

# Лекция 2

# Содержание предыдущей лекции

## **Введение.**

- Физика в системе естественных наук.
- Физика и научно-технический прогресс.
- Роль физики в образовании.
- Общая структура и задачи дисциплины «Физика».

## **Кинематика поступательного движения.**

- Пространство и время в механике Ньютона.
- Основные характеристики криволинейного движения: скорость и ускорение.

# Содержание сегодняшней лекции

- Нормальное и тангенциальное ускорение.

## Динамика поступательного движения.

### Закон сохранения импульса.

- Инерциальные системы отсчета.
- Законы Ньютона.
- Масса, импульс, сила.
- Уравнение движения материальной точки.
- Понятие замкнутой системы.
- Закон сохранения импульса.
- Центр масс механической системы, закон движения центра масс.
- Движение тел переменной массы. Уравнение Мещерского<sub>3</sub>.

# Ускорение

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = v$$

$$a_x = \left( \frac{dv}{dt} \right)_{np.x} = \frac{dv_x}{dt} = v_x$$

$$v_x = x = \frac{dx}{dt} \quad \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2 x}{dt^2} = x$$

# Ускорение

$$\vec{v} = v\vec{\tau}$$

$\vec{\tau}$  - единичный вектор (орт), направленный в сторону вектора  $\vec{v}$ ,  
 $v$  - модуль вектора  $\vec{v}$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(v\vec{\tau})$$

$$\vec{a} = \dot{v}\vec{\tau} + v\dot{\vec{\tau}}$$

$$\vec{a} = \vec{v}\tau + v\vec{\tau}$$

## Нормальное и тангенциальное ускорения

$\vec{a}_\tau = \vec{v}\tau$  - тангенциальное (касательное) ускорение.

$\vec{a}_n = v\vec{\tau}$  - нормальное ускорение.

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

$$\overset{\Delta}{a}_\tau = \overset{\Delta}{v} \overset{\Delta}{\tau}$$

## Тангенциальное ускорение

$$\overset{\Delta}{v} > 0: \quad \overset{\Delta}{a}_\tau \uparrow \uparrow \overset{\Delta}{\tau} \quad \overset{\Delta}{a}_\tau \uparrow \uparrow \overset{\Delta}{v}$$

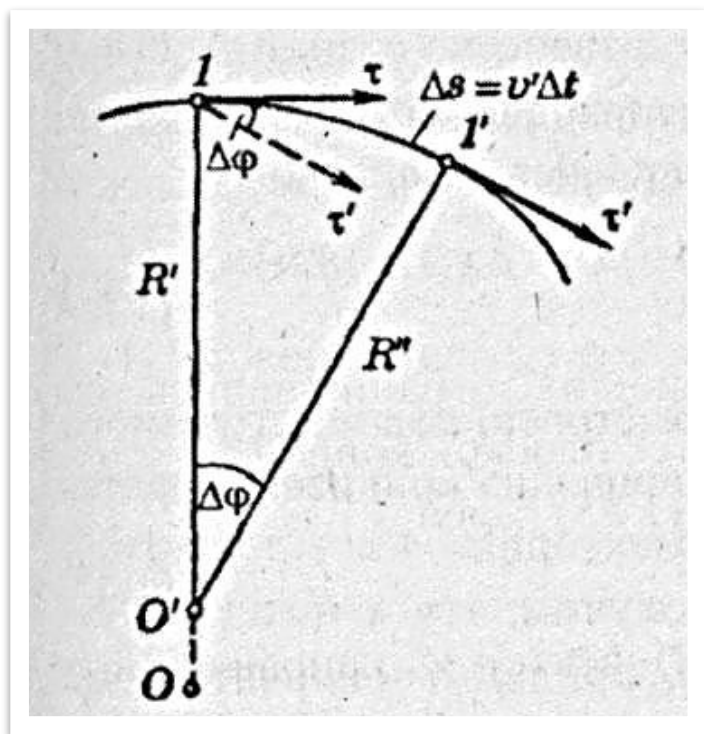
$$\overset{\Delta}{v} < 0: \quad \overset{\Delta}{a}_\tau \uparrow \downarrow \overset{\Delta}{\tau} \quad \overset{\Delta}{a}_\tau \uparrow \downarrow \overset{\Delta}{v}$$

$$\overset{\Delta}{v} = 0: \quad \text{равномерное движение, } \overset{\Delta}{a}_\tau = 0.$$

$$a_n = v\tau$$

## Нормальное ускорение

$\tau$  - характеристика скорости изменения во времени направления касательной к траектории.



Сильнее искривлена траектория – больше скорость изменения направления.

Кривизна  $C$  – характеристика искривленности плоской кривой.

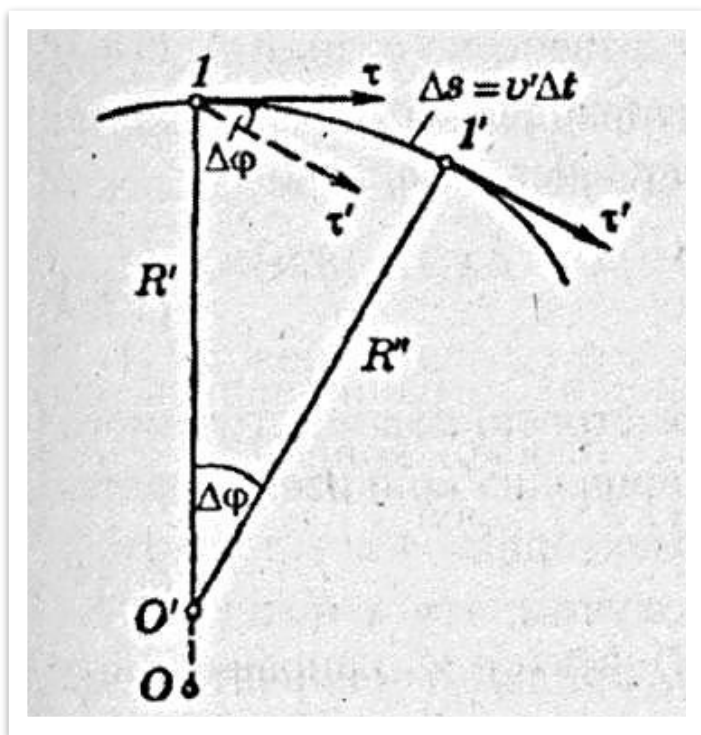
$$C = \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} = \frac{d\varphi}{ds}.$$



$$\vec{a}_n = v\vec{\tau}$$

## Нормальное ускорение

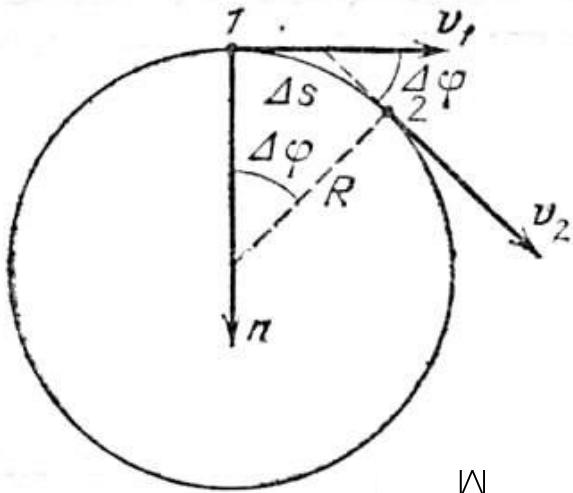
Радиус кривизны  $R = \frac{1}{C} = \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta\varphi} = \frac{ds}{d\varphi}$ .



**Радиус кривизны – радиус окружности, которая сливается в данном месте с кривой на бесконечно малом ее участке.**

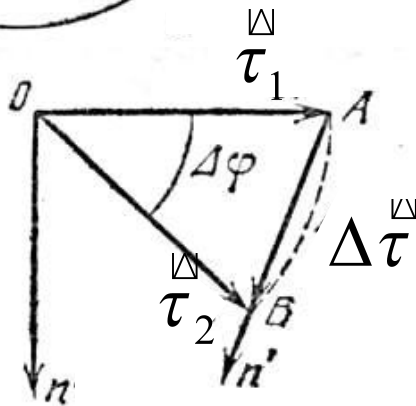
$$\vec{a}_n = v\vec{\tau}$$

## Нормальное ускорение



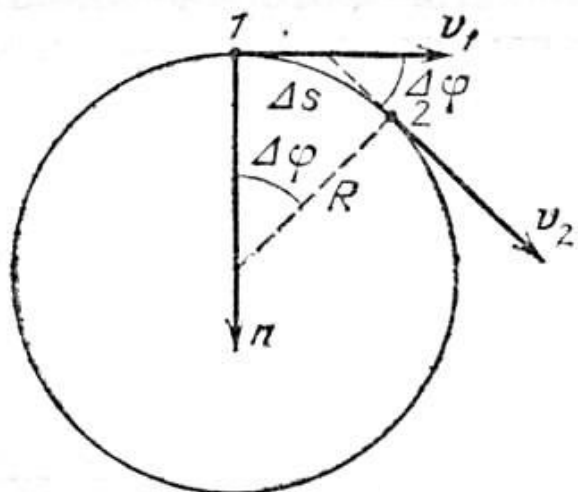
$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R} = \frac{v\Delta t}{R}$$

$$\Delta t \rightarrow 0 \quad \Delta\varphi \rightarrow 0$$



$$|\Delta\vec{\tau}| \approx \Delta\varphi$$

$$\Delta\vec{\tau} \approx \Delta\varphi \cdot \vec{n}'$$



$$\vec{a}_n = v \vec{\tau}$$

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R} = \frac{v\Delta t}{R}$$

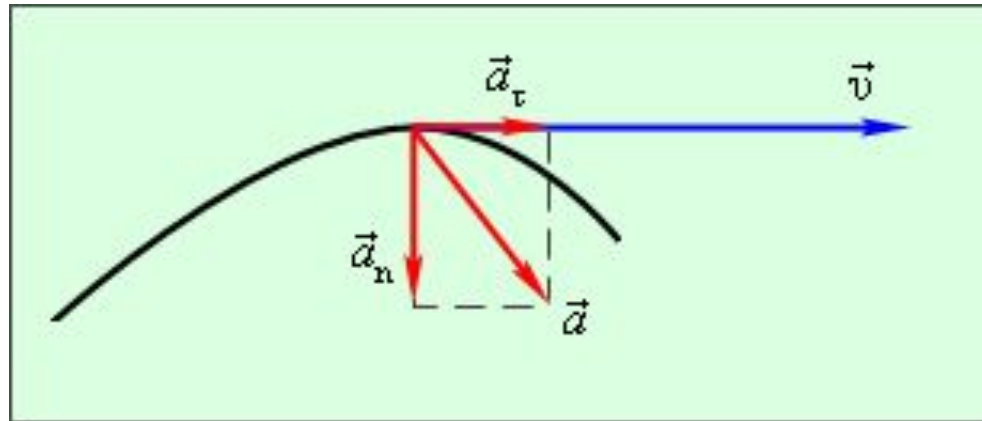
## Нормальное ускорение

$$\vec{\tau} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\tau}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi \cdot \vec{n}'}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v}{R} \vec{n}' = \frac{v}{R} \vec{n}.$$

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n}.$$

# Тангенциальное и нормальное ускорения

$$\vec{a} = a_\tau + a_n = \dot{v}\tau + \frac{v^2}{R}n.$$



$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{(\dot{v})^2 + (v^2 / R)^2}.$$

# **Динамика поступательного движения**

**Динамика – изучение движения тел с учетом причин,  
вызвавших это движение.**

**Причины, вызвавшие движение, -  
взаимодействие между телами.**

# **Инерциальные системы отсчета**

**Разный характер движения тел относительно разных систем отсчета.**



**Движение точки**

**на пере лопатки ротора двигателя летящего самолета:**

- по окружности относительно корпуса двигателя,**
- вдоль синусоиды относительно Земли.**

# **Инерциальные системы отсчета**

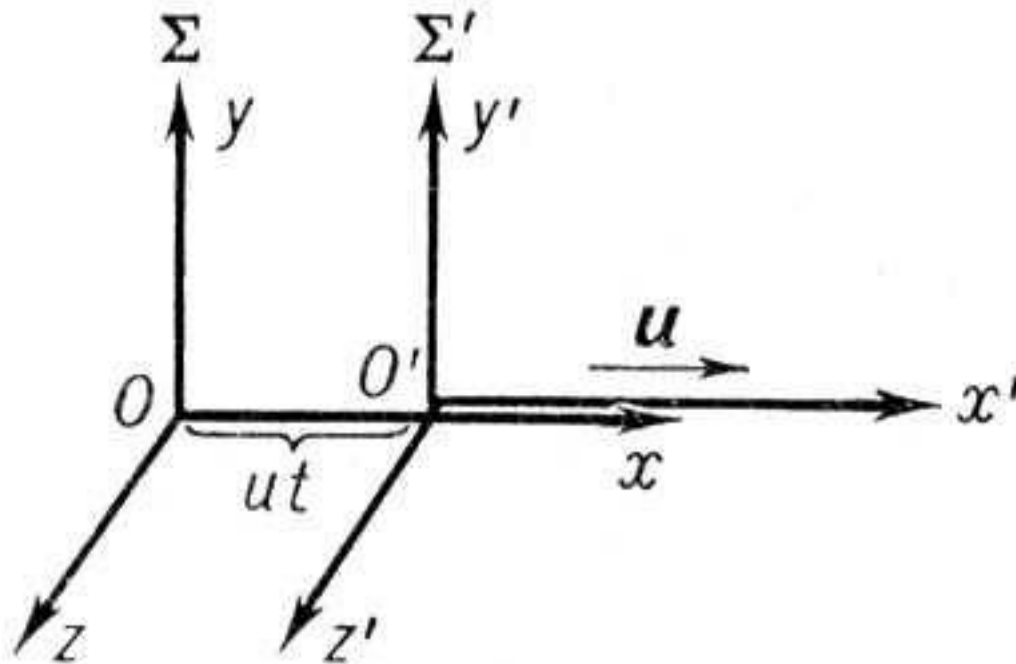
**Инерциальные системы отсчета – системы отсчета, относительно которых тела, не подверженные воздействию других тел, движутся без ускорения, т.е. прямолинейно и равномерно.**

**Наиболее простое движение тел - относительно инерциальных систем отсчета.**

**Существование инерциальных систем отсчета – закон природы.**

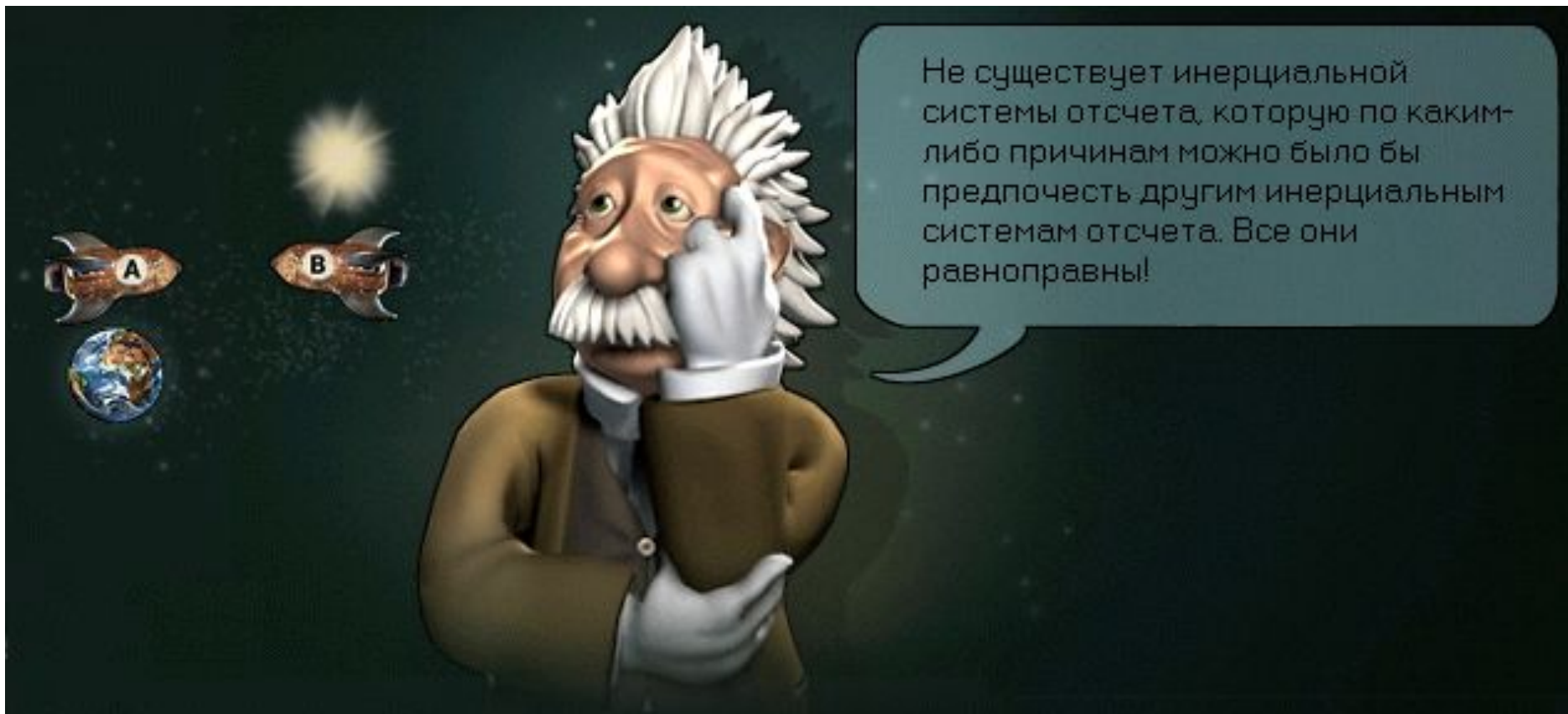
# Инерциальные системы отсчета

Любая система отсчета, движущаяся относительно некоторой инерциальной системы отсчета прямолинейно и равномерно, инерциальна.



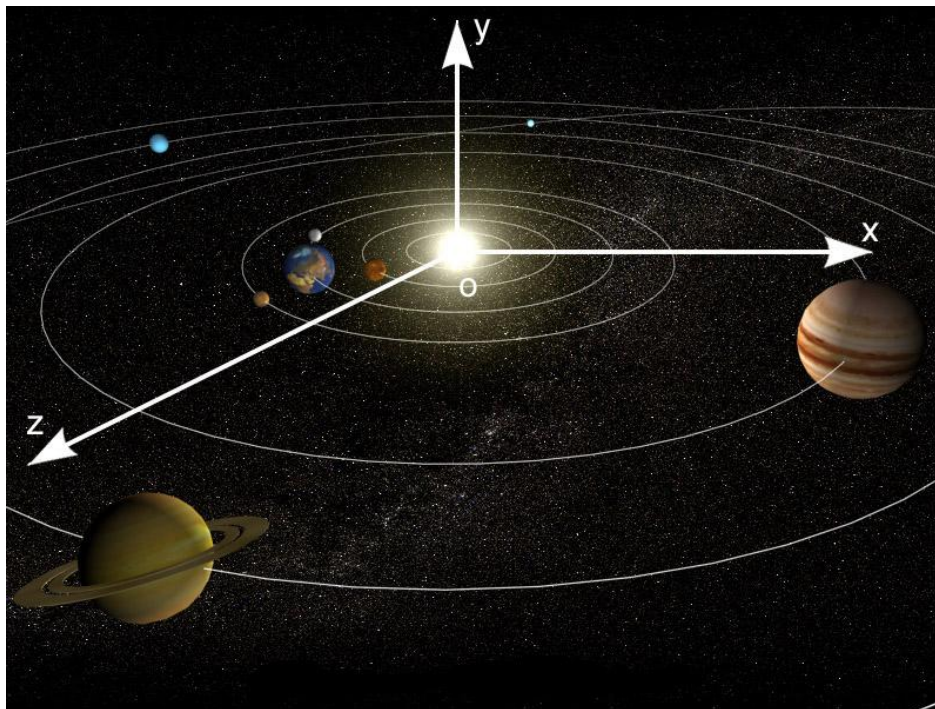


# Инерциальные системы отсчета



# Инерциальные системы отсчета

**Эксперимент - гелиоцентрическая система отсчета с очень высокой степенью точности инерциальна.**

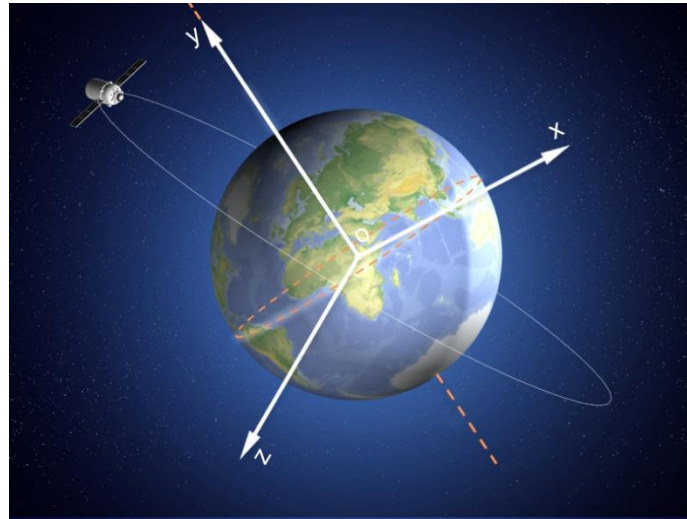


# Инерциальные системы отсчета

Геоцентрическая система отсчета  
не является инерциальной –

Земля движется вокруг Солнца

по криволинейной траектории и вращается вокруг своей оси.



Возможность пренебречь неинерциальностью  
геоцентрической системы отсчета во многих случаях.

# **Первый закон Ньютона**

**Закон инерции (первый закон Ньютона) – утверждение о существовании инерциальных систем отсчета.**

**Всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.**

# Масса, импульс, сила

**Ускорение тела (изменение скорости) –  
результат его взаимодействия с другими телами.**



# Масса, импульс, сила

**Разное ускорение тел при одинаковом воздействии на них.**

**Масса тела – мера инертности, отклика на воздействие.**



## **Масса, импульс, сила**

**Замкнутая система - система, в которой отсутствует обмен веществом, энергией и информацией с внешней средой или окружением.**

**Изолированная система – допускает обмен информацией с внешней средой, но не энергией и веществом.**

**Закрытая система – допускает обмен энергией с внешней средой, но не веществом и информацией.**

## Масса, импульс, сила

**Замкнутая система тел – система тел, взаимодействующих между собой и не взаимодействующих с другими телами.**

**Эксперимент: отношение модулей приращения скоростей при взаимодействии двух тел в замкнутой системе не зависит от способа и интенсивности взаимодействия данных двух тел, а зависит только от их масс:**

$$\frac{|\Delta v_1|}{|\Delta v_2|} = \frac{m_2}{m_1}.$$



$$\frac{|\Delta v_1|}{|\Delta v_2|} = \frac{m_2}{m_1}$$

## Масса, импульс, сила

**Более инертное тело (тело с большей массой) –  
меньшее изменение скорости.**

**С учетом направления**

$$m_1 \Delta v_1 = -m_2 \Delta v_2.$$

$$m_1 \Delta \overset{\square}{v}_1 = -m_2 \Delta \overset{\square}{v}_2$$

## Масса, импульс, сила

**Ньютоновская механика ( $v \ll c$ ):  
масса тела - постоянная физическая величина,  
не зависящая от скорости тела.**

**С учетом этого**

$$\Delta(m_1 \overset{\square}{v}_1) = -\Delta(m_2 \overset{\square}{v}_2).$$

$\overset{\square}{p} = m \overset{\square}{v}$  - импульс тела.

$$\Delta \overset{\square}{p}_1 = -\Delta \overset{\square}{p}_2$$

$$\overset{\square}{\Delta p_1} = -\overset{\square}{\Delta p_2}$$

## Масса, импульс, сила

$$\overset{\square}{\Delta p_1} + \overset{\square}{\Delta p_2} = 0$$

$$\overset{\square}{p} = \overset{\square}{p_1} + \overset{\square}{p_2}$$

$\overset{\square}{p}$  - постоянная величина.

**Полный импульс замкнутой системы  
двух взаимодействующих тел остается постоянным.**

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

## Второй закон Ньютона

**Эксперимент: равенство скорости изменения импульса тела действующей на него силе.**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

**- уравнение движения тела.**

$$m\vec{v} = m\vec{a} = \vec{F}$$

**Равенство произведения массы тела на его ускорение действующей на тело силе.**

$$m\vec{v} = m\vec{a} = F$$

## Первый закон Ньютона

Если  $\vec{F} = 0$ , то  $\vec{a} = 0$ .

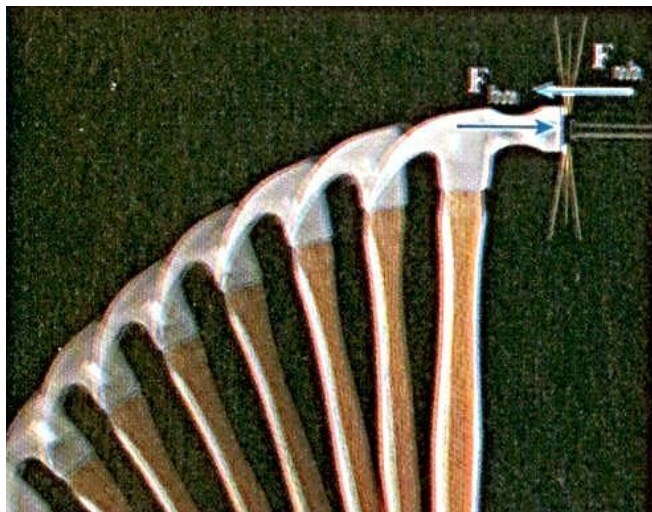
**Первый закон Ньютона – следствие второго закона Ньютона.**

# Третий закон Ньютона

Если тело 1 действует на тело 2 с силой  $\vec{F}_{21}$ ,  
то тело 2 действует на тело 1 с силой  $\vec{F}_{12}$ ,  
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$



## Третий закон Ньютона

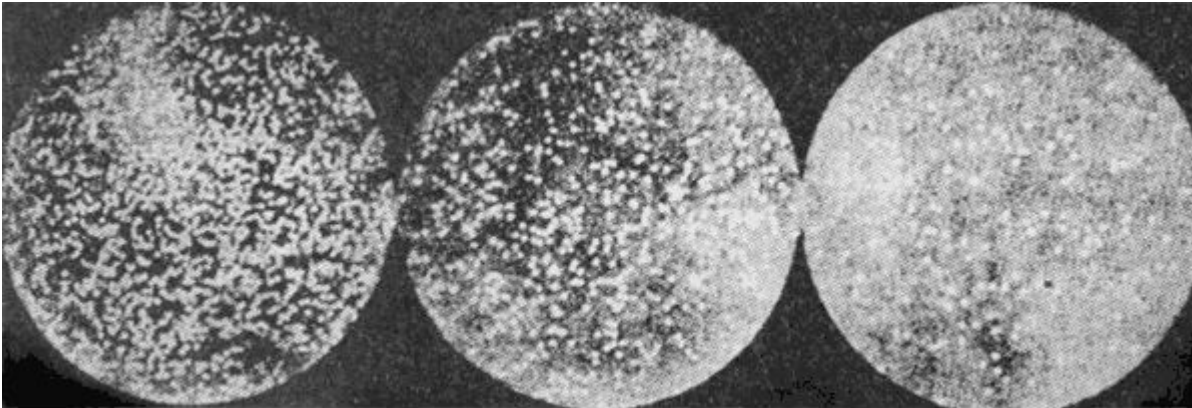


# Закон сохранения импульса

Система из  $N$  взаимодействующих частиц.

$\overline{F}_{ik}$  – внутренние силы, действующие на  $i$ -ую частицу,

$\overline{F}_i$  – результирующая внешних сил, действующих на  $i$ -ую частицу.



Броуновские  
частицы



# Закон сохранения импульса

Уравнения движения для всех  $N$  частиц:

$$\vec{p}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1k} + \dots + \vec{F}_{1N} + \vec{F}_1 = \sum_{k=2}^N \vec{F}_{1k} + \vec{F}_1,$$

$$\vec{p}_2 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \dots + \vec{F}_{2k} + \dots + \vec{F}_{2N} + \vec{F}_2 = \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq 2)}}^N \vec{F}_{2k} + \vec{F}_2,$$

---

$$\vec{p}_i = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \dots + \vec{F}_{ik} + \dots + \vec{F}_{iN} + \vec{F}_i = \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq i)}}^N \vec{F}_{ik} + \vec{F}_i,$$

---

$$\vec{p}_N = \vec{F}_{N1} + \vec{F}_{N2} + \dots + \vec{F}_{Nk} + \dots + \vec{F}_{N,N-1} + \vec{F}_N = \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq N)}}^N \vec{F}_{Nk} + \vec{F}_N.$$

# Закон сохранения импульса

**Операция:**

**сложение всех левых и всех правых частей уравнений.**

**В правой части  $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$  (третий закон Ньютона) и т.д.**

**Результат сложения:**

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N) = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i.$$

$$\frac{d}{dt} \vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i, \quad \text{где} \quad \vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i \text{ - импульс системы.}$$

## **Закон сохранения импульса**

$$\frac{d}{dt} p = \sum_{i=1}^N F_i,$$

**Постоянство импульса системы в случае ее замкнутости.**

**Постоянство импульса системы в случае незамкнутости системы, но равенства нулю равнодействующей внешних сил.**

$$\frac{d}{dt} \vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i,$$

## Закон сохранения импульса

**Басня И.А. Крылова:**

**Однажды Лебедь, Рак, да Щука  
Везти с поклажей воз взялись,  
И вместе трое все в него впряглись;  
Из кожи лезут вон, а возу все нет ходу!**



**Причина сохранения импульса (отсутствия движения) –  
равнодействующая внешних сил,  
действующих на воз с поклажей, равна нулю:**

**Лебедь рвётся в облака, Рак пятится назад, а Щука тянет в воду,  
сила тяжести уравнивается силой реакции опоры.**

# **Закон сохранения импульса**

**Постоянство проекции импульса  
на некоторое направление  $x$  в случае равенства нулю  
проекции на это направление  
суммы действующих на систему внешних сил.**

$$\frac{d}{dt} p_x = \sum_{i=1}^N F_{xi}.$$

## Закон сохранения импульса

Центр масс (центр инерции) системы материальных точек – точка  $C$ , положение которой задается радиусом-вектором

$$\vec{r}_C = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m}.$$

$$\vec{r}_C = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m}$$

## Закон сохранения импульса

Скорость центра масс  $\vec{v}_C = \dot{\vec{r}}_C = \frac{\sum m_i \dot{\vec{r}}_i}{m} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{m} = \frac{\vec{p}}{m}$ .

Импульс системы частиц  $\vec{p} = m \vec{v}_C$ .

**Следствие закона сохранения импульса – центр масс замкнутой системы либо движется прямолинейно и равномерно, либо остается неподвижным.**

$$\vec{v}_C = \vec{r}_C = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{m} = \frac{\vec{p}}{m}$$

$$\frac{d}{dt} \vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i,$$

## Закон сохранения импульса

**Соответствие движения центра масс системы  
движению материальной точки с массой,  
равной массе тел системы,**

**под действием равнодействующей приложенных внешних сил.**

$$m \vec{a}_C = \sum \vec{F}_{\text{внешн}}.$$



# Движение тел переменной массы

**Переменная масса – масса относительно медленно движущихся тел, меняющаяся за счет потери или приобретения вещества.**



# **Движение тел переменной массы**

**Уравнения движение тел переменной массы –  
следствие законов Ньютона.**



**Выброс с большой скоростью ракетой  
создаваемых в результате сгорания  
топлива газов.**

**Действие выбрасываемых газов на ракету с равной,  
но противоположно направленной силой.**

**Результат - ускорение ракеты.**

# **Движение тел переменной массы**

**Ракета и выброшенное вещество –  
замкнутая система.**

**Сохранение во времени импульса  
данной замкнутой системы в отсутствие внешних сил -  
следствие выполнения закона сохранения импульса  
замкнутой системы тел.**

## **Движение тел переменной массы**

**Более общий случай – наличие действующих  
на систему внешних сил**

**( $\vec{F}$  - геометрическая сумма всех внешних сил,  
действующих на ракету).**

**Пример: движение ракеты под действием  
гравитационных полей Земли, Солнца, планет,  
сопротивления атмосферы.**

## Движение тел переменной массы

$m(t)$  – масса ракеты в произвольный момент времени,

$\overset{\square}{v}(t)$  – скорость ракеты в тот же момент времени,

$m\overset{\square}{v}$  – импульс ракеты в тот же момент времени,

$dm < 0$  и  $d\overset{\square}{v}$  – приращения массы и скорости ракеты за время  $dt$ ,

$(m + dm)(\overset{\square}{v} + d\overset{\square}{v})$  – импульс ракеты в момент времени  $t + dt$ ,

$dm_{\text{газ}} v_{\text{газ}}$  – импульс газов, образовавшихся за время  $dt$ .

$$\frac{d}{dt} \vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

## Движение тел переменной массы

Приращение импульса системы за время  $dt$

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}(t + dt) - \vec{p}(t).$$

Согласно второму закону Ньютона,

$$\Delta \vec{p} = (m + dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + dm_{\text{газ}} \vec{v}_{\text{газ}} - m\vec{v} = \vec{F}dt.$$

$$(m + dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + dm_{\text{газ}} \vec{v}_{\text{газ}} - m\vec{v} = \vec{F}dt$$

## Движение тел переменной массы

$$m\vec{v} + dm\vec{v} + m d\vec{v} + \cancel{dm d\vec{v}} + dm_{\text{газ}} \vec{v}_{\text{газ}} - m\vec{v} = \vec{F}dt.$$

Пренебрегаем бесконечно малой высшего порядка  $dm d\vec{v}$ .

Учитывая закон сохранения массы  $dm + dm_{\text{газ}} = 0$ ,  
заменяем  $dm_{\text{газ}} = -dm$ .

Учитываем, что скорость истечения газов относительно ракеты (скорость газовой струи)

$$\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_{\text{газ}} - \vec{v}.$$

Получаем  $m d\vec{v} = \vec{v}_{\text{отн}} dm + \vec{F}dt$ .

$$m \overset{\square}{dv} = \overset{\square}{v}_{\text{отн}} dm + \overset{\square}{F} dt$$

## Движение тел переменной массы

### Уравнение Мещерского или уравнение движения точки с переменной массой



Российский и советский ученый  
И.В. Мещерский  
(1859-1935)

$$m \frac{dv}{dt} = v_{\text{отн}} \frac{dm}{dt} + F.$$

Внешние силы

Реактивная  
сила

Труды по механике тел переменной массы –  
теоретическая основа разработки многих  
проблем реактивной техники.



## Контрольный вопрос

Нормальное ускорение мяча, который выронил ребенок,  
равно:

- а) 0,
- б)  $9,8 \text{ м/с}^2$ ,
- в)  $-9,8 \text{ м/с}^2$ ?

## **Контрольный вопрос**

**Вы прижимаете учебник по физике к вертикальной стене. Сила трения, действующая со стороны стены на учебник, направлена:**

- а) вниз,**
- б) вверх,**
- в) в сторону книги,**
- г) в сторону стены.**