Законы распределения времени до отказа

1. Экспоненциальное распределение (показательное)

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \text{ при } t \geq 0$$

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

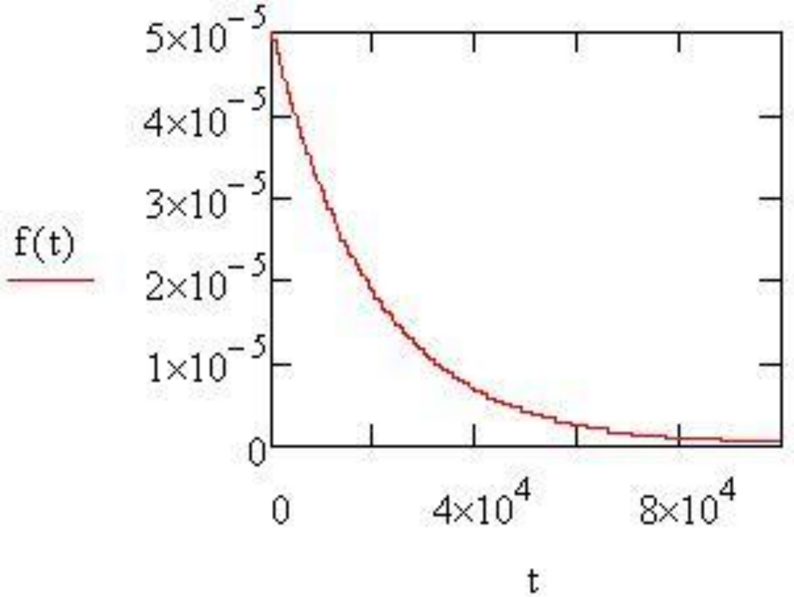
Функция распределения (закон распределения) F(t) определяет соответствие между возможными значениями случайной величины и их вероятностями.

Функция плотности вероятности *f*(t) определяет скорость изменения вероятности появления случайного события (или случайной величины)

$\lambda := 0.00005$ $\qquad Tk := 10000$

$$f(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ \left(\lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}\right) & \text{if } t \ge 0 \end{cases}$$

$$F(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ \left(1 - e^{-\lambda \cdot t}\right) & \text{if } t \ge 0 \end{cases}$$



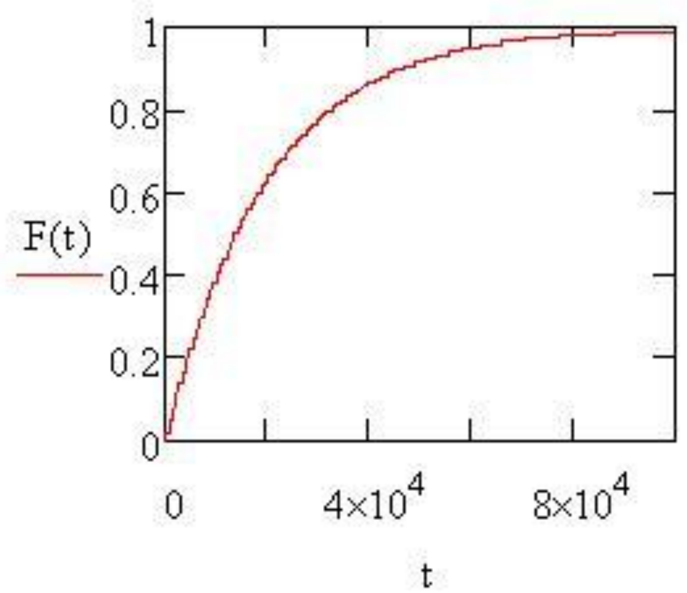


Рисунок 1.12 – Функции F(t) и *f*(t) для экспоненциального распределения

Функция надежности – вероятность безотказной работы за время *t:*

$$P(t) = e^{-\lambda t}$$

Средняя наработка до отказа:

$$T = \frac{1}{\lambda}$$

Особенности экспоненциального ЗР:

- аппроксимирует время безотказной работы большего кол-ва элементов;

- применим для радиоэлектронной аппаратуры и машин на периоде нормальной эксплуатации, а также в медицине – продолжительности жизни больных, системах массового обслуживания – интервалы времени между телефонными звонками и т.д.;

- характеризуется свойством «отсутствия памяти», т.е. изделие, проработавшее время t, имеет такое же распределение что и новое, только что начавшее работу.

Вывод: экспоненциальное распределение характеризует только внезапные отказы большого числа элементов радиоэлектронной аппаратуры.

2. Нормальный закон распределения

Случайная величина подчиняется **нормальному закону распределения,** если на изменение этой случайной величины оказывают влияние многие примерно равнозначные факторы согласно закону больших чисел.

При большом времени работы элемента и наличии восстановления среднее число отказов имеет асимптотически **нормальное распределение**.

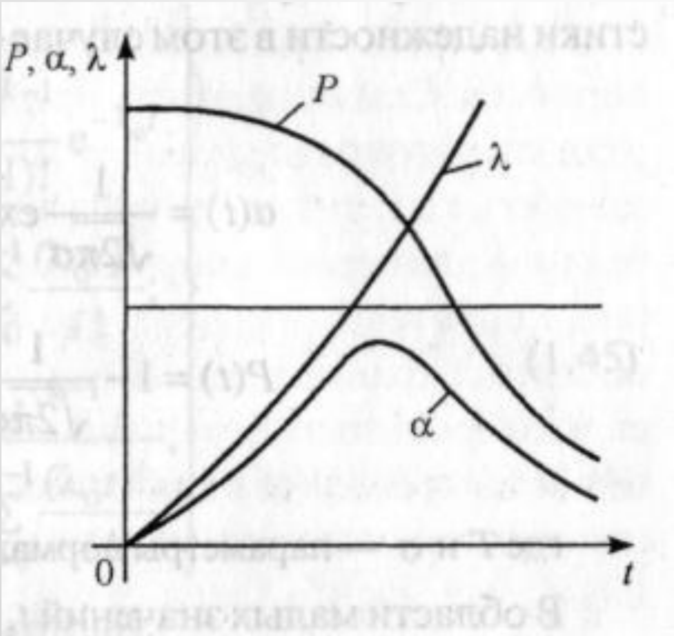


Рисунок 1.13 – Характеристики нормального закона распределения

$$\left.\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}\right] \\ P(t) &= 1-\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_0^t \exp\left[-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}\right] \end{aligned}\right\}$$

Нормальный ЗР применяются, когда отказы носят постепенный характер, вследствие направленных физико-химических изменений в элементе

3. Распределение Вейбулла-Гнеденко

Является универсальным распределением, так как при определенных значениях своих параметров может быть преобразована в другие законы распределения

$$f(t) = \frac{\alpha t^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}} e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}}$$

α - параметр формы распределения

β – параметр масштаба распределения

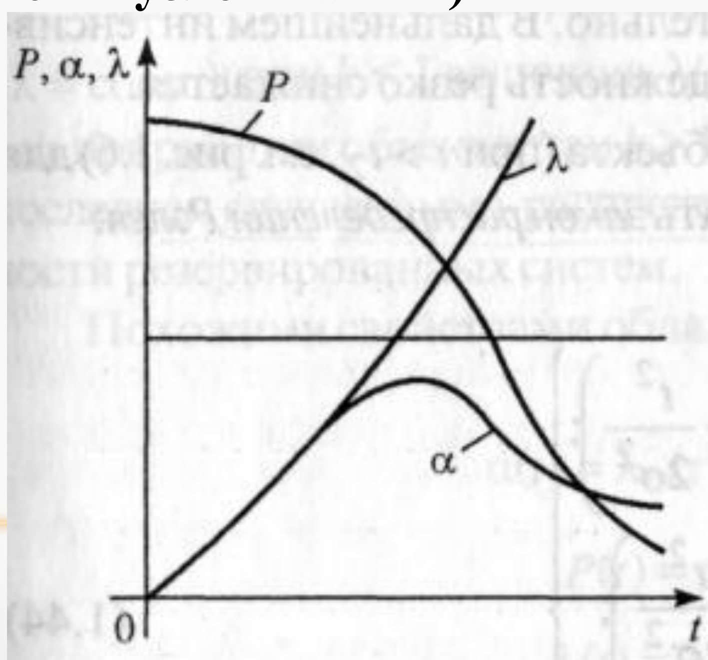
При α = 1 → экспоненциальное распределение;

При α = 2 → распределение Рэлея;

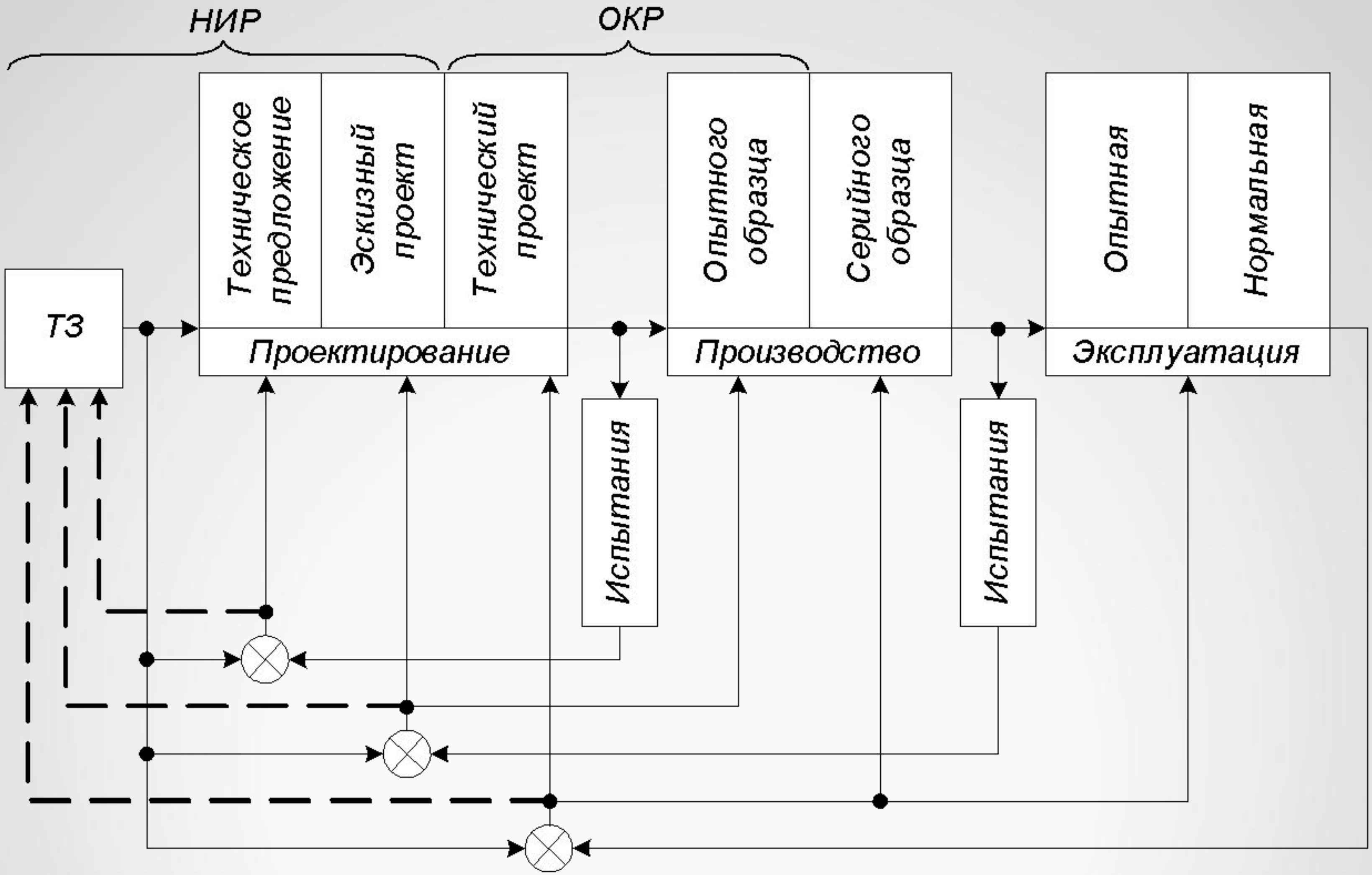
$$f(t) = \lambda \cdot 2t \cdot e^{-(\lambda t)^2}$$

При α = 3,3 → нормальное распределение

Хорошо описывает отказы из-за усталостных разрушений (отказы подшипников, деталей и узлов машин)

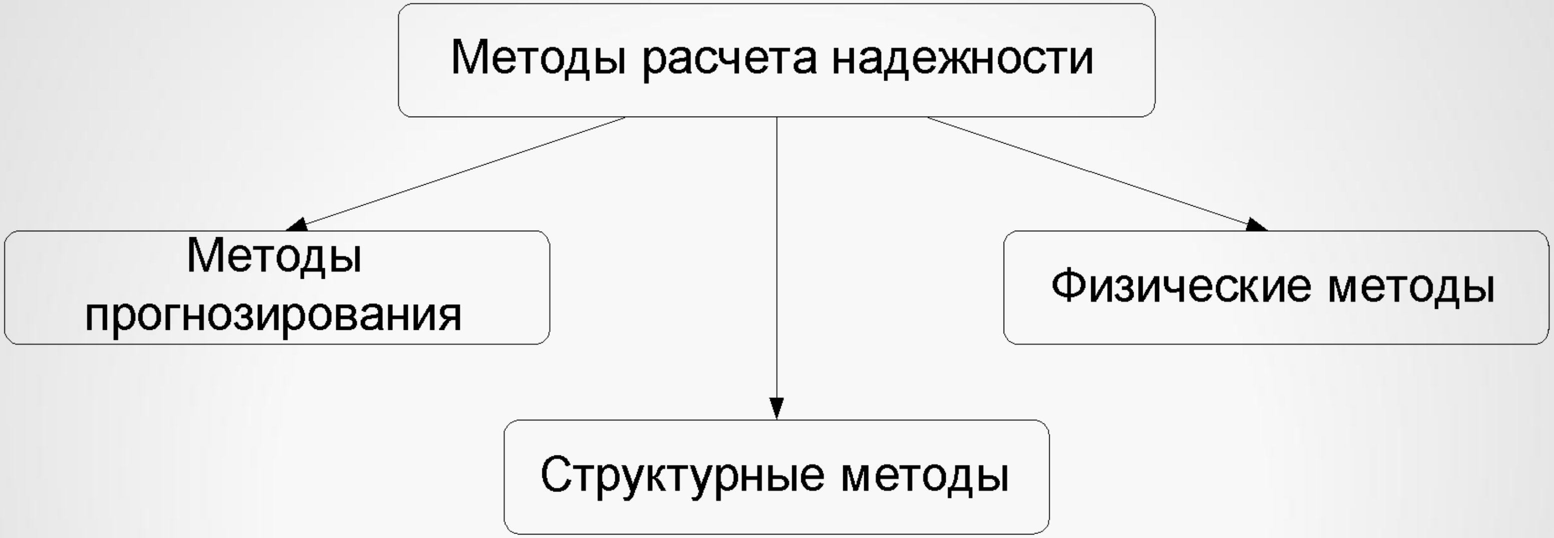


«Методы расчета надежности»



Взаимосвязь стадий жизненного цикла оборудования при обеспечении требуемого уровня надежности

Расчет надежности – это процедура определения значений показателей надежности объекта с помощью методов, основанных на использовании справочных данных о надежности элементов этого объекта.



Классификация методов расчета надежности

Расчет показателей надежности **структурными методами** включает:

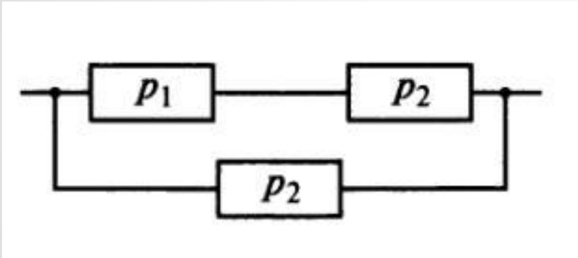
- представление объекта в виде структурной схемы;
- описание схемы с помощью адекватной математической модели.

Структурные схемы:

а) блок-схемы надежности;

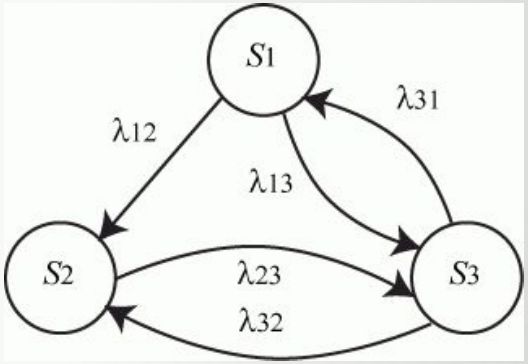
б) иерархические деревья (деревья отказов);

в) графы (диаграммы) состояний.



а

б



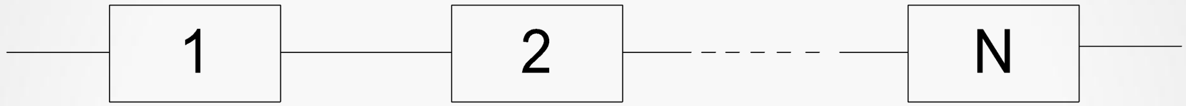
в

Примеры структурных схем надежности

Анализ структурных схем надежности в виде блок-схем

Наиболее универсальные структурные модели надежности:

1. Последовательная модель (основная модель, соединение);
2. Параллельная модель.



Последовательная модель надежности

Допущения при использовании последовательной модели:

- отказы каждого из элементов системы – это случайные события, не зависящие друг от друга;

- отказ одного элемента приводит к отказу всей системы;

- отказавшие элементы не восстанавливаются.

Отказ системы происходит при отказе элемента с минимальным временем исправной работы:

$$X_c = \min(X_1, X_1, \ldots, X_n),$$

где Xc – время работы **системы** до отказа

Вероятность безотказной работы всей системы $P_c(t)$ запишется в виде:

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{N} P_i(t)$$

где $P_i(t)$ – вероятность безотказной работы i-го элемента;
N – число элементов системы.

Вероятность отказа системы $Q_c(t)$ за время *t*:

$$Q_c(t) = 1 - P_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^{N} P_i(t)$$

Среднее время безотказной работы – математическое ожидание средней наработки системы до отказа:

$$T_c = \int_0^{\infty} P_c(t)dt$$

Интенсивность отказов системы с основным соединением элементов равна сумме интенсивностей отказов её элементов, независимо от их законов распределения времени до отказов:

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i(t)$$

Для случая экспоненциального ЗР наработки до отказа

$$\lambda_i(t) = \lambda_i = const,\ i = \overline{1,N}$$

$$P_C(t) = \prod_{i=1}^{N} P_i(t) = \prod_{i=1}^{N} e^{-\lambda_i t} = e^{-t\cdot\sum_{i=1}^{N}\lambda_i} = e^{-\lambda_C\cdot t}$$

$$T_C = \int_0^\infty P_C(t)dt = \int_0^\infty e^{-\lambda_C\cdot t}dt = \frac{1}{\lambda_C}$$

ПРИМЕР

Реле НМШ1-1800 в кол-ве 500 шт. с $\lambda = 0{,}11\cdot10^{-6}$ 1/ч

Реле НМШМ1-500 в кол-ве 300 шт. с $\lambda = 0{,}149\cdot10^{-6}$ 1/ч

Реле ОМШ2-40 в кол-ве 100 шт. с $\lambda = 0{,}073\cdot10^{-6}$ 1/ч

Реле ПМПШ2-150/150 в кол-ве 100 шт. с $\lambda = 0{,}531\cdot10^{-6}$ 1/ч

t = 100 ч

$$P_C(t) = ?$$

$$T_C = ?$$

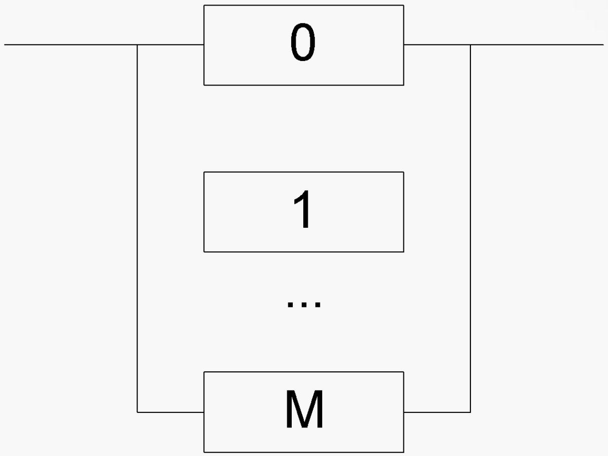
$$\lambda_C = (500\cdot0{,}11 + 300\cdot0{,}149 + 100\cdot0{,}073 + 100\cdot0{,}531)\cdot10^{-6} = 0{,}1601\cdot10^{-3}\ 1/ч$$

$$P_C(t) = e^{-0{,}1601\cdot10^{-3}\cdot10^2} = 0{,}984$$

$$T_C = \frac{1}{\lambda_C} = \frac{1}{0{,}1601\cdot10^{-3}} = 6284\ ч \approx \frac{6284\ ч}{8760\ ч} = 0{,}717\ г.$$

Параллельное соединение элементов (параллельная модель надежности)

Параллельная модель надежности состоит из двух и более элементов соединенных параллельно. При таком соединении система работоспособна, если хотя бы один из элементов не отказал.



Параллельная модель надежности

Отказ системы наступает при отказе элемента с максимальным временем исправной работы:

$$X_C = \max(X_0, X_1, \ldots, X_M)$$

Вероятность отказа системы при условии, что отказали все элементы:

$$Q_C(t) = \prod_{i=0}^{N} Q_i(t)$$

Вероятность безотказной работы параллельной системы:

$$P_C(t) = 1 - \prod_{i=0}^{N} \left(1 - P_i(t)\right)$$

Если все M элементов имеют одинаковую вероятность безотказной работы (т.е. равнонадежны), то:

$$P_C(t) = 1 - \left(1 - P(t)\right)^N$$

Если λ=const (экспоненциальный ЗР), то:

$$P_C(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda \cdot t}\right)^N$$

При этом **интенсивность отказов** такой системы:

$$\lambda_C(t) = \frac{N \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda \cdot t}\right)^M}{1 - \left(1 - e^{-\lambda \cdot t}\right)^N}$$

Среднее время безотказной работы параллельной системы:

$$T_C = \int_0^\infty P_C(t)dt = \int_0^\infty \left(1 - \left(1 - e^{-\lambda \cdot t}\right)^N\right)dt = \ldots = \frac{1}{\lambda}\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{k}$$

Методы расчёта надежности на этапах НИОКР

Расчет надежности на различных этапах проектирования радиоэлектронной аппаратуры

п/п	**Этап НИОКР**	**Вид расчета надежности**
1	Разработка ТЗ	Задание показателей надежности
2	Техническое предложение	Прикидочный расчет
3	Эскизный проект	Ориентировочный расчет
4	Технический проект	Окончательный расчет
5	Стендовые и натурные испытания с опытным образцом	Экспериментальная оценка уровня надежности

Прикидочный расчет надежности

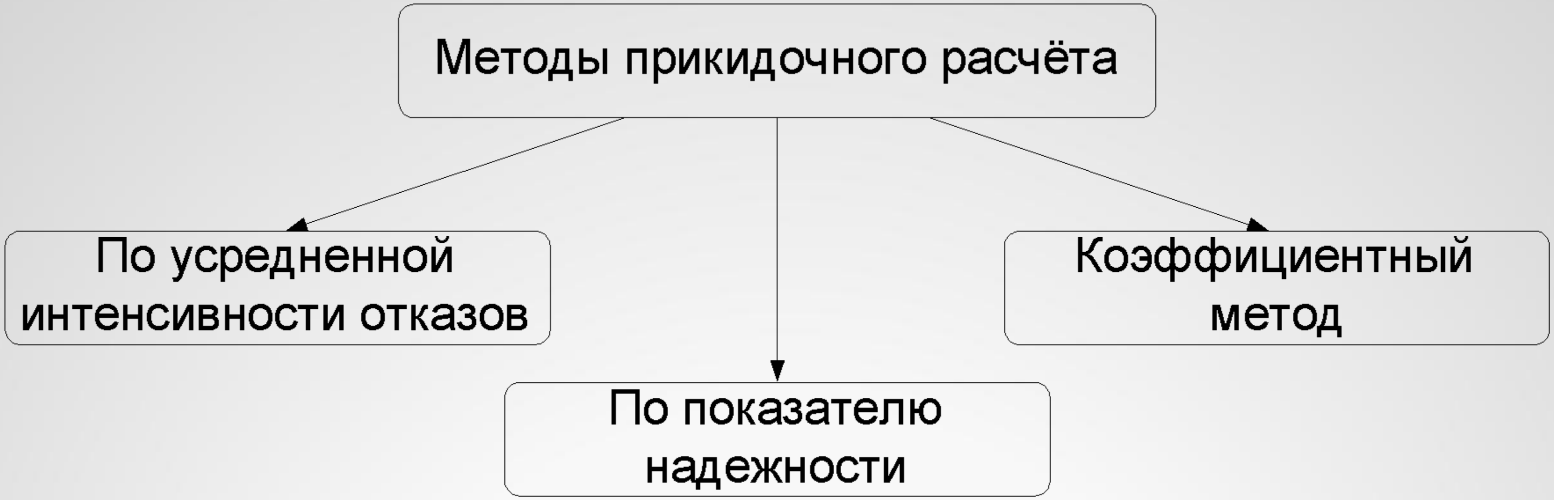
Применяется:

- при проверке требований по надежности, выдвинутых заказчиком в техническом задании (ТЗ) на проектирование изделия;

- при расчете нормативных показателей надежности отдельных блоков, устройств и приборов системы (при расчете норм надежности отдельных частей системы);

- для определения минимально допустимого уровня надежности элементов проектируемого изделия;

- при сравнительной оценке надежности отдельных вариантов изделия на этапах предэскизного проектирования;



Методы, применяемые при прикидочном расчете надежности

Порядок расчета **по усредненной интенсивности отказов**:

по справочникам и (или) другой технической литературе определяется ориентировочное число активных элементов N_A;

определяется среднее число пассивных элементов, приходящихся на один активный прибор $N_П$;

по справочным данным определяется среднее значение интенсивностей отказов элементов;

вычисляется общее число элементов и средняя интенсивность отказов изделия

$$N = N_A + N_A \cdot N_П$$

$$\lambda_{ср} = \bar{\lambda} \cdot N = \bar{\lambda}\left(N_A \cdot N_П + N_A\right)$$

определяется наработка системы на отказ и вероятность ее безотказной работы:

$$T = \frac{1}{\lambda_{ср}}; P_c(t) = e^{-\lambda_{ср} \cdot t}$$

Обратная задача:

$$\lambda = \frac{1}{N \cdot t} \ln\left(\frac{1}{P_C(t)}\right)$$

Коэффициентный метод:

$$\lambda_{ср.р} = K_э \cdot \lambda_{ср}$$

Коэффициент, учитывающий условия эксплуатации функционального узла:

$$K_э = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3$$

где K_1-K_3 – коэффициенты, учитывающие условия применения узла, влияние влажности и атмосферного давления.

Значения поправочного коэффициента K_1 в зависимости от условий применения

Условия применения аппаратуры	K_1	Условия применения аппаратуры	K_1
Лабораторные условия	1,0	Высокогорные РЭС	80
Наземные РЭС	16	Гражданские самолеты	150
Корабельные РЭС	28	Истребители	300
Автомобильные РЭС	36	Космические летательные аппараты	1 000
Железнодорожные РЭС	50	—	—

Значения коэффициента K_2 в зависимости от влажности и температуры

Влажность, %	Температура, °C	Коэффициент K_2
60...70	20...40	1,0
60...80	50...60	1,5
90...98	20...25	2,0
90...98	30...40	2,5

Значения коэффициента K_3 в зависимости от высоты

Высота, км	0...1	1...2	2...3	3...5	5...6
K_3	1,0	1,05	1,1	1,14	1,16

Высота, км	6...8	8...10	10...15	15...20	20...25
K_3	1,2	1,25	1,3	1,35	1,38

Расчет **по показателю надежности** позволяет решить две задачи.

Порядок решения задачи №1:

1) определяются показатели надежности элементов:

$$A_1 = \lambda_1 \cdot t_1, \ldots, A_N = \lambda_N \cdot t_N$$

2) определяется показатель надежности системы:

$$A_c = \sum_{i=1}^{N} A_i$$

3) вычисляются вероятность безотказной работы системы и среднее время ее наработки до первого отказа:

$$P_c = e^{-A_c}; T_{cp.c} = -\frac{t}{\ln P_c(t)}$$

Порядок решения задачи №2:

1) вычисляется показатель надежности элементов:

$$A_э = -\frac{\ln P_c(t)}{N}$$

2) определяются показатели надежности блоков:

$$A_i = A_э \cdot N_i, i = \overline{1,S}$$

Методика определения норм надежности на отдельные функциональные узлы радиоэлектронной аппаратуры

При расчетах применяются следующие **допущения**:
- отказы изделия вызываются только внезапными отказами элементов;
- интенсивность отказов элементов есть величина постоянная: $\lambda(t) = const$;
- все элементы изделия считаются равнонадежными.

Методика расчета:

1. Определяют количество функциональных узлов S в проектируемом изделии.
2. Рассчитывают требуемую вероятность безотказной работы i-го узла в течение заданного времени t:

$$P_i(t) = \sqrt[S]{P_{mp}(t)}$$

3. Определяют допустимое значение интенсивности отказов функционального узла:

$$\Lambda \le \frac{\ln P(t)}{t}$$

4. Ориентировочно определяют количество функциональных элементов в любом из функциональных узлов n_i

5. Рассчитывают допустимое значение интенсивности отказов функциональных элементов:

$$\lambda_i \le \frac{\Lambda}{n_i}, i = \overline{1,S}$$

Расчетные значения λ_I сравниваются с имеющимися статистическими данными о надежности типовых элементов:

$$\frac{\lambda_{i.cmam}}{\lambda_i} \le 2$$