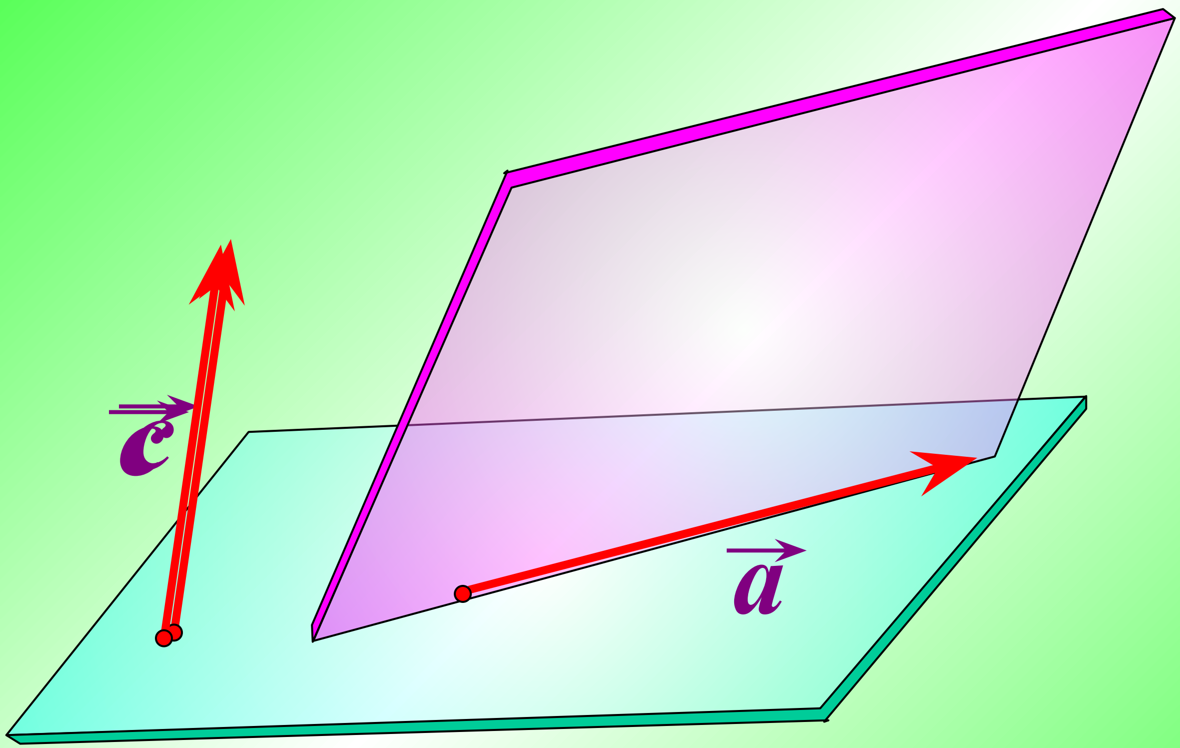
Компланарные векторы. Правило параллелепипеда

Определение компланарных векторов

Векторы называются **компланарными**, если при откладывании их от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости.

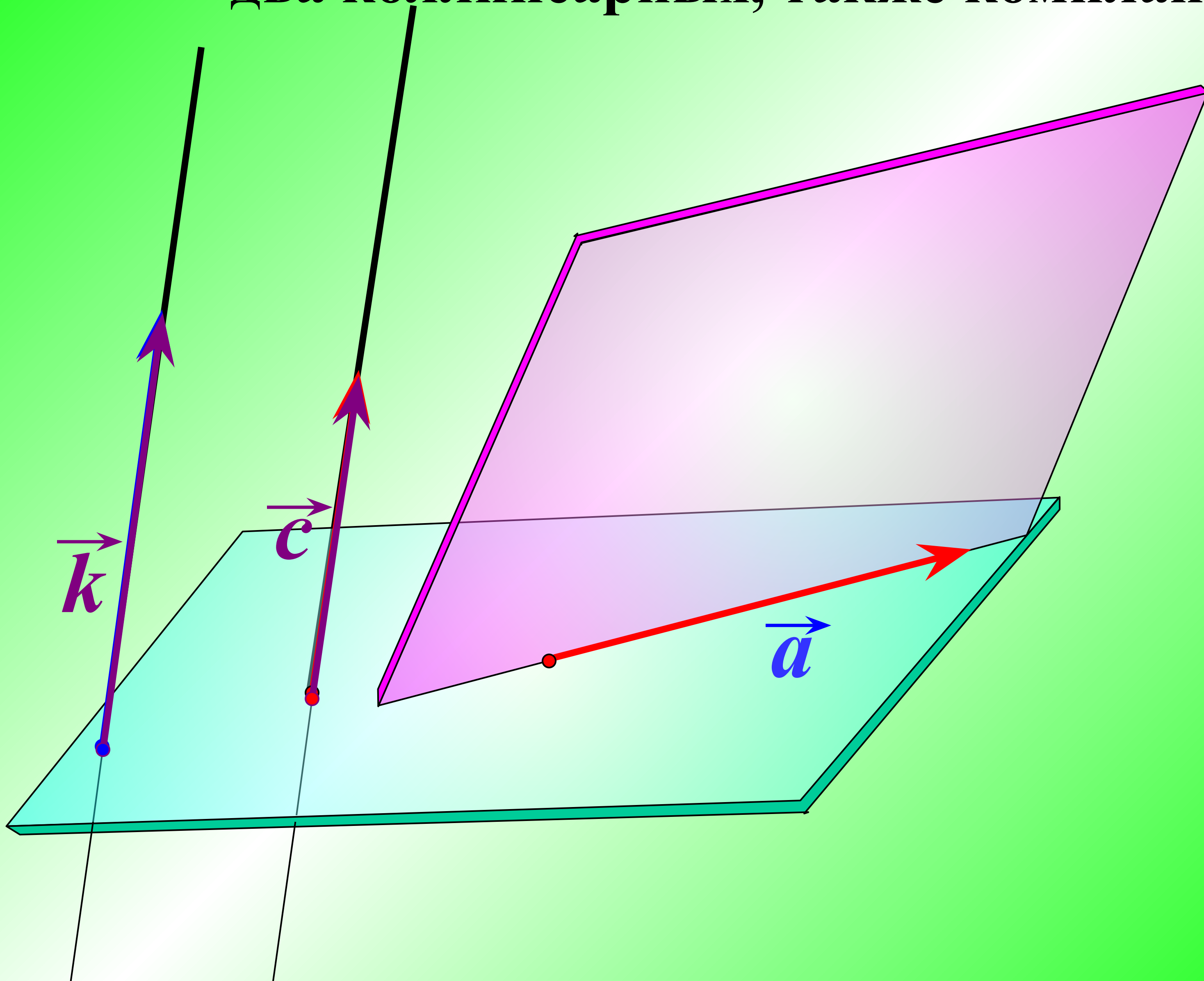
Другими словами, векторы называются **компланарными**, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.

Любые два вектора компланарны.



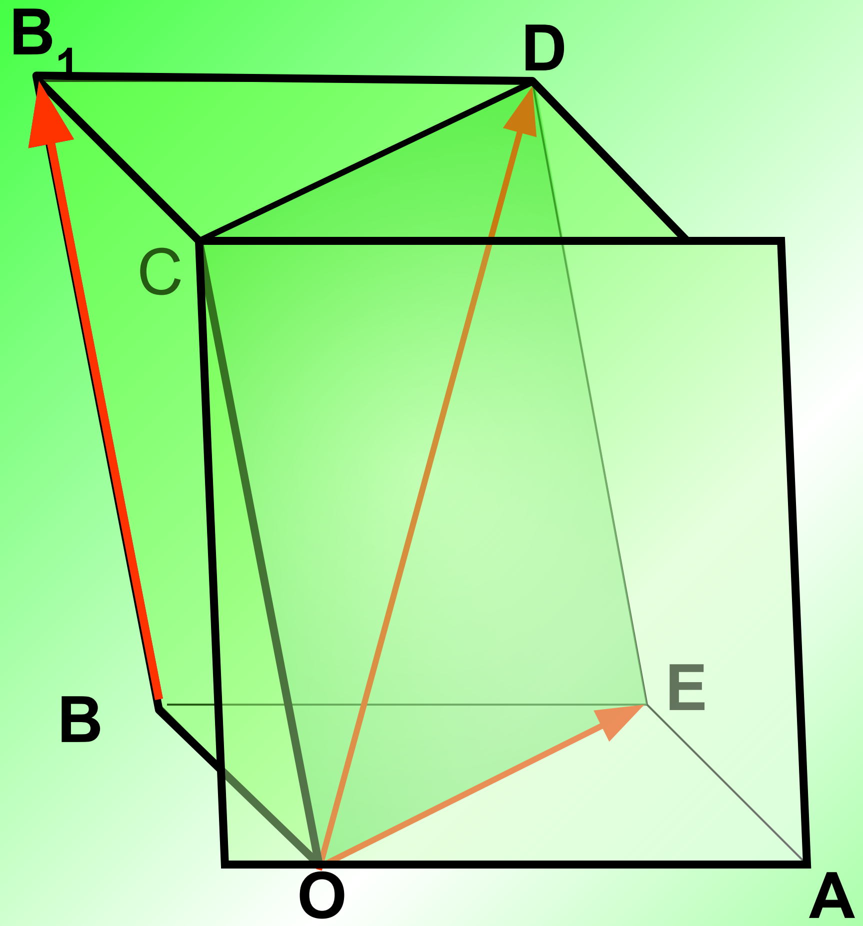
Компланарность трёх векторов

Вывод: Три вектора, среди которых имеются два коллинеарных, также компланарны.



На рисунке изображен параллелепипед.

Являются ли векторы $\overrightarrow{BB_1}$, $\overrightarrow{OD}$ и $\overrightarrow{OE}$ компланарными?



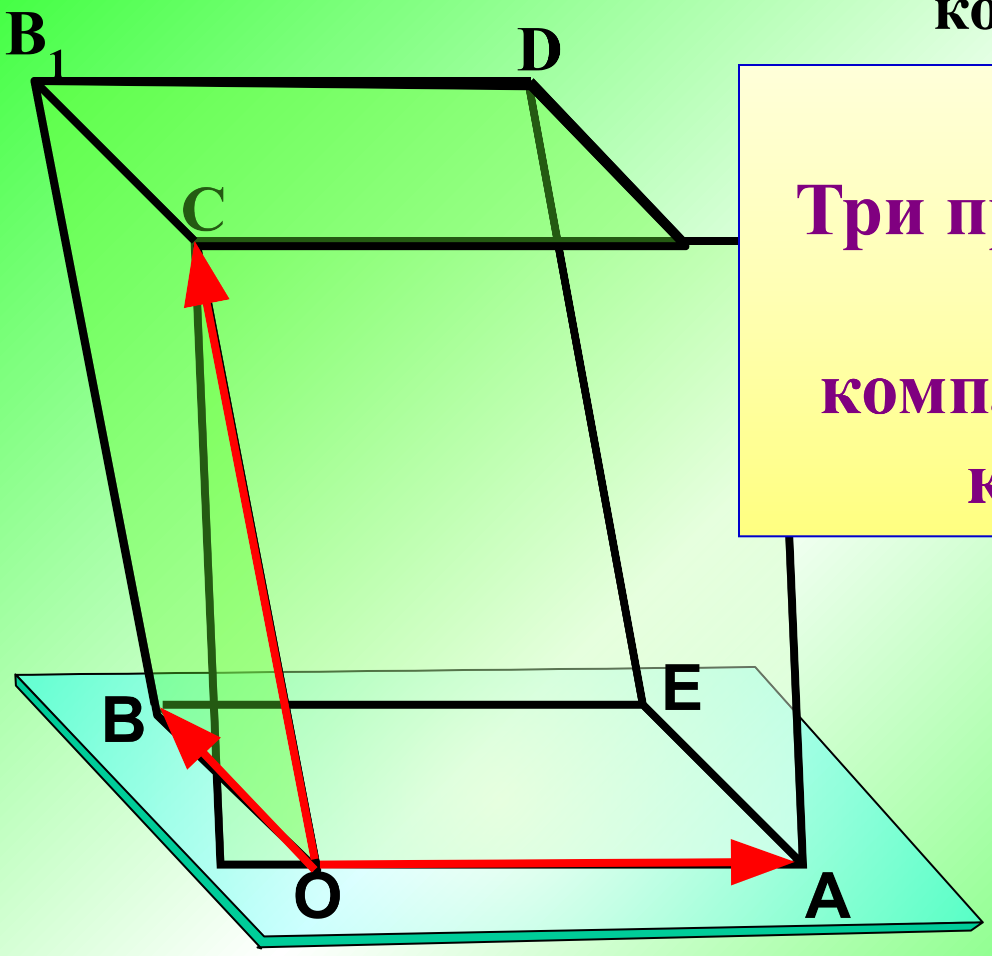
Да, векторы $\overrightarrow{BB_1}$, $\overrightarrow{OD}$ и $\overrightarrow{OE}$ компланарны

На рисунке изображен параллелепипед.

Являются ли векторы

$\vec{OA}$, $\vec{OB}$ и $\vec{OC}$

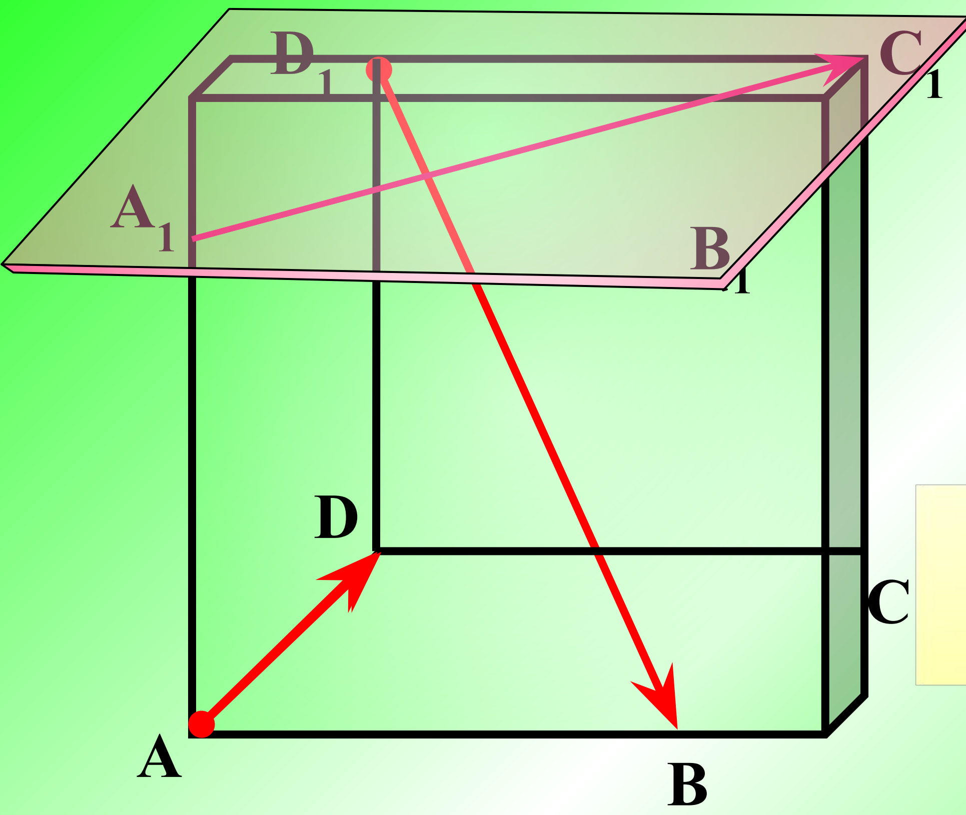
компланарными?



ВЫВОД:

Три произвольных вектора могут быть как компланарными, так и не компланарными.

Являются ли векторы $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{A_1C_1}$ и $\overrightarrow{D_1B}$ компланарными?



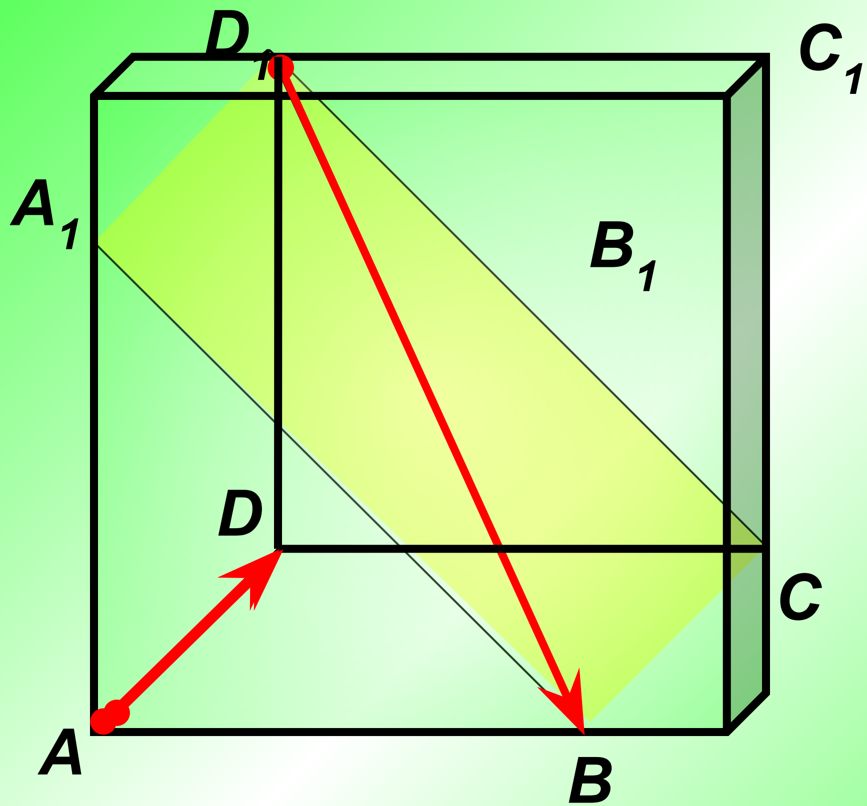
Векторы $\overrightarrow{A_1D_1}$, $\overrightarrow{A_1C_1}$ лежат в плоскости $A_1D_1C_1$.

Вектор $\overrightarrow{D_1B}$ не лежит в этой плоскости.

Векторы $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{A_1C_1}$ и $\overrightarrow{D_1B}$ не компланарны.

Являются ли векторы $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{D_1B}$ компланарными?

Любые два вектора компланарны.

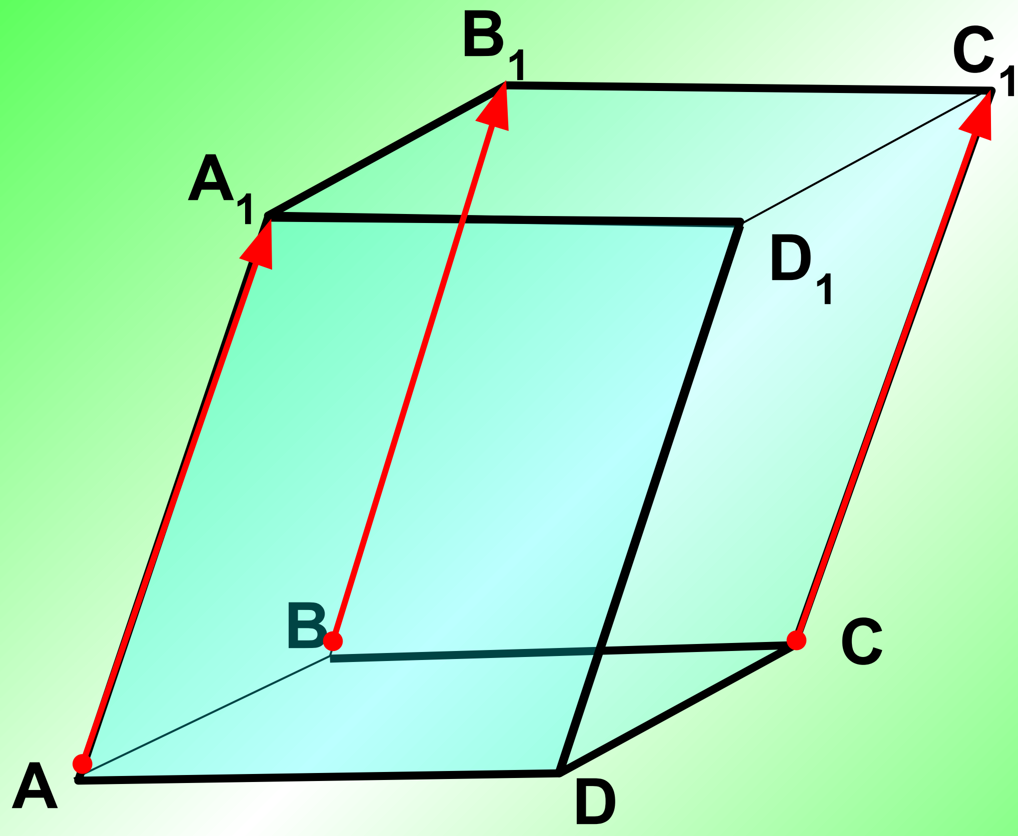


№355 Дан параллелепипед $ABCA_1B_1C_1D_1$.

Компланарны ли векторы?

а) $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{CC_1}, \overrightarrow{BB_1}$

Три вектора, среди которых имеются два коллинеарных, компланарны.

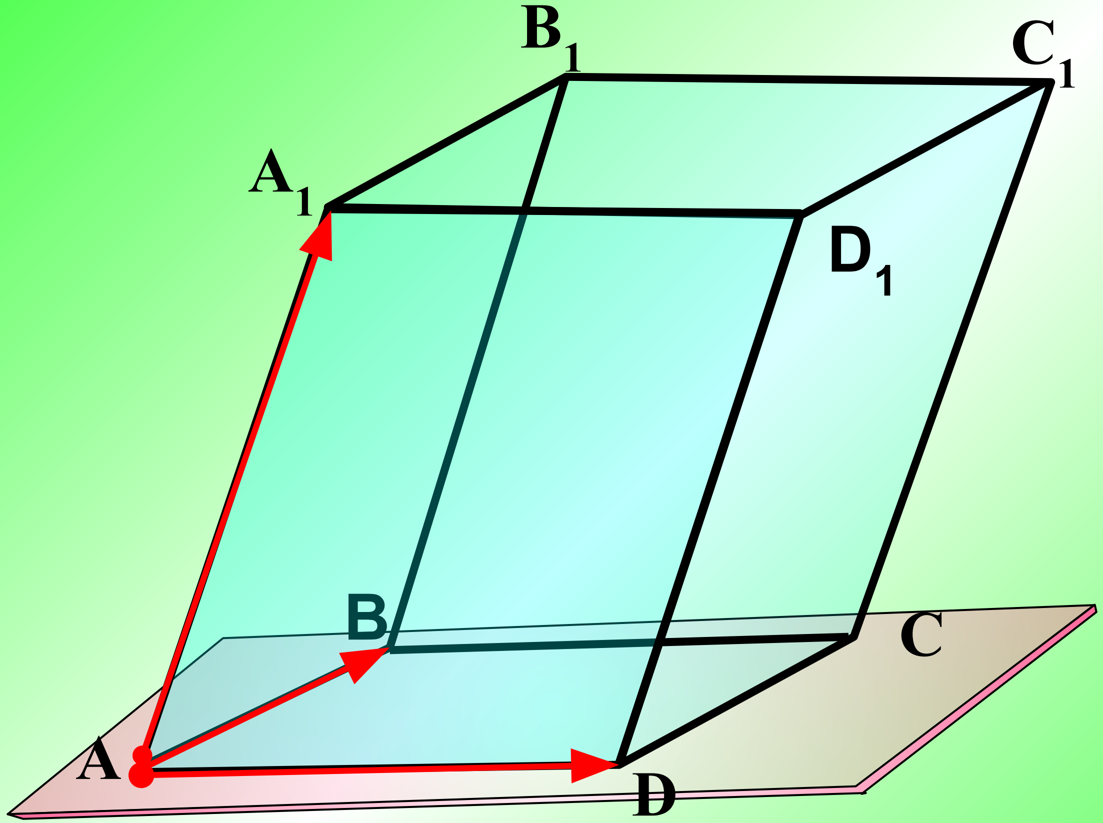


№355 Дан параллелепипед $ABCA_1B_1C_1D_1$.

Компланарны ли векторы?

б) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA_1}$

Векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AA_1}$ не компланарны, так как вектор $\overrightarrow{AA_1}$ не лежит в плоскости ABC



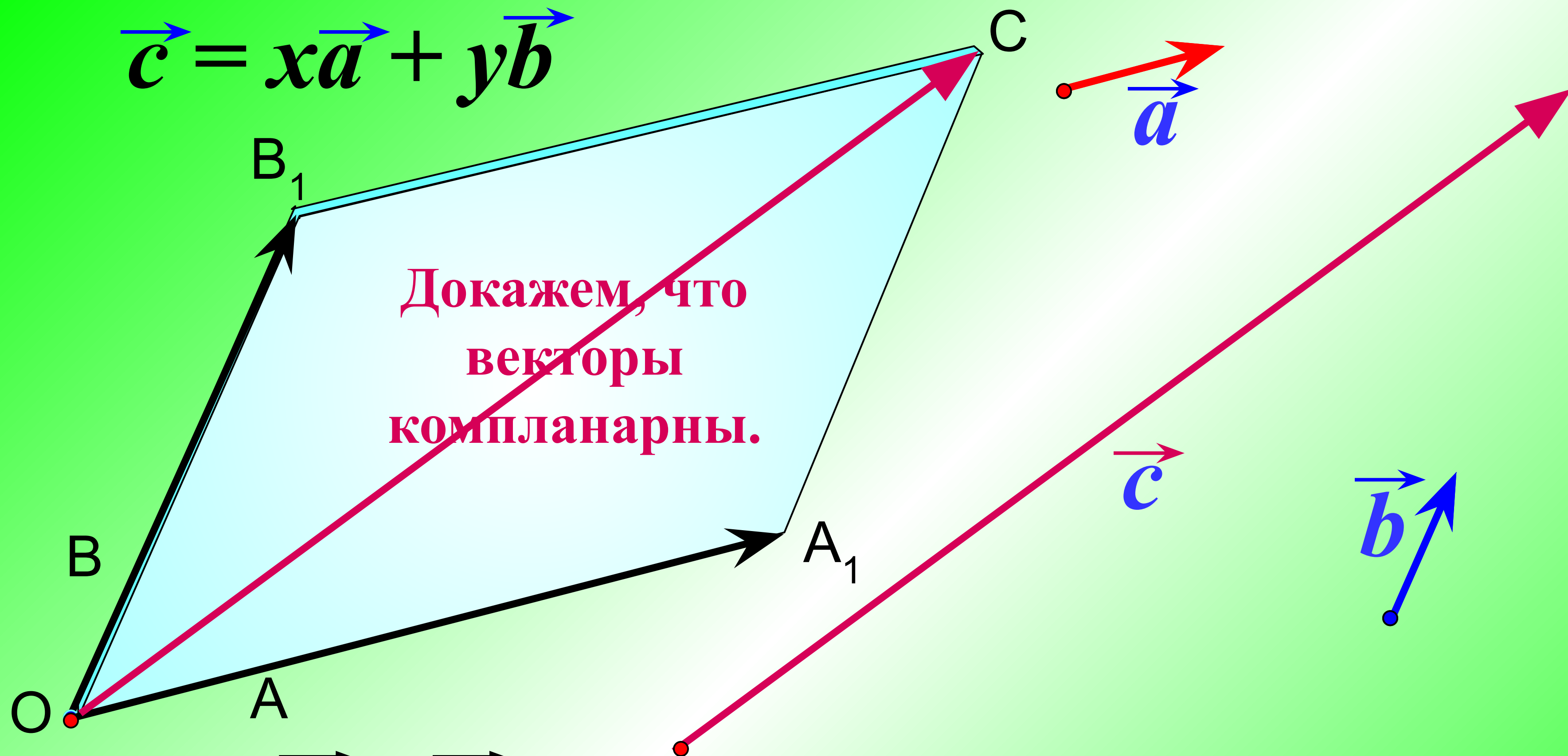
Сделаем выводы:

Любые два вектора компланарны

Три вектора, среди которых имеются два коллинеарных, также компланарны.

В решении вопроса о компланарности трёх векторов применим признак компланарности

$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$



Векторы $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$ лежат в одной плоскости OAB.

$\overrightarrow{OA_1} = x\,\overrightarrow{OA}$ $\overrightarrow{OB_1} = y\,\overrightarrow{OB}$

Векторы $\overrightarrow{OA_1}$ и $\overrightarrow{OB_1}$ также лежат плоскости OAB.

А следовательно, и их сумма – вектор $\overrightarrow{OC} = x\,\overrightarrow{OA} + y\,\overrightarrow{OB}$,
равный вектору $\vec{c}$

Справедливо и обратное утверждение.

Признак компланарности

Если вектор $\vec{c}$ можно разложить по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, т.е. представить в виде $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ где x и y – некоторые числа, то векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны.

Если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны, а векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не коллинеарны, то вектор $\vec{c}$ можно разложить по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$

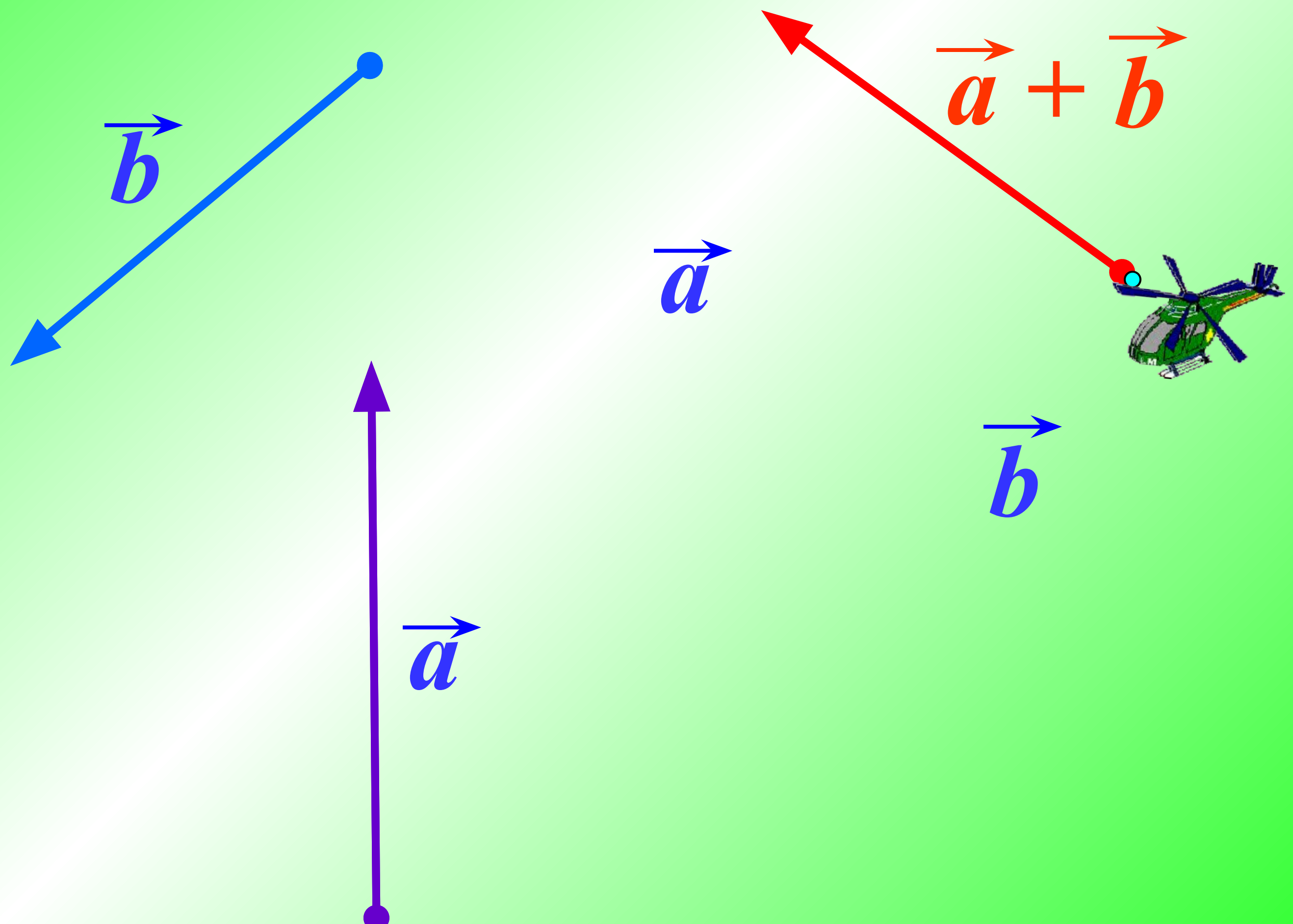
$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$$

, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.

П
О
В
Т
О
Р
И
М

Сложение векторов.
Правило треугольника.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}$

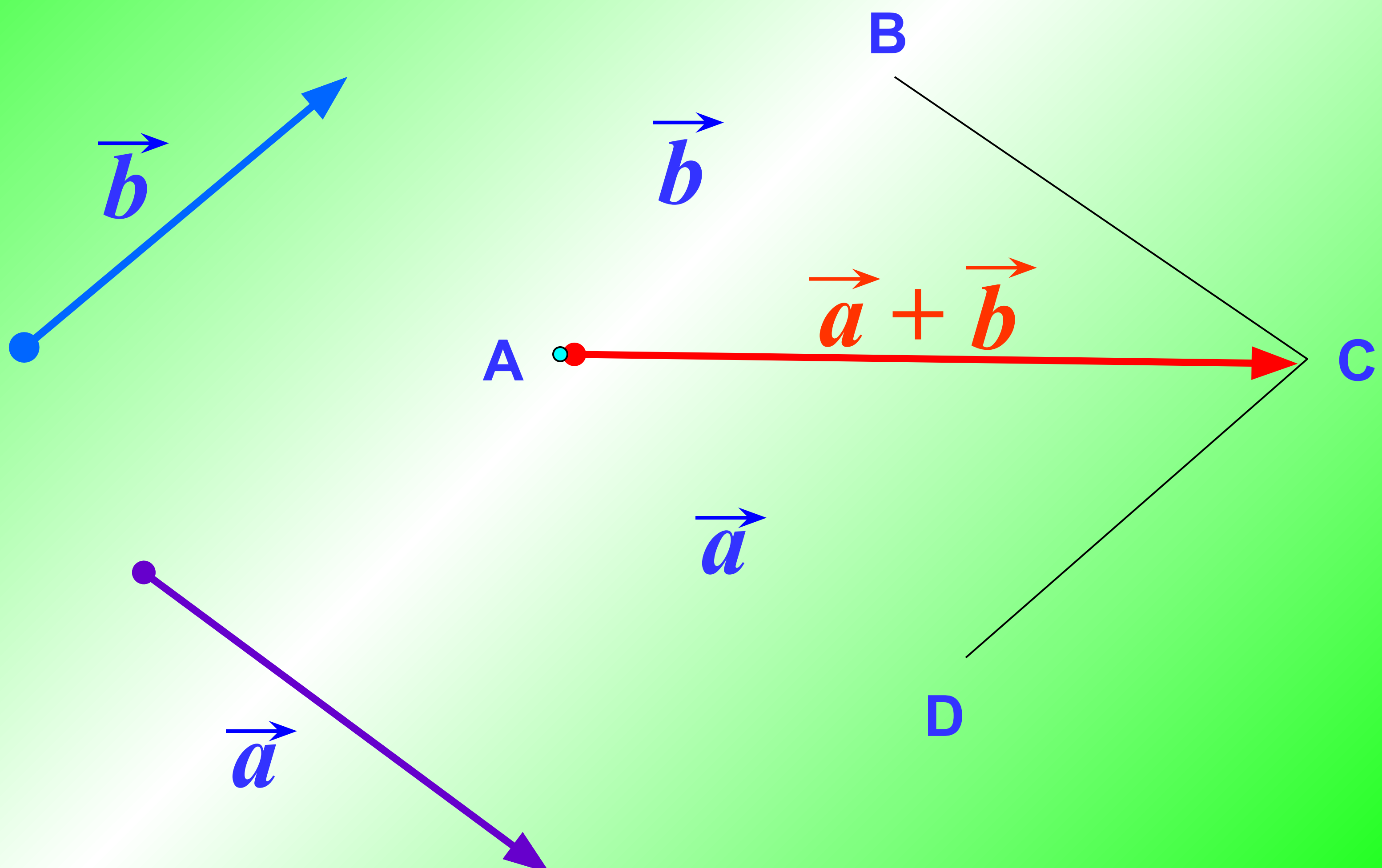


Сложение векторов. Правило параллелограмма.

П
О
В
Т
О
Р
И
М

$\vec{a} + \vec{b}$

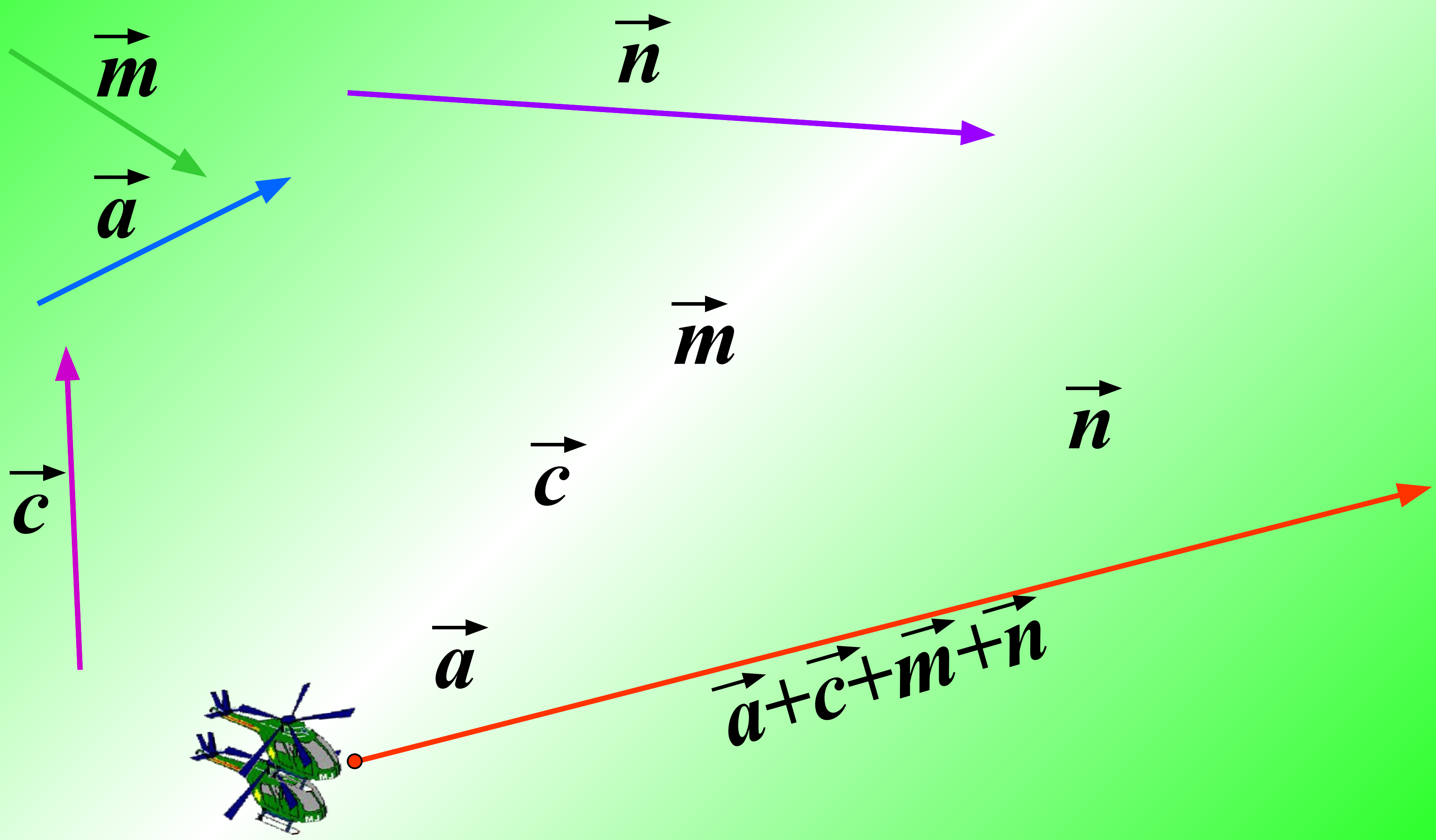
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}$



Сложение векторов.
Правило многоугольника.

ПОВТОРИМ

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO}$$



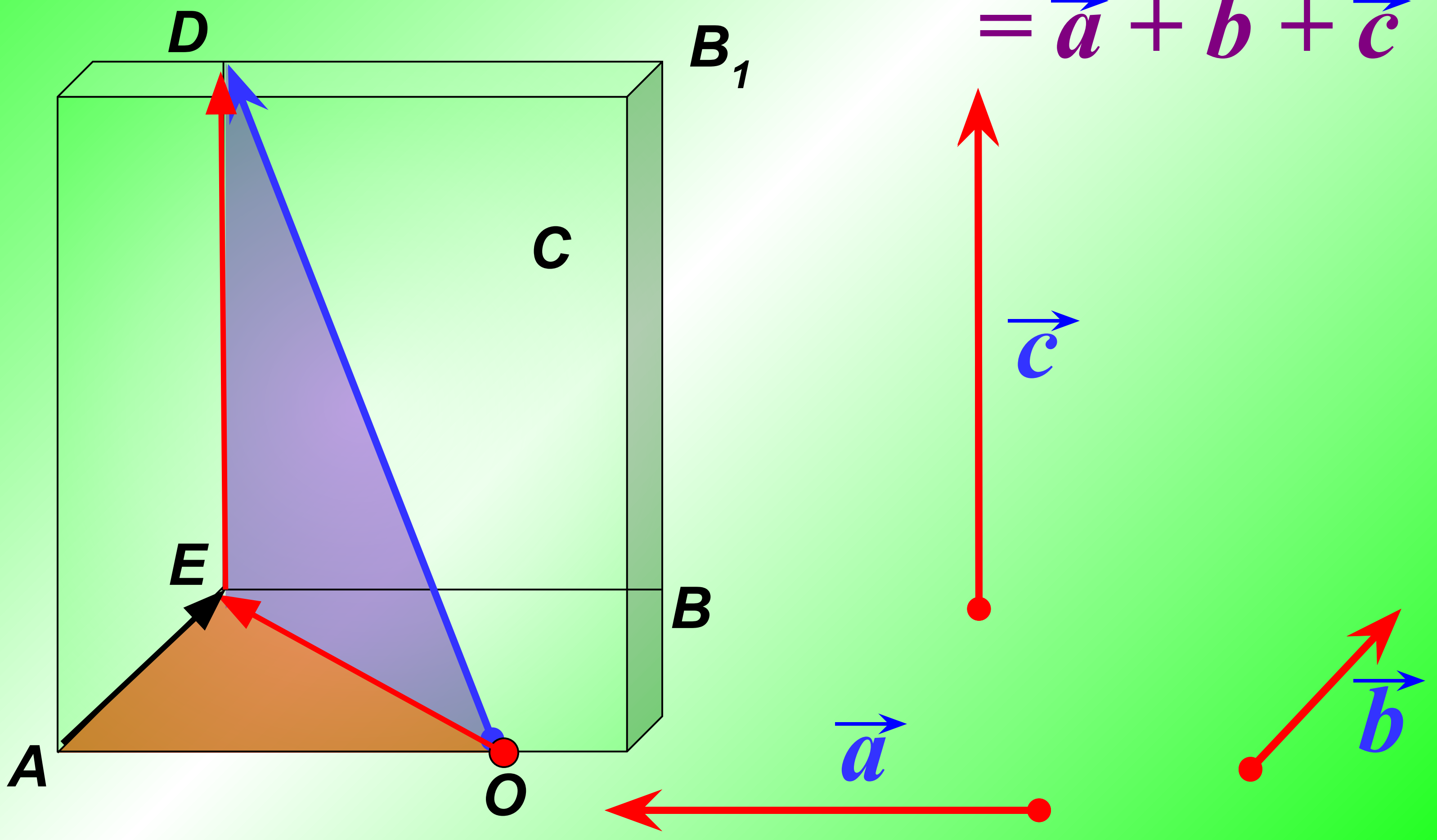
Правило параллелепипеда.

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \Leftrightarrow \overrightarrow{OD}$

из Δ OED из Δ OAE

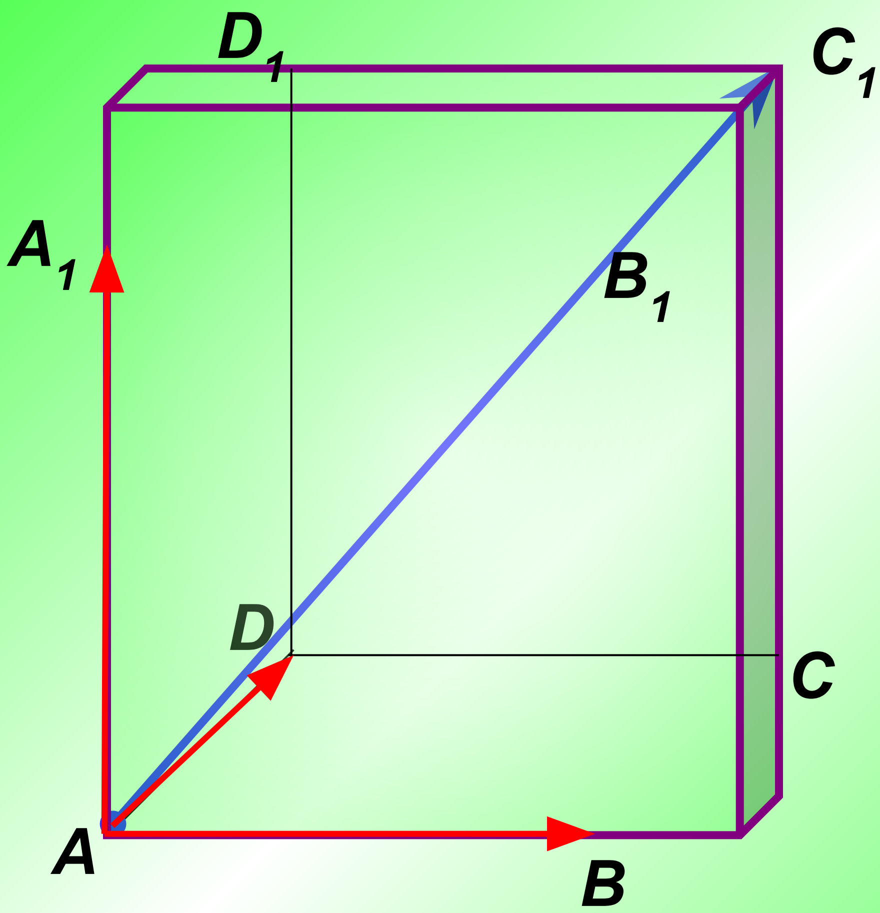
$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{ED} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AE}) + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} =$$

$$= \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$



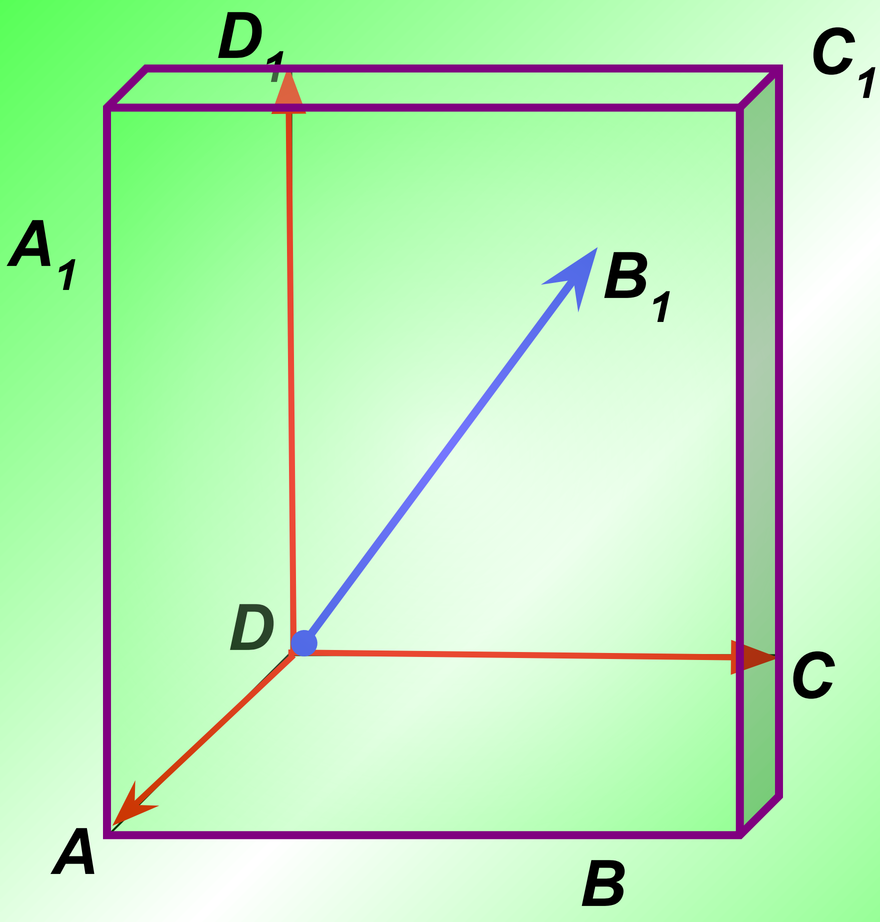
№358 Дан параллелепипед $ABCA_1B_1C_1D_1$. Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AC_1}$$



№358 Дан параллелепипед $ABCA_1B_1C_1D_1$. Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов:

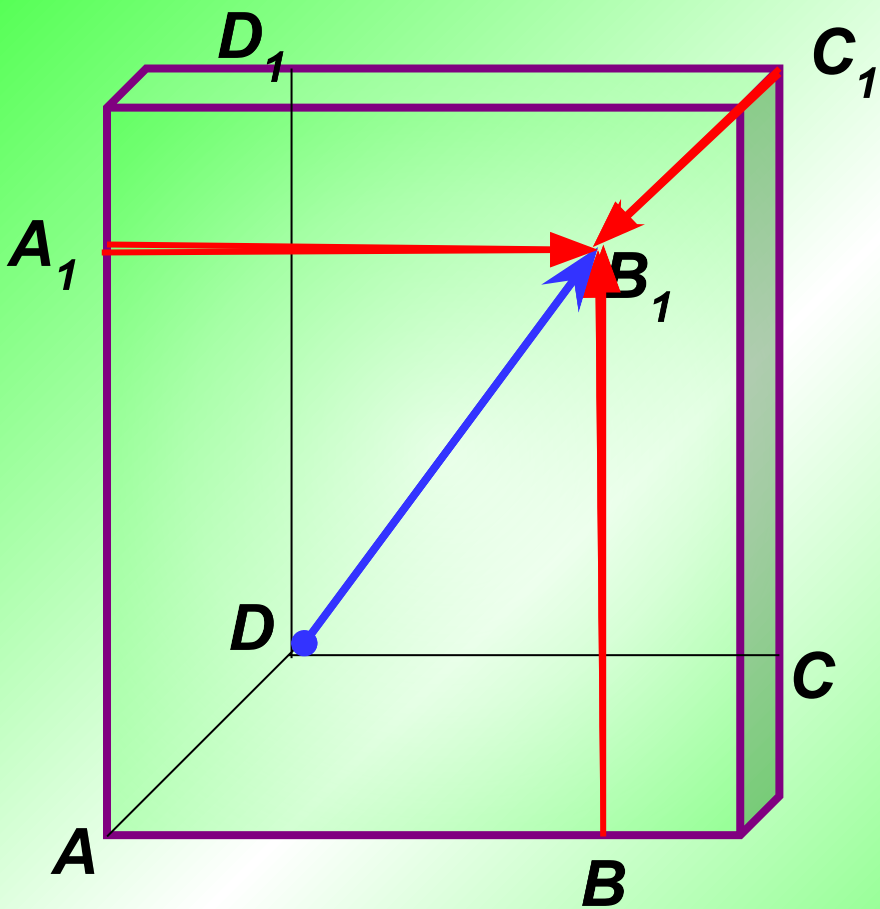
$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{DB_1}$$



№358 Дан параллелепипед $ABCA_1B_1C_1D_1$. Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов:

$$\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{C_1B_1} + \overrightarrow{BB_1}$$

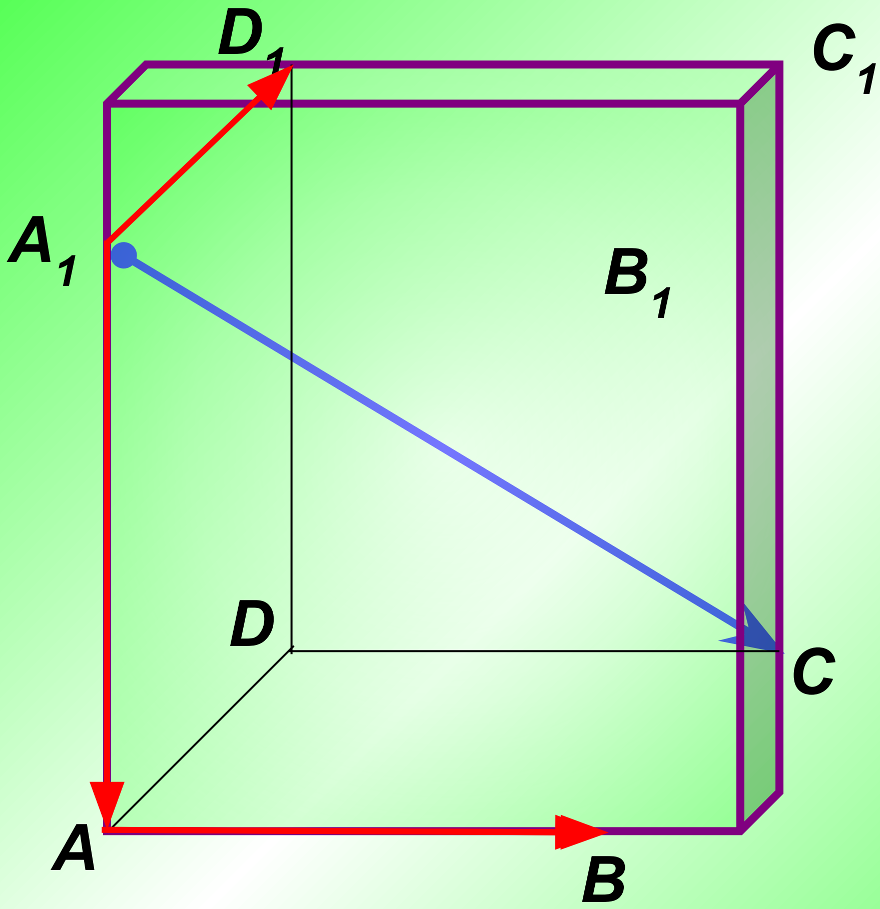
$$\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{DB_1}$$



№358 Дан параллелепипед $ABCA_1B_1C_1D_1$. Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов:

$$\overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{AB}$$

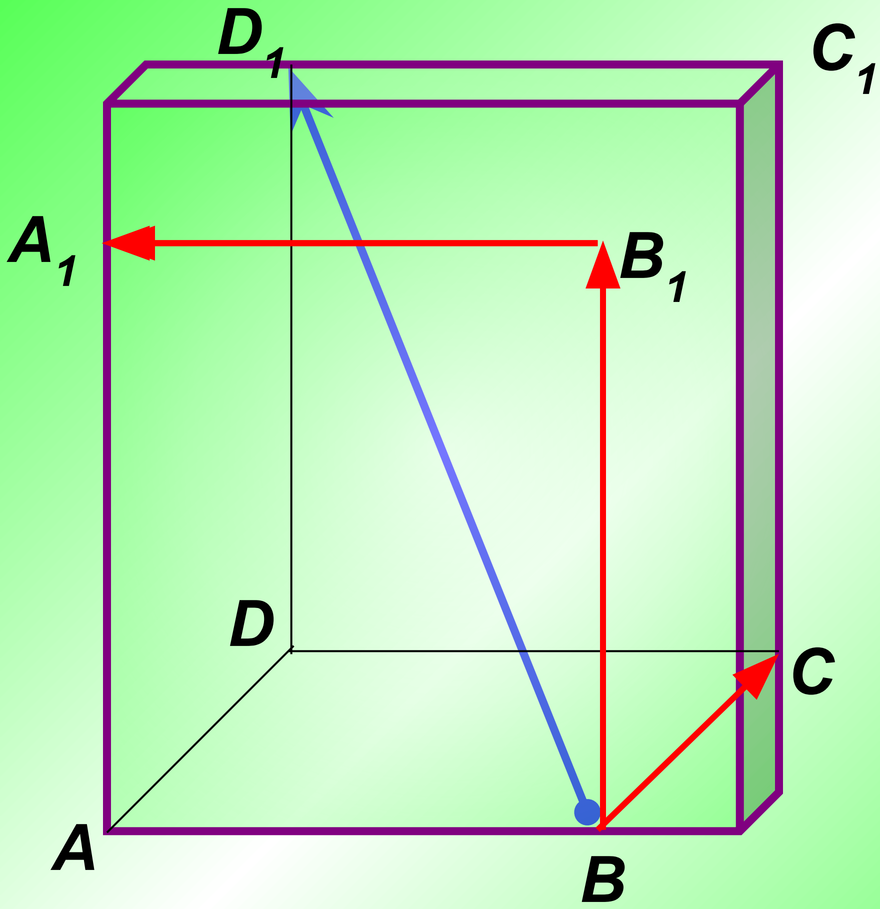
$$\overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{A_1C}$$



№358 Дан параллелепипед $ABCA_1B_1C_1D_1$. Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов:

$\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BC}$

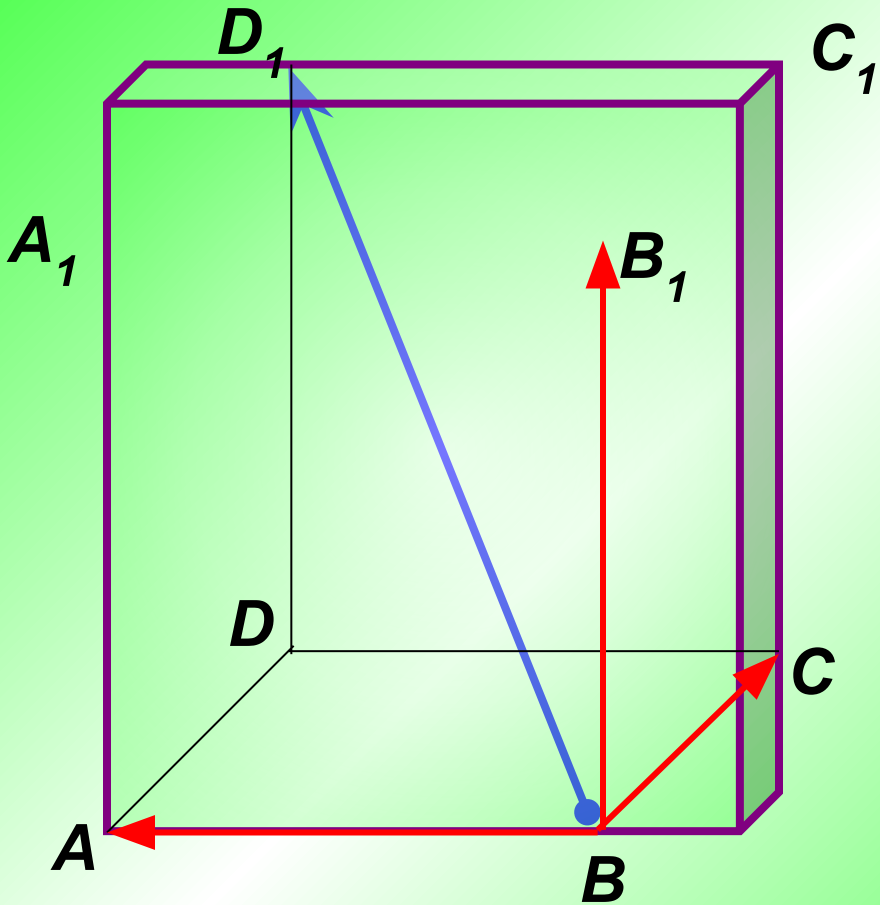
$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD_1}$



№359 Дан параллелепипед $ABCA_1B_1C_1D_1$.

Разложите вектор $\overrightarrow{BD_1}$ по векторам $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{BB_1}$.

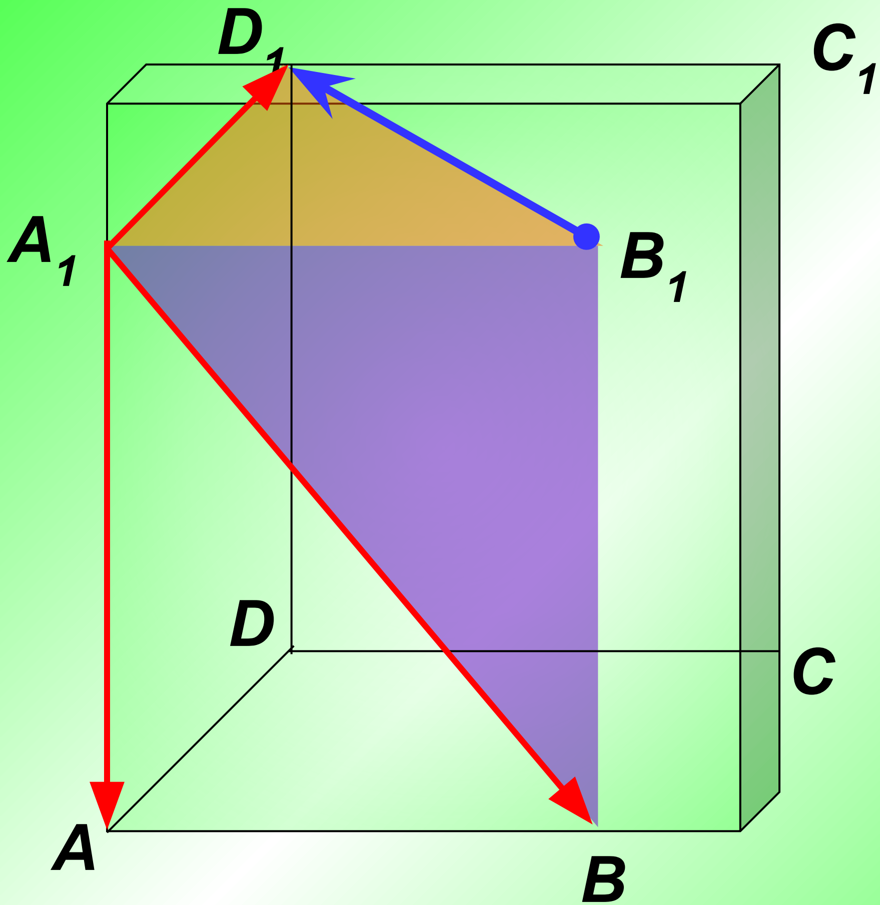
По правилу параллелепипеда $\overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB_1}$



№359 Дан параллелепипед $ABCA_1B_1C_1D_1$.

Разложите вектор $\overrightarrow{B_1D_1}$ по векторам $\overrightarrow{A_1A}$, $\overrightarrow{A_1B}$ и $\overrightarrow{A_1D_1}$.

По правилу треугольника из $\Delta A_1B_1D_1$:



$$\overrightarrow{B_1D_1} = \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{A_1D_1} =$$

из ΔA_1B_1B

$$= (\overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BA_1}) + \overrightarrow{A_1D_1} =$$

$$= (\overrightarrow{A_1A} - \overrightarrow{A_1B}) + \overrightarrow{A_1D_1} =$$

$$= \overrightarrow{A_1A} - \overrightarrow{A_1B} + \overrightarrow{A_1D_1}$$