними и теми же материальными соотношениями, логическими и структурными схемами)

Примеры материальных моделей

Примеры физических (натурных) моделей: макеты в архитектуре, модели судов, модели самолетов, испытываемые в аэродинамических трубах.

Примеры аналоговых моделей: Электрические схемы, с помощью которых можно изучать механические колебания, и наоборот. Это обусловлено тем, что механические и электрические колебания с точки зрения математики описываются одинаковыми соотношениями.

Электрическая схема	Механический маятник
 $\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{Z(s)} = \frac{1}{Ls + R + (1/Cs)} = \frac{Cs}{LCs^2 + RCs + 1}$	 $\frac{\Theta(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js^2 + Bs + K}$
<p>L, R, C – индуктивность, сопротивление и емкость; I(s), V(s) – ток и напряжение в преобразованиях Лапласа</p>	<p>J, B, K – момент инерции, коэффициент трения, коэффициент упругости; Θ(s), T(s) – угол поворота и приложенный вращающий момент в преобразованиях Лапласа</p>

Идеальное моделирование

Идеальное моделирование – это моделирование, носящее теоретический характер и основанное на аналогии идеальной (не материальной), мысленной.

Виды идеального моделирования:

1) Интуитивное моделирование – это моделирование, основанное на интуитивном представлении об объекте исследования. Интуитивным следует считать эмпирические (полученные на основе эксперимента или в процессе наблюдения) знания без объяснения причин и механизмов наблюдаемого явления.

2) Научное моделирование – это моделирование, использующее минимальное число предположений, принятых в качестве гипотез

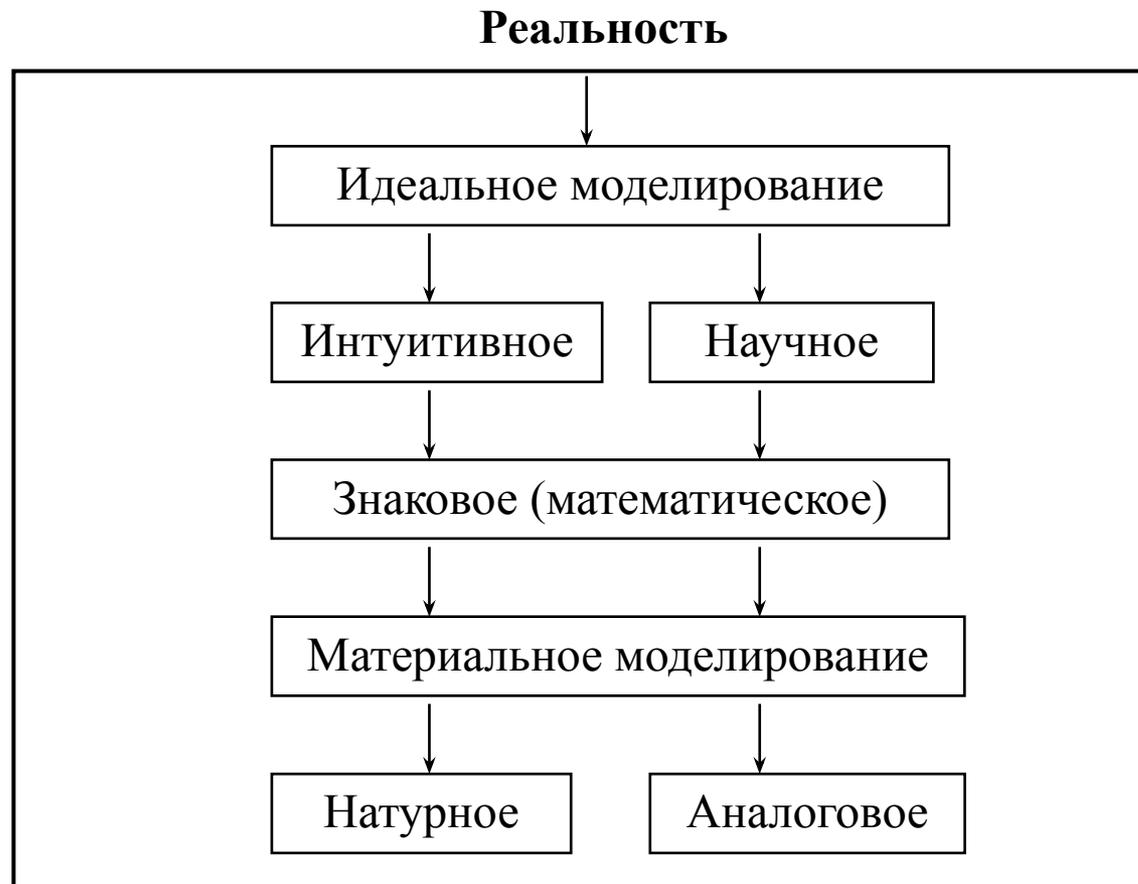
Знаковым моделированием – называется моделирование, использующее в качестве моделей различные знаковые изображения:

- схемы;
- графики;
- язык устного и письменного общения;
- математические символы;
- химические формулы;
- музыкальные ноты и т.д.



Математическое моделирование

Место различных видов моделирования



Математическое моделирование – это научное знаковое моделирование, при котором описание объекта осуществляется на языке математики, а исследование модели проводится с использованием различных математических методов.

Вопросы для самопроверки

1. Дать краткие определения понятиям модель и моделирование.
2. Какие свойства имеет модель? Какая по Вашему наиболее важная и почему?
3. В чем особенность материального моделирования? Какие разновидности вы знаете?
4. Придумайте собственный пример аналоговых моделей.
5. На какие типы разделяется идеальное моделирование?
6. Что может быть использовано в качестве моделей знакового моделирования?
7. Дайте определение математического моделирования.
8. Приведите примеры моделей математического моделирования.

Список литературы:

1. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем: Учебник для вузов / В.П.Тарасик. – Мн.: ДизайнПРО, 2004.
2. Самарский А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. - М.: Физматлит, 2005. - 320с.
3. Советов Б.Я. Моделирование систем. Учебник для ВУЗов / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. - М.: Высшая школа, 2001 г. – 343с.
4. Введение в математическое моделирование: Учеб. пособие / под ред. П.В. Трусова. – М.: Логос, 2005. – 440с.

Тема 2. Основные положения теории подобия

Цель и задачи: Получить представление о различных видах подобия, а также основных теоремах подобия .

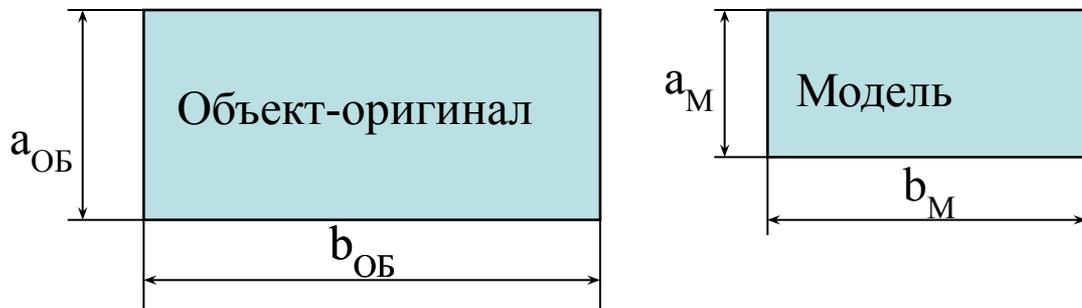
Учебные вопросы:

1. Понятие подобных явлений.
2. Геометрическое подобие.
2. Кинематическое подобие.
3. Динамическое подобие.
4. Первая теорема подобия.
5. Вторая теорема подобия.
6. Третья теорема подобия.
7. Дополнительные положения теории подобия

Подобные явления. Геометрическое подобие

Два явления называют подобными, если по заданным характеристикам одного можно получить характеристики другого простым пересчетом, который аналогичен переходу от одной системы единиц измерения к другой.

Геометрическое подобие



$$\frac{a_{\text{ОБ}}}{a_{\text{М}}} = \frac{b_{\text{ОБ}}}{b_{\text{М}}} = K$$

K – масштабный коэффициент
(коэффициент подобия)

Для геометрического подобия свойственно:

- равенство соответствующих углов;
- пропорциональность соответствующих площадей с коэффициентом пропорциональности K^2 ;
- пропорциональность объемов с коэффициентом пропорциональности K^3 .

Кинематическое подобие

Кинематическое подобие включает в себя геометрическое подобие.

Траектории движущихся объектов должны быть подобны геометрически:

$$\frac{L_{OB}}{L_M} = K_L$$

Отрезки времени, в течении которых протекают соответствующие процессы должны быть пропорциональными:

$$\frac{t_{OB}}{t_M} = K_t$$

Например, для скоростей частиц жидкости в сходственных точках потока:

$$v_{OB} = \frac{L_{OB}}{t_{OB}} \quad v_M = \frac{L_M}{t_M}$$

тогда отношение скоростей:

$$\frac{v_{OB}}{v_M} = \frac{L_{OB}}{t_{OB}} \cdot \frac{t_M}{L_M} = \frac{K_L}{K_t} = K_v$$

где K_v – масштаб скоростей

Аналогично масштаб ускорений: $K_a = \frac{K_L}{K_t^2}$

Следовательно, в сходственных точках потока скорости и ускорения связаны соотношениями:

$$v_{OB} = K_v \cdot v_M \quad a_{OB} = K_a \cdot a_M$$

Динамическое подобие

Динамическое подобие включает в себя геометрическое и кинематическое подобия

Отношения одноименных сил в сходственных точках постоянны:

$$\frac{P_{ОБ}}{P_M} = K_P = const$$

P – любая сила, в том числе и равнодействующая;
 K_P – масштаб сил.

Например, для двух динамически подобных потоков жидкости отношение плотностей также должно быть постоянным:

$$\frac{\rho_{ОБ}}{\rho_M} = K_\rho = const$$

По основному уравнению динамики сила равна произведению массы на ускорение:

$$P = m \cdot a$$

Масса равна произведению плотности на ее объем:

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot L^3$$

Ускорение определяется приращением скорости в единицу времени:

$$a = \frac{v}{t} = \frac{L}{t^2}$$

$$P = m \cdot a = \rho \cdot L^3 \cdot \frac{L}{t^2} = \frac{\rho \cdot L^4}{t^2} = \rho \cdot v^2 \cdot L^2$$

$$\frac{P_{ОБ}}{P_M} = \frac{\rho_{ОБ} \cdot v_{ОБ}^2 \cdot L_{ОБ}^2}{\rho_M \cdot v_M^2 \cdot L_M^2} = K_P = K_\rho \cdot K_v^2 \cdot K_L^2$$

- общий закон динамического подобия

Теоремы подобия

Первая теорема подобия: явления, подобные в том или ином смысле (полно, приближенно, физически, математически и т. д.), имеют определенные сочетания параметров, называемые критериями подобия, численно одинаковые для подобных явлений.

Вторая теорема подобия: всякое полное уравнение физического процесса, записанное в определенной системе единиц, может быть представлено функциональной зависимостью между критериями подобия, полученными из участвующих в процессе параметров.

Третья теорема подобия: необходимыми и достаточными условиями для создания подобия являются пропорциональность сходственных параметров, входящих в условия однозначности, и равенство критериев подобия сопоставляемых явлений.

Вопросы для самопроверки

- 1) Какие явления называются подобными?
- 2) Какое соответствие устанавливается для геометрически подобных объектов?
- 3) Какое соответствие устанавливается для кинематически подобных объектов?
- 4) В чем заключается динамическое подобие?
- 5) Как формулируются первая, вторая и третья теоремы подобия?
- 6) Какие известны вам дополнительные положения теории подобия?

Список литературы:

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. — 10-е изд., доп. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987 г. — 432 с.
2. Веников В. А., Веников Г. В. Теория подобия и моделирования (применительно к задачам электроэнергетики): Учебник для вузов по спец. «Кибернетика электр. систем». — 3-е изд., переработанное и доп. — М.: Высшая школа, 1984. — 439 с., ил.
3. Веников В. А. Теория подобия и моделирования. — М.: Высшая школа, 1976. — 479 с.

Тема 3. Этапы математического моделирования

Цель и задачи: Получить представление об этапах построения математической модели

Учебные вопросы:

- 3.1. Содержательная постановка задачи
- 3.2. Концептуальная постановка задачи моделирования
- 3.3. Математическая постановка задачи, формализация процесса функционирования системы.
- 3.4 Качественный анализ и проверка корректности модели, требования, предъявляемые к модели.
- 3.5 Выбор и обоснование выбора метода исследования модели
- 3.6 Реализация математической модели в виде программы для ЭВМ
- 3.7 Проверка адекватности моделей
- 3.8 Практическое использование построенной модели и анализ результатов моделирования

Алгоритм математического моделирования



Содержательная и концептуальная постановки задач моделирования

Содержательная постановка задачи

Формируется перечень основных вопросов в словесной форме об объекте моделирования

Виды работ:

1. Аналитический обзор литературных источников, анализ и сравнение между собой построенных ранее моделей.
2. Обследование объекта моделирования с целью выявления основных факторов, механизмов, влияющих на его поведение.
3. Сбор и проверка имеющихся экспериментальных данных об объектах – аналогах.

Результат – разработка общего плана создание математической модели (ТЗ)

Концептуальная постановка задачи

Формируется перечень основных вопросов в терминах конкретных дисциплин (физики, химии и т.д.), а также совокупность гипотез относительно свойств и поведения объекта

Математическая постановка задач моделирования

Определяются совокупность математических соотношений, описывающих поведение и свойства объекта моделирования

Два класса математических соотношений:

- 1) Уравнения, подтвержденные огромным количеством экспериментов, хорошо изученные и потому справедливы при определенных условиях для любых материальных тел, независимо от их конкретного строения, структуры, состояния, химического состава. Например, уравнения баланса массы, количество движения энергии.
- 2) Определяющие или физические уравнения (уравнения состояния). Они устанавливают особенности поведения материальных объектов или их совокупности при воздействии различных внешних факторов. Например, закон Гука, теория упругости или уравнение Клапейрона для идеальных газов. Здесь определяющие соотношения должны отражать реальное атомно – молекулярное строение исследуемых материальных объектов.

Распространенные типы задач:

- 1) *Задача Коши* (задача с начальными условиями), в которой по заданным в начальный момент времени переменным (начальным условиям) определяют значения этих переменных в любой момент времени.
- 2) *Краевая задача* (начально - граничная). Когда условие на исходную функцию выходного параметра задаются в начальный момент времени для всей пространственной области и на границе последней в каждый момент времени.
- 3) *Задача на собственное значение*. В формулировку входят неопределенные параметры, которые определяются из условия качественного изменения поведения системы (например, потеря устойчивости, состояния равновесия, появление резонанса и т.д.).

Качественный анализ и выбор метода решения

Качественный анализ

1. Контроль размерности, включающий правила, согласно которому приравняться и складываться могут только величины финансовой размерности;
2. Контроль порядков, состоящей из грубой оценки сравнительных порядков складываемых величин и исключением малозначимых порядков;
3. Контроль граничных условий, включающий проверку того, что они наложены и на самом деле удовлетворяют данным условием;
4. Контроль физического смысла;
5. Контроль математической замкнутости, состоящей в проверке того, что выписанная система математических соотношений дает возможность, при том. однозначно решить поставленную задачу.



Реализация модели в виде программы

Этапы создания ПО для математической модели:

- 1) Проектирование структуры программного комплекса;
- 2) Кодирование алгоритма;
- 3) Тестирование отладка;
- 4) Сопровождение и эксплуатация.

Пункты технического задания на разработку ПК:

- 1) Название задачи – дается краткое описание решаемой задачи, название программного комплекса, указывается система программирования для его реализации и требования к аппаратному обеспечению;
- 2) Описание – подробно излагается математическая постановка задачи, метод обработки входящих данных для задач не вычислительного (логического) характера;
- 3) Управление режимами работы программ – формируются основные требования и способу взаимодействия пользователя с программой (интерфейс пользователь - компьютер);
- 4) Входные данные – описываются входящие данные, указываются пределы, в которых они могут изменяться, значения, которые они не могут принимать;
- 5) Выходные данные – описываются выходящие данные, указываются в каком виде они должны быть представлены (в числовом, графическом или текстовом), приводятся сведения о точности и объеме выходящих данных, способов их сохранения и т.д.
- 6) Ошибки – перечисляются возможные ошибки пользователя при работе с программой, указываются способы диагностики и защита от этих ошибок, а также возможная реакция пользователя при совершении им ошибочный действий и реакция программного комплекса компьютера на эти действия;
- 7) Тестовые задачи – приводятся один или несколько тестовых примеров.

Вопросы для самопроверки

Какие выделяют этапы математического моделирования?

Что является результатом содержательной постановки задачи?

На каком этапе формируется перечень основных вопросов в терминах конкретных дисциплин?

Какие два класса выделяют среди математических соотношений?

Какие уравнения называют уравнениями состояния?

В чем заключается качественный анализ модели?

Какие цели преследует проверка адекватности модели?

По каким причинам возможна неадекватность результатов моделирования?

Список литературы:

Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем: Учебник для вузов / В.П.Тарасик. – Мн.: ДизайнПРО, 2004.

Тема 4. Моделирование на микроуровне

Цель и задачи: изучить основные уравнения, описывающие тепловые, гидравлические и механические системы на микроуровне в виде сплошных сред.

Учебные вопросы:

- 4.1 Понятие микроуровня
- 4.2 Основы построения ММ на микроуровне
- 4.3 Модели тепловых систем на микроуровне
- 4.4 Модели гидравлических систем
- 4.5 Модели механических систем на микроуровне

Понятие микроуровня

Микроуровень – нижний иерархический уровень, на котором осуществляется детальное описание физических свойств ТО (технические объекта).

Объекты рассматриваются, как сплошные среды, имеющие конечные области в трехмерном геометрическом пространстве

Общий вид уравнений модели микроуровня:

$$F(x_{11}, x_{22}, \dots, x_n, \varphi, \frac{\partial \varphi}{\partial x_1}, \frac{\partial \varphi}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial \varphi}{\partial x_n}, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2}, \dots, \frac{\partial \varphi}{\partial t}) = 0$$
$$L\varphi(\overset{\vee}{Z}) = \theta(\overset{\vee}{Z})$$

L – дифференциальный оператор;

φ – искомая функция (фазовая координата)

Z – вектор независимых переменных

$\theta(Z)$ – известная функция независимых координат

ГУ – сведения об искомым непрерывных функциях

и (или) их производных на границе области определения объекта характеризующее условия взаимодействия с окружающей внешней средой.

НУ – значения этих же функций во всей области определения в начальный момент времени, НУ задаются только при решения нестационарных задач.

Основы построения ММ на микроуровне

Закон сохранения: изменение во времени некоторой субстанции в элементарном объеме равно сумме притока – стока этой субстанции через его поверхность с учетом скорости генерации или уничтожения субстанции в этом объеме

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\operatorname{div} \bar{I} + G$$

φ – фазовая переменная (координата) выражающая субстанцию;
 G – вектор плоскости потока фазовой переменной;
 $\operatorname{div} I$ дивергенция вектора J ;
 G – скорость генерации или уничтожения субстанции.

Дивергенция вектора I :

$$\operatorname{div} \bar{J} = \frac{\partial I_x}{\partial x} + \frac{\partial I_y}{\partial y} + \frac{\partial I_z}{\partial z}$$

Уравнение закона сохранения массы

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div} \bar{I}_\rho$$

ρ – плотность массы;
 I_ρ – вектор плотности потока массы.

Уравнение закона сохранения энергии

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} = -\operatorname{div} \bar{I}_E + G_E$$

Уравнение закона сохранения количества движения

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} = -V \operatorname{div}(\rho V) - \operatorname{grad} \rho$$

Модели тепловых систем на микроуровне

Уравнение теплопроводности на основе закона сохранения энергии: изменение во времени количество тепловой энергии в элементарном объеме равно сумме притока-стока энергии через его поверхность с учетом выделения энергии в том же объеме, в единице времени внутренними источниками (или поглощение энергии стоками).

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\operatorname{div} \bar{g} + G_Q$$

Q - количество тепловой энергии в единицу объема

g - вектор плотности теплового потока

G_Q - количество тепловой энергии, выделяемой в единицу времени в элементарном объеме

Изменение количества тепловой энергии

$$dQ = c \cdot \rho \cdot dT$$

c - удельная теплоемкость материала;

ρ - плотность

Плотность теплового потока q (закон Фурье)

$\bar{q} = -\lambda \operatorname{grad} T$ λ - коэффициент теплопроводности материала

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{c \cdot \rho} \left[\operatorname{div}(\lambda \cdot \operatorname{grad} T) + G_Q \right]$$

Модели гидравлических систем на микроуровне

Закон сохранения массы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial(\rho v)}{\partial x}$$

Уравнение Навье – Стокса:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = G_m - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{4}{3} \cdot \eta \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

Приближенная форма уравнения Навье – Стокса:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2\xi}{\rho} \cdot v$$

Уравнение Эйлера:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}$$

Уравнение состояния:

$$\frac{p}{\rho} = RT = \frac{k-1}{k} n$$

Зависимость динамической вязкости от температуры:

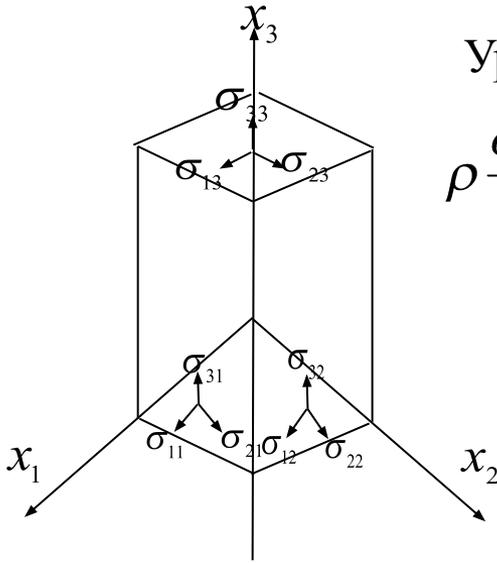
$$\eta = \eta_0 \left(\frac{T_0}{T} \right)^n$$

Закон Гука:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -E \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{4}{3} \cdot \eta \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = -E \frac{\partial v}{\partial x} \end{cases}$$

Модели механических систем на микроуровне



Уравнение равновесия проекций на оси x_1, x_2, x_3 :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i$$

ρ - плотность материала твердого тела;
 u_i - перемещение элементов вдоль оси x_i ;

σ_{ij} - напряжения, действующее в направлении оси x_i в
 грани элемента перпендикулярной оси x_j ;

ρg_i - проекция вектора массовых сил по ось x_i ;

g - вектор ускорения свободного падения.

Закон Гука:

$$\sigma_{ii} = \lambda \sum_{j=1}^3 \varepsilon_{jj} + 2\mu \varepsilon_{ii} \quad \sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij}, \text{ при } i \neq j$$

Деформация:

$$\varepsilon_{ij} = 0.5 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Постоянные
 Ламе:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \mu = \frac{6}{2(1+\nu)}$$

E - модуль упругости;
 ν - коэффициент Пуассона.

Основное уравнение теории упругости
 (уравнение Ламе):

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad} \cdot \text{div} \mathbf{u} + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g}$$

Вопросы для самопроверки

- 1) Какие объекты понимаются под сплошными средами?
- 2) Какими уравнениями описываются системы на микроуровне?
- 3) Что называется фазовыми координатами?
- 4) Как звучит общая формулировка закона сохранения?
- 5) Каким выражением определяется дивергенция вектора I ?
- 6) Какими уравнениями описываются закон сохранения массы, энергии и количества движения?
- 7) Какое уравнение называют уравнением неразрывности?
- 8) Какими способами может осуществляться теплообмен?
- 9) Как записывается уравнение теплопроводности?
- 10) Как рассчитывается коэффициент температуропроводности?
- 11) Как выглядит приближенная форма уравнения Навье – Стокса?
- 12) Как выглядит уравнение Ламе?

1. Список литературы:

Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем: Учебник для вузов / В.П.Тарасик. – Мн.: ДизайнПРО, 2004.

Тема 5. Теория систем с распределенными параметрами

Цель и задачи: освоить основные понятия теории систем с распределенными параметрами, основанные на элементах математической физики.

Учебные вопросы:

- 5.1. Базовые уравнения объектов с распределенными параметрами. Уравнения гиперболического, параболического и эллиптического типов.
- 5.2 Общая характеристика условий однозначности: начальные и граничные условия.
- 5.3 Основное соотношение вход – выход.
- 5.4 Функция Грина.
- 5.5 Стандартизирующая функция.
- 5.6 Типовые распределенные блоки.
- 5.7 Передаточные функции объектов СРП.
- 5.8 Соединение распределенных блоков.

Базовые уравнения объектов с распределенными параметрами

$$\begin{cases} L[Q(x,t)] = f(x,t), x \in D, t > 0 \\ N[Q(x,t)] = Q_0(x), x \in \bar{D}, t = 0 \\ \Gamma[Q(x,t)] = g(x,t), x \in \partial\bar{D}, t > 0 \end{cases}$$

$Q(x,t)$ - функция состояния (выход объекта СРП)

L - некоторый заданный оператор

$f(x,t)$ - известная функция, характеризующая внешнее воздействие на процесс (вход объекта СРП)

D - открытая часть области \bar{D} , не содержащая границ

$Q_0(x)$ - начальная функция, описывающая искомую функцию в замкнутой области в начальный момент времени.

N, Γ - линейные операторы $g(x,t)$ - граничные условия (второй вход объекта)

$\partial\bar{D}$ - граница области

$$L[Q(x,t)] = A(x,t) \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + 2B(x,t) \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial t} + C(x,t) \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + A_1(x,t) \frac{\partial Q}{\partial t} + B_1(x,t) \frac{\partial Q}{\partial x} + C_1(x,t) Q = f(x,t)$$

Дискриминант: $\Delta = AC - B^2$

Уравнения гиперболического типа

Содержат вторые производные, как по времени t , так и по координате x

Описывают колебательные процессы различной природы (механические, электромагнитные звуковые и т.д.) связанные с конечной скоростью распределения волновых явлений.

$$B = A_1 = B_1 = C_1 = 0, f(x, t) = 0, A = 1, C = -V^2, \Delta < 0$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2},$$

– волновое уравнение, моделирует процессы распространения свободных колебаний

$$V^2 = const > 0, x \in (x_0, x_1), t > 0$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - f(x, t)$$

– волновое уравнение, моделирует процессы распространения вынужденных колебаний

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{1}{V^2} \cdot \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + b_1 \frac{\partial Q}{\partial t} + b_2 Q,$$

– телеграфное уравнение, описывает распределение напряжения и тока вдоль длинной электрической линии

$$x \in (x_0, x_1), t > 0$$

V - скорость распространения электромагнитной волны вдоль линии

Уравнения параболического типа

Содержат первую производную по времени t и вторую по координате x

Описывают задачи, связанные с процессами теплопроводности, диффузии, движения вязкой жидкости и т.д .

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = a \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = a \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + f(x, t) \quad \begin{array}{l} \text{- уравнение} \\ \text{теплопроводности} \\ \text{(уравнение Фурье)} \end{array}$$

$a = const, x \in (x_0, x_1), t > 0$

Уравнения эллиптического типа

Отсутствует производная по времени t

Описывают статическое состояние объекта СРП .

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + b^2 Q = f(x), x \in (x_0, x_1) \quad \text{– уравнение Гельмгольца}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = f(x), x \in (x_0, x_1) \quad \text{– уравнение Пуассона}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0, x \in (x_0, x_1) \quad \text{– уравнение Лапласа}$$

Общая характеристика условий однозначности

Начальные условия

$$Q(x,0) = Q_0^{(0)}(x), \frac{\partial Q(x,0)}{\partial t} = Q_0^{(1)}(x) \dots \frac{\partial^{m-1} Q(x,0)}{\partial t^{m-1}} = Q_0^{(m-1)}(x), x \in \bar{D}$$

Для гиперболических уравнений:

$$Q_0^{(0)}(x), Q_0^{(1)}(x) = Q_0(x)$$

Для параболических уравнений:

$$Q_0^{(0)}(x) = Q_0(x)$$

Граничные условия

Первая краевая задача (задача Дирихле)

$$Q(x,t) = g(x,t); \quad x \in \partial \bar{D}, t > 0$$

Вторая краевая задача (задача Неймана)

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial n} = g(x,t), x \in \partial \bar{D}, t > 0$$

Третья краевая задача (смешанная задача)

$$\alpha(x,t)Q(x,t) + \beta(x,t)\frac{\partial Q(x,t)}{\partial n} = g(x,t), x \in \partial \bar{D}, t > 0$$

Основное соотношение вход – выход

Краевая задача:

$$A(x,t)\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + A_1(x,t)\frac{\partial Q}{\partial t} = C(x,t)\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + B_1(x,t)\frac{\partial Q}{\partial x} + C_1(x,t)Q + f(x,t,u(x,t)), x_0 < x < x_1, t > 0$$

$$Q(x,0) = Q_0^{(0)}(x); \quad \alpha(x_0,t)Q(x_0,t) + \beta(x_0,t)\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = g_1(t,u_0(t)), t > 0$$

$$\frac{\partial Q(x,0)}{\partial t} = Q_0^{(1)}(x), \quad \alpha(x_1,t)Q(x_1,t) + \beta(x_1,t)\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = g_1(t,u_1(t))$$

$$x_0 \leq x \leq x_1$$

Решение краевой задачи в интегральной форме:

$$Q(x,t) = \int_{x_0}^{x_1} N_0(x,\xi,t) \cdot Q_0^{(0)}(\xi) d\xi + \int_{x_0}^{x_1} N_1(x,\xi,t) \cdot Q_0^{(1)}(\xi) d\xi + \\ + \int_{x_0}^{x_1} \int_0^t g(x,\xi,t,\tau) f(\xi,\tau,u(\xi,\tau)) d\tau d\xi + \\ + \int_0^t k_1(x,t,\tau) g_1(\tau,u_1(\tau)) d\tau + \int_0^t k_2(x,t,\tau) g_2(\tau,u_2(\tau)) d\tau$$

Функция Грина

$$\begin{cases} L[G(x, \xi, t, \tau)] = \delta(x - \xi_0) \cdot \delta(t - \tau_0), x \in (x_0, x_1), t > 0 \\ N[G(x, \xi, t, \tau)] = 0, x \in [x_0, x_1], t = 0 \\ \Gamma[G(x, \xi, t, \tau)] = 0, x \in [x_1, x_2], t > 0 \end{cases}$$

Стандартизирующая функция

$$\begin{cases} L[Q(x, t)] = \omega(x, t), x \in (x_0, x_1), t > 0 \\ N[Q(x, t)] = 0, x \in [x_0, x_1], t = 0 \\ \Gamma[Q(x, t)] = 0, x \in x_1 x_2, t > 0 \end{cases} \quad \text{Решение краевой задачи в стандартной форме:}$$
$$Q(x, t) = \int_0^t \int_{x_0}^{x_1} G(x, \xi, t, \tau) d\xi d\tau$$

Передаточные функции объектов СРП

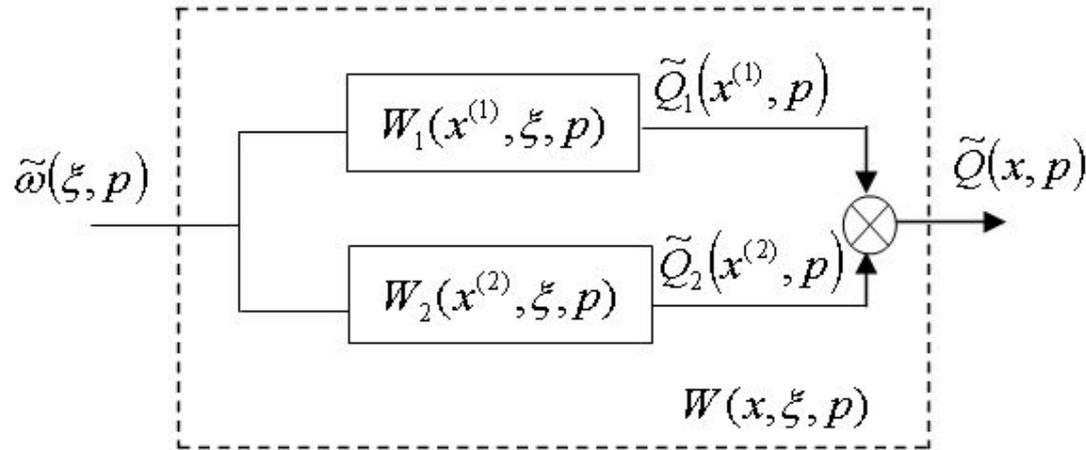
$$L_t[Q(x, t)] = \tilde{Q}(x, p) = L_t \left[\int_0^t \int_{x_0}^{x_1} G(x, \xi, t, \tau) \omega(\xi, \tau) d\xi d\tau \right] =$$

$$= \int_{x_0}^{x_1} \tilde{G}(x, \xi, p) \tilde{\omega}(\xi, p) d\xi = \tilde{G}(x, \xi, p) \otimes \tilde{\omega}(\xi, p)$$

$$W(x, \xi, p) = \tilde{G}(x, \xi, p)$$

Соединение распределенных блоков

Параллельное соединение распределенных блоков



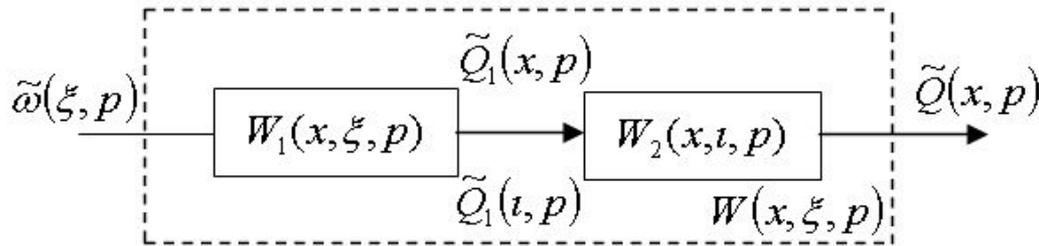
$$\begin{aligned}\tilde{Q}(x, p) &= \tilde{Q}_1(x^{(1)}, p) + \tilde{Q}_2(x^{(2)}, p) = \int_{x_2^{(1)}}^{x_1^{(1)}} G(x^{(1)}, \xi, p) \tilde{\omega}(\xi, p) d\xi + \int_{x_0^{(2)}}^{x_1^{(2)}} \tilde{G}_2(x^{(2)}, \xi, p) \tilde{\omega}(\xi, p) d\xi = \\ &= \int_{x_2}^{x_1} [\tilde{G}_1(x^{(1)}, \xi, p) + \tilde{G}_2(x^{(2)}, \xi, p)] \tilde{\omega}(\xi, p) d\xi = \int_{x_2}^{x_1} W(x, \xi, p) \tilde{\omega}(\xi, p) d\xi\end{aligned}$$

$$W(x, \xi, p) = W(x^{(1)}, \xi, p) + W(x^{(2)}, \xi, p)$$

$$x^{(1)} \in D_1; x^{(2)} \in D_2; x \in D = D_1 \boxtimes D_2$$

Соединение распределенных блоков

Последовательное соединение распределенных блоков



Для каждого из блоков запишем соотношение, связывающего вход и выход

$$\tilde{Q}(x, p) = W_2(x, l, p) \otimes \tilde{Q}_1(l, p)$$

$$\tilde{Q}_1(x, p) = W_1(x, \xi, p) \otimes \tilde{\omega}(\xi, p)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q}(x, p) &= \int_{x_0}^{x_1} W_2(x, l, p) \cdot \tilde{Q}_1(l, p) dl = \int_{x_0}^{x_1} W_2(x, l, p) \left[\int_{x_0}^{x_1} W_1(x, \xi, p) \tilde{\omega}(\xi, p) d\xi \right] dl = \\ &= \int_{x_2}^{x_1} \left[\int_{x_0}^{x_1} W_2(x, l, p) W_1(l, \xi, p) d\xi \right] \tilde{\omega}(\xi, p) d\xi \end{aligned}$$

$$W(x, \xi, p)$$

Свойство некоммутативности:

$$W_2(x, l, p) \otimes W_1(l, \xi, p) \neq W_1(l, \xi, p) \otimes W_2(x, \xi, p)$$

Вопросы для самопроверки

- 1) Как записывается краевая задача в общем виде?
- 2) Что называется начальной функцией?
- 3) Что описывают граничные условия?
- 4) Как по внешнему виду определить уравнения гиперболического, параболического и эллиптического типов?
- 5) Какие процессы описывают уравнения гиперболического, параболического и эллиптического типов?
- 6) Какие начальные условия записывают для уравнения гиперболического типа?
- 7) Как выглядят начальные условия для уравнений эллиптического типа?
- 8) Как записываются граничные условия для первой, второй и третьей краевых задач?
- 9) Что собой представляет функция Грина и стандартизирующая функция?
- 10) Какие выделяют типовые распределенные блоки?
- 11) Как рассчитывается передаточная функция параллельно соединенных блоков?
- 12) Почему последовательное соединение называется некоммутативным?

Список литературы:

1. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами: Учеб. пособие / Э.Я.Рапопорт. – М.: Высш.шк., 2003. – 299с.: ил.
2. Бутковский А.Г. Характеристика систем с распределенными параметрами / А.Г. Бутковский. – М.: Наука, 1979.

Тема 6. Моделирование на макроуровне

Цель и задачи: изучить методы моделирования макроуровня, ознакомиться с компонентными и топологическими уравнениями гидравлической, механической, тепловой и электрической систем, способами представления моделей на макроуровне, методами формирования и анализ моделей.

Учебные вопросы:

- 6.1 Основные понятия макроуровня
- 6.2 Компонентные и топологические уравнения
- 6.3 Компонентные и топологические уравнения механической системы
- 6.4 Компонентные, топологические уравнения гидравлической системы
- 6.5 Компонентные и топологические уравнения тепловой системы
- 6.6 Компонентные и топологические уравнения электрической системы
- 6.7 Параметры гидравлической системы
- 6.8 Графические формы представления математической модели
- 6.9 Матричная форма представления математической модели
- 6.10 Узловой метод формирования математической модели
- 6.11 Задачи качественного анализа математической модели
- 6.12 Моделирование и анализ статических состояний

Компонентные и топологические уравнения

Компонентные уравнения, выражающие связь между фазовой переменной типа (ФПТ) потока и потенциала, получают на основе физических законов.

Инерционный элемент $u_u = I \frac{dI_u}{dt}$

I, D, Y- параметры инерционных, диссипативных и упругих элементов

Диссипативный элемент $u_D = D \cdot I_D$

I-ФПТ потока, u -ФПТ потенциала

Упругий элемент $u_y = Y \int I_y dt$

Топологические уравнения, выражающие условие равновесия и непрерывности фазовых переменных, объединяют все компонентные уравнения элементов в общую систему уравнений

Условие равновесия, записываемое для ФПТ потенциала

$$\sum_i u_i = 0$$

Условие непрерывности для ФПТ потока

$$\sum_k I_k = 0$$

Компонентные и топологические уравнения механической системы

	Поступательное	Вращательное
1. Фазовая переменная типа потока	Линейная скорость V , м/с	Угловая скорость ω , рад/с
2. Фазовая переменная типа потенциала	Сила F , Н	Вращающий момент M , Н*м
3. Параметр инерционного элемента	Масса m , кг	Момент инерции I , кг*м ²
4. Параметр диссипативного элемента	Кoeffициент сопротивления (коэффициент вязкого трения, коэффициент демпфирования)	
	μ , Н*с/м	μ , Н*м*с/рад
5. Параметр упругого элемента	Кoeffициент жесткости	
	c , Н*м	Н*м/рад
6. Компонентные уравнения инерционного элемента (получают на основе законов Ньютона)	$F_u = m \frac{dV_u}{dt}$	$M_u = I \frac{d\omega_u}{dt}$
7. Компонентные уравнения диссипативного элемента (получают на основе закона Ньютона для вязкого трения)	$F_d = \mu V_d$	$M_d = \mu \omega_d$
8. Компонентные уравнения упругого элемента (на основе законов Гука)	$F_y = c \int V_y dt$ $\left(\frac{dF_y}{dt} = c V_y \right)$	$M_y = c \int \omega_y dt$
9. Топологические уравнения. Уравнения равновесия, выражающие принцип Даламбера	Уравнения равновесия, выражающие принцип Даламбера	
	$\sum_i \vec{F}_i = 0$	$\sum_k \vec{M}_k = 0$
	Условия непрерывности, выражающее принцип сложения скоростей при сложном движении твердого тела	
	$\sum_k \vec{V}_k = 0$	$\sum_k \vec{\omega}_k = 0$

Компонентные и топологические уравнения гидравлической системы

В гидравлической системе ФПТ потока – расход Q м³/с,
ФПТ потенциала – давление p , Па

Компонентные уравнения инерционного элемента (на основе уравнений Эйлера):

$$P_u = m_\Gamma \frac{dQ_u}{dt} \quad m_\Gamma = \frac{\rho V}{A^2} = \frac{m_{эс}}{A^2} \left[\frac{кг}{м^4} \right] \quad - \text{гидравлическая масса}$$

Компонентные уравнения диссипативного элемента (с учетом уравнения Навье - Стокса)

$$P_d = \mu_\Gamma Q_d, \quad \mu_\Gamma = \frac{2\xi l}{A} = \frac{2\xi V}{A^2} \quad - \text{коэффициент гидравлического сопротивления}$$

Компонентные уравнения упругого элемента

$$P_y = C_\Gamma \int Q_y dt, \quad C_\Gamma = \frac{E}{A \cdot l} = \frac{E}{V} \quad - \text{коэффициент гидравлической жесткости}$$

Топологические уравнения:

Условие равновесия потенциалов:

$$\sum_i \rho_i = 0$$

Условие непрерывности потоков:

$$\sum_k Q_k = 0$$

Компонентные и топологические уравнения тепловой системы

В тепловой системе ФПТ потока – температура T [к],
ФПТ потенциала – тепловой поток Φ [Вт][ДЖ/с]

Компонентные уравнения инерционного элемента

$$\Phi_u = C_T \frac{dT_u}{dt}, \quad C_T = c\rho V \quad - \text{теплоемкость элемента [Дж/к]}$$

Компонентные уравнения диссипативного элемента (на основе уравнений Фурье)

$$\Phi_D = \mu_T T_D \quad \mu_T = \lambda \frac{A}{l} = \lambda \frac{V}{l^2} \quad - \text{коэффициент теплового сопротивления элемента [Дж/с*к]}$$

Упругими свойствами тепловая система не обладает

Топологические уравнения

Условие равновесия потенциалов
на поверхность контактов
элементов

Условие непрерывности функции
температуры

$$\sum_i \Phi_i = 0$$

$$\sum_k T_k = 0$$

Компонентные и топологические уравнения электрической системы

В электрической системе ФПТ потока – сила тока I [А];
ФПТ потенциала – напряжение u [В].

Инерционными свойствами обладают катушки индуктивности

$$u_u = L \frac{dI_u}{dt}, \quad L - \text{индуктивность [Гн]}.$$

Диссипативный элемент – резистор. Компонентное уравнение на основе закона Ома:

$$u_d = RI_y \quad R - \text{сопротивление [Ом]}.$$

Упругими свойствами характеризуется конденсатор

$$u_y = \frac{1}{C} \int I_y dt, \quad C - \text{емкость [Ф]}.$$

Топологические уравнения получают на основе законов Кирхгофа:

Сумма токов для любого узла схемы=0

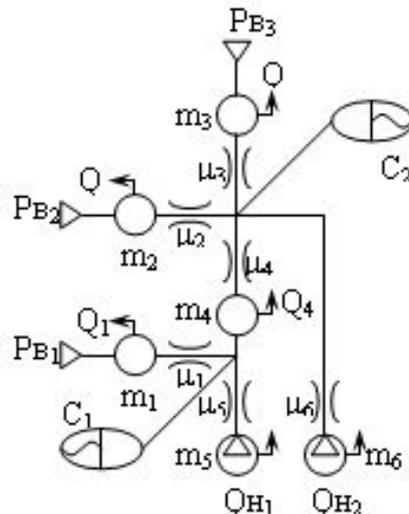
Второй закон для контура схемы

$$\sum_k I_k = 0$$

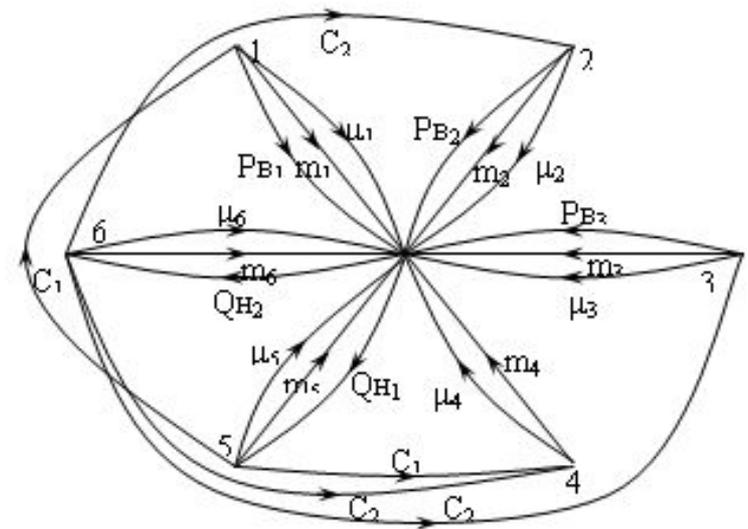
$$\sum_i u_i = 0$$

ГРАФИЧЕСКИЕ И ТАБЛИЧНЫЕ ФОРМЫ МОДЕЛИ ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Динамическая модель гидравлической системы



Ориентированный граф гидравлической системы



Матрица инцидентий гидравлической системы

Узлы	Ветви														
	Диссипативные узлы						Упругие		Внешнее воздействие						
	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	C_1	C_2	P_{B1}	P_{B2}	P_{B3}		Q_{H1}	Q_{H2}	
1	-1	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	
2	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	
3	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	
4	0	0	0	-1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	
5	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	
6	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0	0	1	
	Ав						Ау		Ад						

Вопросы для самопроверки

- 1) Какими методами можно выделить дискретные элементы из сплошной среды?
- 2) Какие элементы выделяют в методе сосредоточенных масс?
- 3) Какие уравнения называют компонентными, а какие топологическими?
- 4) Как записываются компонентные и топологические уравнения для всех видов систем?
- 5) Какие вам известны графические формы представления математических моделей?
- 6) По какому правилу строится ориентированный граф?
- 7) Поясните на примере узловой метод формирования модели.
- 8) В чем заключается качественный анализ математической модели?
- 9) Какими состояниями описывается статический режим функционирования технической системы?
- 10) Какие задачи решаются при анализе статического режима?
- 11) Как формулируется алгоритм численного метода Ньютона?

Список литературы:

1. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем: Учебник для вузов / В.П.Тарасик. – Мн.: ДизайнПРО, 2004.

Тема 7. Имитационное моделирование

Цель и задачи: получить понятие об имитационном моделировании и о системах имитационного моделирования.

Учебные вопросы:

1. Метод имитационного моделирования: определение, цель и применение.
2. Имитационная модель, разновидности имитаций
3. Виды имитационного моделирования
4. Системы имитационного моделирования

Понятие имитационного моделирования

Имитационное моделирование — метод, позволяющий строить модели, описывающие процессы так, как они проходили бы в действительности

Имитационное моделирование — это метод исследования, при котором изучаемая система заменяется моделью с достаточной точностью описывающей реальную систему и с ней проводятся эксперименты с целью получения информации об этой системе.

Имитационное моделирование — это частный случай математического моделирования.

Имитационная модель — логико-математическое описание объекта, которое может быть использовано для экспериментирования на компьютере в целях проектирования, анализа и оценки функционирования объекта.

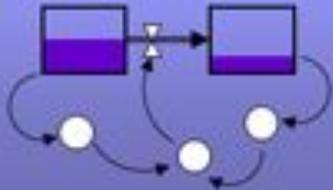
К имитационному моделированию прибегают, когда:

- дорого или невозможно экспериментировать на реальном объекте;
- невозможно построить аналитическую модель: в системе есть время, причинные связи, последствие, нелинейности, стохастические (случайные) переменные;
- необходимо симитировать поведение системы во времени.

Виды имитационного моделирования

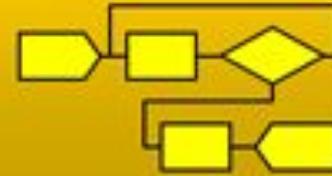
Системная динамика

Связанные переменные,
Накопители, Обратные связи



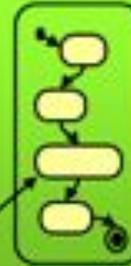
Дискретно-событийное

Заявки, Ресурсы, Процессы
(последовательности операций)



СИСТЕМА

Индивидуальные свойства
и правила поведения.
Прямое или косвенное
взаимодействие



Агентное моделирование

Подходы имитационного моделирования на шкале абстракции



Популярные системы имитационного моделирования

MathWorks. MATLAB and Simulink for Technical Computing -

<http://www.mathworks.com>

ИМИТАК — <http://imitak.ru>

Triad.Net

[AnyLogic](http://www.anylogic.com)AnyLogic — <http://www.anylogic.com>

Aimsun — <http://www.aimsun.com>

Arena — <http://www.arenasimulation.com>

Business Studio (Имитационное моделирование бизнес-процессов) —

<http://www.businessstudio.ru>

PTV Vision VISSIM — <http://www.ptv-vision.ru>

[eM-Plant](#)

Powersim

[GPSS](#)

NS-2 — <http://isi.edu/nsnam/ns/>

Transyt — <http://mctrans.ce.ufl.edu/index.htm>

Tecnomatix [Plant Simulation](#)

simuLab — <http://www.simulab.ru>

Simplex3 - <http://www.simplex3.net>

Вопросы для самопроверки

- 1) Какое определение можно дать имитационному моделированию?
- 2) Что называется имитационной моделью?
- 3) В каких случаях прибегают к имитационному моделированию?
- 4) В чем заключается цель имитационного моделирования?
- 5) Перечислите разновидности имитаций?
- 6) В чем принцип агентного моделирования?
- 7) В чем заключается подход дискретно-событийного моделирования?
- 8) Какие вам известны системы имитационного моделирования?

Список литературы:

1. Хемди А. Таха Глава 18. Имитационное моделирование // Введение в исследование операций = Operations Research: An Introduction. — 7-е изд. — М.: «Вильямс», 2007. — С. 697-737.
2. Строгалев В. П., Толкачева И. О. Имитационное моделирование. — МГТУ им. Баумана, 2008.

Тема 8. Методы упрощения моделей

Цель и задачи: ознакомится с основными методами упрощения моделей .

Учебные вопросы:

1. Декомпозиция.
2. Метод макро моделирования
3. Метод линеаризации.
4. Упрощение модели с распределенными параметрами

Методы упрощения моделей

1) *Декомпозиция* – метод, заключающийся в расчленение сложной системы на ряд более простых подсистем



2) *Метод макромоделирования.*

В данном методе в исходном пространстве переменных учитываются только те из них, которые влияют на выходные переменные наиболее сильно.

3) *Метод линеаризации.*

Разложение в ряд Тейлора

4) *Упрощение модели с распределенными параметрами.*

Вопросы для самопроверки

- 1) В чем заключается метод декомпозиции?
- 2) В каком случае возможна декомпозиция?
- 3) В чем заключается метод макро моделирования?
- 4) Какие вам известны методы линеаризации?
- 5) Как можно упростить модель с распределенными параметрами?

Список литературы:

1. Советов Б.Я. Моделирование систем. Учебник для ВУЗов / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. - М.: Высшая школа, 2001 г. – 343с.
2. Введение в математическое моделирование: Учеб. пособие / под ред. П.В. Трусова. – М.: Логос, 2005. – 440с.

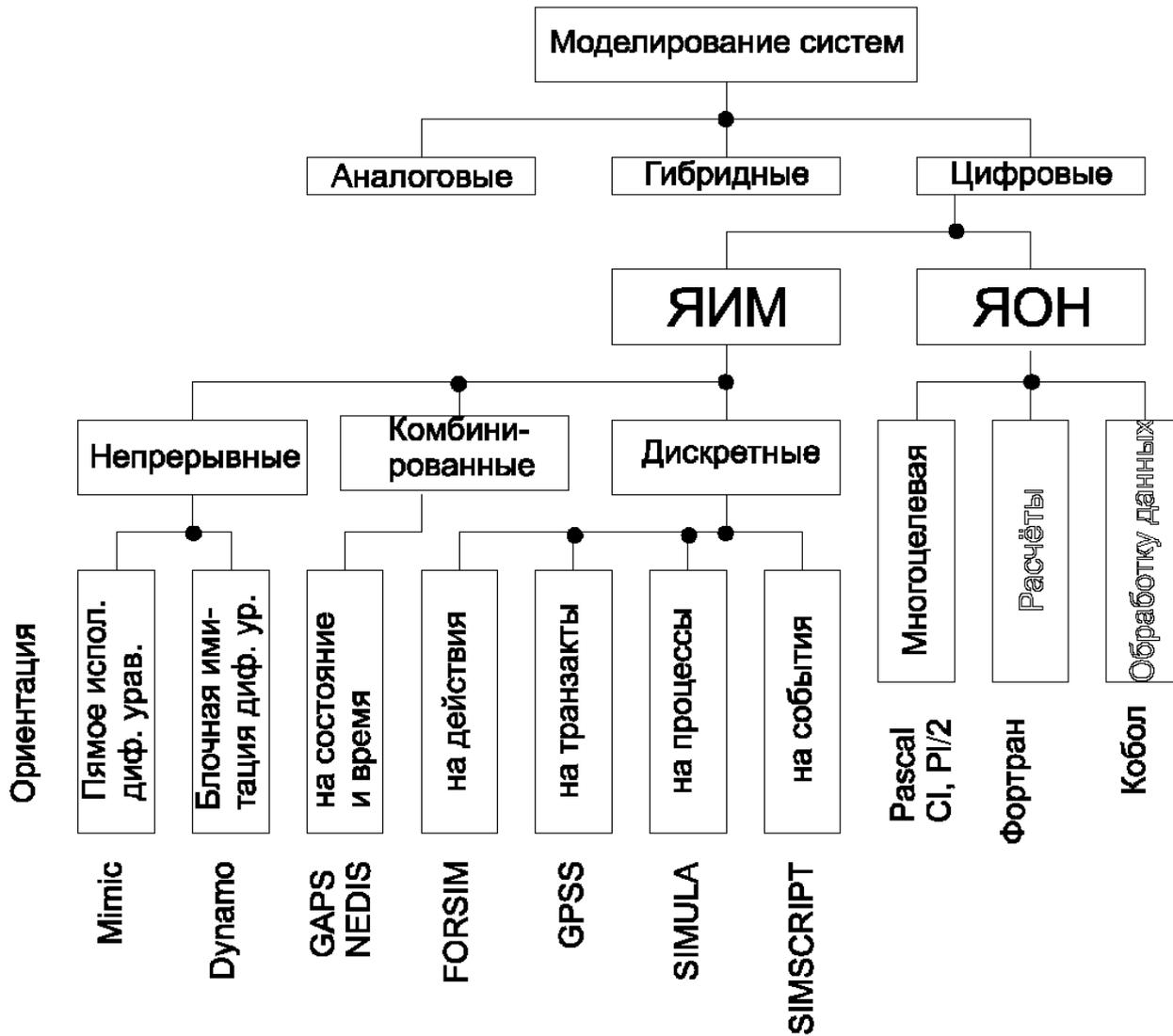
Тема 8. Программные и технические средства моделирования систем.

Цель и задачи: изучить основные уравнения, описывающие тепловые, гидравлические и механические системы на микроуровне в виде сплошных сред.

Учебные вопросы:

1. Выбор языка моделирования
2. Языки имитационного моделирования: достоинства и недостатки
3. Свойства языков моделирования
4. Классификация языков моделирования

Классификация языков моделирования



Вопросы для самопроверки

- 1) По каким критериям осуществляется выбор языков моделирования?
- 2) Какие языки моделирования являются более удобными: общего назначения или языки имитационного моделирования и почему?
- 3) Какими особенностями обладают языки имитационного моделирования?
- 4) Дайте характеристику известным вам языкам моделирования.

Список литературы:

1. Советов Б.Я. Моделирование систем. Учебник для ВУЗов / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. - М.: Высшая школа, 2001 г. – 343с.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ»

1. Понятие моделирования и модели. Свойства моделей. Назначение моделей (цели и задачи исследования):
2. Виды моделирования. Математическое моделирование.
3. Классификация математических моделей
4. Понятие подобных явлений. Геометрическое подобие.
5. Кинематическое и динамическое подобие.
6. Первая и вторая теоремы подобия.
7. Третья теорема подобия. Дополнительные положения теории подобия
8. Этапы построения моделей. Обследование объекта моделирования. Концептуальная и математическая постановка задачи.
9. Этапы построения моделей. Качественный анализ и проверка корректности модели.
10. Этапы построения моделей. Выбор и обоснование выбора метода решения.
11. Этапы построения моделей. Реализация модели в виде программы для ЭВМ.
12. Этапы построения моделей. Проверка адекватности модели. Практическое использование модели и анализ результатов.
13. Основные понятия моделирования на микроуровне.
14. Основы построения математических моделей на микроуровне. Законы сохранения
15. Модели тепловых систем на микроуровне. Вывод уравнения теплопроводности.
16. Модели тепловых систем на микроуровне. Описание граничных условий.
17. Модели гидравлических систем на микроуровне.
18. Модели механических систем на микроуровне.
19. Приближенные модели технических объектов на микроуровне. Метод конечных разностей.

20. Приближенные модели технических объектов на микроуровне. Метод конечных элементов.
21. Базовое уравнение объектов СРП.
22. Уравнения гиперболического типа.
23. Уравнения параболического и эллиптического типов.
24. Общая характеристика условий однозначности.
25. Основное соотношение вход-выход для СРП.
26. Функция Грина.
27. Стандартная форма записи уравнения в распределенных параметрах и стандартизирующая функция.
28. Передаточные функции объектов в распределенных параметрах.
29. Параллельное соединение распределенных блоков.
30. Последовательное соединение распределенных блоков.
31. Типовые распределенные блоки (исключая х-блоки).
32. Континуальная и интегральная передаточные функции.
33. Основные понятия макроуровня.
34. Компонентные и топологические уравнения в общем виде.
35. Компонентные и топологические уравнения механической системы.
36. Компонентные и топологические уравнения гидравлической системы.
37. Компонентные и топологические уравнения тепловой системы.
38. Компонентные и топологические уравнения электрической системы.
39. Параметры гидравлической системы
40. Графические формы представления ММ. Пример.
41. Матричная форма представления ММ. Пример.
42. Узловой метод формирования ММ.

43. Задачи качественного анализа ММ.
44. Моделирование и анализ статических состояний
45. Задачи анализа переходных процессов. Численные методы интегрирования ОДУ.
46. Погрешности и устойчивость численных методов интегрирования.
47. Метод имитационного моделирования: определение, цель и применение. Имитационная модель, разновидности имитаций
48. Виды и системы имитационного моделирования.
49. Методы упрощения моделей
50. Выбор языка моделирования. Языки имитационного моделирования: достоинства и недостатки
51. Свойства и классификация языков моделирования