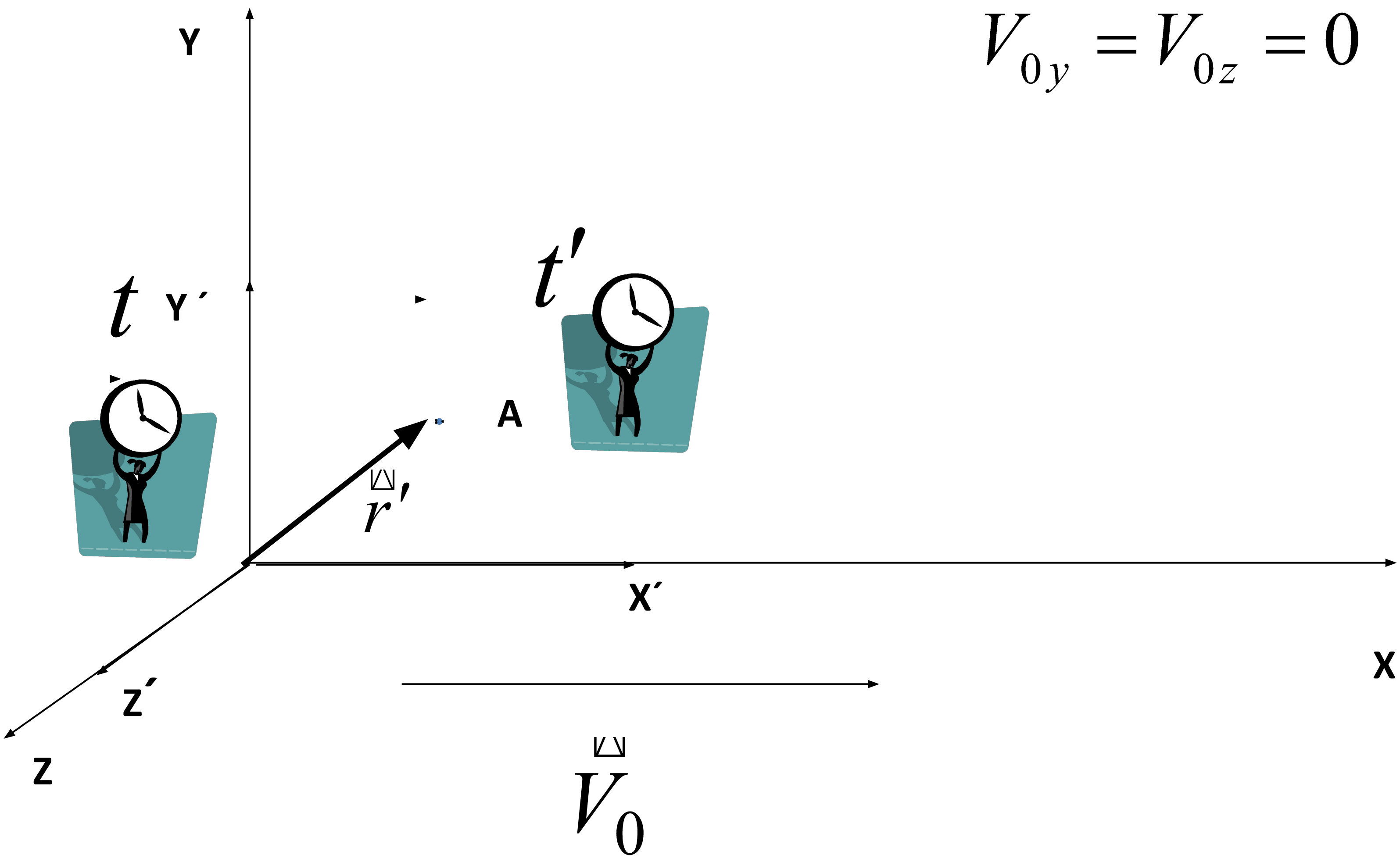
Лекция 2

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГАЛИЛЕЯ

$$V_{0y} = V_{0z} = 0$$



$$x = x' + V_0 t$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

Преобразования Галилея

$$\boxed{\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}'} \qquad \vec{V}_0 = const$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d\vec{V}_0}{dt} + \frac{d\vec{V}'}{dt} \qquad t = t'$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a} \qquad \frac{d\vec{V}'}{dt} = \vec{a}' \qquad \frac{d\vec{V}_0}{dt} = 0$$

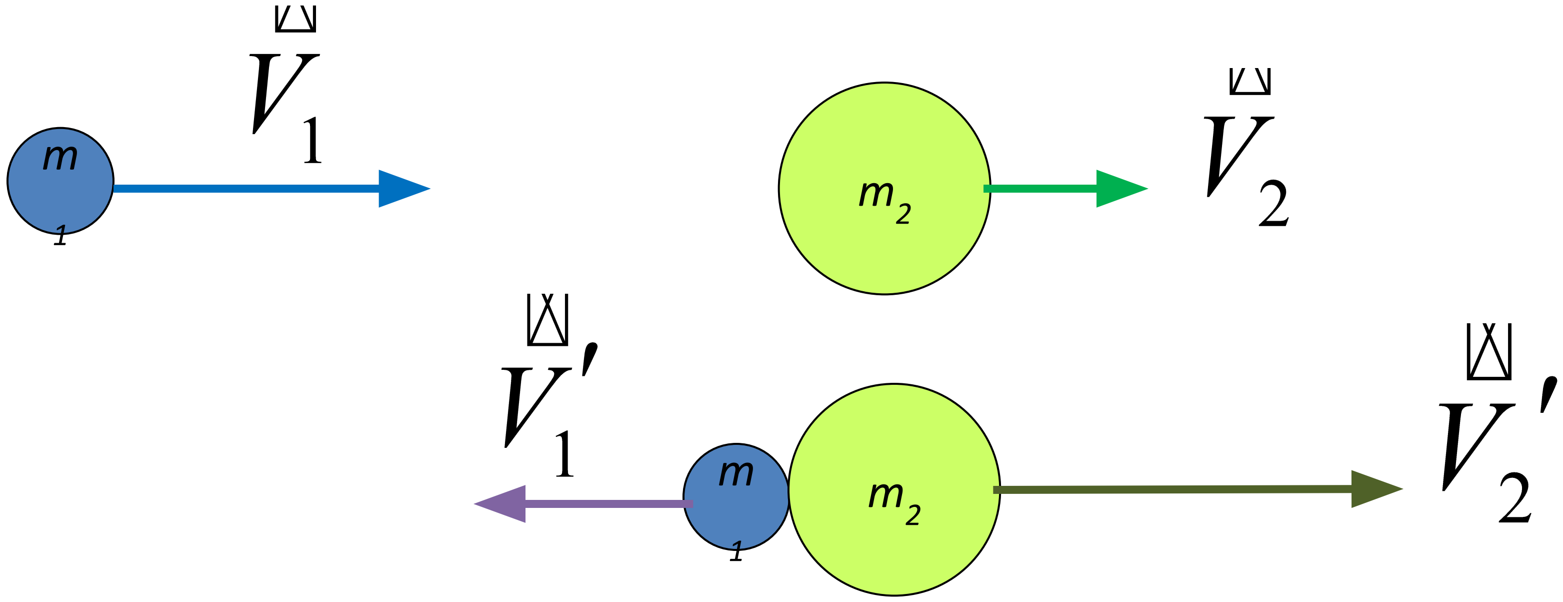
$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}'}$$

Принцип относительности Галилея

- Все законы механики имеют одинаковую форму во всех инерциальных системах отсчета


система отсчета, связанная с кораблем
траектория мяча для наблюдателя на корабле
траектория мяча для наблюдателя на земле
когда корабль находился здесь, с вершины мачты бросили мяч
система отсчета, связанная с неподвижным наблюдателем на берегу

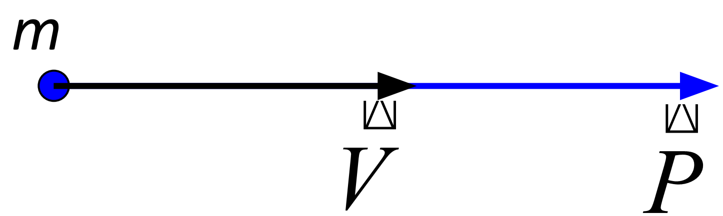
ИМПУЛЬС СИСТЕМЫ ЧАСТИЦ И ЗАКОН ЕГО СОХРАНЕНИЯ



- Для каждого шара меняется координата, импульс, скорость
- Нас интересует конечное состояние системы, если известно начальное состояние

Импульс частицы

$$\vec{P} = m\vec{V}$$



$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} = m\frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$$

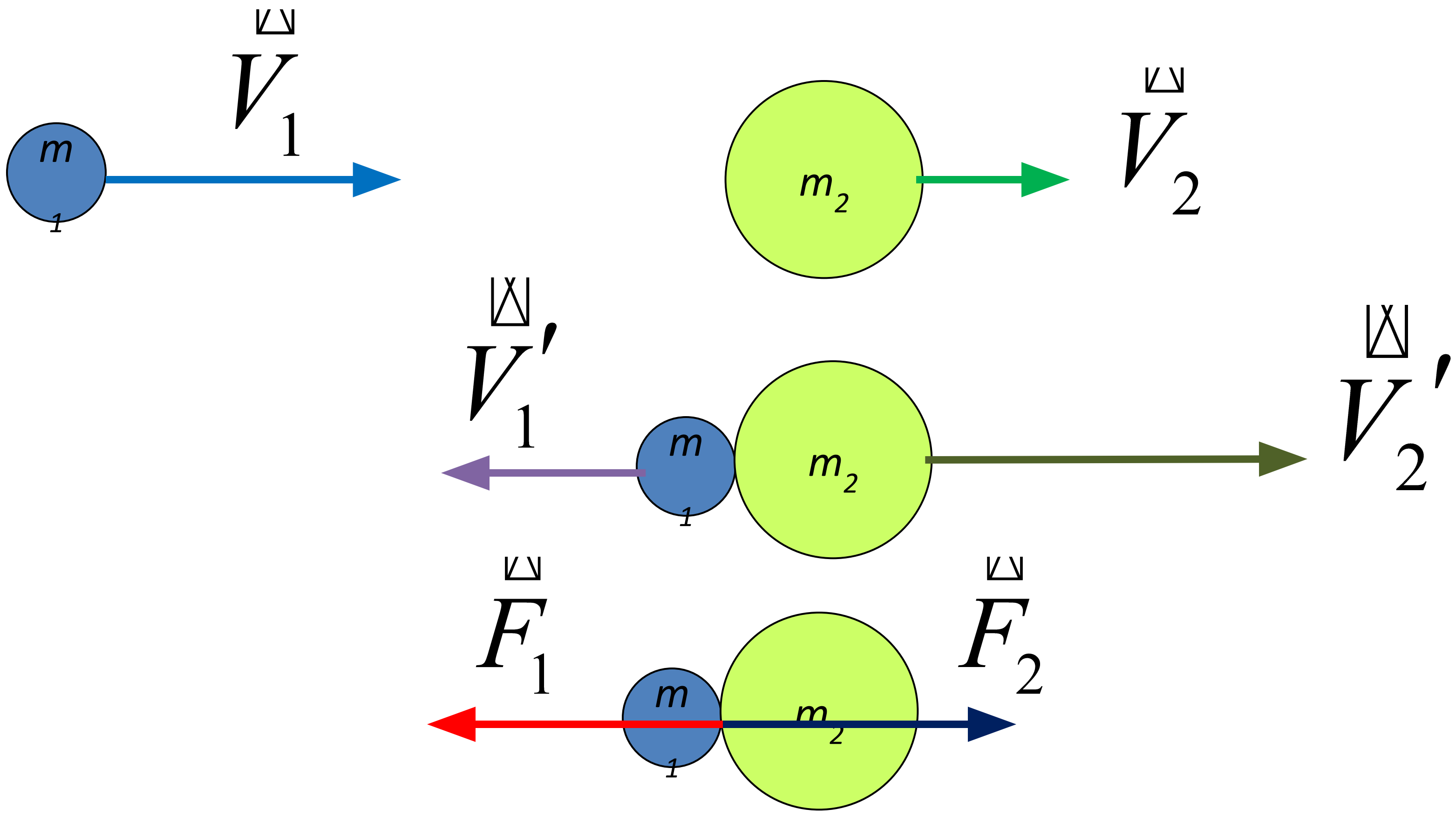
$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}}$$

2 закон
Ньютона

$$\vec{F}dt$$

- Импульс силы

$$\boxed{\vec{F} = 0,\ \vec{P} = const}$$


$\vec{V}_1$
m_1
m_2
$\vec{V}_2$
$\vec{V}_1'$
m_1
m_2
$\vec{V}_2'$
$\vec{F}_1$
m_1
m_2
$\vec{F}_2$

$$\vec{F}_1 \Delta t = \Delta \vec{P}_1$$

- Для 1 шара

$$\vec{F}_2 \Delta t = \Delta \vec{P}_2$$

- Для 2 шара

$$\left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) \Delta t = \Delta \vec{P}_1 + \Delta \vec{P}_2$$

$$\left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) = 0$$

- По 3 закону Ньютона

$$\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right| \qquad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

- Для любого промежутка времени

$$\Delta\vec{P}_1 + \Delta\vec{P}_2 = 0$$

$$\Delta\vec{P}_1 = \vec{P}_1' - \vec{P}_1 \qquad \Delta\vec{P}_2 = \vec{P}_2' - \vec{P}_2$$

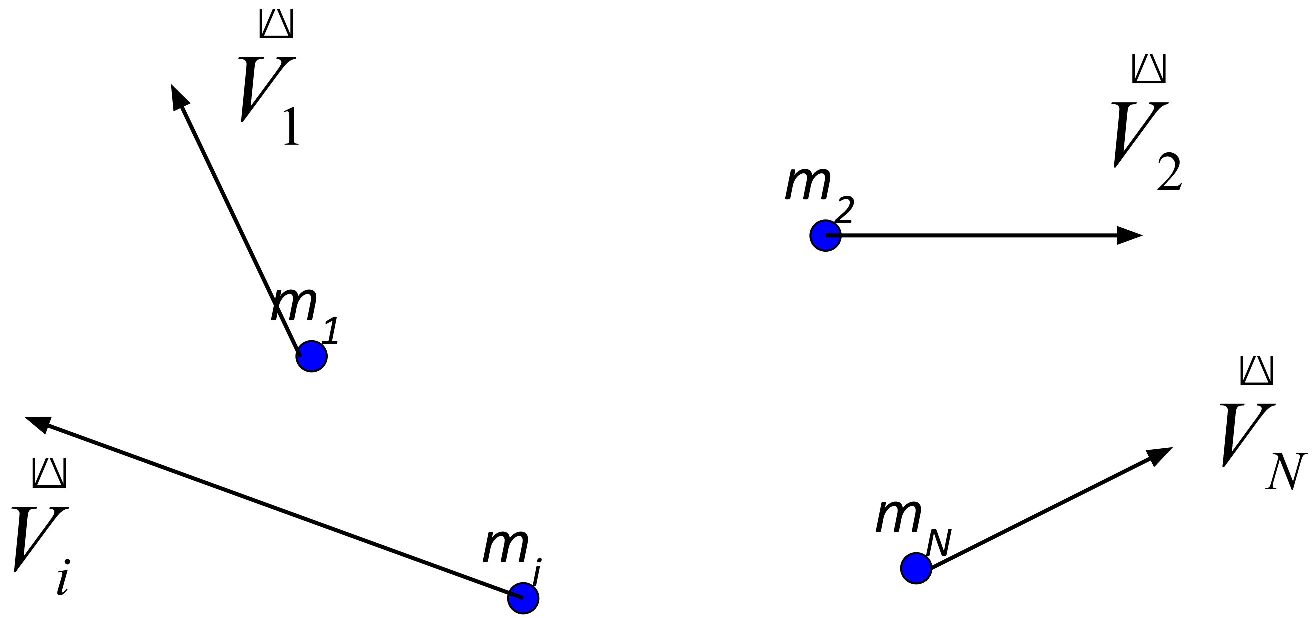
$$\vec{P}_1' - \vec{P}_1 + \vec{P}_2' - \vec{P}_2 = 0$$

$$\vec{P}_1' + \vec{P}_2' = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

- В системе двух шаров действовали только **внутренние силы**
- Если на систему не действуют внешние силы, то она называется **замкнутой**
- В замкнутой системе тела взаимодействуют только между собой и не взаимодействуют с другими внешними телами

Импульс системы частиц

- Частицы могут взаимодействовать между собой – внутренние силы
- Частицы могут взаимодействовать с внешними телами- внешние силы



$$\boxed{\vec{P} = \sum_{i=1}^{N} \vec{P}_i = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{V}_i}$$

-Импульс системы частиц

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} \vec{P}_i\right) = \sum_{i=1}^{N} \frac{d\vec{P}_i}{dt}$$

$$\frac{d\vec{P}_i}{dt} = \sum_{k=1, k\neq i}^{N} \vec{F}_{ik} + \vec{F}_{i(out)}$$

$\sum_{k=1, k\neq i}^{N} \vec{F}_{ik}$ - Равнодействующая внутренних сил, которые действуют на *i* материальную точку со стороны остальных

$\vec{F}_{i(out)}$ - Равнодействующая внешних сил, которые действуют на *i* материальную точку

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \frac{d\vec{P}_i}{dt}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1,k\neq i}^{N} \vec{F}_{ik} + \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{i(out)}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1,k\neq i}^{N} \vec{F}_{ik} = 0$$

- Сумма всех внутренних сил

По третьему закону Ньютона равна 0

$$\boxed{\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{i(out)}}$$

- Если на систему не действуют внешние силы, то она называется **замкнутой**

- Для замкнутой системы $$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0$$

$$\boxed{\vec{P} = const}$$

- **Закон сохранения импульса**

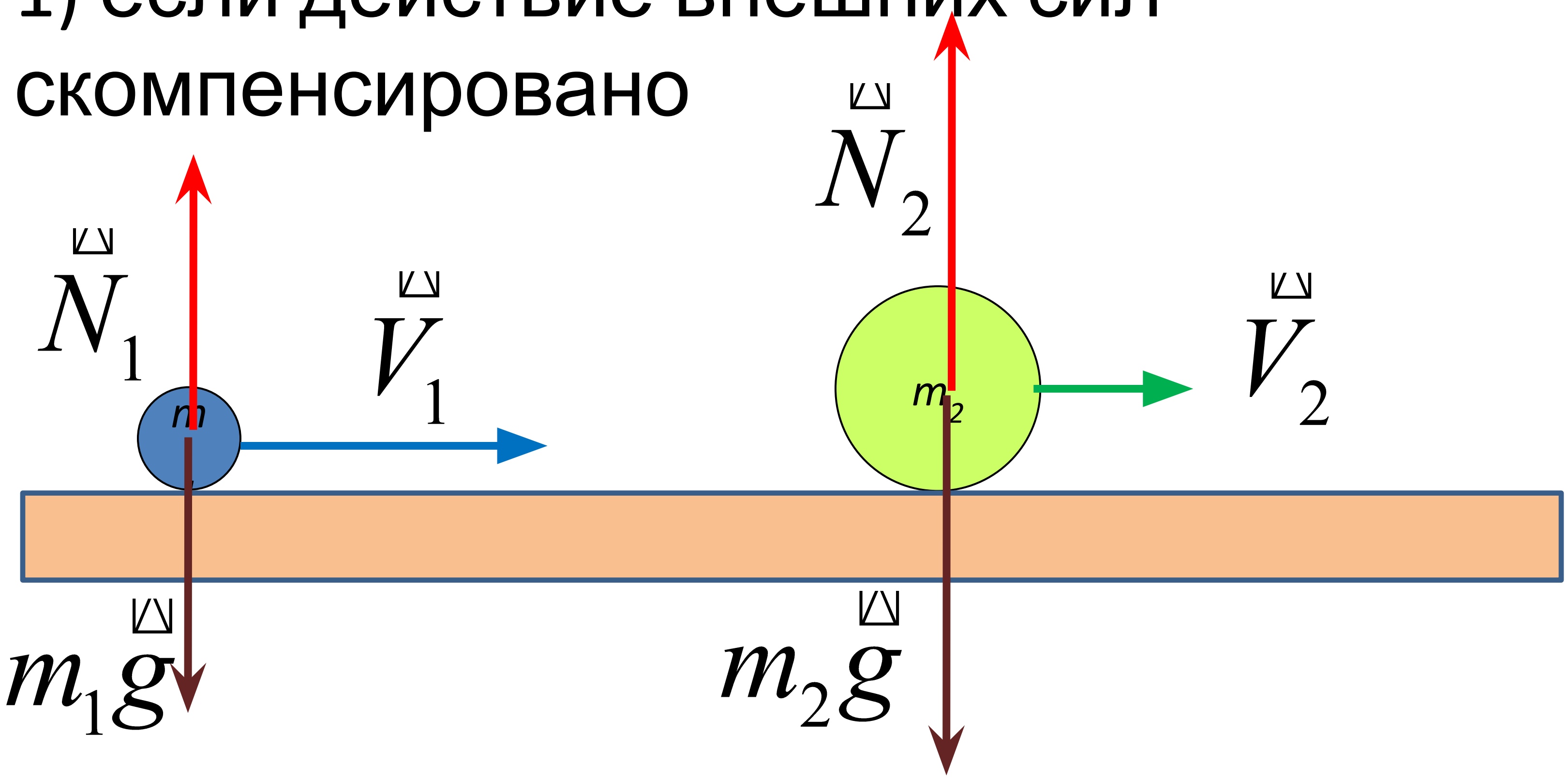
Закон сохранения импульса

- **Импульс замкнутой системы сохраняется**, т.е. не меняется с течением времени
- Связан с *однородностью пространства*
- Фундаментальный закон природы

- http://www.walter-fendt.de/html5/phen/newtoncradle_en.htm
- https://www.youtube.com/watch?v=rBD3rLFbfsQ

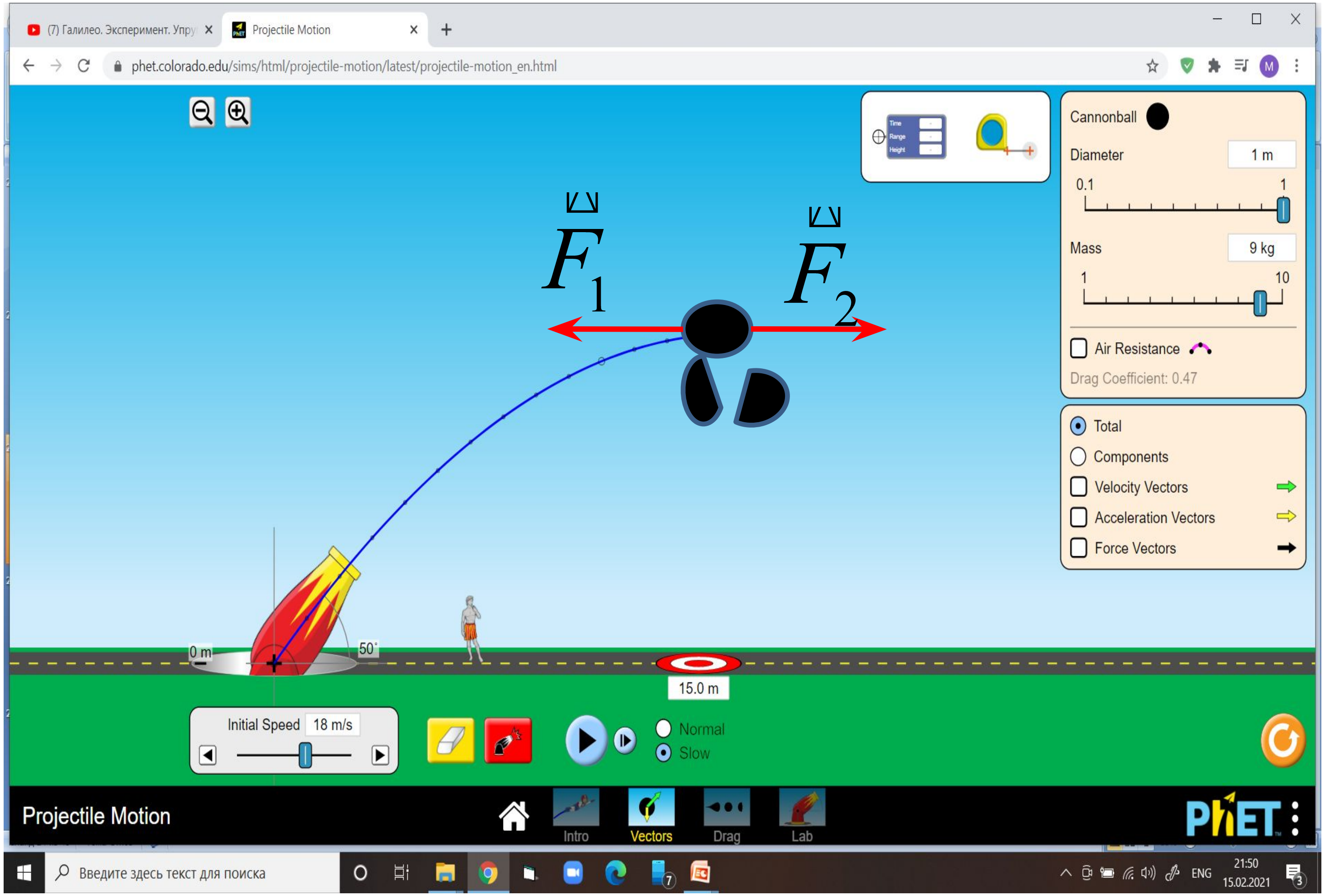
Границы применимости ЗСИ, если система незамкнута

- 1) если действие внешних сил скомпенсировано



$$m_1\vec{g} + \vec{N}_1 = 0 \qquad m_2\vec{g} + \vec{N}_2 = 0$$

- 2) если внешние силы много меньше внутренних



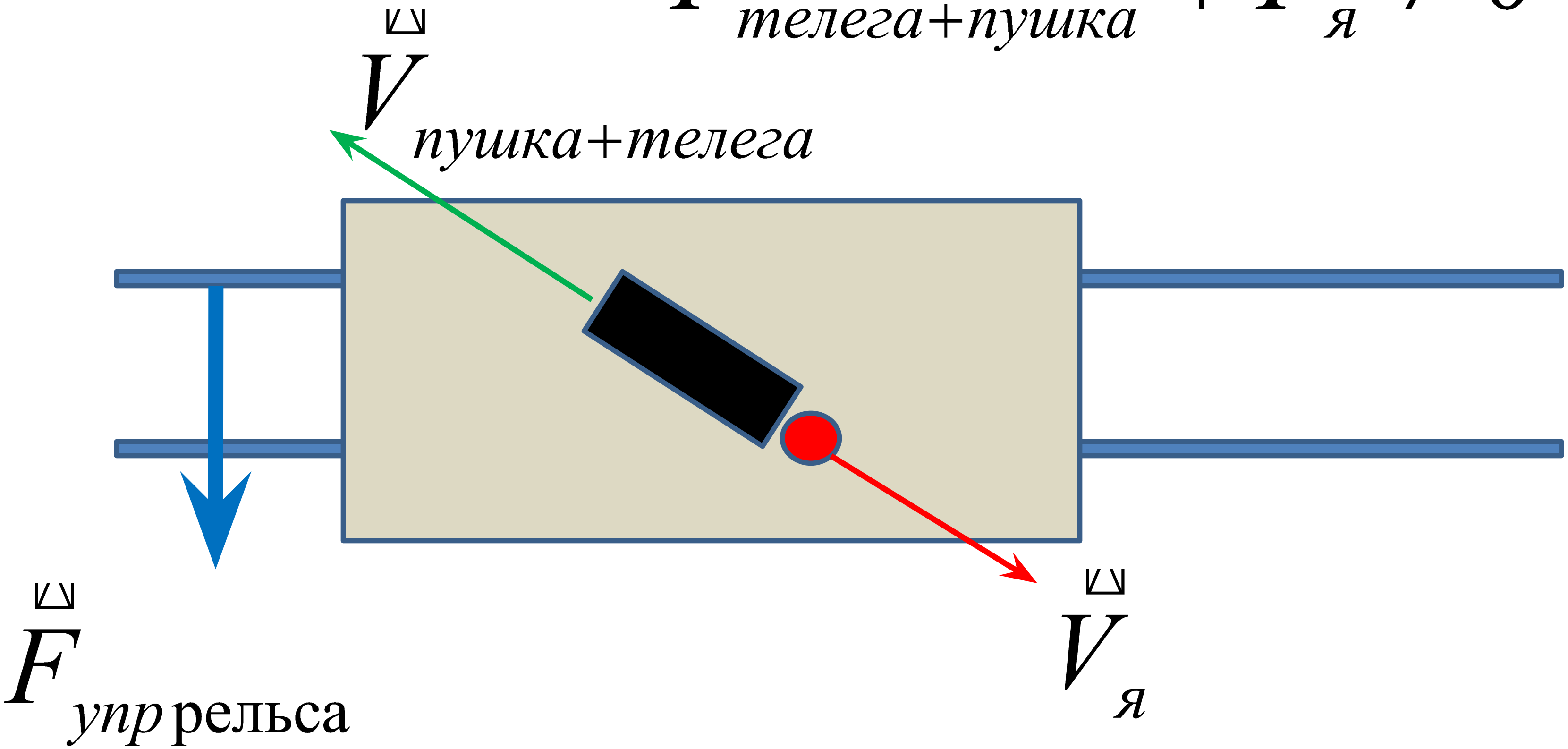
$$\vec{F}_1 \gg m_1 g \qquad \vec{F}_2 \gg m_2 g$$

$$\vec{F}\Delta t_{вз} = \Delta\vec{P} \qquad m\vec{g}\Delta t_{полета} = \Delta\vec{P}$$

- Изменение импульса при полете до верхней точки траектории и при разрыве снаряда примерно одинаковое
- Время полета много меньше времени взрыва $\Delta t_{вз} \ll \Delta t_{полета}$
- Закон сохранения импульса можно применять во всех **быстропротекающих процессах**
- (стрельба, взрывы, удары)

- 3) если система замкнута в некотором направлении (например проекция внешней силы на это направление равна 0)

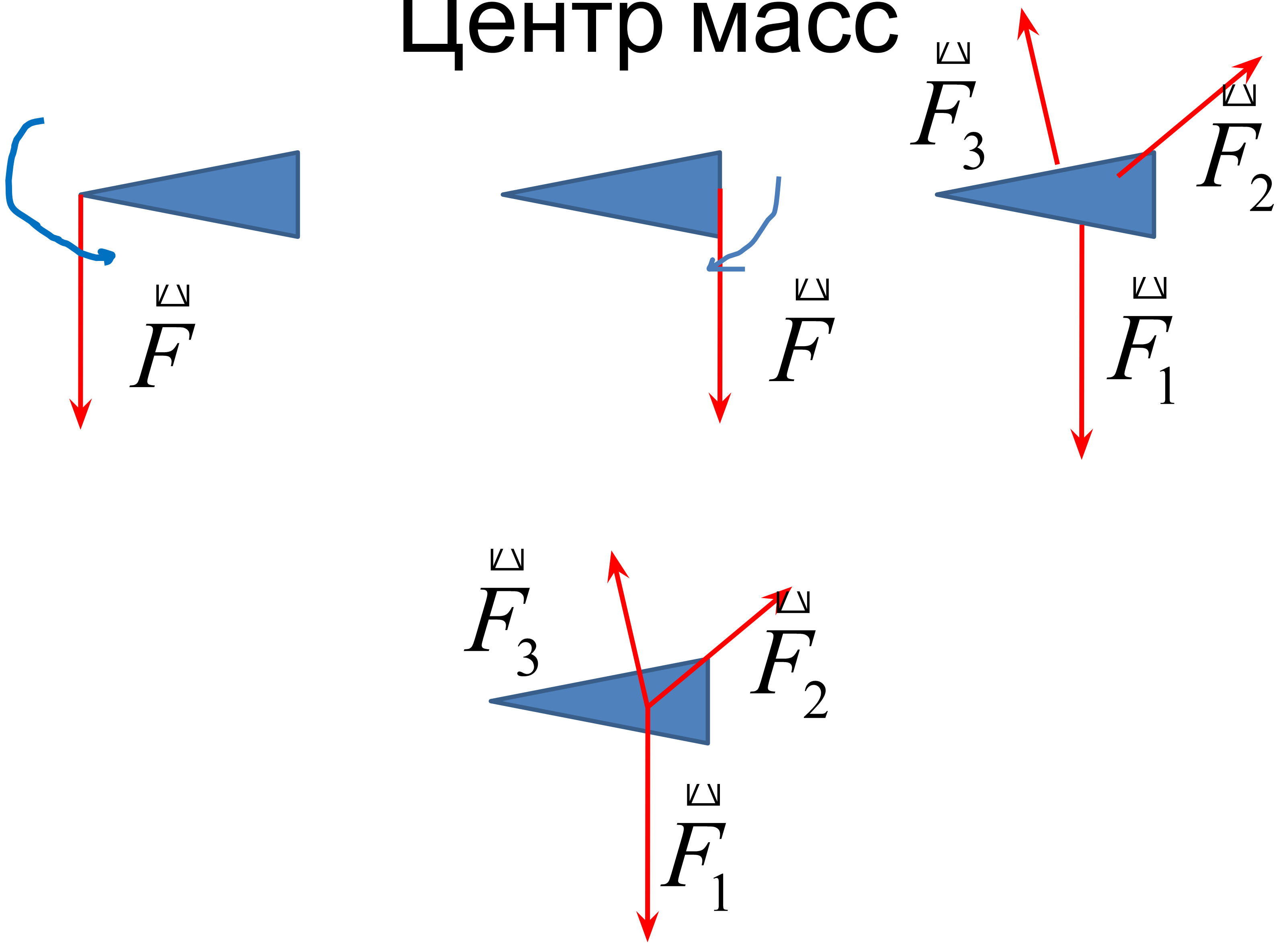
$$\vec{P}_{телега+пушка} + \vec{P}_{я} \neq 0$$



$$P_{телега+пушка\,\text{x}} + P_{я\,\text{x}} = 0$$

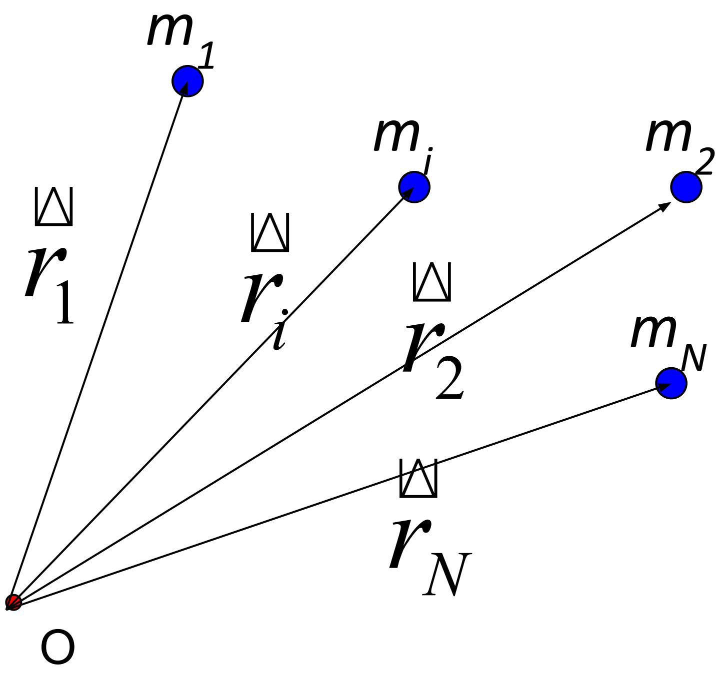
- Проекция внешней силы на ось х равна 0
- В направлении оси х выполняется закон сохранения импульса

Центр масс



- Центр масс- точка пересечения линий действия сил, которые вызывают **только поступательное** движение

ЦЕНТР МАСС СИСТЕМЫ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК



$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

$\vec{r}_C$ - Радиус –вектор, определяющий положение центра масс

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} \qquad y_C = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} \qquad z_C = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i z_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

$$\boxed{\left|\vec{r}_C\right| = \sqrt{x_C^2 + y_C^2 + z_C^2}}$$

Скорость центра масс

$$\sum_{i=1}^{N} m_i = M$$ - Масса системы материальных точек

$$\vec{r}_C = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i \qquad \frac{d\vec{r}_C}{dt} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}$$

$$\frac{d\vec{r}_C}{dt} = \vec{V}_C$$ -скорость центра масс $$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{V}_i$$

$$\boxed{\vec{V}_C = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{V}_i}$$

- Если скорость центра масс равна 0, то система как целое покоится
- Однако, ее части могут двигаться относительно друг друга

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{V}_i = \vec{P}$$

$$\boxed{\vec{P} = M\vec{V}_C}$$

- Импульс системы равен произведению массы системы на скорость ее центра масс

Уравнение движения центра масс

$$\vec{P} = M\vec{V}_C \qquad \frac{d\vec{P}}{dt} = M\frac{d\vec{V}_C}{dt}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{out}$$ - Результирующая внешних сил

$$\boxed{M\frac{d\vec{V}_C}{dt} = \vec{F}_{out}}$$

-Уравнение движения центра масс

Закон движения центра масс

- Центр масс системы материальных точек движется так, как двигалась бы материальная точка, в которой сосредоточена масса системы и к ней бы были приложены все внешние силы

$$\vec{F}_{out} = 0 \qquad \frac{d\vec{V}_C}{dt} = 0 \qquad \vec{V}_C = const$$

$$\vec{P} = const$$

- Если центр масс системы материальных точек движется равномерно и прямолинейно, то ее импульс сохраняется

Система центра масс

- Если нас интересует движение частиц внутри системы, а не ее движение как целого, целесообразно пользоваться той системой отсчета, где центр масс покоится
- Систему отсчета, жестко связанную с центром масс называют **СИСТЕМОЙ ЦЕНТРА ИНЕРЦИИ** (центра масс)- СЦИ

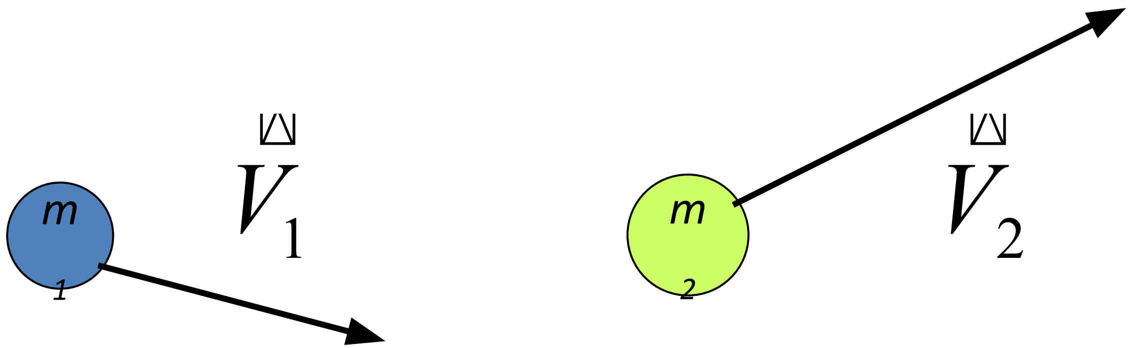
$$\vec{V}_C = 0 \qquad \vec{P} = M\vec{V}_C = 0$$

$$\vec{P} = 0$$

- **В СЦИ полный импульс системы частиц равен 0**

Система из двух частиц

ЛСО- лабораторная система отсчета
(система отсчета неподвижного наблюдателя)



$$\vec{V}_C = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{V}_i = \frac{m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2}{m_1 + m_2}$$

Найдем скорости частиц в СЦИ- (системе центра инерции)

$$\vec{V}_1' \quad \text{и} \quad \vec{V}_2'$$

По закону сложения скоростей

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_1' + \vec{V}_C \qquad\qquad \vec{V}_2 = \vec{V}_2' + \vec{V}_C$$

$$\vec{V}_1' = \vec{V}_1 - \vec{V}_C = \vec{V}_1 - \frac{m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\boxed{\vec{V}_1' = \frac{m_2(\vec{V}_1 - \vec{V}_2)}{m_1 + m_2}}$$

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_2{}' + \vec{V}_C$$

$$\vec{V}_2{}' = \vec{V}_2 - \vec{V}_C = \vec{V}_2 - \frac{m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\boxed{\vec{V}_2{}' = \frac{m_1(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)}{m_1 + m_2}}$$

Найдем суммарный импульс частиц в СЦИ

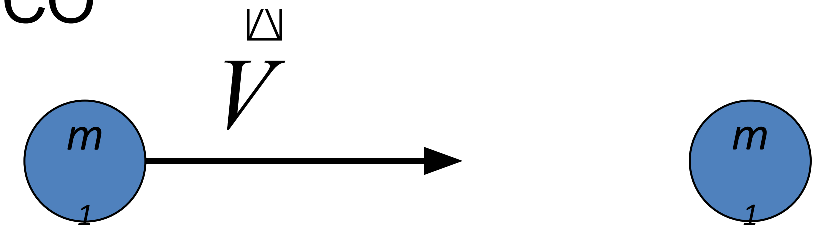
$$\vec{P} = m_1\vec{V}_1{}' + m_2\vec{V}_2{}'$$

$$\vec{P} = m_1\frac{m_2(\vec{V}_1 - \vec{V}_2)}{m_1 + m_2} + m_2\frac{m_1(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{P} = 0$$

ПРИМЕР

В ЛСО



Найти скорости шаров в СЦИ

$$\vec{V}_C = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{V}_i = \frac{m_1 \vec{V}}{2m_1} = \frac{\vec{V}}{2}$$

По закону сложения скоростей

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_1' + \vec{V}_C \qquad \vec{V}_1' = \vec{V}_1 - \vec{V}_C$$

$$\boxed{\vec{V}_1' = \vec{V} - \frac{\vec{V}}{2} = \frac{\vec{V}}{2}}$$

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_2' + \vec{V}_C \qquad \vec{V}_2' = \vec{V}_2 - \vec{V}_C$$

$$\boxed{\vec{V}_2' = 0 - \frac{\vec{V}}{2} = -\frac{\vec{V}}{2}}$$


m
1
$\frac{\vec{V}}{2}$
m
1
$\frac{\vec{V}}{2}$