# Выбор метода статистического вывода

# Гипотезы

- Обычно исследование проводится для проверки гипотезы, которая является следствием теоретических представлений.
- **Научная гипотеза** – предположение, которое проверяется с применением научного метода.
- **Статистическая гипотеза** – это утверждение относительно неизвестного параметра генеральной совокупности, которое формируется для проверки надежности связи и которое можно проверить по известным выборочным статистикам.

# Статистическая гипотеза

Это утверждение относительно неизвестного параметра генеральной совокупности, которое формулируется для проверки надежности связи и которое можно проверить по известным выборочным статистикам – результатам исследования.

# Статистическая гипотеза

**Основная (нулевая) гипотеза ($H_0$) – с**одержит утверждение об отсутствии связи в генеральной совокупности и доступна проверке методами статистического вывода.

**Альтернативная гипотеза ($H_1$)** – принимается при отклонении **$H_0$** и содержит утверждение о наличии связи.

При этом нулевая и альтернативная гипотеза представляют собой полную группу несовместных событий.

# Ошибка первого и второго рода

- Ошибкой первого рода называется ошибка, состоящая в опровержении верной гипотезы.
- Ошибкой второго рода называется ошибка, состоящая в принятии ложной гипотезы.

| $H_0$ | верная | ложная |
|---|---|---|
| отклоняется | ошибка первого рода | решение верное |
| не отклоняется | решение верное | ошибка второго рода |

# Статистическая гипотеза

- Решение исследователя зависит от того, какую вероятность ошибки I рода α он считает допустимой: если *p*-уровень, полученный в процессе проверки гипотезы, меньше или равен α, исследователь отклоняет $H_0$, и, как правило, это желательный для него результат (гипотеза подтвердилась).
- Вероятность ошибки в данном случае известна – она равна *p*-уровню.
- Если же *p*-уровень превышает α, то принимается $H_0$, и содержательная гипотеза не подтверждается. При этом вероятность ошибки II рода обычно остается неизвестной.

# Статистическая значимость

- **Статистическая достоверность** или статистическая значимость результатов исследования определяется при помощи методов статистического вывода.
- При обработке данных исследователь получает значение *p*-уровня значимости, наряду с эмпирическим значением критерия и числом степеней свободы.

# Статистическая значимость

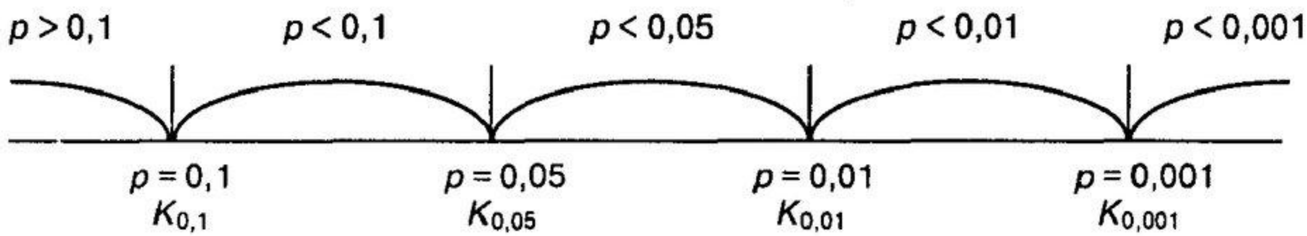
- Если расчеты проводятся вручную, то для проверки гипотезы используются специальные таблицы критических значений критерия.
- Применение «Таблицы критических значений критерия» позволяет определить значение *p*-уровня для данного числа степеней свободы.

# Статистическая значимость

- Если эмпирическое значение критерия ($К_э$) находится между двумя критическими значениями, то *p*-уровень **меньше** того критического *p*, который находится левее.
- Если $К_э$ находится левее крайнего левого критического значения (обычно это соответствует критическому *p*=0.1, реже *p*=0.5), то *p*-уровень больше, чем крайнее правое критическое *p.*
- Если $К_э$ находится правее крайнего правого критического значения, то *p*-уровень меньше крайнего правого критического *p.*

# Статистическая значимость

**Схема определения p – уровня**




**Свойства статистической значимости**

Чем меньше значение p-уровня, тем выше статистическая значимость результата исследования, подтверждающего научную гипотезу.

**Уровень значимости при прочих равных условиях выше (значение p-уровня меньше), если:**

- величина связи (различия) больше;
- изменчивость признака (признаков) меньше;
- объем выборки (выборок) больше.

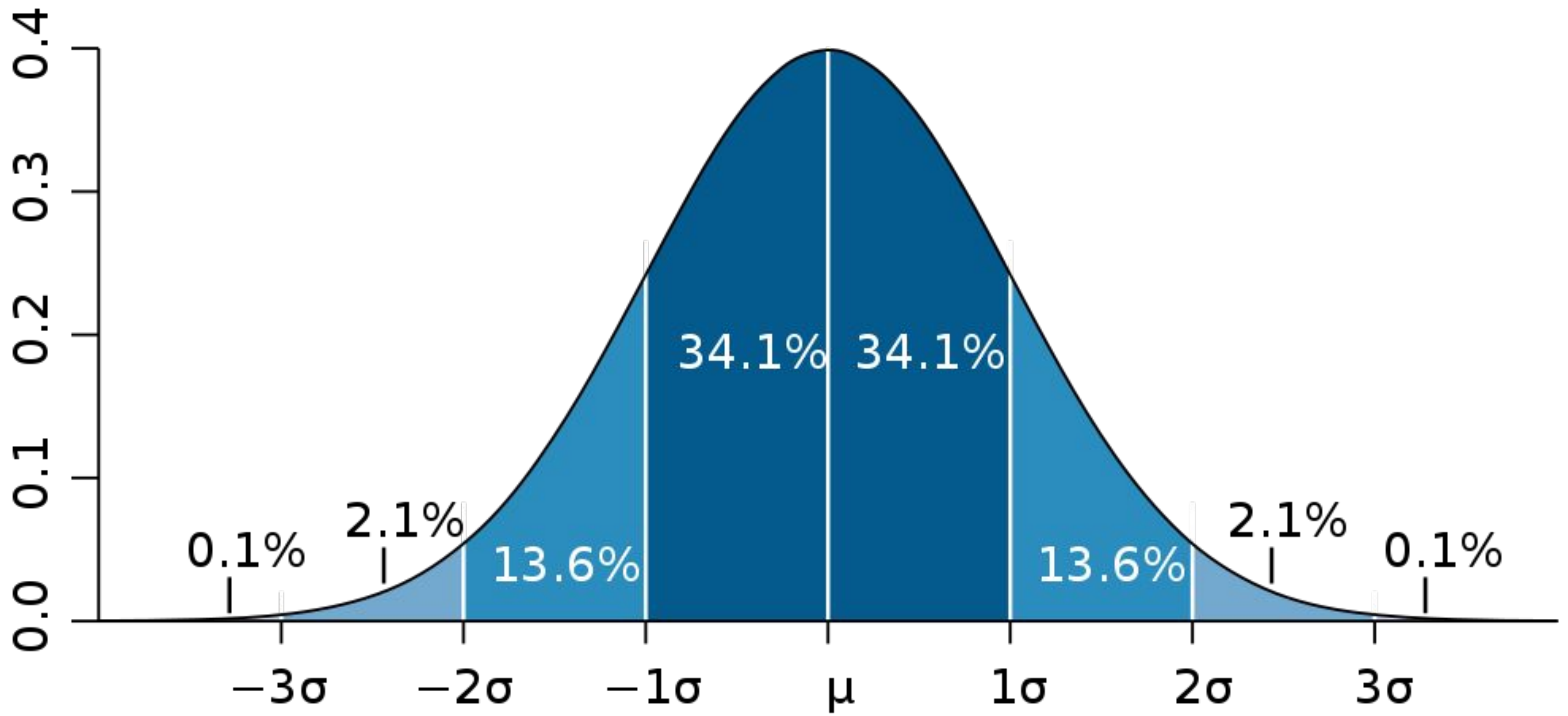
# Генеральная совокупность и выборка

- **Генеральная совокупность** – это все множество объектов, в отношении которого формулируется исследовательская гипотеза.
- **Выборка** – это ограниченная по численности группа объектов, специально отбираемая из генеральной совокупности для изучения ее свойств.

# Зависимые выборки и независимые выборки

- **Независимые выборки** характеризуются тем, что вероятность отбора любого испытуемого одной выборки не зависит от отбора испытуемых другой выборки.
- **Зависимые выборки** характеризуются тем, что каждому испытуемому одной выборки поставлен в соответствие по определенному критерию испытуемый другой выборки.

# Нормальное распределение как стандарт



# Измерительные шкалы (неметрические):

**Номинативная шкала**, или **шкала наименований**. Объекты группируются по различным классам так, чтобы внутри класса они были идентичны по измеряемому свойству.

**Ранговая,** или **порядковая шкала**. Измерение в этой шкале предполагает приписывание объектам чисел в зависимости от степени выраженности измеряемого свойства.

# Измерительные шкалы (метрические):

**Интервальная шкала.** Это такое измерение, при котором числа отражают не только различия между объектами в уровне выраженности свойства, но и то, насколько больше или меньше выражено это свойство.

**Абсолютная шкала**, или **шкала отношений**. Измерение в этой шкале отличается от интервального тем, что в ней устанавливается нулевая точка, соответствующая полному отсутствию выраженности измеряемого свойства.

# Параметрические и непараметрические критерии

- Критерий различия называют **параметрическим**, если он основан на конкретном типе распределения генеральной совокупности (как правило, нормальном) или использует параметры этой совокупности (средние, дисперсии и т.д.).
- Критерий различия называют **непараметрическим**, если он не базируется на предположении о типе распределения генеральной совокупности и не использует параметры этой совокупности.

# Классификация методов статистического вывода

Основания для классификации:

- типы шкал, в которых измерены признаки *X* и *Y*: качественная шкала (номинативная), количественная шкала (порядковая, метрическая)
- количество сравниваемых групп – две и более двух
- соотношение сравниваемых групп: зависимые выборки или независимые выборки

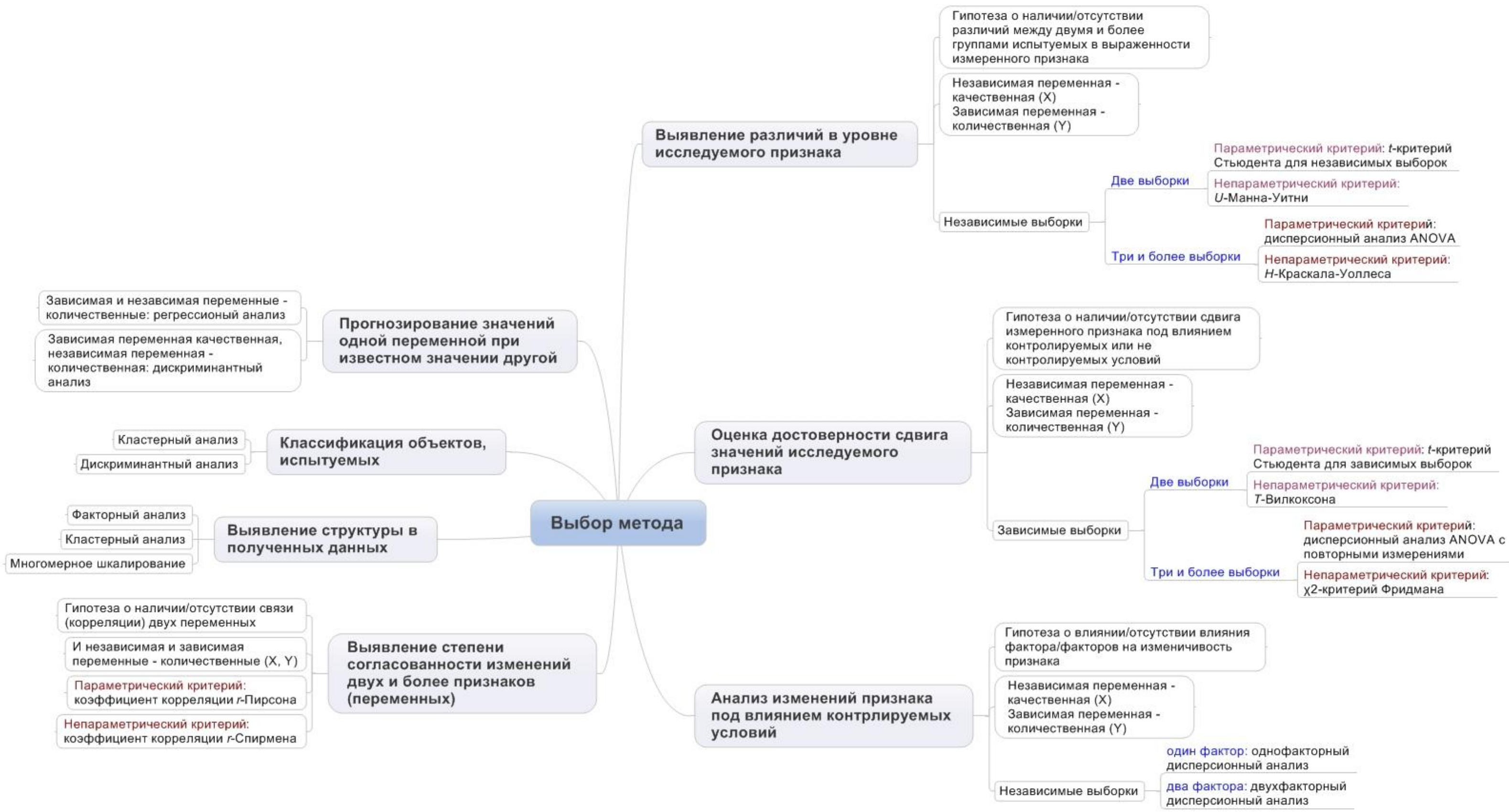
# Классификация методов статистического вывода

| **Типы шкал** | **I. X, Y – количественные** | **II. X, Y – качественные** | **III. X – качественный, Y – количественный** |
| --- | --- | --- | --- |
| Задачи: | Корреляционный анализ | Анализ номинативных данных: классификаций, таблиц сопряженности, последовательностей (серий) | Сравнения выборок по уровню выраженности признака |
| Методы: | а) r-Пирсона – для метрических X и Y; б) частная корреляция и сравнение корреляций; в) r-Спирмена, τ-Кендалла – для ранговых X и Y. | Критерий $\chi^2$-Пирсона (для классификаций и таблиц сопряженности), критерий Мак-Намара (для таблиц 2х2 с повторными измерениями), критерий серий (для последовательностей) | (методы сравнения) – следующий слайд |

# Классификация методов статистического вывода

| **Количество выборок (градаций X)** | | **Две выборки** | | **Больше двух выборок** | |
|---|---|---|---|---|---|
| Зависимость выборок | | Независимые | Зависимые | Независимые | Зависимые |
| Признак Y | Метрический | Параметрические методы сравнения | | | |
| | | t-Стьюдента для независимых выборок | t-Стьюдента для зависимых выборок | ANOVA | ANOVA с повторными измерениями |
| | Ранговый | Непараметрические методы сравнения | | | |
| | | U-Манна-Уитни, критерий серий | T-Вилкоксона, критерий знаков | H-Краскала-Уоллеса | $\chi^2$-Фридмана |

# Выбор методов статистического вывода



# Методы корреляционного анализа

*Проверяемая* $H_0$: коэффициент корреляции равен нулю.

*Условие применения*: а) два признака измерены в ранговой или метрической шкале на одной и той же выборке; б) связь между признаками является монотонной (не меняет направления по мере увеличения значений одного из признаков).

Обычно изучается корреляция между множеством *P* переменных. В таком случае вычисляются корреляции между всеми возможными парами этих переменных. Результатом является корреляционная матрица, включающая $P(P\text{-}1)/2$ значений коэффициентов парной корреляции. Под корреляционным анализом обычно и понимают изучение связей по корреляционной матрице.

# Методы корреляционного анализа

**Методы**:

**Корреляция *r*-Пирсона** – для метрических переменных.

*Условие применения*: а) распределения *X* и *Y* существенно не отличаются от нормального.

*Дополнительно*: частная корреляция для изучения зависимости корреляции *X* и *Y* от влияния переменной *Z*; сравнение корреляций – для независимых и зависимых выборок.

**Корреляции *r*-Спирмена, τ-Кендалла** – для порядковых переменных.

# Методы анализа номинативных переменных

В зависимости от цели исследования и структуры исходных данных выделяются три группы методов, соответствующих решаемым задачам:

- анализ классификаций;
- анализ таблиц сопряженности;
- анализ последовательностей (серий).

# Методы анализа номинативных переменных

**Анализ классификаций.**

*Условие применения*: для каждого объекта (испытуемого) выборки определена его принадлежность к одной из категорий (градаций) *X* (получено эмпирическое распределение объектов по *X*); известно теоретическое (ожидаемое) распределение по *X* (обычно – равномерное).

*Проверяемая* $H_0$*:* эмпирическое (наблюдаемое) распределение предпочтений не отличается от теоретического (ожидаемого).

*Метод*: критерий $\chi^2$-Пирсона.

# Методы анализа номинативных переменных

**Анализ таблиц сопряженности.**

*Условие применения*: для каждого объекта (испытуемого) выборки определена его принадлежность к одной из категорий (градаций) $X$ и к одной из категорий (градаций) $Y$ (получена перекрестная классификация объектов по двум основаниям $X$ и $Y$).

Следует различать три ситуации – в зависимости от числа градаций и соотношения $X$ и $Y$:

- число градаций $X$ и (или) $Y$ больше двух (общий случай);
- таблицы сопряженности 2х2 с независимыми выборками;
- таблицы сопряженности 2х2 с повторными измерениями.

# Методы анализа номинативных переменных

**Анализ последовательностей (серий)**

*Условие применения*: объекты упорядочены (по времени или по уровню выраженности признака); каждый объект отнесен к одной из двух категорий (X или Y).

*Проверяемые $H_0$*: события X распределены среди событий Y случайно (случай 1); выборки X и Y не различаются по распределению значений количественного признака (случай 2).

*Метод*: критерий серий.

# Методы сравнения выборок по уровню выраженности признака

- В зависимости от решаемых задач методы внутри этой группы классифицируются по трем основаниям:

► Количество градаций *X*:

- а) сравниваются 2 выборки;
- б) сравниваются больше двух выборок

► Зависимость выборок:

- а) сравниваемые выборки независимы;
- б) сравниваемые выборки зависимы.

► Шкала *Y*:

- а) *Y* – ранговая переменная;
- б) *Y* – метрическая переменная.

# Сравнение двух независимых выборок

Условия применения: признак измерен у объектов (испытуемых), каждый из которых принадлежит к одной из двух независимых выборок.

**Методы**:

***Y*** **– метрическая переменная:** сравнений двух средних значений (параметрический критерий *t*-Стьюдента для независимых выборок).

*Условия применения:* признак измерен в а) метрической шкале; б) дисперсии двух выборок гомогенны (статистически достоверно не различаются). Если не выполняется хотя бы одно из этих условий то применяется непараметрический критерий *U*-Манна-Уитни.

*Дополнительно*: возможно сравнений двух дисперсий (параметрический критерий *F*-Фишера).

***Y*** **– ранговая (порядковая) переменная:** сравнение двух независимых выборок по уровню выраженности порядковой и бинарной переменной (критерий *U*-Манна-Уитни, критерий серий).

# Сравнение двух зависимых выборок

- *Условия применения*: а) признак измерен у объектов (испытуемых), каждый из которых принадлежит к одной из двух зависимых выборок: либо признак измерен дважды на одной и той же выборке, либо каждому испытуемому из одной выборки поставлен в соответствие по определенному критерию испытуемый из другой выборки; б) измерения положительно коррелируют. Если эти условия не выполняются, то выборки следуют признать независимыми.

**Методы:**

***Y* – метрическая переменная:** сравнений двух средних значений (параметрический критерий *t*-Стьюдента для зависимых выборок).

*Условия применения*: признак измерен в метрической шкале. Если не выполняется хотя бы одно из этих условий то применяется непараметрический критерий Т- Вилкоксона.

***Y* – ранговая (порядковая) переменная:** сравнение двух зависимых выборок по уровню выраженности порядковой и бинарной переменной (критерий Т- Вилкоксона, критерий знаков).

# Сравнение более двух выборок

Проверяемая $H_0$: несколько совокупностей (которым соответствуют выборки) не отличаются по уровню выраженности измеренного признака.

# Сравнение более двух независимых выборок

*Условия применения*: признак должен быть измерен у объектов (испытуемых), каждый из которых принадлежит к одной из k независимых выборок (k>2).

**Методы**:

**Y – метрическая переменная**: дисперсионный анализ (ANOVA) для независимых выборок (параметрический метод).

*Дополнение*: метод допускает сравнение выборок более чем по одному основанию – когда деление на выборки производится по нескольким номинативным переменным, каждая из которых имеет 2 и более градаций.

*Условия применения*: признак Y измерен в а) метрической шкале, б) дисперсии выборок гомогенны (статистически достоверно не различаются). Если не выполняется хотя бы одно из этих условий, то:

# Сравнение более двух независимых выборок

**Y- ранговая (порядковая) переменная**: сравнение более двух независимых выборок по уровню выраженности ранговой переменной (непараметрический критерий Н-Краскала-Уоллеса).

*Ограничение*: методы позволяет сравнивать выборки только по одному основанию, когда деление на группы производится по одной номинативной переменной, имеющей более 2-х градаций.

# Сравнение более двух зависимых выборок

*Условия применения*: а) признак измерен у объектов (испытуемых), каждый из которых принадлежит к одной из k зависимых выборок ($k>2$): как правило, признак измерен несколько раз на одной и той же выборке; б) измерения положительно коррелируют.

# Сравнение более двух зависимых выборок

Методы:

**Y- метрическая переменная**: дисперсионный анализ (ANOVA) с повторными измерениями (параметрический метод).

*Дополнение*: метод допускает сравнение выборок более чем по одному основанию – когда помимо деления на зависимые выборки, вводятся номинативные переменные, которые имеют 2 и более градаций и делят испытуемых на независимые выборки.

*Условия применения*: а) признак Y измерен в метрической шкале; б) дисперсии сравниваемых выборок гомогенны (статистически достоверно не различаются). Если не выполняется хотя бы одно из этих условий, то:

# Сравнение более двух зависимых выборок

**Y- ранговая (порядковая) переменная**: сравнение более двух зависимых выборок по уровню выраженности ранговой переменной (непараметрический критерий $\chi^2$-Фридмана).

*Ограничение*: метод позволяет сравнивать зависимые выборки только по одному основанию – повторным измерениям.

# Проблема множественной проверки гипотез

- Если один и тот же метод применяется многократно, то увеличивается вероятность получить результат чисто случайно.

Поправка Benjamini & Hochberg (1995) для семейства гипотез:

1) Упорядочиваем все *p* от min до max (*i* – текущий номер *p* в ряду);

2) Для каждо

$$p_{\text{корр}} = \frac{p * n}{i}$$

$$p_{\text{корр}} \leq \alpha$$

3) Если - результат статистически достоверен.

Спасибо за внимание!